REALE ISTITUTO LOMBARDO
DI SCIENZE E LETTERE

RENDICONTI

SERIE II

VOLUME XLVII

ULRICO HOEPLI
Libraio del R. Istituto Lombardo di scienze e lettere
MILANO

1914

Adunanza solenne dell'8 Gennaio 1914

L'adunanza è presieduta dal prof. sen. Giovanni Celoria, vice-presidente.

È onorata dalla presenza di **S. A. R. il Conte di Torino.** Siedono al tavolo della presidenza, oltre **S. A. R.** ed il sen. Celoria, S. E. il generale d'esercito sen. Caneva, il tenente generale Di Majo, comandante del III corpo d'armata, il tenente generale conte Porro, il prefetto della provincia, sen. Panizzardi, il commissario regio di Milano, conte Olgiati, e i due segretari accademici professori L. Gabba e G. Zuccante.

Sono presenti il cav. Tunesi rappresentante il procuratore generale presso la Corte d'Appello, il comm. Raimondi, presidente di sezione della Corte d'Appello, l'avv. Buzzi in rappresentanza della Deputazione provinciale, l'avv. Perego in rappresentanza del Monte di Pietà, il provveditore agli studi, comm. Ronchetti, l'ing. Bay in rappresentanza del Collegio degli ingegneri ed architetti, il prof. Cantoni rappresentante il Liceo Manzoni, il comm. avv. Brugnatelli, presidente della Commissione di sorveglianza dell'Istituto tecnico Carlo Cattaneo, gli onorevoli Agnelli, De Capitani d'Arzago e Valvassori-Peroni. Sono pure presenti i MM. EE. Artini, Berzolari, Briosi, Brugnatelli, Buzzati, Celoria, Colombo, De Marchi A., Gabba B. e L. sen., Gobbi, Gorini, Gorra, Jung, Mangiagalli, Marcacci, Menozzi, Minguzzi, Murani, Novati, Paladini, Ratti, Scherillo, Taramelli, Zuccante: e i SS. CC. Antony, Baroni, Bonfante, Bordoni-Uffreduzi, Brizi, Capasso, Carrara, De Marchi M., Gabba L. jun., Grassi, Jona, Livini, Martorelli, Molinari, Motta, Oberziner, Pestalozza, Porro, Ranelletti, Supino F., Tansini, Tommasi e Volta.

Scusarono la loro assenza S. E. il Cardinal Ferrari, il generale sen. L. Majnoni, il sen. E. Ponti, la Camera di commercio, il Procuratore generale del Re, comm. Nicora, l'on. Gasparotto, i MM. EE. Lattes e Vignoli e il S. C. Fantoli.

I MM. EE. prof. G. Zuccante e L. Gabba, segretari, dànno conto dei lavori delle rispettive Classi, di lettere e scienze morali e storiche, e di scienze matematiche e naturali, durante l'anno 1913.

L'ufficiale di segreteria dott. Rosnati proclama i risultati dei concorsi scaduti e vengono distribuiti da **S. A. R. il Conte di Torino** i premi conferiti ai vincitori.

Il M. E. prof. sen. Camillo Golgi pronuncia il dicorso inaugurale sull'argomento: *La moderna evoluzione delle dottrine e delle conoscenze sulla vita.*

Si bandiscono infine i temi per i nuovi concorsi.

L'adunanza è tolta alle ore 16,30.

RISULTATO DEI CONCORSI A PREMI

PREMI DELL' ISTITUTO

Investigare se o meno si possa presumere che il regime delle pioggie in Tripolitania sia diverso oggi da quello che si verificava all' epoca romana.

Due concorrenti. Non fu conferito il premio.

Medaglia triennale per l' industria.

Quattro concorrenti. Fu conferita la medaglia alla Società Anonima C. G. S. di Milano, già Olivetti e C., per la fabbricazione di strumenti elettrici.

Medaglia triennale per l' agricoltura.

Nessun concorrente.

FONDAZIONE CAGNOLA

Esposizione precisa dello stato attuale delle cognizioni sulle azioni della luce nella sintesi e nelle trasformazioni dei diversi composti chimici portando qualche contributo sperimentale nuovo all' argomento.

Nessun concorrente.

1. Una scoperta ben provata sulla cura della pellagra.
   Nessun concorrente.
2. Sulla natura dei miasmi e contagi.
   Nessun concorrente.
3. Sulla direzione dei palloni volanti (dirigibili).
   Due concorrenti. Venne conferito il premio di L. 2500 e la medaglia d' oro di L. 500 ai sig. capit. G. Arturo Crocco e capit. Ottavio Ricaldoni, del corpo aerostieri dell' esercito italiano.
4. Sul modo di impedire la contraffazione di uno scritto.
   Nessun concorrente.

FONDAZIONE BRAMBILLA

Un premio a chi avrà inventato o introdotto in Lombardia qualche nuova macchina, o qualsiasi processo industriale o altro miglioramento, da cui la popolazione ottenga un vantaggio reale e provato.

Sedici concorrenti.

Premio di 1° grado di L. 1000 e medaglia d'oro alla Società Tubi Mannesmann di Dalmine, prov. di Bergamo, per aver introdotto in Lombardia la fabbricazione dei tubi senza saldatura.

Premio di 2° grado di L. 400 e medaglia d'oro, ai seguenti: De Magistris Emilio di Milano, per applicazioni nell' industria della carta; Società Anonima Centenari e Zinelli di Milano, per fabbricazione di calze elastiche per varici; Società Anonima F. A. R. E. di Milano, per fabbricazione di apparecchi elettrici di riscaldamanto.

FONDAZIONE FOSSATI

Illustrare con ricerche personali e coi migliori metodi moderni di tecnica microscopica la questione dei vicendevoli rapporti delle cellule gangliari del sistema nervoso centrale.

Nessun concorrente.

FONDAZIONE CIANI

Concorso triennale.

Il miglior libro di lettura per il popolo italiano, di genere storico.

Cinque concorrenti. Venne conferito il premio di L. 1500 al prof. Raffaello Giovagnoli di Roma, per il suo libro: I racconti del Maggiore Sigismondo.

FONDAZIONE BORGOMANERI

Borsa di studio per un giovane laureato in lettere o diritto o filosofia o scienze morali o storiche in una università o istituto o scuola superiore del regno.

Sei concorrenti. Borsa di L. 2000 al prof. Ettore Rota, laureato in lettere presso la R. Università di Pavia.

FONDAZIONE VISCONTI-TENCONI

Borsa di studio per un giovane italiano, d'ingegno non comune e buona volontà, che si avvî a studi di elettricità industriale.

Cinque concorrenti. Borsa di L. 1200 a Bolzern Ugo di Milano, per seguire il corso di perfezionamento dell'Istituzione elettrotecnica Carlo Erba presso il R. Istituto Tecnico Superiore di Milano.

TEMI DEI CONCORSI A PREMI

NORME GENERALI PER I CONCORSI

eccettuati

quelli per i quali sono accennate prescrizioni speciali

Può concorrere ogni nazionale o straniero, eccetto i Membri effettivi del Reale Istituto, con memorie manoscritte e inedite in lingua italiana o francese o latina. Queste memorie dovranno essere trasmesse, franche di porto, nel termine prefisso, alla Segreteria dell'Istituto nel palazzo di Brera in Milano e, giusta le norme accademiche, saranno anonime e contraddistinte da un motto ripetuto su di una scheda suggellata, che contenga nome, cognome e domicilio dell'autore. Si raccomanda l'osservanza di queste discipline, affinchè le memorie possano essere prese in considerazione.

A evitare equivoci, i signori concorrenti sono ancora pregati di indicare con chiarezza *a quale* dei premi proposti dall'Istituto intendano concorrere.

I premi verranno conferiti nella solenne adunanza dell'anno successivo a quello di chiusura dei concorsi.

Tutti i manoscritti si conservano nell'archivio dell'Istituto, per uso di ufficio e per corredo dei proferiti giudizi, con facoltà agli autori di farne tirar copia a proprie spese.

È libero agli autori delle memorie non premiate di ritirarne la scheda entro un anno dalla aggiudicazione dei premi.

PREMI DELL' ISTITUTO

Tema pel **1914**, pubblicato il 9 gennaio 1913.

Il pensiero e l'arte degli scrittori francesi d'avanti e dopo la rivoluzione, negli scrittori italiani degli ultimi decenni del secolo XVIII e dei primi del secolo XIX.

Scadenza 1 aprile 1914, ore 15.

Premio L. 1200.

Tema pel **1915**, pubblicato l'11 gennaio 1914.

Investigare se o meno si possa presumere che il regime delle pioggie in Tripolitania e Cirenaica sia diverso oggi da quello che si verificava all' epoca romana.

Scadenza 1 aprile 1915, ore 15.

Premio L. 1200.

MEDAGLIE TRIENNALI

per il **1915**.

Il R. Istituto Lombardo, secondo l' art. 28 del suo regolamento organico, aggiudica ogni triennio due medaglie d'oro di L. 500 ciascuna, per promuovere le industrie agricola e manifatturiera: una destinata a quei cittadini italiani che abbiano concorso a far progredire l'agricoltura lombarda col mezzo di scoperte o di metodi non ancora praticati; l' altra a quelli che abbiano fatto migliorare notevolmente o introdotto, con buona riuscita, una data industria manifattrice in Lombardia.

Chi crede di poter concorrere a queste medaglie è invitato a presentare la sua istanza in bollo da cent. 60, accompagnata dagli opportuni documenti, alla segreteria dell' Istituto nel palazzo di Brera in Milano, non più tardi delle ore 15 del 31 dicembre 1915.

PREMI DI FONDAZIONE CAGNOLA

sopra temi proposti dall' Istituto.

Le memorie premiate nei concorsi di fondazione Cagnola, che devono essere presentate anonime e inedite, restano proprietà degli autori; ma essi dovranno pubblicarle entro un anno, prendendo i concerti colla segreteria dell' Istituto per il testo e i caratteri, e consegnandone alla medesima cinquanta esemplari; dopo di che soltanto potranno ricevere il numerario. Tanto l' Istituto, quanto la rappresentanza della fondazione Cagnola, si riservano il diritto di farne tirare, a loro spese, quel maggior numero di copie, di cui avessero bisogno a vantaggio della scienza.

Tema pel **1914**, pubblicato il 9 gennaio 1913.

Progressi e stato attuale della telegrafia e telefonia senza fili.

Scadenza 1 aprile 1914, ore 15.

Premio L. 2500 e una medaglia d'oro del valore di L. 500.

Tema pel **1915**, pubblicato l'8 gennaio 1914.

Innesto di organi e tessuti. Storia, valore e significato scientifico degli innesti. Applicazioni.

Il lavoro dovrà esser illustrato anche da esperienze personali.

Scadenza 1 aprile 1915, ore 15.

Premio L. 2500 e una medeglia d'oro del valore di L. 500.

PREMI DI FONDAZIONE CAGNOLA

sopra temi designati dal fondatore, pubblicati l'8 gennaio 1914.

Le memorie dei concorrenti potranno anche essere presentate non anonime, purchè non pubblicate prima della data di questo programma. Anche per questo premio si ritiene obbligato l' autore della memoria premiata a consegnare all'Istituto cinquanta esemplari e lasciarne tirare maggior numero

di copie all' Istituto e alla rappresentanza della fondazione Cagnola.

Una scoperta ben provata:

Sulla cura della pellagra, o

Sulla natura dei miasmi e contagi, o

Sulla direzione dei palloni volanti (dirigibili), o

Sui modi di impedire la contraffazione di uno scritto.

Scadenza 31 dicembre 1914, ore 15.

Premio L. 2500 e una medaglia d'oro del valore di L. 500.

PREMIO DI FONDAZIONE BRAMBILLA

Concorso per l'anno 1914.

A chi avrà inventato o introdotto in Lombardia qualche nuova macchina o qualsiasi processo industriale o altro miglioramento, da cui la popolazione ottenga un vantaggio reale e provato.

La domanda dovrà esser presentata in carta da bollo da cent. 60, coll' indirizzo del concorrente e da lui firmata.

Il premio sarà proporzionato all'importanza dei lavori che si presenteranno al concorso, e potrà raggiungere, in caso di merito eccezionale la somma di L. 4000.

Scadenza 1 aprile 1914, ore 15.

PREMI DI FONDAZIONE FOSSATI

Il concorso ai premi della fondazione Fossati è aperto a tutti gli italiani e potrà essere fatto tanto con manoscritti quanto con opere pubblicate; ma fra queste ultime saranno escluse quelle anteriori ad un quinquennio e quelle già altrimenti premiate.

I manoscritti premiati saranno restituiti all'autore, perchè ne curi a sue spese la pubblicazione; dell' opera pubblicata dovranno consegnarsi, insieme al manoscritto, tre copie al R. Istituto Lombardo, una delle quali destinata alla biblioteca dell' Ospitale Maggiore, ed una a quella del Museo civico di storia naturale; dopo di che soltanto potrà il premiato ritirare la somma assegnata al premio.

Tema pel **1914**, pubblicato l'11 gennaio 1912.

Illustrare con ricerche originali un fatto di anatomia macro o microscopica del sistema nervoso.

Scadenza 1 aprile 1914, ore 15.

Premio L. 2000.

Tema pel **1915**, pubblicato il 9 gennaio 1913.

Illustrare qualche fatto di anatomia macro o microscopica del sistema nervoso degli animali superiori.

Scadenza 1 aprile 1915, ore 15.

Premio L. 2000.

Tema pel **1916**, pubblicato l'8 gennaio 1914.

Illustrare qualche punto della fine anatomia del sistema nervoso.

Scadenza 1 aprile 1916, ore 15.

Premio L. 2000.

PREMIO DI FONDAZIONE KRAMER

La nobile signora Teresa Kramer-Berra, con suo testamento 26 marzo 1879, legava L. 4000, da conferirsi ad ogni biennio in premio a quell'ingegnere italiano, che avrà dato la migliore soluzione di un tema di scienze fisico-matematiche. A questo concorso non sono quindi ammessi che gli italiani, patentati ingegneri in Italia o fuori, esclusi i Membri effettivi e onorari dell' Istituto Lombardo.

Le memorie dovranno essere manoscritte, inedite e scritte in italiano: si spediranno franche di porto e raccomandate, nel termine prefisso dall' avviso di concorso, alla segreteria dell' Istituto Lombardo, nel palazzo di Brera, in Milano: saranno anonime e contraddistinte da un motto, ripetuto su una scheda suggellata, che contenga nome, cognome e domicilio dell' autore e la copia autentica del documento, dal quale emerge la sua qualità di ingegnere.

Della memoria premiata dovrà consegnarsi una copia, manoscritta o stampata, all'amministrazione dell'opera pia Kramer; dopo di che soltanto potrà il premiato ritirare la somma assegnata al premio.

Tema pel **1915**, pubblicato l'8 gennaio 1914.

Contributo allo studio della resistenza delle dighe di ritegno de' serbatoi artificiali, con speciale riguardo alle dighe di scogliera provviste di maschera o di diaframma impermeabile.

Scadenza 31 dicembre 1914, ore 15.

Premio L. 4000.

PREMIO DI FONDAZIONE SECCO-COMNENO

La memoria premiata rimane proprietà dell'autore; ma egli dovrà pubblicarla entro un anno dall' aggiudicazione, consegnandone otto copie all' amministrazione dell' Ospedale Maggiore di Milano, e una all' Istituto, per il riscontro col manoscritto: dopo di che soltanto potrà conseguire il premio.

Tema pel **1915**, pubblicato il 12 gennaio 1911.

Sull' indacanuria.

Scadenza 1 aprile 1915, ore 15.

Premio L. 864.

PREMIO DI FONDAZIONE PIZZAMIGLIO

Può concorrere ogni italiano con memorie manoscritte e inedite.

La memoria premiata rimarrà proprietà dell' autore; ma egli dovrà pubblicarla entro un anno insieme col rapporto della Commissione esaminatrice e presentare una copia al R. Istituto; dopo di che soltanto potrà conseguire la somma assegnata per premio.

Tema pel **1915**, pubblicato l'8 gennaio 1914.

Riforme legislative desiderabili nell'ordinamento della proprietà fondiaria urbana.

Scadenza 31 dicembre 1915, ore 15.

Premio L. 1500.

PREMI DI FONDAZIONE CIANI

La fondazione letteraria dei fratelli Giacomo e Filippo Ciani, istituita nel 1871 dal dott. Antonio Gabrini, assegnava per via di concorso due premi: il primo *straordinario di un titolo di rendita italiana 5 °/₀ di L. 500* (ora convertito in un titolo di rendita italiana 3.50 °/₀ di L. 350) a un *Libro di lettura per il popolo italiano*, originale, non ancora pubblicato per le stampe, di merito eminente e tale, che possa diventare un libro famigliare del popolo stesso; l' altro *triennale di L. 1500* a un *Libro di lettura stampato e pubblicato nei periodi sotto indicati*, che possa formare parte di una serie di libri di lettura popolare, amena e istruttiva.

Per il primo di questi premi, cioè per lo straordinario assegno del titolo di rendita italiana già 5 °/₀ di L. 500 annue ed ora di L. 350 annue di rendita 3.50 °/₀, all' autore di un

LIBRO DI LETTURA PER IL POPOLO ITALIANO,

si riapre il concorso, alle seguenti condizioni:

L' opera dovrà:

Essere originale, non ancora pubblicata per le stampe, e scritta in buona forma letteraria, facile e attraente, in modo che possa diventare il libro famigliare del popolo;

Essere eminentemente educativa e letteraria, e avere per base le eterne leggi della morale e le liberali istituzioni, senza appoggiarsi a dogmi o a forme speciali di governo, restando escluse dal concorso le raccolte di frammenti scelti, le antologie, ecc., che tolgono al lavoro il carattere di un libro originale; essere preceduta, per la necessaria unità del concetto, da uno *scritto dichiarativo*, in forma di proemio, che riassuma il pensiero dell' autore, i criteri che gli furono di guida e l' intento educativo ch' egli ebbe nello scriverla;

Essere di giusta mole; esclusi quindi dal concorso i semplici opuscoli e le opere di parecchi volumi.

Possono concorrere italiani e stranieri di qualunque nazione, purchè il lavoro sia in buona lingua italiana e adatta all' intelligenza del popolo. I Membri effettivi e onorari del R. Istituto Lombardo non sono ammessi al concorso.

I manoscritti dovranno essere di facile lettura e i concorrenti avranno cura di ritirarne la ricevuta dall' ufficio di segreteria o direttamente o per mezzo di persona da essi incaricata.

Il tempo utile alla presentazione dei manoscritti sarà fino alle ore 15 del 30 dicembre 1916 e l'aggiudicazione del premio si farà nell' anno successivo.

Un mese dopo pubblicati i giudizi sul concorso, il manoscritto sarà restituito alla persona che ne porgerà la ricevuta rilasciata dalla segreteria all' atto della presentazione.

Il *certificato di rendita perpetua già di lire cinquecento 5 %/0 ed ora di lire trecentocinquanta 3.50 %/0*, sarà consegnato al vincitore del concorso, quando la pubblicazione dell'opera sia accertata.

Concorso triennale per gli anni 1915, 1918 e 1921.

Il miglior libro di lettura per il popolo italiano, *di genere narrativo drammatico*, pubblicato dal 1° gennaio 1907 al 31 dicembre 1915. Premio L. 1500.

Il miglior libro come sopra, *di genere scientifico, con preferenza alle scienze morali ed educative*, pubblicato dal 1° gennaio 1910 al 31 dicembre 1918. Premio L. 1500.

Il miglior libro come sopra, *di genere storico*, pubblicato dal 1° gennaio 1913 al 31 dicembre 1921. Premio L. 1500.

L' opera dovrà essere di giusta mole e avere per base le eterne leggi della morale e le liberali istituzioni, senza appoggiarsi a dogmi o a forme speciali di governo.

L'autore avrà di mira non solo che il concetto dell' opera sia di preferenza educativo, ma che l' espressione altresì ne sia sempre facile e attraente; cosicchè essa possa formar parte d' una serie di buoni libri di lettura famigliari al popolo.

Possono concorrere autori italiani e stranieri, di qualunque nazione, purchè il lavoro pubblicato per le stampe sia in buona lingua italiana e in forma chiara ed efficace.

I Membri effettivi e onorari del R. Istituto Lombardo non sono ammessi a concorrere.

L' opera dev' essere originale, non premiata in altri concorsi, nè essere stata pubblicata innanzi al novennio assegnato come termine al concorso.

Gli autori dovranno, all'atto della pubblicazione dell'opera, presentarne due esemplari alla segreteria del R. Istituto Lombardo di scienze e lettere, nel palazzo di Brera, in Milano, unendovi una dichiarazione firmata dall' editore, del tempo in cui l'opera venne pubblicata. Sarà loro rilasciata una ricevuta d' ufficio del deposito fatto, all' intento di stabilire il tempo utile della pubblicazione, giusta il programma.

Le opere anonime o pseudonime dovranno essere contraddistinte da un motto, ripetuto su una scheda suggellata, la quale contenga il nome, cognome e domicilio dell'autore: questa scheda non sarà aperta, se non quando sia all' autore aggiudicato il premio.

Le opere presentate si conserveranno nella libreria dell' Istituto per corredo dei proferiti giudizi.

L'Istituto, nel caso che non venga presentata alcuna opera che sia riconosciuta degna del premio, si riserva la facoltà di premiare anche opere pubblicate nei periodi come sopra indicati e che rispondono alle altre condizioni del programma, sebbene non presentate al concorso.

PREMIO TRIENNALE DI FONDAZIONE ZANETTI

Tema pel **1916**, pubblicato l'8 gennaio 1914.

Un premio di italiane lire 1000 (mille) da conferirsi a concorso libero di quesito a quello fra i farmacisti italiani che *raggiungerà un intento qualunque che venga giudicato utile al progresso della farmacia e della chimica medica.*

Tempo utile a presentare le memorie fino alle ore 15 del giorno 1 aprile 1916.

Il concorso ai premi della fondazione Zanetti è aperto a tutti gli italiani e potrà essere fatto tanto con manoscritti quanto con opere pubblicate; ma fra queste ultime saranno escluse quelle anteriori di un triennio e quelle già altrimenti premiate.

PREMIO DELLA FONDAZIONE CONTARDO FERRINI

Il Comitato per onoranze al compianto prof. **Contardo Ferrini** costituito in Milano, deliberava di destinare i fondi raccolti dalla pubblica sottoscrizione a una fondazione al nome di Contardo Ferrini, collo scopo di conferire una medaglia periodica all'autore italiano di un lavoro in tema di esegesi delle fonti del diritto romano, a seconda delle norme proposte dal R. Istituto Lombardo di scienze e lettere, e cioè:

Le memorie dovranno essere scritte a mano o a macchina, inedite, in italiano o latino; e si spediranno franche di porto e raccomandate, nel termine fissato dall' avviso di concorso, alla Segreteria del R. Istituto Lombardo, nel palazzo di Brera,

in Milano. Esse saranno anonime, contraddistinte da un motto, ripetuto su una scheda suggellata, che contenga nome, cognome e domicilio dell' autore e il documento autentico che provi che egli è italiano.

Qualora l'autore faccia stampare la memoria premiata, dovrà premettervi il giudizio della Commissione esaminatrice e consegnarne un esemplare per la biblioteca dell' Istituto Lombardo.

Tema pel **1914**, pubblicato il 13 gennaio 1910.

Il regime delle acque nel diritto classico e nel diritto giustinianeo.

Scadenza 31 dicembre 1914, ore 15.

Premio — Medaglia d' oro del valore di L. 500.

PREMIO DELLA FOND. Avv. GASPARE BORGOMANERI

La signora Michelina Mazzucchelli ved. Borgomaneri, con suo testamento olografo 1 luglio 1905, legava L. 40,000 al R. Istituto Lombardo di scienze e lettere, perchè i frutti di 3 in 3 semestri vengano assegnati a un italiano, vincitore di un premio in un concorso proposto dalla Classe di lettere e scienze morali e storiche, esclusi i MM. EE. dell'Istituto Lombardo, oppure come borsa di studio a un giovane laureato in lettere o diritto o filosofia o scienze morali o storiche in un' Università o Istituto o Scuola superiore del regno.

Le memorie del concorso a premi dovranno essere in lingua italiana, inedite, e si spediranno franche di porto nel termine prefisso dall' avviso di concorso alla Segreteria del R. Istituto Lombardo, nel palazzo di Brera, in Milano. Saranno anonime e contraddistinte da un motto ripetuto su di una scheda suggellata, che contenga nome, cognome e domicilio dell'autore e la prova della sua qualità di nazionale.

Alla borsa di studio può concorrere ogni giovane, che provi, con documenti autentici, la sua qualità di nazionale, la sua età e abbia ottenuto un diploma di laurea in lettere o diritto o filosofia o scienze morali o storiche in un'Università o Istituto o Scuola superiore del regno; dovrà dichiarare il concorrente dove e come intende continuare gli studi di perfezionamento pei quali aspira alla borsa.

Il vincitore della borsa poi, entro il biennio dell' ottenuto sussidio, presenterà una relazione documentata degli studi di perfezionamento ai quali attese.

Tema pel **1916**, pubblicato l'8 gennaio 1914.

Fare uno studio storico sulle organizzazioni della classe lavoratrice in Italia dopo il 1860.
Scadenza 1 aprile 1916 ore 15.
Premio L. 2000.

PREMIO DELLA FONDAZIONE TULLO MASSARANI

Il senatore Tullo Massarani, già membro effettivo del R. Istituto Lombardo di scienze e lettere, con suo testamento 20 novembre 1900, legava all'Istituto stesso l'annua rendita di lire 1000 del Debito pubblico per un premio biennale a un lavoro in cui si svolgerà alternativamente, a dettame dell'Istituto medesimo, un tema di critica e di storia letteraria, ovvero un tema di critica e di storia dell'arte.

Le memorie del concorso a premio dovranno essere in lingua italiana, inedite, e si spediranno, franche di porto nel termine prefisso dall'avviso di concorso, alla Segreteria del R. Istituto Lombardo, nel palazzo di Brera, in Milano; saranno anonime e contraddistinte da un motto ripetuto su di una scheda suggellata, che contenga nome, cognome e domicilio dell'autore e la prova della sua qualità di nazionale.

Tema pel **1915**, pubblicato l'8 gennaio 1914.

Sulla teoria della somiglianza nei ritratti.
Ricerca storico-critica.
Scadenza 31 dicembre 1915, ore 15.
Premio L. 2000.

BORSA DI STUDIO
DELLA FONDAZIONE AMALIA VISCONTI TENCONI

La signora Amalia Visconti ved. Tenconi, con suo testamento 21 febbraio 1908, legava L. 40.000 al R. Istituto Lombardo di scienze e lettere perchè, depurate dalla tassa di successione, venissero impiegate in un certificato di rendita del Debito pubblico da erogarsi per *una borsa di studio da conferirsi ogni anno a un giovane di nazionalità italiana, di scarsa fortuna e che,*

avendo già dato prova d' ingegno non comune, di rettitudine e buona volontà, si avvi agli studi in materia di elettricità industriale, prevalentemente per perfezionamento all' estero.

La borsa sarà di L. 1200.

Le istanze degli aspiranti saranno presentate alla Segreteria del R. Istituto Lombardo di scienze e lettere, Milano, palazzo di Brera, per il 1 aprile 1914, ore 15.

Esse saranno accompagnate:

a) da un certificato o attestato di notorietà pubblica, rilasciato dal sindaco del luogo del domicilio a sensi dell'art. 103 della vigente legge comunale e provinciale, nel quale sia dichiarato che la famiglia e il concorrente sono di scarsa fortuna e quest' ultimo è di buona condotta;

b) dai certificati scolastici rilasciati da Istituti italiani di grado superiore provanti che il concorrente sia d' ingegno non comune, di buona volontà e si sia avviato agli studi in materia d' elettricità industriale e dalla designazione da parte del concorrente dell' Istituto scientifico presso il quale intende perfezionarsi.

La proclamazione dell' esito del concorso verrà fatta nella seduta solenne successiva alla scadenza del concorso.

Il pagamento sarà fatto alla Cassa del R. Istituto Lombardo o direttamente a colui al quale fu aggiudicata la borsa o al suo legale rappresentante s' egli fosse in minor età.

Trascorso l'anno il vincitore della borsa dovrà trasmettere all' Istituto Lombardo la prova degli studi fatti, documentata con una dichiarazione del direttore dell'Istituto presso il quale li ha compiti.

PREMIO DELLA FONDAZIONE ERNESTO DE ANGELI

Il Comitato per onoranze al compianto senatore **Ernesto De Angeli,** costituitosi in Milano, deliberava di destinare i fondi raccolti dalla pubblica sottoscrizione a una fondazione al nome di Ernesto De Angeli. Il Comitato stesso destinava la rendita di detta fondazione all' assegnamento di un premio triennale perpetuo per: Invenzioni, studi e disposizioni aventi per iscopo la sicurezza e l' igiene degli operai nelle industrie, nella misura e a seconda delle norme proposte dal R. Istituto Lombardo di scienze e lettere. La fondazione Ernesto De Angeli essendo

stata eretta in Ente Morale con decreto 23 febbraio 1911, il R. Istituto Lombardo ha aperto il primo concorso.

I concorrenti dovranno presentare domanda di ammissione al concorso alla Presidenza dell'Istituto Lombardo di scienze e lettere, Milano, palazzo Brera, via Brera, n. 26, corredata da tutti quei documenti e quelle indicazioni che valgano a fornire gli elementi necessari per un sicuro giudizio di merito.

I lavori presentati al concorso non potranno aver data anteriore a più di un triennio da quella della scadenza del concorso stesso, e dovranno essere scritti in lingua italiana o francese o inglese o tedesca.

Potranno concorrere italiani e stranieri, esclusi i **MM. EE.** del R. Istituto Lombardo. I concorrenti stranieri però dovranno mettere il R. Istituto Lombardo di scienze e lettere in grado di conoscere esattameute quanto presentano al concorso, senza che siano necessari sopraluoghi all' estero.

È concessa facoltà al concorrente di mantenere segreto il proprio nome presentando il lavoro contrassegnato con un motto di riconoscimento e una busta suggellata contenente il nome, cognome e domicilio da aprirsi nel solo caso che vincesse il premio.

Gli studi, gli apparecchi, le disposizioni, restano di completa proprietà del concorrente, ma il R. Istituto Lombardo avrà facoltà di divulgare a mezzo di pubblicazioni la conoscenza di quel lavoro che avrà ottenuto il premio.

Il premio non potrà mai essere suddiviso fra diversi concorrenti.

Scadenza del concorso 30 giugno 1914, alle ore 15
Premio L. 5000.

RENDICONTO DEI LAVORI

DELLA

CLASSE DI LETTERE E SCIENZE MORALI E STORICHE

nel 1913

letto dal M. E. Prof. GIUSEPPE ZUCCANTE

SEGRETARIO DELLA CLASSE

nell' adunanza solenne dell' 8 gennaio 1914

Altezza Reale, Signore e Signori,

Insieme a quella funzione generale per cui l' Istituto Lombardo è sempre, a dir così, in contatto col paese e coi tempi e, per mezzo dei concorsi a premi da esso banditi e giudicati, favorisce, promove ed eccita ogni cospicua attività che si riveli nel campo delle lettere, delle scienze e delle loro applicazioni — funzione nobilissima che gli assegna un alto posto fra le consorelle Accademie d' Italia e rende veramente insigni le sue benemerenze verso la cultura superiore — un' altra funzione esso compie, non meno utile, per quanto in apparenza più modesta, perchè tutta raccolta nel chiuso delle sue mura, nel silenzio e nella pace della sua vita interiore: intendo dire il vario contributo che al progresso del sapere recano con un lavoro personale assiduo, ciascuno nella sfera delle proprie competenze, i suoi membri e i suoi soci, nonchè gli altri egregi che l' Istituto accoglie ospitalmente nel suo seno; donde quella serie di note, di discussioni, di ricerche, che si leggono nei suoi *Rendiconti* e nelle sue *Memorie*, e che fanno apprezzare e rispettare altamente l' Accademia nostra anche fuori d' Italia.

Di tal contributo, per la parte che mi riguarda della Classe di lettere e scienze morali e storiche, la quale mi onoro di rappresentare, mi è grato oggi, in questa solenne inaugurazione del nuovo anno accademico, render qui conto; lieto che da questa specie di bilancio, da questo sguardo fuggevole al lavoro compiuto nell'anno testè decorso, sia dato trarre argomento di compiacenza e conforto.

Nei campi più svariati s'è esercitata l'attività della Classe.

Ed ecco anzitutto un buon gruppo di note che s'aggirano nell'ambito delle scienze politiche, sociali ed economiche, dovute ai membri effettivi prof. Livio Minguzzi e avv. Bassano Gabba, al socio corrispondente prof. Alessandro Groppali, all'avv. prof. Arnaldo Agnelli.

Il prof. Minguzzi discorre in una prima nota della " *Eleggibilità femminile alle assemblee amministrative e politiche* ", e osserva dapprima che il tema può sembrare prematuro, essendo stato pur testè solennemente sconfitto in Inghilterra e in Italia il semplice elettorato proposto per la donna. Egli sostiene però che anche senza l'elettorato l'eleggibilità potrebbe essere concessa alle donne, poichè, mentre quello si estenderebbe a tutte o a buona parte di esse, questa verrebbe riservata a poche e sarebbe il risultato d'una scelta ben ponderata; nessuno potendo negare che si trovino donne dotate d'ingegno e dottrina eccezionale, capaci d'intendere e risolvere, al pari e più di molti uomini, questioni concernenti la vita nazionale. Ma una tesi soprattutto crede di poter sostenere l'autore, che cioè, quando l'elettorato sia concesso alla donna, anche la eleggibilità le sarà concessa come conseguenza necessaria, per quanto non immediata; e illustrata a lungo questa tesi con considerazioni d'opportunità e di convenienza, si ferma poi su alcuni dati di legislazione comparata, mostrando come già in alcuni Stati l'eleggibilità femminile abbia tenuto dietro all'elettorato, e concludendo che adunque il problema del femminismo è tutto e potenzialmente racchiuso nel voto concesso alla donna.

In una seconda nota che ha per titolo " *La elezione presidenziale in Francia* " lo stesso prof. Minguzzi, prendendo

occasione dalla elezione testè avvenuta di Raimondo Poincaré, l'ex presidente del consiglio dei ministri, a presidente della Repubblica, espone alcune considerazioni intorno all'istituzione del capo di Stato elettivo; e rilevato il fatto del grande interessamento che ha preso questa volta alla cosa il popolo francese, e mostrata la profonda differenza tra il presidente della vicina Repubblica e quello degli Stati Uniti, si ferma sulle due concezioni di questo ufficio: quella di un presidente che esercita un' azione personale effettiva partecipando con grande attività alla intera vita dello Stato, e quella di un presidente che limita allo stretto necessario la propria autorità, vale a dire alla parte formale di incarnare quasi materialmente la Repubblica. Dimostra che la maggior parte dei poteri assegnati dalle leggi francesi al presidente spetta effettivamente al Ministero; che però il presidente può avere un' azione sul Ministero ed esercitare alcune speciali facoltà. Tali facoltà non sono sostanzialmente diverse dai poteri che ha un sovrano negli stati costituzionali: al qual proposito l' autore ricorda e propugna la teoria di Guglielmo Gladstone, che l'azione del sovrano non possa esplicarsi nella forma d' un ordine e d' un' imposizione, ma in quella più semplice e famigliare d' un' influenza morale mediante osservazioni e consigli. La nota si chiude colla considerazione che la preferenza per la forma monarchica o per la forma repubblicana non possa essere determinata che dalle circostanze di fatto dei varii paesi, e con l' augurio che l' opera del nuovo capo di Stato in Francia sia davvero efficace, ma per la prosperità all' interno e per la pace cogli altri Stati. (*Adunanze del 16 gennaio e del 13 febbraio*).

" *Venticinque anni di azione e di legislazione cattolica sociale nel Belgio* " prende ad argomento d' una sua lettura l'avv. Bassano Gabba. Ricordata la propaganda delle opere e conferenze di S. Vincenzo di Paola nel Belgio da tre quarti di secolo in qua, nota egli come dalle medesime fosse partita anche la iniziativa delle riforme sociali, specialmente per l' azione della lega democratica di Liegi, a cui si associò pure l' episcopato belga, assecondato da tutte le autorità ecclesiastiche locali. Varii gli atti e le beneme-

renze della lega suddetta. L'autore si ferma soprattutto sui suoi tentativi d'influire sul potere legislativo ed enumera le leggi votate poi sotto tale influenza dal Parlamento belga; espone un suo giudizio sull'azione della Chiesa nel campo sociale, ricordando a tal uopo brevemente l'opera di Leone XIII e il movimento che fu da essa determinato. (*Adunanza del 4 dicembre*).

" *Il principio dell'eguaglianza sociale iniziale e il solidarismo* " illustra in una sua comunicazione il prof. Groppali. La forma di eguaglianza a cui mira la dottrına del solidarismo non è l'eguaglianza livellatrice, propugnata da altre dottrine ormai superate: il solidarismo vuole gli uomini eguali nel punto di partenza, non nelle mete d'arrivo; il suo ideale è quello d'una società che offra a tutti i suoi membri eguali circostanze favorevoli al loro ingresso nella vita. Assicurando a tutti un *minimum* di condizioni necessarie a mettere in valore le capacità avute da natura, si favorisce la selezione dei migliori, si agevola lo sviluppo di quelle provvide disuguaglianze naturali che ora vanno perdute, e che invece dovrebbero convertirsi in un aumento di valori sociali. Così inteso, il principio dell'eguaglianza sociale iniziale si può considerare come un'idea forza di grande importanza; di cui infatti il Groppali studia le principali manifestazioni nel campo del diritto privato, in quello del diritto pubblico e della legislazione.

" *Il solidarismo e i principî del diritto nuovo* " studia in una seconda comunicazione lo stesso prof. Groppali. In contrapposto ai principî sui quali, come su basi granitiche, riposa il diritto civile attuale, e cioè la libertà individuale, l'inviolabilità del diritto di proprietà, il contratto, la responsabilità individuale per colpa, altri principî presenta il solidarismo come sintomi e come germi di nuove orientazioni giuridiche, vale a dire il principio dell'assistenza sociale, quello dell'abuso del diritto, quello delle convenzioni collettive, quello della responsabilità obbiettiva senza colpa. Così alla concezione atomistica, a cui si ispira il codice napoleonico, sul cui stampo si sono modellati i codici delle principali nazioni civili, viene a poco a poco sostituendosi una concezione più profonda, in base alla quale gli indi-

vidui, lungi dall' essere considerati come atomi moventisi in una specie di vuoto sociale, si concepiscono come ruote di un complicato ingranaggio, come cellule di un complesso organismo, la vita del quale risulta e dipende dalla vita degli elementi che lo costituiscono. (*Adunanze del 27 marzo e dell' 8 maggio*).

" *Il materialismo storico e il risorgimento italiano* " è il titolo d' una lettura dell' avv. Agnelli. Sottoponendo a critica rigorosa la concezione comunemente accettata, per cui il risorgimento italiano sarebbe esclusivamente la conseguenza di aspirazioni di carattere politico, di una grande tradizione letteraria ed artistica, di una propaganda d' idee, l' avv. Agnelli svolge largamente la tesi dell' importanza capitale che nella formazione dell' unità e nella conquista dell' indipendenza e della libertà nel nostro paese, avrebbe avuto invece il fattore economico. Ricorda a tal uopo le applicazioni che dello stesso metodo d' interpretazione dei fatti si fecero ad altri periodi storici, e insiste sull' utilità di esso, specialmente quando i fatti, a certa distanza di tempo, possono essere esaminati non solo sparsamente, a frammenti, ma nella loro sintesi e nelle loro più vaste e remote conseguenze.

Posta così e risolta la questione di principio, lo stesso avv. Agnelli in una seconda lettura sull' " *Indipendenza italiana sotto l' aspetto economico* " esamina quali ragioni d' indole strettamente economica concoressero a rendere urgente e improrogabile in Italia appunto il problema dell' indipedenza. Premesse alcune considerazioni d' indole generale sulla teoria della nazionalità e sui diversi fattori che concorrono a formare la nazione e a risvegliare la coscienza nazionale, egli studia in particolare le condizioni del Lombardo-Veneto rispetto all'Austria, e segnatamente i rapporti finanziari, la politica economica, la politica sociale dell' Austria, dimostrando con gran copia di dati, attinti alle fonti del tempo, come la enorme sperequazione tributaria fra il Lombardo-Veneto e le altre provincie dell' Impero, il sistema proibitivo nelle dogane, la metodica avversione verso le classi medie produttrici, fossero la naturale conseguenza economica della soggezione allo straniero e rendessero ine-

vitabile l'acuirsi e il prorompere del sentimento e del movimento nazionale. (*Adunanze del 13 febbraio e del 3 luglio*).

Ad argomenti di natura strettamente giuridica sono volte le note del socio corrispondente prof. Pietro Bonfante e del prof. Emilio Albertario.

Il " *Ius prohibendi nel condominio* " tratta in una prima nota il prof. Bonfante. Egli intende dimostrare che, in riguardo al godimento della cosa comune cioè alla disposizione materiale di essa, il regime classico del condominio romano accordava a ciascun condomino libertà di procedere a qualunque costruzione e innovazione, finchè l'altro condomino o un altro condomino non opponesse la sua *prohibitio*, secondo il regime parallelo del diritto pubblico nella sovranità collegiale — la quale *prohibitio* era garantita contro il recalcitrante dall' esperimento dell' interdetto *quod vi* – ; mentre l'uso normale della cosa si sottraeva alla *prohibitio*, in quanto non poteva cadere sotto l'interdetto *quod vi*, ed era invece tutelato dall' interdetto *uti possidetis*. In quella vece nel diritto giustinianeo il condomino non può agire sulla cosa senza il consenso espresso degli altri condomini, e i rapporti tra condomini sono concepiti come nascenti da un' obbligazione quasi *ex contractu*, la cui tutela è ordinata con l' *actio comuni dividundo*.

Del " *Ius adcrescendi nel condominio* " discorre in una seconda nota lo stesso prof. Bonfante. Il *ius adcrescendi* nel condominio implica in generale nel diritto romano che, quando alcuno tra vari titolari di diritti non possa o non voglia acquistare, cioè quando rinunci o sia incapace, l'altro subentri in sua vece. Ora il Bonfante sostiene che il *ius adcrescendi* è stato abolito dai compilatori giustinianei e dimostra interpolata la L. 3 D. 41, 7 di Modestino e la L. 7 § 3, 40, 12 di Ulpiano. (*Adunanze del 29 maggio e del 26 giugno*).

" *Responsabilità post annum e responsabilità degli eredi nell' interdictum unde vi* " è il titolo d' una prima lettura del prof. Albertario. Sostiene l' Albertario che la responsabilità per l' arricchimento e nei limiti dell'arricchimento o, secondo l' espressione testuale delle fonti, nella misura dell' *id quod pervenit*, sia di fronte al diritto classico una nuova

spiccata tendenza del diritto giustinianeo, le cui esplicazioni è possibile trovare in numerosi ed estesissimi campi. Nel campo dell' *interdictum unde vi* si limita egli qui a dimostrare la sua tesi. Secondo lui, l' *actio in factum* concessa contro lo spogliatore, trascorso l'anno, e, sempre, contro i suoi eredi, conseguiva nel diritto romano genuino lo stesso scopo ottenuto coll' *interdictum*, cioè la restituzione della cosa: fu Giustiniano che restrinse la responsabilità, stabilendo che nell' *actio in factum* lo spogliatore e i suoi eredi fossero tenuti responsabili soltanto nella misura del loro arricchimento. E ciò l'autore cerca di provare mediante il confronto di testi non alterati dai compilatori di Giustiniano e mediante l'esegesi di quelli che furono alterati.

La medesima tesi si propone di mostrare l' Albertario in un altro campo, l' *actio tributaria* e l' *actio de peculio*, con una seconda nota che ha appunto per titolo " *Responsabilità fino al limite dell' arricchimento nell' actio tributaria e nell' actio de peculio* ". La nota è essenzialmente esegetica, e si limita pertanto all' esame dei testi, omettendo di riferire, salvo qualche indispensabile accenno, lo stato della dottrina. Risulta da tale esame che, ogni qualvolta nel campo dell'*actio tributaria* o in quello dell' *actio de peculio* s' incontra una responsabilità o ridotta al limite dell' arricchimento o fatta sorgere entro questo limite, essa può attribuirsi ai compilatori di Giustiniano; sicchè anche per questa parte la nuova tendenza del diritto giustinianeo resta provata.

E pur nel campo delle azioni pretorie, concesse in luogo delle azioni penali contro l' erede, trova l' Albertario conferma della sua tesi in una terza nota " *Responsabilità fino al limite dell' arricchimento nelle azioni pretorie concesse in luogo delle azioni penali contro l' erede* ". Le azioni penali non erano nel diritto romano trasmissibili contro l' erede; per ovviare agli inconvenienti pratici nascenti dalla rigidità di questo principio il pretore sancì un' apposita *actio in factum* contro l' erede, non penale, in alcuni casi gravi: *dolo, violenza, deposito necessario.* L' *actio in factum* pretoria, come dimostra la non alterata L. 1, § 1 D. 16, 3, era diretta al *simplum.* Giustiniano altera anche a questo riguardo i testi. Egli, dopo aver reso trasmissibili le azioni penali

contro l' erede sino a concorrenza del suo arricchimento, interpola questa speciale e limitata misura di responsabilità anche in quelle *azioni pretorie* che sostituivano nell' epoca classica le non trasmissibili azioni penali. Sicchè esse nell'epoca giustinianea non sono più dirette al conseguimento del *simplum*, ma invece soltanto al conseguimento del *lucrum*. Ciò risulta chiaro dal confronto fra i testi relativi all' *actio doli* e all' *actio quod metus causa* col testo, non alterato, relativo al deposito necessario (L. 1 § 1 D. 16,3); ciò risulta anche dal particolare studio dei testi che accennano alla responsabilità dell' erede, in quei casi, sino a concorrenza del suo arricchimento, e che presentano tutti evidenti tracce di alterazione.

E in due ultime note " *Responsabilità del pupillo fino al limite del suo arricchimento per il dolo del tutore* ", " *Responbabilità del pupillo derivante del suo arricchimento per gli atti compiuti senza l' autoritas tutoris* " l' Albertario ribadisce con altre prove e in altri campi la sua tesi. Il tema della prima nota è stato recentemente studiato dallo Schultz e dal Solazzi; ma nè l' uno nè l' altro giunse al risultato a cui conduce inevitabilmente l' esame dei testi. Dall' esame dei testi, spogliati delle alterazioni introdottevi dai compilatori di Giustiniano, risulta che il diritto romano più antico decideva assolutamente che il dolo del tutore non potesse in alcun modo nuocere al pupillo; è la dottrina di Cassio e di Sabino. Anche il diritto romano più recente negava che il dolo del tutore potesse nuocere al pupillo; solo in un caso riconosceva che il pupillo dovesse rispondere del dolo del tutore, quando il regresso contro costui fosse assicurato: tale è l' insegnamento di Pomponio, a cui s' accosta Ulpiano. L' insegnamento dei compilatori di Giustiniano è ben diverso. Essi non si curano di vedere se il pupillo abbia il regresso assicurato o no; se il tutore sia o non sia solvibile. Ai compilatori di Giustiniano punto di partenza per fissare la responsabilità del pupillo è il suo arricchimento; la misura della sua responsabilità è posta dentro i confini dell' arricchimento medesimo; l' insegnamento del diritto classico è così rovesciato.

Quanto al tema dell' altra nota, confessa l' Albertario

di trovarsi in un campo in cui l' indagine è più che mai delicata. C' è un caso, un solo caso, in cui già il diritto classico ammetteva la responsabilità del pupillo, cagionata dal suo arricchimento, quando egli avesse senza l'*auctoritas tutoris* commesso atti per i quali essa era richiesta. La fonte più importante in proposito è Gaio (2.84). Ma vi ha, nelle fonti nostre, una serie di testi in cui si ammette, anche per altri casi, la responsabilità del pupillo cagionata dal suo arricchimento, e in cui essa è fatta risalire all' attività innovatrice di Antonino Pio. L' Albertario però crede che ci troviamo qui dinanzi ad una grave vasta falsificazione, e con un esame minuto dei testi s' industria a provarlo. Sono innovazioni giustinianee quelle che sono attribuite all'imperatore Antonino Pio. Il diritto classico, in generale, dichiara nulla l' obbligazione contratta dal pupillo non assistito dall'*auctoritas tutoris,* e non contempla la sua responsabilità nei limiti dell'arricchimento: Giustiniano rompe le rigide barriere del diritto classico e riconosce invece che, se il pupillo si è arricchito, è obbligato, e obbligato nei precisi limiti del suo arricchimento. Questa responsabilità del pupillo s'infiltra così in tutti i casi di *mutuae obligationes*, cioè nel *mutuo*, nel *commodato*, nel *deposito*, nella *compravendita*, nella *negotiorum gestio*. Anche in questo campo pertanto trova l' Albertario la dimostrazione della sua tesi, che la responsabilità incardinata nell'arricchimento è una tendenza fiorente della legislazione giustinianea. (*Adunanze del 13 e 27 marzo, dell' 8 maggio e del 12 giugno, del 3 luglio*).

Alla vetusta storia, storia di popoli o di costumi e leggende, o di sette e dottrine filosofiche, appartengono le letture dei soci corrispondenti prof. Giovanni Oberziner e prof. Carlo Pascal, del dott. A. M. Pizzagalli, del prof. Cesare Travaglio.

Su " *I popoli del mare delle iscrizioni geroglifiche e l' Italia* " discorre il prof. Oberziner. La nostra attenzione, osserva l' autore, è richiamata a quei monumenti egiziani in cui si fa parola di popoli del mare, e che rappresentano, in una serie di quadri figurati, la loro lotta coi Faraoni. Alcuni dotti ritengono italici questi popoli; però, poichè

discordi sono le opinioni in proposito, occorre esaminare con cura questo particolare, evidentemente di grande interesse per noi. Il risultato di tal esame è che quei popoli vanno ricercati tutti in Italia: i *Sardana* corrispondono ai Sardi, i *Šakaruša* o *Šakalša* o *Šekelšă* ai Sicani o Siculi, i *Turša* agli Etruschi, i *Leku* o *Leka* ai Liguri, i *Danauna* o *Da-no-na* ai Dauni, gli *Auašaša* o *Vašaša* agli Ausoni. Dati toponomastici, archeologici, storici e cronologici stanno a convalidare le conclusioni dell'importante memoria. *(Adunanza del 24 aprile).*

"*Una superstizione antica*" studia il prof. Pascal. Nella descrizione dei funerali di Miseno Vergilio narra della grande pira elevata per la cremazione del corpo: alcuni si appressano all'ingente feretro e tengono sotto di esso la torcia accesa, voltando la faccia dall'altra parte.

> ... Pars ingenti subiere feretro
> Triste ministerium, et subiectam more parentum
> Aversi tenuere facem.

Gli interpreti intendono come un'espressione di dolore quel voltare dall'altra parte la faccia. Ma Vergilio stesso dice che tutta la sacra operazione è conforme ad un rito antico, *more parentum.* E infatti nelle cerimonie sacre di carattere funerario, come risulta da passi di scrittori greci e romani, troviamo data al sacrificante o al supplicante la prescrizione di non voltarsi indietro a riguardare. Il guardare a lungo una persona o una cosa è espressione d'interessamento, di desiderio o di rimpianto; non si doveva dunque, voltandosi indietro, riguardare tutto ciò che spettasse alla morte; il farlo era di cattivo augurio, perchè era quasi un invocare gli dei inferi o desiderarli. Con questa superstizione connette il prof. Pascal la leggenda di Orfeo, nella forma che ebbe all'epoca alessandrina. Orfeo avea ottenuto in grazia di condur seco dall'Ade Euridice, a patto però che non si voltasse indietro a riguardare verso il regno dei morti. La primitiva leggenda era molto più semplice. Orfeo era un dio ctonio ed Euridice, "la giustiziera dall'ampio dominio", una delle forme della

divinità femminile dell' Ade. L' elemento passionale dell' amore infelice e della triste sorte che divise in eterno i due amanti, fu aggiunto molto dopo, nell' ultimo svolgimento del mito; la fantasia poetica usufruì allora quel particolare del rituale mistico, di non voltarsi indietro a riguardare le cose dell' Ade. (*Adunanza del 30 giugno*).

« *Sulla setta degli Svabhāvavādinah* » c' intrattiene il dott. Pizzagalli. La storia di questa setta è generalmente connessa a quella del Buddismo, della mitologia del quale essa avrebbe data una spiegazione materialistisca. Ma già fin dal 1907, raccogliendo alcuni dati sui materialisti indiani in una sua memoria, aveva il Pizzagalli fatto l'ipotesi che gli *Svabhāvavādinah* fossero una setta distinta tanto dai *Carvākāh* e *Lokāyatikāh*, quanto dai Buddisti, setta sorta nel periodo post-epico. Nella presente nota ribadisce le conclusioni accennate allora: questa setta deve essere considerata come cosa a se; ogni slancio religioso, come ogni spirito di ricerca è alieno da essa; essa si mantiene indifferente sia alla ricerca del piacere, sia a quella della liberazione finale. Dopo di che, esaminato sulla scorta dei documenti il significato, diremo, tecnico della parola *svabhāva*, l'autore s' industria di determinare in che la setta propriamente consistesse e quali fossero le sue aspirazioni e le sue dottrine. (*Adunanza del 16 gennaio*).

« *Della psicologia di Porfirio* » discorre il prof. Travaglio. Porfirio nelle sue dottrine psicologiche rivela una speciale tendenza verso quello che oggi si direbbe pampsichismo. Con speciali confronti e coll' esame minuto degli insegnamenti neoplatonici confuta il Travaglio l' asserzione del Simon, che Porfirio abbia seguito di preferenza l'insegnamento aristotelico; e confuta del pari l' asserzione dello Zeller, che Porfirio abbia voluto la restaurazione dell' ellenismo in un sistema di teologia positiva; anche dimostra inesatto quanto afferma lo Chaignet, secondo il quale Porfirio sarebbe il solo filosofo greco che abbia conservato l' ellenismo per necessità di tempi e d'ambiente. Porfirio, riducendo a sistema le dottrine di Plotino, ebbe pur campo di mostrare alcuni lati originali del suo pensiero: il valore epistematico della felicità, la distinzione metafisica del-

l' anima, la riduzione delle energie psichiche alle forme fondamentali della conoscenza, la dottrina dell'introspezione, l' ipotesi dell' inferenza. (*Adunanza del 24 aprile*).

A ricerche linguistiche in vari campi, o a ricerche filologiche, ricostruzioni di testi, notizie di codici, studi e curiosità letterarie, sono volte le letture dei membri effettivi prof. Elia Lattes e prof. Carlo Salvioni, del socio corrispondente prof. Pier Enea Guarnerio, del prof. Enrico Besta, del prof. Aristide Calderini, dei membri effettivi prof. Remigio Sabbadini, prof. Egidio Gorra, monsignor Achille Ratti.

“ *Un' iscrizione d' alfabeto nordetrusco luganese testè trovata a Vergiate* „ è l' argomento di una nota del prof. Lattes. Il signor Giorgio Nicodemi di Gallarate, ora laureato in lettere alla nostra Accademia scientifico-letteraria, aveva nei primi giorni del marzo dell' anno scorso salvato per la “ Società Gallaratese degli studi patri „ un pietrone oblungo con epigrafe anteromana, casualmente dissotterrato a Vergiate in località adiacente alla chiesetta di S. Gallo. Di tale epigrafe dà notizia il prof. Lattes. È essa scritta coll'alfabeto nordetrusco detto di “ Lugano „, ed è un cimelio preziosissimo, perchè fa famiglia con otto altri tutti scritti sopra pietroni di micaschisto grigio, provenienti dai dintorni, appunto, del lago di Lugano, e contraddistinti, dopo uno o più nomi propri personali, dalla voce finale *pala*, che suolsi rendere “ sepolcro „, ma che forse non differisce dal *πάλας palagas* che Strabone e Plinio insegnano avere designato, in bocca ai minatori e scavatori iberici d' oro, certe quantità da mezza libra a dieci della sabbia preziosa, e che rannoda quindi i Leponzi Celtoliguri esploratori delle nostre sabbie aurifere coi Celtiberi cercatori delle ispane.

In una seconda nota dal titolo “ *A che punto siamo coll'interpretazione del testo etrusco della mummia?* „ lo stesso prof. Lattes, a proposito della novissima revisione, dovuta al prof. Herbig dell'Università di Rostock, delle dodici colonne di lingua etrusca, scritte circa il 1° secolo av. Cr. sulle bende stracciate in cui sta avvolta la mummia femminile tolemaica del Museo di Agram, mostra come sempre più i periti concordino nell' ammettere il carattere eminen-

temente funerario e religioso di quel testo, che contiene, a parer suo, i protocolli *(acta)* verseggiati delle libazioni vinarie e delle altre funebri cerimonie celebrate, forse nell'anno lustrale, da coloni militari (cleruchi) etruschi presso le sacre statue di un loro cimitero. *(Adunanze del 24 aprile e dell' 8 maggio).*

Un gruppo di note intorno ai „ *Dialetti meridionali di terraferma* „ presenta il prof. Salvioni, in continuazione a quelle già presentate negli anni precedenti sullo stesso argomento. Anche queste, come le altre, muovono dal criterio generale che con un più approfondito studio della fonetica dialettale si riesca ad aver ragione di voci apparentemente ben aliene dalla base a cui vengono ricondotte. Nei dialetti meridionali l' anaptissi, la metatesi, l' assimilazione incontrantisi insieme nell' elaborazione d' una data parola travisano in modo sorprendente l'aspetto primitivo dei vocaboli. I numerosi esempi addotti e studiati provano la verità di tal criterio. *(Adunanze del 6 e 27 novembre e del 4 dicembre).*

Intorno ad un antico Condaghe sardo tradotto in spagnolo nel secolo XVI, di recente pubblicato „ discorre il prof. Guarnerio. Col nome di Condaghe, rifoggiato su un vocabolo greco-medievale, si chiamava in Sardegna una specie di registro, in cui, come in un inventario perpetuo, si prendeva nota esatta di tutte le circostanze giuridiche, donazioni, compere, vendite, permute, liti e loro componimenti, che modificavano in qualche guisa il patrimonio delle comunità specialmente religiose. Ora, dopo aver accennato all'importanza che hanno i Condaghi sardi per la storia della Sardegna nei primi secoli dopo il mille, il prof. Guarnerio dà notizie del Condaghe di S. Michele di Salvénor, testè scoperto e pubblicato nella traduzione spagnuola, che ne fu fatta sullo scorcio del secolo XVI, conservando inalterata nella lingua originale sarda tutta la onomastica delle persone e dei luoghi. Egli mette in rilievo il particolar pregio che per questo fatto la pubblicazione può vantare in riguardo alle indagini glottologiche, e passa in rassegna i più importanti vocaboli, che nel Condaghe o trovano conferma sia per la forma sia pel significato, o sono meglio chiariti nella loro origine e nel loro valore. *(Adunanza del 27 febbraio).*

Alla nota del prof. Guarnerio si connette quella del prof. Besta " *Postille storiche al Condaghe di S. Michele di Salvénor* ". Indagata la composizione del Condaghe e determinata l'età delle singole sue parti, il Besta mette in luce il contributo ch'esso reca alla conoscenza della storia politica, economica e giuridica del Logudoro. *(Adunanza del 13 novembre).*

Al Cresfonte di Euripide *(" De Cresphonte Euripideo ")* dedica una nota redatta in latino il prof. Calderini. Riesaminati a parte a parte i frammenti superstiti di codesta tragedia, egli si ferma soprattutto a determinare la posizione che può aver avuto in essa il padre di Merope ; e ciò specialmente in relazione col papiro Didot, il quale contiene un frammento di 44 versi, che il Calderini vorrebbe definitivamente rivendicato al Cresfonte.

" *Intorno all'Euripilo di Sofocle* " discorre in altre due note il prof. Calderini. Alle tragedie d'argomento troiano che i testi degli antichi attribuiscono a Sofocle, viene oggi ad aggiungersi l'Euripilo, che prima la felice intuizione del Tyrwitt ed ora la scoperta del papiro 1175 di Ossirinco hanno dimostrato essere esistito e appartenere con ogni probabilità al grande tragico ateniese. Premesso un esame minuto della leggenda di Euripilo Telefide, quale si svolse da Omero ai più tardi scrittori greci e latini, il Calderini studia anzitutto il frammento più notevole della nuova tragedia apparsa nell'ultimo volume, il nono, dei papiri di Ossirinco, il frammento che l'editore ha indicato col numero 5, concludendo intorno ad esso che rapppresenta già lo scioglimento del dramma quale certamente Sofocle l'ha concepito, e va riferito quindi all'ultima parte di questo; e studia poi, dei cento e sei frammenti superstiti, alcuni altri che meritano di essere presi in particolare considerazione ; indugiandosi in ultimo in congetture sugli spiriti e le forme della tragedia perduta, di cui s' industria di tracciare per sommi capi l' argomento e determinare lo svolgimento e l'importanza. *(Adunanze del 22 maggio, del 12 e del 26 giugno).*

Del " *Poggio scopritore di codici latini in Germania* " discorre in una sua nota il prof. Sabbadini. Ben sanno i filologi qual posto eminente occupi il Poggio nell' età del-

l'umanesimo tra gli scopritori di codici latini. Due lettere di lui furono pubblicate di recente, e il Sabbadini ne prende occasione per mettere in giusta luce le scoperte fatte dal famoso umanista in Germania nel tempo del concilio di Costanza. L' argomento è tanto più interessante per noi, in quanto le due lettere sono indirizzate a Francesco Pizolpasso, allora appena chierico, più tardi legato visconteo al concilio di Basilea e arcivescovo di Milano. *(Adunanza del 13 novembre).*

« *Sulle origini dell'epopea francese* » ci intrattiene in due sue comunicazioni il prof. Gorra. È nota la teoria, ormai comunemente accettata, delle origini dell'epopea francese. Ha questa epopea origini antiche, anteriori di alcuni secoli ai testi a noi pervenuti. E propriamente essa è, nella sua fase più remota, germanica, ed è, per la sua natura, un'epopea storica, cioè nata da avvenimenti reali, che diedero vita ai primi canti epici, i quali si perpetuarono e trasmisero attraverso ai secoli sino a raggiungere la forma che i manoscritti hanno a noi tramandata. Contro questa teoria si sono levati ora due eruditi con opere degne di molta considerazione: Filippo Augusto Beker dell' Università di Vienna e Giuseppe Bédier del Collegio di Francia. Due scopi essi si propongono, anzitutto demolire, scalzare dalle fondamenta, appunto, la teoria comunemente accettata, e, poi, dimostrare la formazione recente delle *chansons de geste*, le quali sarebbero nate solamente e primamente nei secoli XI e XII; da rigettarsi quindi l'ipotesi dell'esistenza d'un'epopea nei secoli VIII, IX e X; l' ipotesi d' un'origine germanica di essa; l' opinione ch'essa sia un'epopea storica; le *chansons de geste* altro non sono che romanzi di pura invenzione, con qualche scarso e incerto riferimento storico, che ha le sue ragioni speciali. Nella prima nota il Gorra esamina e discute le argomentazioni del Beker; nella seconda quelle del Bédier. Il quale, pur muovendo dalle idee del suo predecessore, le amplia, le approfondisce e le svolge fino alle loro estreme conseguenze; e altri concetti aggiunge, che mirano a compiere e ad integrare i precedenti, così da formare una compiuta e organica teoria intorno alle origini dell'epopea francese. Esaminata e discussa nella sua essenza e nel suo carattere la

nuova teoria, che tanto recisamente si contrappone all'antica, il prof. Gorra si propone, in altre note che verranno in seguito, di procedere per conto suo all'esame critico dell'arduo e complesso problema. *(Adunanze del 29 maggio e del 26 giugno)*.

" *La fine d'una leggenda ed altre spigolature intorno al Liber diurnus Romanorum Pontificum* " prende ad argomento d'una sua lettura mons. Ratti. È il *liber diurnus* un formulario, una specie di manuale contenente formole per gli affari o più importanti o più frequenti della Curia papale. Ne sopravvivono due manoscritti ; l'uno all'Ambrosiana, del secolo IX, l'altro all'Archivio segreto Vaticano, del secolo VIII ; un terzo manoscritto, parigino, del secolo IX, andò perduto. Del manoscritto ambrosiano ebbe ad occuparsi in una sua nota al nostro Istituto nel 1889 monsig. Ceriani, di venerata memoria ; il manoscritto romano fu pubblicato da Teodoro Sickel nello stesso anno 1889. Ma già di questo avea preparato circa il 1650, primo fra tutti, l'edizione il celebre bibliotecario dell'ancor giovane allora biblioteca Barberni, e poi primario custode della Vaticana, Luca Holsten, per quanto l'edizione andasse più tardi per vari motivi soppressa, così da non rimanerne più alcun esemplare genuino. Ai tempi dell'Holsten il manoscritto, non si sa precisamente donde venutovi, trovavasi nella biblioteca Sessoriana dei monaci Cisterciesi di Santa Croce in Gerusalemme, di cui era abate il P. Ilarione Rancati, celeberrimo uomo, arca di scienza, *lucerna urbis et orbis,* com'ebbe a chiamarlo, nel rimpianto per la sua morte, il papa Alessandro VII, e secondo fondatore, può dirsi, di quella biblioteca. Qui appunto fra il nome del padre Ilarione Rancati e quello di Luca Holsten è intessuta una leggenda. Dice la leggenda che in un anno e in un giorno a tutti ignoti il padre Ilarione avrebbe mostrato in gran segreto all'Holsten il manoscritto sessoriano del *Liber diurnus* ; che, cedendo alle sue istanze, gli avrebbe permesso di portarselo a casa, ma solo perchè potesse prenderne più larga visione e con la condizione che subito lo restituisse; che l'Holsten, venendo meno alla fede data, ne facesse di sua mano o per mano dell'Allacci la intera trascrizione nello

spazio, chi dice di una notte, chi dice di un giorno; che su questa trascrizione avesse poi a preparare la sua edizione. Piena luce è fatta ora ed ogni appoggio e pretesto viene sottratto alla leggenda da tre lettere dell'Holsten al Cardinale Barberini, che mons. Ratti ha trovato nella Vaticana e pubblica nella sua nota. Risulta da quelle lettere che il manoscritto fu scoperto dall' Holsten la mattina del 23 luglio 1646, fra i manoscritti del padre Ilarione; che fu da lui di suo pugno copiato tra quel giorno ed il 6 agosto dello stesso anno; che al primo del settembre del 1647 il testo era quasi pronto per l'edizione. Così, esclama il Ratti, si può ritenere per sempre finita la leggenda che circondava il risorto *Liber diurnus Romanorum Pontificum*. E altri documenti aggiunge egli poi, esistenti nella Vaticana e nell'Ambrosiana, intorno alla leggenda stessa, ai rapporti d'amicizia corsi fra padre Ilarione e l' Holsten, ai manuali o formulari già in uso nella Curia Romana, all' edizione del *Liber diurnus* fatta dal Garnier di sul manoscritto di Parigi nel 1680.

" *Di alcune recenti donazioni fatte alla Biblioteca Ambrosiana* " discorre in una seconda nota mons. Ratti. Della prima donazione l' Ambrosiana ringrazia la grande e gloriosa memoria di Giovanni Schiaparelli. Accanto alla biblioteca astronomica lo Schiaparelli ne aveva studiosamente raccolta un' altra, che si potrebbe chiamare biblioteca di vario sapere: scienze bibliche, lingua e letteratura ebraica, assiriologia ed egittologia, archeologia e storia dell'antichità, letteratura e storia greca, indianologia, geografia fisica e descrittiva, storia della geografia, viaggi; la vastità e la versalità di quella sua intelligenza meravigliosa permettendogli di portarsi e di muoversi non solo senza sforzo, ma con signorile eleganza, sui campi più svariati e più lontani dello scibile. Ora appunto di questa seconda biblioteca ei dispose a favore dell' Ambrosiana, la quale accoglie il prezioso legato in apposito locale che si chiamerà *Sala Schiaparelli*. Un altro buon migliaio di volumi è venuto testè all'Ambrosiana per disposizione testamentaria del cav. Enrico Osnago: 200 di materia numismatica, a cui s' accompagna un ricco e scelto medagliere di monete romane

e d'altre città d'Italia; i rimanenti, una raccolta napoleonica di rara omogeneità e sceltezza, a cui pure s'accompagna una ricca collezione di stampe. Una terza donazione, anche preziosa e recentissima, è dovuta alla munificenza del dottor Giuseppe Marietti; e consiste nell'intera collezione di volumi, di altissimo pregio e di altissimo prezzo, che nessuna biblioteca d'Italia finora possiede, nei quali sono riprodotti coi mezzi più idonei di cui dispongano le arti grafiche, i migliori e più antichi manoscritti dei codici greci e latini dispersi nelle varie biblioteche d'Europa. Così la gloriosa Ambrosiana, mercè tanto cospicue donazioni, può anche meglio continuare le sue nobili tradizioni in servizio degli studi e della scienza. *(Adunanze del 27 febbraio e del 27 novembre).*

Tali, per sommi capi e a rapide linee, i lavori della Classe di lettere e scienze morali e storiche nell'anno or ora finito. Un bilancio assai confortante, dicevo in principio, e ragione di compiacenza a tutti noi, se non fosse che un doloroso pensiero ci persegue: anche quest'anno si son diradate le nostre file, anche quest'anno insigni colleghi ci hanno lasciato per sempre.

Moriva a Roma l'8 luglio il nostro socio corrispondente, prof. Giovanni Montemartini, direttore generale della statistica e del lavoro al Ministero d'agricoltura, industria e commercio; moriva improvvisamente in Campidoglio, dopo aver appena pronunciato al consiglio del Comune, nella sua qualità d'assessore, un applaudito discorso; vittima forse di quella febre d'attività che l'avea preso e che dovea spezzare anzi tempo la sua fortissima fibra. Nato 47 anni or sono a Stradella, laureatosi a Pavia, perfezionatosi a Vienna, avea il Montemartini con numerose publicazioni dato prova di varia e vasta coltura in economia politica, nella scienza delle finanze: notevoli soprattutto i suoi lavori sul risparmio, sulla distribuzione delle ricchezze, sulle utilità marginali, sulla municipalizzazione dei servizi publici. E il suo valore come economista risultava non meno dalla sua produzione scientifica che dal modo con cui dirigeva utilmente gli uffici a cui era preposto. La sua morte immatura e tragica ha suscitato un largo rimpianto,

ed è ancor vivo il ricordo del commovente tributo d'affetto che il giorno dei funerali tutta Roma rendeva alla sua salma.

Ma una perdita anche più grave ha fatto l'Istituto e il paese colla morte del nostro socio Arturo Graf. Non è dato qui, mentre l'ora preme, dire degnamente di lui; e d'altra parte è ben noto a tutti quale posto occupasse nella vita spirituale italiana il maestro insigne dell'Ateneo torinese. Nato a' piedi dell'Acropoli da padre norimberghese e luterano, da madre anconitana e cattolica, fiorentina d'origine, ei portava in se stesso, si direbbe, dalla nascita le ragioni di quell'intimo dissidio che ebbe a travagliare tutta la sua esistenza, e che diede fisonomia spiccatissima all'arte sua di poeta, a' suoi atteggiamenti di pensatore. Di raro sorgono uomini che siano forniti di tante e così eccellenti qualità spirituali, quante si accoglievano in Arturo Graf. In lui ingegno di poeta forte, singolarmente vario di forme e di toni; gusto di prosatore lucido sobrio incisivo; capacità di lunghi studi; erudizione minuziosa e cultura larghissima; fiuto squisito di ricercatore e sapienza e acume di critico; curiosità filosofica, interesse religioso. Era un uomo completo, uno, si direbbe, di quei nostri uomini della rinascenza così pieni ed interi, con tutte le facoltà nel massimo fiore, con tutte le virtualità sviluppate fino al limite estremo, con nessuna cosa umana che fosse loro estranea. E non v'ha campo in cui non abbia seminato la buona semente e raccolto magnifici frutti. Erudito e critico, rivolse l'acume del suo intelletto allo studio di argomenti svariatissimi: le leggende medievali, le più insigni opere drammatiche italiane e straniere, la cultura e le lettere italiane nella rinascenza, l'anima e l'arte del Foscolo, del Manzoni e del Leopardi — modello di critica storica il volume *Attraverso il Cinquecento;* documento insuperato di critica introspettiva ed estetica il volume *sul Foscolo, il Manzoni e il Leopardi.* — Poeta, cantò il tedio dell'esistenza, la nullità di tutte le cose in *Medusa*, la tristezza rassegnata nelle *Danaidi*, l'illusione benefica in *Morgana*, ispirandosi mai sempre con rara sincerità all'anima sua, di cui volle rappresentare spontanea-

mente e liberamente i travagli. Pensatore e filosofo, si compiacque massimamente in quei problemi dello spirito, che così gagliardamente s'agitavano in lui e che aveva con così sicuro intuito studiato negli autori prediletti, e s'affermò in molti scritti d'indole e di valore diversi, e segnatamente nel romanzo "*Il Riscatto*", dove è narrata la storia d'un'anima rinnovellata e redenta dall'amore, e nel volumetto "*Per una fede*", dove l'autore parla di sè e descrive e ragiona il suo ascendere progressivo da un pessimismo cupo e desolato alla fede in Dio e nell'anima immortale. In questa fede doveano acquestarsi le lotte del pensiero; all'infaticato camminatore parve aver raggiunto finalmente la meta; risolto il problema dell'essere, egli non visse d'ora in poi che di quell'idea e per quell'idea; fu essa il grande conforto degli anni suoi ultimi, travagliatissimi, finchè all'alba del 30 maggio chiuse i dolci e mesti occhi per sempre.

RENDICONTO DEI LAVORI

DELLA

CLASSE DI SCIENZE MATEMATICHE E NATURALI

nel 1913

letto nel M. E. Prof. LUIGI GABBA

SEGRETARIO DELLA CLASSE

nell' adunanza solenne dell' 8 gennaio 1914

Altezza Reale, Illustri Signori ed Egregi Colleghi,

Un compito assai gradito mi spetta oggi in questo nostro solenne annuale ritrovo; riandare la vita accademica del nostro Istituto nell'anno testè decorso, e ricordare le forme svariate della sua esplicazione nel campo delle scienze matematiche e naturali, che è appunto quello della Classe della quale ho l'alto onore di essere il segretario.

Alle nostre periodiche adunanze non venne mai meno il contributo attivo dei nostri soci ed in pari tempo quello di varî studiosi i quali di buon grado fanno assegnamento sull'ospitalità del nostro Istituto collo scopo di far conoscere i risultati della loro scientifica attività.

I più diversi rami delle scienze matematiche e naturali sono rappresentati nei numerosi lavori che furono sottoposti alla nostra Classe nello scorso anno: mio scopo è ora quello di indicarne gli argomenti nella presente relazione.

Sarà certamente di grande interesse a chiunque tenga dietro ai progressi degli studi sull'atmosfera il conoscere quelli eseguiti dal prof. Gamba del Laboratorio geofisico di Pavia.

Fisica terrestre.

XI - 505 *

In una lettura tenuta lo scorso maggio in questo Istituto il prof. Pericle Gamba ha svolto i seguenti argomenti: *La più grande altezza raggiunta da un pallone sonda e la distribuzione verticale della temperatura nell'atmosfera terrestre.*

Quanto all'altezza raggiunta dal pallone sonda è di interesse il conoscere che essa raggiunse 35 chilometri, impiegando complessivamente nella salita e discesa 124′ 10″, di cui 78′ 40″ nella salita e 45′ 30″ nella discesa. È a desiderarsi che tali ricerche vengano moltiplicate e si capisce di quanta importanza possono essere per l'aeronautica.

Astronomia.

XII - 558

In una nota dello scorso anno il nostro collega prof Giovanni Celoria informava l'Istituto della *scoperta di una nuova stella nella costellazione dei Gemelli detta "Nova geminorum"* e dovuta all'astronomo norvegese S. Enebo: in pari tempo il prof. Celoria annunciava come il nostro Osservatorio di Brera, immediatamente dopo l'annuncio di quella scoperta, avesse iniziato lo studio per la determinazione astronomica del nuovo astro e di stabilirne il grado di splendore apparente. Questo lavoro fu affidato all'ing. Luigi Gabba, astronomo del nostro Osservatorio, il quale ne rese conto in altra delle sedute accademiche dello scorso anno.

XV - 760

Un altro contributo offerto dall'Osservatorio di Brera è quello sulle *osservazioni della nuova cometa scoperta da Schaumasse,* dell'Osservatorio di Nizza, nel maggio 1913. Della posizione del nuovo astro in cielo si occuparono nel nostro Osservatorio gli astronomi ing. Luigi Gabba predetto e l'astronomo Luigi Volta. I primi elementi da loro verificati fecero ritenere trattarsi di un astro telescopico non mai osservato prima d'allora.

* NB. Il numero romano indica il numero del fascicolo dei Rendiconti, il numero arabico indica la pagina del medesimo.

Sotto la guida dell'Osservatorio di Brera e dei RR. Uffici del Genio Civile di Bergamo, Brescia e Como, sono condotte le osservazioni limnimetriche e meteorologiche, che vengono poi pubblicate nei Rendiconti mensili del nostro Istituto e costituiscono un utilissimo materiale di consultazione generalmente desiderato e apprezzatissimo.

Fisica.

XIV - 652

Di un problema di fisica tecnologica, il cui studio ognuno ben comprende quale importanza abbia, il *calcolo teorico di un essicatoio ad aria calda*, si occuparono dapprima fin dall'anno 1876 il compianto nostro collega prof. R. Ferrini e più tardi il prof. G. Grassi nella sua memoria sul *calcolo degli essicatoi.* L'ing. Angelo Izar se ne occupò recentemente allo scopo di trovare una formola empirica di sufficiente approssimazione la quale, oltre che della temperatura dell'aria esterna e di quella massima di entrata nell'apparecchio, tenga conto anche del grado di umidità relativa suggerito dai risultati della pratica, che si può presumere nell'aria uscente dall'essicatoio medesimo.

VIII - 377

Sull'impiego del galvanometro telefonico Arnò. — Il nostro collega S. C. prof. Riccardo Arnò è l'inventore di un istrumento, il galvanometro telefonico, del quale egli in una precedente comunicazione ha messo in evidenza le caratteristiche costruttive: egli ora in una nuova nota considera l'applicazione pratica della sua invenzione diretta allo studio dei traslatori telefonici.

II - 65 — XIV - 652

Linee segnalatrici della possibilità climatica e loro applicazione idraulica. — Il S. C. ing. Gaudenzio Fantoli per lo scopo di alcune ricerche applicative esaminò la correlazione metrica dei due seguenti elementi, cioè: la durata T di una pioggia e la massima altezza h della pioggia stessa in una data località.

Su questo importante e nuovo argomento il nostro collega svolge attraenti considerazioni che egli si propone di far conoscere all'Istituto in uno studio ulteriore.

Storia Naturale.

XII — 551

Sulla temperatura del lago Maggiore. — Per incarico della Commissione alla quale fu affidato dal nostro Istituto lo studio dei laghi lombardi il dr. Adolfo Sozzani continuò dall'aprile 1912 al marzo 1913 le osservazioni di tempera-

tura del Verbano colla collaborazione del dr. Marco De Marchi. Fu riscontrato anche in quest' anno il fenomeno già verificato nell'anno precedente nel lago Maggiore, e constatato del pari nel lago di Como, della produzione di una doppia oscillazione nella temperatura degli strati compresi fra 10 e 50 metri, in seguito alla quale, in corrispondenza del massimo alla superficie (Agosto), si fa negli strati sottostanti un minimo secondario.

Nella nota del dr. Sozzani sono esposti i dati relativi alle osservazioni delle temperature, dell'aria, ed in apposita tavola, venne da lui rappresentato l'andamento della temperatura superficiale del lago in relazione a quella dell'aria.

Geologia.

XII - 551

Nel campo della geologia, importanti contributi vennero offerti all'attenzione degli studiosi. *Di un deposito marino sopra Salò* si occupò il M. E. prof. Torquato Taramelli. Tale deposito, appartenente al più recente periodo terziario, che si trova al M. S. Bartolomeo sopra Salò, all'altitudine di 485 m., è coperto da un' alluvione cementata, una specie di ceppo come quello di Trezzo, che corrisponde ad un antico decorso di una corrente prealpina di circa 300 m., più alta dell' attuale letto del Chiese.

Giovandosi di una carta geologica da lui rilevata per la regione del Garda, il prof. Taramelli mette in rilievo la importanza di questo giacimento nell'evoluzione orografica di quel così ameno tratto della patria nostra. Di particolare interesse sono i rapporti del giacimento esaminato colle formazioni glaciali ed interglaciali nelle adiacenze di Salò.

IX — 390

Lo stesso prof. Taramelli in una sua nota parlò *dell'influenza del moto rotatorio terrestre sul fenomeno dei carreggiamenti alpini.* — Il prof. Vladimiro Hermann dell' Università di Lione propose una sintesi assai ardita del fenomeno, da molti ammesso come dimostrato dai grandiosi ricoprimenti alpini, e per la spiegazione di tale fenomeno si invoca come causa cooperante le rotazione terestre. Il prof. Taramelli discusse e riassunse in una nota comunicata all'Istituto le idee del prof. V. Hermann; osservando che

la trattazione dello studio dell'effetto della rotazione terrestre sulle masse superficiali della costa terrestre debba essere approfondito colla voluta competenza e col sussidio del calcolo.

XV - 767.

La faunetta anisica di Valsecca in val Brembana. — In una nota sulla faunetta anisica di Valsecca in val Brembana il nostro collega prof. Annibale Tommasi osserva essere essa costituita da diciannove forme appartenenti per la massima parte al tipo dei molluschi. Di esse le 17 determinate, anche nella specie, figurano tanto nella fauna *del calcare conchigliare alpino,* e nove appartengono anzi, esclusivamente, alla fauna del Ceratites trinodosus. Perciò l'autore opina, che i calcari neri nei quali era sepolta quella faunetta, siano da riferire alla parte superiore del piano anisico. È poi degna di speciale menzione tra le reliquie determinate, un dente di squalide cestracionide, l'Acrodus Gaillardoti, specie oltremodo rara nel calcare conchigliare delle Alpi meridionali.

III — 128

Se l' Appennino settentrionale rappresenti in realtà un carreggiamento. — L'esame della tectonica dell'Appennino settentrionale, nel tratto fra il golfo di Genova e la pianura padana, fu intrapreso dal nostro collega prof. Taramelli. Egli non accoglie l'ipotesi di Termier e Boussac di considerare questo tratto di Appennino come una regione carreggiata, o se meglio vuolsi, di ricoprimento. In appoggio della sua tesi il prof. Taramelli ricorda quello che in proposito dicono l'ing. Franchi e i signori Issel e Mazzuoli, e richiama gli studi del prof. De Stefani che ha rilevato le principali pieghe dell'Appennino settentrionale, e inoltre gli studi del prof. Sacco, il quale su questa regione pubblicò varî scritti che i citati geologi francesi non hanno abbastanza considerato.

Conclude il prof. Taramelli che alla sopra enunciata ipotesi di Termier e Boussac viene a mancare il suo principale argomento e se si rimane perplessi ad accogliere la teoria del ricoprimento per la regione delle Dinaridi, che

i suddetti autori verrebbero estesi fino alla Liguria, ancora a maggior ragione si rimane increduli di fronte a questa ipotesi, di un ricoprimento per piega coricata che abbraccia tutto l'Appennino dal mare alla pianura padana.

Chimica.

X - 429 — XII - 539 — XIII - 601 — XVIII - 955.

Nel campo chimico furono portati al nostro Istituto importanti contributi. - Uno studio interessante ha attirato l'attenzione del nostro collega S. C. prof. Ubaldo Antony, ed è la proposta di nomenclatura, da lui avanzata, per gli acidi ossigenati dello solfo; incitamento a tale lavoro fu pel prof. Antony il desiderio di agevolare lo studio degli ossacidi dello solfo e di mettere in chiaro le relazioni di costituzione fra i termini di questa serie di omposti: egli seguì in ciò l'idea già dal 1870 esposta da Bloomstrand e Mendelejeff per gli acidi politionici. È questo si può dire un artifizio didattico, il quale ha però il vantaggio di permettere di formulare una nuova e più efficace nomenclatura di quei composti.

Un problema analogo al precedente fu l'oggetto dallo stesso prof. Antony sviluppato in una comunicazione fatta al nostro Istituto *sulla costituzione degli acidi stannici e sulla loro nomenclatura.* Egli ne fa la classificazione riferendoli a due tipi generali, e soggiunge, esistere una perfetta corrispondenza tra i risultati esperimentali e le deduzioni suggerite dalla ipotesi sulla costituzione degli acidi stannici, ma questa ipotesi che è affatto legittima ha bisogno di essere confermata dall'esperienza ed il professor Antony augura che possa essere fornita.

Un lavoro chimico che appartiene agli studi di nomenclatura chimica non vuole essere taciuto, ed è quello che lo stesso prof. Antony prese ad argomento di una nota che egli comunicò all'Istituto nello scorso giugno, avente per titolo: *La classificazione e la nomenclatura degli acidi minerali.* La classificazione proposta dal nostro collega ha, secondo me, il pregio di conservare più che è possibile l'attuale terminologia seguendo criterî molto razionali e pratici.

A questa nota sulla classificazione degli acidi minerali

il nostro collega Antony fece seguire un' altra col titolo: *Sulla esistenza dei derivati metallici degli acidi superiori dell'azoto:* è certo che l'accertamento di siffatti derivati metallici avrebbe grande importanza per la storia chimica dell' azoto e come conferma delle vedute esposte dall' autore sulla costituzione degli ossidril acidi.

XV - 787.

Appartiene al campo della chimica organica il lavoro esperimentale del prof. Enrico Rimini, della R. Università di Pavia, riassumente le sue *ricerche sulla costituzione del santenone e dell'isocanfora:* gli studi sul santenone acquistano speciale interesse se si considera l' importanza che esso ha assunto dal lato chimico, come anche dal lato fisiologico, perchè venne riscontrato in natura.

XI - 522.

È pure un lavoro di chimica organica quello comunicato all' Istituto dal collega S. C. prof. Ettore Molinari in collaborazione col sig. G. Giua, del laboratorio della Società d' Incoraggiamento d' Arti e Mestieri di Milano. L' argomento dai due chimici svolto riguarda lo studio di un capomorto dell' industria degli alti esplodenti; questi esplodenti son oggi preparati e usati a scopo guerresco, essendo essi generalmente più potenti di quelli comunemente impiegati per lavori di mina. Uno di questi esplodenti è il trinitrotoluene (simmetrico) che ora è fabbricato su vasta scala dalla Soc. Italiana dei prodotti esplodenti di Milano, pel Ministero della Guerra e della Marina, per caricare proiettili di scoppio, granate, mine, siluri, in sostituzione dell' acido picrico e del cotone fulminante. La materia prima del nuovo esplodente è il così detto toluene commerciale. Un prodotto secondario formantesi nella trasformazione dello stesso idrocarburo in trinitrotoluene è una sostanza di consistenza oleosa che rappresenta un' ingombrante capomorto: la sua utilizzazione venne con molta diligenza studiata da vari chimici, previe estese ricerche per conoscerne accuratamente la composizione: tale fu anche l' oggetto del lavoro dei due chimici nominati prof. Molinari e Giua.

Fisiologia vegetale.

IV - 161.

Azione dannosa dei gas fluoridrici sulle piante coltivate. — È risaputo che nel trattamento delle fosforiti, coll'acido solforico per la fabbricazione dei perfosfati si svolgono vapori fluoridrici, contenenti acido fluoridrico e fluoruro di silicio: Tali vapori diffondendosi nell'aria ambiente e venendo in contatto delle piante viventi possono esercitare azioni assai dannose alla vegetazione.

Il nostro collega prof. Ugo Brizi si propose appunto di iniziare ricerche intese a caratterizzare le lesioni prodotte dai vapori fluoridrici sulle piante di vite e d'ulivo. Questi danni sono di diversa natura ed apparenza e il Brizi ha studiato il modo di impedirli e di attenuarli per difendere le piante coltivate dall'azione deleteria dei vapori fluoridrici, nell'intento anche di evitare conflitti fra l'industria e l'agricoltura. L'argomento, ognun vede, è molto importante e il suo studio si impone ad un tempo all'agricoltura e all'industria.

Cristallografia.

XI - 474.

Della forma cristallina di alcuni derivati del benzolo. — Già da tempo il collega prof. Ettore Artini ha intrapreso lo studio cristallografico sui derivati del benzolo, preparati dal professor Körner nel laboratorio di chimica organica della R. Scuola Superiore di Agricoltura. Nell'ultima nota comunicata all'Istituto Lombardo i derivati benzolici, che furono oggetto di determinazioni cristallografiche, sono il dinitrocloro benzolo, il dinitro bromobenzolo, il nitro di iodo benzolo, il dinitro di bromo benzolo, il nitro cloro acetanilide il nitro bromo acetanilide, e il nitro bromo diacetoanilide.

Storia Naturale.

IX - 396 — VI - 286.

Sopra un latte fermentato commestibile nella Serbia e nel Montenegro. — Il collega prof. Costantino Gorini richiamò l'attenzione dell'Istituto sopra un latte fermentato commesti-

bile dei popoli balcanici. In un suo precedente lavoro egli aveva fatto conoscere i risultati delle sue ricerche sul latte fermentato di Bulgaria, il così detto Joghurt o Maya bulgara, dallo studio del quale il Metchikow dedusse il suo geniale concetto sugli effetti salutari dei fermenti lattici contro le auto intossicazioni intestinali e l'invecchiamento precoce dell'organismo. Il Gorini dimostrò come la flora microbica del Yoghurt non fosse essenzialmente diversa da quella che si trova nel così detto Gioddu che si prepara ab antiquo in Sardegna.

Il prof. Gorini si occupò di conoscere se e quali latti fossero in uso presso i popoli serbi e montenegrini. Essi, egli ci dice, si servono di parecchie sorta di latti fermentati: tra i più comuni egli ricorda quello denominato skorup e le sue ricerche lo hanno condotto ad escludere la presenza di germi estranei, e in ispecie di quei microbi intestinali che tanto comunemente contaminano il latte di mercato, e che sono temibili per i loro prodotti tossici quali il B. Coli, Proteus, Mesentericus, i fermenti butirrici, i bacteri putridogeni in genere.

VI - 286

Il ferro della bile e del sangue degli animali smilzati. — Il prof. Angelo Pugliese dimostrò pel primo (1899) la stretta correlazione fra milza e fegato in rapporto all'elaborazione della sostanza colorante del sangue e dimostrò, che alla milza spetta una parte predominante nel ricambio del ferro essendo il pigmento sanguigno il materiale più ricco in ferro dell'organismo. Questi risultati spinsero altri sperimentatori a fare ricerche indirizzate appunto allo studio della milza quale organo del ricambio del ferro.

VIII - 381.

Sull'isolamento del bacillo di Bang. — Il dr. Alberto Ascoli ne fece oggetto di una comunicazione all'Istituto Lombardo, nella quale rileva che la tecnica dell'isolamento di quel bacillo, mediante il procedimento del Nowak e all'attecchimento del germe nei comuni animali di laboratorio, rilevato dallo Smith, sembra entrata in una fase nuova.

Il dr. Ascoli informa delle esperienze di orientamento da lui intraprese in argomento.

Storia Naturale.

XV — 811

Notizie sulla presenza di Moina rectirostris nel Trentino. — La raccolta di saggi planctonici in parecchi laghi del Trentino fu l'oggetto di ricerche del nostro collega il S. C. dr. Marco de Marchi. Egli nel lago Spinale tanto nella regione media che nella costiera scoprì un grosso e vivace cladocero la *Moina rectirostris* di Leydig. Fino a pochi anni or sono nessuna Moina era stata segnalata in Italia: pel primo ne fece cenno il Garbini nel 1904 nella sua fauna veronese.

Le ricerche biologiche nei laghi alpini presentano un grande interesse, anche in ordine a problemi più generali, ed è da sperare che le nostre conoscenze in argomento vadano sempre più arricchendosi.

Medicina.

XVI - XVII — 909

L'isotossicità del sangue — Alcuni anni or sono il prof. Aldo Perroncito osservava il fatto, che il sangue degli animali trattati con siero di anguilla, è fortemente tossico per gli animali della stessa specie. Nella sua prima nota soggiungeva che invece la inoculazione intravenosa di sangue di animali sani è assolutamente inoffensiva anche in dosi venti volte maggiore, che inoltre talune malattie possono dar luogo alla tossicità del sangue.

L'argomento è poi stato oggetto di studio da parte di molti osservatori e la questione si andò complicando senza che si abbia guadagnato nella conoscenza del fenomeno. In una memoria recentemente presentata all'Istituto il prof. Perroncito raccoglie quanto fu scritto in argomento da altri, insieme al risultato delle sue ulteriori osservazioni e alle conclusioni che a lui parve di poterne derivare.

VI — 275

Sulla cura del gozzo col metodo di Luton — L'azione risolvente dello iodio per gli ingrossamenti della glandola tiroide e specialmente per l'ipertrofia di questo organo era nota da qualche tempo. Il Luton disciplinava nel 1863 l'uso

di tale rimedio il quale, malgrado successive pubblicazioni cadde in dimenticanza. Il nostro collega prof. Iginio Tansini, adottando la cura Luton, coll' aggiunta anche di iniezioni ipodermiche iodoiodurate, ottenne risultati così splendidi e completi da esserne meravigliato, e da sentirsi indotto a raccomandarla. I vantaggi di questa cura, in confronto della cura operatoria, sono così evidenti, dice il Tansini, che non è il caso di insistervi sopra. Ma si osservi, egli soggiunge, che la nuova cura non può dare buoni risultati se non nel gozzo follicolare o parenchimatoso, quando cioè la struttura del gozzo più sia vicina a quella della glandola normale.

V — 197

Il pilorospasmo colla sindrome del tumore pilorico fra i sintomi precoci della tabe dorsale. — Su questo argomento il prof. Edoardo Bonardi descrive alcuni casi clinici che egli ebbe l'occasione di studiare nella sua pratica ospitaliera in questi ultimi anni.

Meccanica.

XI — 499

Sui momenti normali nelle travi continue iperstatiche — Tale è l'argomento di una nota presentata all'Istituto dal prof. Antonio F. Jorini: le osservazioni da lui fatte interessano senza dubbio la pratica attuale del costruire; e molti esempi di importanti manufatti potrebbero additarsi per lo studio statico, dei quali le considerazioni suggerite nella nota del Jorini risultano essere di notevole sussidio.

Matematica.

Ricco come al solito è il contributo degli studiosi di matematica al progresso di questa scienza; mi limiterò in questo cenno ad additare i titoli delle singole memorie presentate nelle nostre adunanze accademiche.

II — 88

Il dr. Matteo Botasso lesse sui *sistemi di equazioni ottenuti da un determinante simmetrico di forme in più serie di variabili.*

III — 133

Il dr. Piero Martinotti in una lettera diretta al prof. Vivanti si occuppa del *Wronskiano.*

VIII — 375

Il M. E. prof. Giulio Vivanti svolse l'argomento col titolo „ *Sul campo di esistenza di una funzione analitica* „.

XI — 496

Il succitato dr. Piero Martinotti si occupò di *alcune proprietà relative al teorema del valor medio.*

XI — 797

Una prima comunicazione dedicò Giovanni Giambelli allo svolgimento di una sua memoria dal titolo „ *Introduzione ad una teoria simbolica dei moduli di forme algebriche* „.

XV — 822

Il prof. Filippo Sibirani trattò un *teorema sui determinanti*, già stabilito nello scorso anno dal prof. Vivanti e pubblicato poi nei Rendiconti.

XVI — 917

Sulle onde semplici di tipo permanente e rotazionale intrattenne l'Istituto il prof. Umberto Cisottti.

XVI — 884

Il prof. Adolfo Viterbi comunicò una sua nota *sul trasporto delle coordinate geografiche e degli azimut lungo archi di geodetiche.*

XVIII — 968

In fine il dr. Ernesto Pasquino intrattenne l'Istituto *sulle equazioni derivate parziali di Monge-Ampère a n variabili indipendenti.*

Storia scientifica.

XVIII-XIX — 936

Ricordo dello Spallanzani come vulcanologo — Interessantissime, e capaci di gettare una viva luce sulla storia delle scienze, sono le considerazioni del prof. Torquato Taramelli sull'indirizzo delle attuali teorie circa le cause del vulcanismo, e sull'essenza delle eruzioni in contrasto alle idee prima assai diffuse specialmente in Italia, basate sulla prevalente efficienza del vapore d'acqua sopra-riscaldato sul prodursi dei fenomeni indogeni. Il prof. Taramelli ricorda in proposito

le importanti esperienze del dr. Brun sulle esalazioni di numerosi vulcani del Mediterraneo, delle Canarie, di Giava e delle isole Sandwich, e sulle lave di questi rifuse. Osserva poi il Taramelli che, esperienze analoghe, con risultati assai notevoli e con considerazioni non molto diverse e in particolare sull' importanza del cloro e dei gas solforosi nelle eruzioni, erano già state fatte dallo Spallanzani. Richiamati parecchi passi dell' aureo libro intitolato " *Viaggi alle due Sicilie* " dello Spallanzani, il prof. Taramelli pone in luce con quanta chiaroveggenza il nostro grande naturalista, che ha impresso orma così vasta nel campo della biologia, abbia altresì considerato e dilucidato il fenomeno vulcanico, che è la più sintetica manifestazione dell'attività fisico-chimica del nostro globo.

Questo accenno alla vita scientifica dello Spallanzani, offerto dal Taramelli, offre il destro di additare alcune altre pubblicazioni congeneri, tale è quella del collega prof. Edoardo Bonardi XIII - 591 in cui sono svolti alcuni punti del pensiero e dell' opera scientifica di Leopoldo Maggi di fronte all'attuale movimento scientifico. Nell'adunanza del 9 gennaio dell'anno scorso il M. E. prof. Angelo Menozzi lesse la commemorazione del prof. Rinaldo Ferrini. Nell'adunanza del 26 giugno u. s., il prof. Giulio Vivanti lesse la commemorazione del compianto nostro collega M. E. Giuseppe Bardelli.

La nostra famiglia scientifica ebbe putroppo a deplorare anche lo scorso anno alcune perdite: tra i SS. CC. esteri, quella del prof. A. F. Forel, dell'Accademia di Losanna, nostro S. C. dal 1882, mancato ai vivi nell'agosto 1912 a Ginevra; e tra gli italiani quella del prof. Egidio Pollacci professore emerito di chimica farmaceutica nella R. Università di Pavia, socio corrispondente dell' Istituto Lombardo dal 1874, morto a Loano il 23 Maggio 1913; del senatore marchese Giacomo Doria, socio corrispondente del nostro Istituto dal 1893, morto a Genova il 19 settembre del 1913.

Alla cara memoria di questi nostri illustri compianti colleghi vada, o signori, in questo giorno, il nostro commosso pensiero.

*
* *

Come tutti sanno, uno degli importanti uffici spettanti al nostro Istituto è quello di seguire i progressi delle arti e delle scienze, e di segnalare le iniziative meritevoli dei premi stanziati dalle fondazioni affidate alla gestione del R. Istituto Lombardo, al quale spetta la formazione delle commissioni aggiudicatrici.

Nell'anno testè decorso furono numerosi i concorrenti ai premi, e mi è caro d'affermare che tra essi figurarono valenti rappresentanti delle scienze e dell'industria.

Del premio Brambilla furono trovati meritevoli tre concorrenti. La medaglia d'oro triennale per l'industria venne conferita ad una ditta ben nota per l'impulso valido che essa seppe imprimere alla diffusione ed al perfezionamento dell'industria elettrotecnica nel nostro paese.

Il premio Cagnola per una scoperta ben provata per la direzione dei palloni volanti fu conferita al cap. Ricaldoni e al cap. Grocco del Corpo aerostieri dell'esercito italiano. Rallegriamoci di questi successi che ci porgono una convincente prova del sempre continuo affermarsi dell'indirizzo scientifico nel campo applicativo in Italia.

La moderna evoluzione delle dottrine e delle conoscenze sulla vita [1]

(Adunanza solenne dell' 8 gennaio 1914)

Altezza Reale, Illustri Colleghi dell' Istituto,
Signore e Signori!

Una calda parola di ringraziamento devo, innanzi tutto, rivolgere ai colleghi dell' Istituto, che, applicandosi per la prima volta l' art. 10 del nuovo nostro Regolamento organico, nella seduta del 26 Giugno p. p., con voto unanime, vollero che io assumessi l' incarico di tenere il discorso inaugurale per l' anno accademico che oggi si inizia.

Di fronte a quel voto, insieme al compiacimento per l' atto di benevolenza e fiducia di cui ero oggetto, io ho provato un' impressione di sgomento! Compreso come sono dell' idea che in me facciano difetto le attitudini volute per soddisfare in modo degno di questa storica e gloriosa accademia l' incarico affidatomi, avrei voluto allontanare da me ad ogni costo quell' onore..... Per sentimento di disciplina e anche perchè il rifiuto avrebbe potuto essere interpretato quale atto scortese, ho accettato l' onorifico incarico, sicuro di poter fare assegnamento, e questo pensiero mi sorregge anche in questo momento, sulla benevolenza dei colleghi e di tutto l' eletto uditorio.

Quale argomento del mio discorso, naturalmente avrei preferito sceglierne uno appartenente al campo delle personali mie ricerche; dovetti però considerare che gli argo-

---

(*) Letto in riassunto.

menti troppo speciali male si prestano per un discorso da tenersi davanti a persone di vasta, elevata e svariata coltura, ma la cui attività si è svolta in campi o non aventi rapporti diretti con quelli di mia speciale competenza, o che, con questi non hanno che eventuali rapporti di confine.

Il tema sul quale, dopo molte esitazioni, mi sono fissato, può sembrare, ed è di fatto, troppo al di sopra della speciale mia competenza, anche perchè ha stretta relazione coi più astrusi problemi filosofici che, dalla remota antichità, incombono sulla mente umana; però, come appare dal titolo, io ho costretto il tema entro i confini di una esposizione storica. Questo io ho voluto anche perchè, mentre penso che uno sguardo retrospettivo su dottrine che tuttora rappresentano una fra le più grandi preoccupazioni nostre, possa in qualche modo interessare, è anche mio profondo convincimento che lo stato attuale delle nostre conoscenze assolutamente non può giustificare, per ora, un nuovo tentativo per costruire altra dottrina di carattere generale sull'essenza della vita. Pur avendo così ridotto e reso più semplice il mio compito, il campo che mi si affaccia è così sterminato che io posso solo propormi di illustrare, con poche note frammentarie, qualcuno dei punti che nella storia della biologia ebbero parte considerevole, e anche queste note dovranno succedersi senza uno stretto collegamento logico.

Son passati oltre 41 anni da quando il celebre fisiologo Du Bois-Reymond, in solenne assemblea del Congresso dei Naturalisti e medici tedeschi a Lipsia, discutendo dei limiti delle conoscenze naturali, pronunziava la celebre sentenza « *ignoramus.... ignorabimus* » che doveva restare nella storia e diventare il motto che sta scritto sulla bandiera di quelli che giudicano vano ogni sforzo umano per sollevare il velo col quale gli antichi hanno immaginato che Iside tenesse nascosto i segreti della vita.

« Di fronte agli enigmi del mondo materiale, con queste testuali parole Du Bois-Reymond chiuse quel classico suo

discorso, « da lungo tempo il filosofo è abituato a pronun-
« ziare con virile rassegnazione il suo " *Ignoramus* ". Può
« ben essere che la contemplazione della via vittoriosa-
« mente percorsa e che gli ha già fornita la tacita convin-
« zione che quello che oggi egli ignora potrà, almeno in
« certe condizioni, saperlo e che egli lo saprà un giorno.
« Ma di fronte alla questione di quello che è forza e ma-
« teria, e come esse possano dare origine al pensiero, è
« necessario che, una volta per sempre, egli si rassegni alla
« sentenza, assai più difficile a pronunciarsi " *Ignorabimus* " (1).

L'eccezionale importanza a cui la rigida sentenza di Du Bois-Reymond ha potuto assurgere, anche per influenza della grande sua autorità, giustifica il desiderio di conoscere un po' da vicino il filo logico da lui seguito per arrivare a conclusioni che da molti, e non senza ragione, han potuto essere giudicate non abbastanza giustificate!

É superfluo il dire che le sottili disquisizioni di Du Bois-Reymond, che fu insieme biologo e matenatico, furono tutte impostate sulla concezione atomica della materia: la meccanica degli atomi doveva essere la meta degli sforzi di tutti gli studiosi per comprendere l'universo; tutti i fenomeni naturali potevano essere spiegati solo in quanto vi fosse modo di ridurli ad un sistema di equazioni aventi per base gli atomi e le forze che li muovono. Più precisamente, secondo l'idea fissa di Du Bois-Reymond, perchè si possa impostare un ragionamento scientifico rigoroso sulla base della meccanica degli atomi, è necessario si abbia quella che egli ha chiamato *conoscenza astronomica dei sistemi materiali*, vale a dire tale una conoscenza della posizione e dei movimenti degli atomi formanti qualsiasi sistema materiale, per cui e situazione e movimento atomico in un dato momento possano essere calcolati collo stesso grado di certezza come viene calcolata la situazione ed il movimento dei corpi celesti!

(1) *Ueber die grenzen des Naturerkennes*, in der zweiten allgemeinen Sitzung der 45 Versammlung Deutscher Naturforscher und Aertzte zu Leipzig am 14 August 1872 gehaltener Vortrag.

Secondo la comune tendenza, è in modo particolare per la spiegazione dei fenomeni intellettuali che Du Bois-Reymond applicava la sua concezione astronomico-molecolare.

“ Quale trionfo della scienza sarebbe se noi potessimo affermare che il tale fenomeno intellettuale è accompagnato da determinati movimenti di atomi in certe cellule gangliari o in taluni gruppi di fibre nervose; oppure se si potesse dire solamente quale movimento cadenzato di atomi di carbonio, di idrogeno, d'azoto, d'ossigeno, di fosforo, ecc. corrisponde al godimento che a noi procura l'armonia musicale; qual turbinio di simili atomi corrisponde all'acme della voluttà e quale uragano molecolare accompagna l'orribile sofferenza causata dall'irritazione del trigemino!

Per ciò che riguarda questi fenomeni per se stessi, è facile comprendere che quando pure possedessimo la conoscenza astronomica del cervello, essi rimarrebbero del tutto incomprensibili come al presente: la conoscenza astronomica del cervello, vale a dire la conoscenza più intima alla quale noi possiamo aspirare, non ci farebbe rilevare che della materia in movimento; ma nessuna disposizione, nessun movimento potrebbe servire di ponte per passare nel dominio dell'intelligenza: tra il movimento molecolare ed i fenomeni intellettuali rimarrebbe sempre qualche cosa di incommensurabile! „

Così impostata la questione, evidentemente talune altre dichiarazioni di ordine generale, che pure hanno posto nel discorso di Du Bois-Reymond, possono considerarsi quali semplici variazioni a contorno dell'*ignorabimus.*

“ Da 2000 anni, ha pur scritto quell'illustre fisiologo, l'umanità, malgrado le scoperte della scienza, nella spiegazione dell'attività intellettuale col mezzo delle condizioni materiali non ha fatto progressi essenziali più di quanti ne abbia fatto nella spiegazione della forza e materia. Essa non vi riuscirà mai.

Forse mai, nè prima nè dopo il celebre discorso di Du Bois-Reymond, l'arduo e affascinante problema della costituzione della materia ne' rapporti coi fatti biologici in genere e più particolarmente della possibilità di spiegare i fenomeni dell'intelligenza sulla base delle conoscenze sul-

l'organizzazione del cervello, fu affrontata con più cruda decisione e con argomenti, che, almeno in apparenza, corrispondono al massimo rigore scientifico; malgrado ciò, la concezione fondamentale sulla quale si impernia quell'argomentazione, non può non apparirci trascendentale, pur essendo matematica! E accade anche di pensare che la forma dell'argomentazione medesima, pur rispondendo nel modo più assoluto al sentimento scientifico del fisiologo di Berlino, riveli anche un sentimento di reazione rispetto alle correnti troppo rudemente materialistiche del tempo.

Il mondo scientifico era allora sotto l'impressione della celebre frase di J. Moleschott " non vi ha pensiero senza fosforo "; nè era spenta l'eco delle parole di Carlo Vogt " ... che i pensieri stanno al cervello presso a poco come la bile sta al fegato e l'orina ai reni ".

Il confronto del pensiero colla bile e coll'orina ha potuto sembrare sconveniente, sebbene sia inammissibile che agli occhi della fisiologia esista una gerarchia di grado degli organi e delle funzioni del corpo animale. Indipendentemente da ciò, si può comprendere come la mente scientifica di Du Bois-Reymond potesse ribellarsi alle non abbastanza giustificate correnti, rigidamente materialistiche, che ebbero il principale loro esponente nelle parole di Vogt e di Moleschott.

Sia che si voglia, non possiamo meravigliarci se a proposito delle argomentazioni astronomiche di Du Bois-Reymond, un chimico eminente ha potuto esprimere un giudizio come questo: " Il problema affrontato da Du Bois-Reymond sarà forse insolubile, ma certamente non lo è per le ragioni per le quali tale fu da lui proclamato ".

Ma di tutto questo non è più il caso di discutere ora, in presenza della moderna concezione sulla costituzione della materia. Fu sotto il geniale impulso di Van t' Hoff, di Arrenius, di Guglielmo Ostwald, dei Curie, di W. Ramsay, di Rönntgen e di molti altri che, attraverso alle geniali ricerche sulle soluzioni diluite, sulla dissociazione elettrolitica e sulla radio-attività, si è arrivati alla dottrina degli elettroni e probabile costituzione elettrica fondamentale della materia, dottrina che, sorretta da brillanti prove sperimentali, ha ormai una conclamata cittadinanza nella scienza.

Se ai ragionamenti di Du Bois-Reymond sulla costituzione della materia al più ora si può attribuire un certo valore storico, legato all'autorità dell'uomo, un valore non diverso nè maggiore spetta a tutte le sottili sue disquisizioni critiche, pur trattandosi di ragionamenti fatti a puro titolo di ipotesi, sui rapporti tra cervello e fenomeni intellettuali.

Nello speciale riguardo delle funzioni psichiche e sensitive, il desiderio di un'analisi che tenga maggior conto delle nuove conoscenze sull'organizzazione, può ritenersi meglio giustificata quando si consideri lo stato rudimentale delle conoscenze stesse di cui Du Bois-Reymond poteva disporre. Sull'intima costituzione e sui rapporti delle cellule nervose molta luce è stata fatta negli ultimi decenni; conseguentemente, non può ora ritenersi ingiustificata la speranza che anche sui fenomeni psichici e sensitivi qualche raggio di luce nuova siasi riflessa.

La fiducia che quella speranza abbia il pieno soddisfacimento per verità in me non è grande; ma poichè trattasi del problema verso il quale sta sempre fisso lo sguardo non soltanto dei biologi, ma anche dei filosofi e di fronte al quale è stata ed è sempre ostinata la lotta anche sul terreno delle ipotesi, così difficilmente io saprò resistere al desiderio di dedicare anche a questo argomento una delle saltuarie mie note. Se nell'interpretazione accadrà ch'io venga indotto ad entrare anche nel campo delle ipotesi, non avverrà mai, però, che io mi spinga lontano tanto da perdere di vista i fatti anatomici e sperimentali.

Se ora, per avere un orientamento sullo svolgersi degli studi, che, con indirizzo positivo e sperimentale, nel moderno periodo sono stati compiuti coll'intento di conoscere l'essenza e le origini della vita, noi diamo uno sguardo al periodo storico che immediatamente precede il nostro, lo sfondo del quadro a noi appare quasi completamente occupato delle grandi figure di Lamarck e Darwin, colla loro concezione della dottrina dell'evoluzione, che fu proclamata la più grande conquista della biologia nel secolo passato.

I fatti che hanno costituito la metodica documentazione di quella grandiosa concezione dottrinale, sono rappresentati dagli studi anatomo-morfologici ed embriologici i quali fornivano, soppratutto a Darwin, gli elementi di prova. Questi stessi studii, alla luce della nuova dottrina, hanno subìto la maravigliosa trasformazione per la quale l'Anatomia, prima essenzialmente umana, diventava anatomia comparata, che occupandosi dell'organizzazione degli animali di tutta la scala zoologica, elevavasi al grado di scienza fondamentale di tutta la biologia.

Incontrastabilmente grande fu il merito del Darwin di avere introdotto nella scienza il concetto della possibile trasformazione di una specie nell'altra - dagli infimi più semplici organismi ai più complessi e più elevati - ma un merito ancora più grande a lui spetta per avere dimostrato essere possibile trovare una spiegazione fisiologica della legge fondamentale da lui rivelata, e, più ancora, per aver posta la questione sul terreno dell'osservazione diretta e dell'esperimento.

È però vero che, mentre il concetto fondamentale dell'evoluzione, dopo la ostinata e passionale opposizione incontrata al suo primo apparire (si arrivò a proclamare che Darwin aveva disonorato la scienza), è ormai generalmente accettato nella scienza, non altrettanto può dirsi dell'interpretazione della legge, sopratutto in ordine alle cause dell'evoluzione. Da questo lato, si è ancora ben lontani dall'accordo!

Le infinite discussioni sulle cause e leggi dell'evoluzione, discussioni che troppo di frequente si impostarono su argomentazioni involute e più oscure dei punti che esse avrebbero dovuto rischiarare, sono abbastanza documentate dalle questioni che, a proposito di Lamarckismo e Darwinismo, furono discusse ampiamente e vivamente nell'ultimo mezzo secolo: adattamento all'ambiente, con variazioni individuali provocate dall'ambiente stesso; trasmissione ereditaria dei caratteri acquisiti; selezione naturale nella lotta per l'esistenza; neo-Lamarckismo e neo-Darwinismo; dottrine di Naegeli di Weissmann e di Hertwig ecc. ecc.; ecco altrettante espressioni rispondenti ai diversi

concetti che, intorno alla fondamentale dottrina dell'evoluzione e dell' origine delle specie, per lenta e graduale trasformazione, negli ultimi decenni hanno occupato i cultori delle scienze naturali.

Non per la sola ragione del tempo che io posso permettermi di dedicare a questa sintetica rassegna, ma anche, anzi sopratutto, perchè gli argomenti or ora accennati, nella moderna fase di studi hanno rappresentato il tema prediletto di elevate e brillanti discussioni da parte dei più eminenti naturalisti, non è certo il caso che sugli argomenti medesimi pensi di soffermarmi io! - Però, ancora a proposito dell' origine delle specie per lenta evoluzione, un'altra serie di studi di piena attualità, non mi è permesso di passare del tutto sotto silenzio, tanto più che trattasi di studi che hanno determinato un nuovo acuto risveglio di opposizione alla dottrina di Darwin.

· Accenno ai noti studi sperimentali del botanico olandese De Vries, studioso di indiscusso valore e già rinomato per le importanti sue ricerche sperimentali di fisica biologica sulle piante.

Il De Vries, ha formulato una nuova dottrina che a quest' ora ha acquistato la cittadinanza della scienza col nome di dottrina della *mutabilità* delle specie, della quale già si volle dichiarare la contraddizione colla dottrina di Darwin.

Mediante studi condotti con perseveranza e rigore di metodo e corrispondenti a concetti prestabiliti e sperimentalmente controllabili, De Vries ha assistito alla comparsa di vere specie nuove complete, senza forme di passaggio
" ...... vennero alla luce, sono parole dello stesso De Vries,
" d'un tratto, belle e complete, senza preparazione e senza
" gradazioni di passaggio ..... Non fu necessario, egli ha
" aggiunto, nè selezione nè lotta per l'esistenza: fu un salto
" improvviso da un tipo all'altro ".

La dottrina delle *mutazioni,* quale fu lanciata dal De Vries, è veramente in assoluta contraddizione col pensiero darwiniano dell'evoluzione per lenta e graduale trasformazione della specie? Le osservazioni che hanno condotto il De Vries a formulare la dottrina delle *mutazioni,* includono

veramente la completa demolizione del Darwinismo, come si è voluto affermare?

A parte che non si deve confondere la dottrina fondamentale di Darwin colle spiegazioni di essa, delle quali spiegazioni lo stesso Darwin aveva riconusciuto le lacune e l'insufficienza, è da osservarsi che anche De Vries si ribella a questa interpretazione de' suoi risultati “ la mia opera, egli dice, vuole essere pienamente d'accordo coi principi stabiliti da Darwin e offrire una completa e precisa analisi di alcune idee sulla variabilità, l'eredità, la selezione e la mutazione che, al tempo di Darwin erano ancora vaghe. È un semplice dovere di giustizia dichiarare che Darwin stabilì una base così larga per le ricerche scientifiche che su questo argomento, dopo mezzo secolo, molti problemi di interesse capitale rimangono ancora da esaminare ”.

In conclusione, pur riconoscendo che gli argomenti svolti a favore del principio dell'evoluzione, possono, nel loro insieme, essere giudicati insufficienti, il concetto fondamentale rimane ed i nuovi dati valgono a farne meglio conoscere i fattori e le modalità.

Certo è che, ad onta dell'acuta opposizione iniziale, la legge di Darwin ebbe la più feconda influenza sull'indirizzo e sullo sviluppo di tutti i rami delle scienze naturali. Così è avvenuto che Zoologia, Anatomia umana e comparata, acquistarono un'impronta ed un indirizzo altamente scientifico venendo rivolte ad un solo scopo: la conoscenza delle origini e delle leggi della vita. Ed è doveroso riconoscere che siffatto collegamento dei vari rami della Biologia, così da risultarne quasi un unico tronco, ha potuto effettuarsi sopratutto per opera di una scienza nuova: la scienza dell'organizzazione, l'Istologia.

Quasi nello stesso periodo storico nel quale il mondo scientifico avrebbe potuto dirsi assorbito dalle controversie sulle prime origini della vita, imperniate sulla dottrina dell'evoluzione e sue leggi e modalità del fatto, altri fon-

damentali studi, pur essi, almeno in qualche parte, influenzati dalla grandiosa concezione di Lamark e Darwin, andavano man mano allargando le loro conquiste nel campo della fina organizzazione di tutti gli esseri vivi, animali e vegetali.

Era una vera rivoluzione nuova che si andava effettuando. Iniziatasi in un campo apparentemente assai lontano e con metodi suoi proprii, essa si rivelò subito quale scienza di conquista ad obbiettivo sempre convergente verso lo scopo supremo della biologia, quello di scoprire l'essenza ed il meccanismo della vita. La nuova rivoluzione si riassume nella parola *teoria cellulare* che, fondata da Schleiden e Schwann, ebbe poi il suo più completo svolgimento cogli studi successivi di una infinita schiera di studiosi che da Schleiden e Schwann arrivano ai nostri giorni.

Colla scoperta della cellula, l'elemento primitivo di tutti i tessuti o l'organismo elementare individualmente capace di tutte le manifestazioni che caratterizzano la vita, si credette di essere veramente arrivati alle fonti nelle quali, finalmente, avrebbe potuto essere rintracciata la causa prima della vita, il principio vitale!

Si era, così, veramente entrati in altra fra le vie maestre di progresso; anche su tale via, però, non dovevano mancare le soste ed i disinganni.

Intanto, la cellula, che all'osservatore veramente si presenta rivestita di tutte le prorogative di un organismo vivente, ha subito costituito un terreno nel quale si son potute direttamente, objettivamente verificare ed analizzare le principali manifestazioni della vita, sia in condizioni del tutto normali, sia sotto l'influenza di condizioni diverse dalla norma od addirittura patologiche. La cellula, infine, ha potuto diventare presto il terreno adatto anche pei cimenti sperimentali.

I concetti fondamentali della biologia cellulare sono adunque essenzialmente questi: le proprietà vitali, in quanto sono proprietà della cellula, cessando di essere qualche cosa di astratto, sono portate nel dominio dell'osservazione diretta e dello sperimento; ma poichè l'osservazione e lo

sperimento dimostrano che allorquando gli elementi sono riuniti in tessuti, in organi, in sistemi, non manifestano altre proprietà all' infuori di quelle di cui ciascuno di essi è isolatamente fornito, da ciò consegue che per conoscere le manifestazioni vitali complesse è duopo riferirsi alle singole attività cellulari.

La vita è l'azione funzionale collettiva di tutte le parti, dalle più importanti alle più secondarie; non v'ha una sede speciale della vita, ma tutte le parti, anzi ogni cellula è sede di vita.

La cellula, come ho già detto, è per noi un organismo distinto nel quale determinate sostanze chimiche, colle loro ordinarie proprietà, si trovano combinate in modo speciale, spiegando attività corrispondenti a queste combinazioni.

Coi criterii della biologia cellulare, l' intero organismo ha perduto molto di quella unità che volontieri era ammessa nel passato, acquistando invece il significato di una ordinata aggregazione di organismi nella quale ogni parte, mentre si tiene in connessione colle altre e da esse in qualche modo dipende, conserva però sempre un' attività propria ed indipendente.

La creazione di una *teoria cellulare* nella biologia normale, doveva, per logica conseguenza, essere seguita da una patologia avente per scopo di considerare le perturbazioni della vita cellulare nei loro rapporti coi fenomeni della malattia. L' essenza della malattia, per tanto tempo ricercata, venne allora trovata, o si credette di averla trovata, non già come qualche cosa di astratto, ma quale un' entità materiale : l' alterazione delle cellule. E come la fisiologia, per valutare il significato funzionale di una parte, cerca di mettere in luce la struttura e la chimica composizione degli elementi e ne studia lo sviluppo e le modificazioni che subiscono nei varii periodi delle diverse loro attività, così la patologia, alla sua volta, indaga quali siano le alterazioni di forma, di struttura e di chimica composizione degli elementi.

Con queste righe io ho sinteticamente delineata la dottrina cellulare quale, dopo la scoperta di Schleiden e Schwann,

fu sviluppata da Remack, Schultze, Virchow e tanti altri sommi il cui nome è legato alla storia della Biologia svoltasi, nella parte essenziale della sua fase moderna, nella seconda metà del secolo passato. Così legata alle conoscenze sulla costituzione della materia - sopratutto struttura e composizione delle cellule -, aspirazione essenziale della Biologia doveva pure essere quella di arrivare alla dimostrazione che tutto quanto noi sappiamo dell' organismo vivente, normale ed ammalato, non è e non può essere che l' applicazione delle leggi fisico-chimiche. Se non che, pur avendo questa aspirazione, la biologia non si è mai dissimulato, nè si dissimula ora, che dall' estremo confine a cui può arrivare l' interpretazione chimica e fisica dei fenomeni dell' organismo vivente e la reale comprensione dei più elevati di essi, esiste un abisso che la scienza, fino ad ora, non ha saputo colmare ! Davanti a questo abisso. il biologo non si ritrae scoraggiato, nè fa suoi gli aforismi coi quali alcuni han preteso di segnare i confini dell' umano sapere. Dai sorprendenti progressi che la scienza ha saputo fare nel corso di pochi decenni, il biologo ritrae nuova lena per proseguire nella lotta, lotta non di idee grandiose, ma di fatti accumulati colla pertinacia nel lavoro paziente e indefesso : egli sa che, per quanto piccolo, il progresso così ottenuto resterà imperituro, segnando il cammino per procedere a nuove conquiste.

Ma anche della dottrina cellulare ora si vorrebbe proclamare la decadenza, per la singolare ragione che la cellula non si presenta più come il semplice organismo costituito da protoplasma e nucleo, come per molto tempo venne descritta, ma ha rivelato una struttura assai più complicata. Per siffatta considerazione, si afferma che il principio della vita si debba ricercare in altre parti veramante semplici.

Che la questione della struttura delle cellule sia ora diventata assai più complessa, e, corrispondentemente, sia andato complicandosi anche lo studio del modo di comportarsi delle varie parti costitutive della cellula nelle diverse condizioni di vita, è cosa che si può comprendere ; ma non per questo la cellula ha cessato di essere l' organismo nel quale si svolgono i fatti tangibili, riferibili alla vita.

A proposito dei fatti che si svolgono nelle cellule in relazione coi più importanti fenomini della vita, di maggiore entità, se non altro pel posto che hanno occupato nella storia delle controversie istologiche, sono le discussioni intorno al significato delle diverse parti costitutive dell' organismo cellulare.

Fin dai primordi della dottrina cellulare, alle classiche due parti costitutive della cellula, nucleo e protoplasma, si volle attribuire una funzione diversa: al nucleo, venne assegnata la parte di organo riproduttore, venendogli corrispondentemente concessi gli attributi di sovrano della cellula, mentre al protoplasma venivano assegnate le funzioni della vita vegetativa. Non si tardava poi a riferire al nucleo altra funzione di primo ordine dal punto di vista dell'eredità: quella di contenere i rappresentanti morfologici dei caratteri ereditari. E qui la mente corre al nome di Naegeli, col suo mistico *idioplasma* e colle invisibili e quindi ipotetiche sue micelle le quali, ad ogni modo, gli fornivano l'argomento di una teoria per spiegare l'eredità e la progressione o perfezionamento deg'i esseri viventi, così venendo in aiuto della teoria darwiniana.

Al nome di Naegeli sta vicino quello di Weissman, per quanto questi abbia inteso di combattere la teoria di quello; ma egli pure concentrava nel solo nucleo dell' uovo tutta la costituzione del futuro organismo, sostituendo alle micelle i non meno ipotetici *biofori* che, a tempo opportuno, uscirebbero dal nucleo, per produrre nel germe i differenziamenti istologici e morfologici.

Le eleganti e suggestive modificazioni della struttura nucleare (figure cariocinetiche) che, colla regolare e tipica loro successione, caratterizzano la divisione indiretta delle cellule, é la corrispondente segmentazione dei cromosomi i quali, almeno di regola, si ripartiscono in parti eguali nelle porzioni di cellula derivate dalla segmentazione, davano nuovo fondamento alla concezione della parte prevalente spettante al nucleo nella vita delle cellule.

Ma altre fine particolarità di organizzazione delle cellule venivano frattanto rivelate. La scoperta del centrosoma e della centrosfera, coi caratteristici loro rapporti col pro-

cesso di segmentazione delle cellule, non tardava a scuotere le fondamenta dell'elevata posizione assegnata al nucleo; si disse anzi, senz'altro, che il protoplasma aveva detronizzato il nucleo: e al centrosoma si attribuì il significato di un serbatoio di energia che si sprigionerebbe durante la cariocinesi, così introducendosi un concetto più nebuloso e meno tangibile del fenomeno stesso che si vorrebbe spiegare.

È sempre in giuoco la stessa tendenza ad esagerare la portata dell'ultima scoperta, nella speranza sia essa quella che potrà aiutare a togliere il velo che copre il gran mistero della vita. Se non che, questa tendenza troppo di sovente non ha per risultato che la creazione di un nuovo castello aereo, destinato a cadere di fronte ai risultati dei perfezionati metodi di indagine.

E infatti, altre e non meno fine particolarità di struttura non tardarono a venire in luce, portando con sè una nuova rivoluzione nel modo di interpretare il significato delle singole parti costitutive della cellula. In questo periodo, una parte veramente soverchiante è assunta dalla così detta struttura *mitocondriale* delle cellule, così dei tessuti animali che dei tessuti vegetali.

Ebbene, è ora ai mitocondri che si verrebbero attribuire le più elevate funzioni della cellula: formazione di parti costitutive elementari dei tessuti, funzione di elaborare materiali di secrezione, di attendere ai processi metabolici più delicati, ecc. Ed ecco ora che da Meves, con maggior decisione, pure ai mitocondri viene assegnato il compito di rappresentare il substrato materiale destinato alla trasmissione dei caratteri ereditari, al posto del nucleo nel suo insieme, dell'ergastoplasma, dei cromosomi e del corpuscolo centrale. Il tutto a nuova illustrazione dell'antica tendenza a svolgere concezioni di alta portata sulla base di pochi e piccoli fatti, il più delle volte unilateralmente studiati.

A mettere in dubbio la solidità dei fondamenti di queste costruzioni mitocondriali, può bastare l'osservazione che una classica struttura mitocondriale fu da me verificata in parti " che rappresentano un semplice materiale nutri-

tivo di riserva »: nei così detti globi del tuorlo nutritivo. (1).

Nella controversia sul compito che alle varie parti costitutive della cellula, può spettare nel meccanismo dei fatti vitali, forse a maggior diritto potrebbe intervenire quella delicatissima e cosí caratteristica particolarità di struttura che io ho potuto verificare nelle cellule indicandola col nome di *apparato reticolare interno,* denominazione di significato puramente morfologico.

A maggior diritto, ho detto, l'apparato reticolare interno potrebbe intervenire in questa discussione, perchè la sua importanza, dal punto di vista dei principali fenomeni biologici delle cellule, venne già ben riconosciuta. Mentre io stesso ho potuto mettere in evidenza gli intimi rapporti che esistono tra l'apparato reticolare e taluni stati funzionali delle singole cellule, Aldo Perroncito potè scoprire la diretta partecipazione di quest' organo cellulare al processo di riproduzione cellulare per cariocinesi: vi ha un vero parallelismo tra lo svolgimento dei fatti che caratterizzano la *dittocinesi* (così da Perroncito fu chiamato il processo di

(1) Fra le parti costitutive del tuorlo dell'uovo, specialmente degli uccelli, rettili, anfibi e molte specie di pesci, figurano i così detti *globi del tuorlo nutritivo.* Secondo il concorde giudizio degli embriologi, tali elementi, non soltanto non hanno carattere cellulare, ma non rappresentano che un materiale di nutrizione. Ecco, in proposito, la testuale dichiarazione di His « ai detti componenti corpuscolari del tuorlo « *non* « *spetta* alcun significato morfologico dal punto di vista dell'istologia.... « sono da considerarsi non come sostanze viventi, *ma quale materiale* « *nutritivo di riserva non organizzato* ». Ebbene, in questi così detti *globi del tuorlo nutritivo,* molto facilmente io ho potuto dimostrare una tipica costituzione mitocondriale, con fitte masse di mitocondri quale suole riscontrarsi negli elementi ove tale costituzione esiste nella sua più caratteristica forma.

L'unico commento ch'io faccio a questo reperto, lo riassumo nel seguente dilemma: o i motocondri non hanno l'alta dignità che ad essi si è voluto attribuire - da Mewes in prima linea - oppure ai globi del tuorlo nutritivo spetta una posizione gerarchica e un significato ben al disopra di quello che, per concorde giudizio degli embriologi, ad essi vien attribuita.

Metto il dilemma senza concludere, per quanto la prima delle due supposizioni quasi si imponga.

divisione doll' apparato reticolare) e quelli riguardanti la *cariocinesi.*

Il riserbo da me sin dall' inizio mantenuto intorno al significato biologico di questa parte costitutiva delle cellule — da considerarsi quale vero organo cellulare — mi vieta di fermarmi a considerare, anche a solo titolo di ipotesi, se all' apparato reticolare spetti per avventura il compito, che già si volle attribuire, prima al nucleo, poi al centrosoma, ora ai mitocondri. Si tratterebbe di una pura e superflua ipotesi aggiunta alle troppe che già ingombrano il campo della scienza.

Anche per l' apparato reticolare, un responso sulla parte che gli si deve assegnare nella vita delle cellule, non potrà venire che da ulteriori ricerche, che si può sperare pur gioveranno ad un coordinamento delle conoscenze sulla fine costituzione delle cellule, per una più fondata loro interpretazione rispetto ai fatti della vita.

Fino ad ora, le conoscenze sull' organizzazione delle cellule, per quanto sorprendentemente affinate, non si può dire abbiano svelato il mistero. Questo però non autorizza a ritenere giustificata l' affermazione, volontieri ripetuta, del completo fallimento degli studi morfologici.

Come può dirsi questo dal momento che siffatti studi possono vantare continue conquiste?

Gli studi che si propongono di approndire le conoscenze sull' intima struttura degli organismi che sono sede di vita, animali e vegetali, ebbero nell' ultimo mezzo secolo un' incremento meraviglioso e col progredire di tali studi molta luce si è pure irradiata, così da risultarne un promettente incremento, anche sul meccanismo dei principali fenomeni della vita. Malgrado ciò, allo studioso che vuole rimanere rigorosamente attaccato ai fatti, si impone la necessità di confessare, per quanto tale confessione possa riuscire mortificante, che in realtà fino ad ora, nessuna delle conquiste compiute ha il valore del ponte destinato ad effettuare la congiunzione tra la materia organizzata e l'intimo dinamismo dei fenomeni che caratterizzano la vita.

A questa modesta confessione fanno riscontro le ardite affermazioni provenienti dai cultori di un ramo di scienza — la chimico-fisica — che, in questi ultimi decenni, si è trovata in una fase rapidamente ascendente nella quale si è potuto ravvisare la guarentigia di un sicuro, costante ed indefinito progresso! È da questa parte che, con tutta decisione si è potuto parlare dell' avviamento della fisico-chimica alla spiegazione dei fenomeni della vita!

« Si deve alla fisico-chimica, è stato assiomaticamente affermato, se di molte manifestazioni vitali si è compreso l' intimo dinamismo.... di quale interesse sia la conoscenza dell' intima struttura dei colloidi, per la soluzione del problema della vita, si può bene comprendere qualora si consideri che la vita è una manifestazione energetica legata indissolubilmente allo stato colloidale della materia ».

Ecco, d' altra parte, audacemente formulato l' atto d' accusa e la corrispondente sentenza contro il così detto indirizzo morfologico.

La morfologia ha finito ormai il suo compito; essa ha dato tutto ciò che poteva dare; la struttura anatomica e le derivazioni embriologiche sono in gran parte note e tuttavia la maggior parte dei grandi problemi riflettenti la vita, sono rimasti insoluti; la morfologia il cui campo appare chiuso, si è mostrata adunque impotente; soltanto la fisica e la chimica riusciranno a svelare, coll' applicazione delle loro leggi e dei loro metodi, i problemi naturali. Seguiamo ed applichiamo adunque questi metodi e abbandoniamo lo sterile campo della ricerca morfologica.

E alla chimico-fisica, adunque, che dovrebbe essere riservato, senza contestazioni, l' avvenire nelle conquiste della biologia!

L' argomento è di troppo grande attualità perchè io possa sottrarmi al desiderio di un commento.

Ammiratore delle moderne conquiste della fisico-chimica, posso dividere la speranza che ad essa sia riservata una parte fondamentale nel progresso delle conoscenze sul dinamismo della vita. Da questo però non deriva un qualsiasi appoggio all' idea secondo la quale gli studi indirizzati alla conoscenza, sempre più intima, delle strutture nei loro rap-

porti coi fatti vitali, nulla di comune possano avere con quelli della fisico-chimica. In questa pretesa antitesi, anzi, io ravviso quasi un controsenso. Questo a parte la ragione storica la quale è tutta nel senso che tra i due ordini di studi esista quasi una compenetrazione, per quanto implicanti diversi metodi di ricerca.

D' onde la Biologia cellulare ha attinta la sua importanza ed i concetti direttivi, che l' hanno indirizzata nelle moderne sue meravigliose conquiste, se non nella possibilità di scrutare direttamente gli organismi elementari - le cellule - coi metodi della fisica e della chimica e di sorprendere nella sostanza degli organismi medesimi le modificazioni, sia chimiche che morfologiche, che per effetto delle oscillazioni e delle deviazioni della vita, in essi possono presentarsi?

Come si può mettere d' accordo l' ostracismo, così solennemente pronunziato dell' indirizzo morfologico, colla spiegazione a cui per logica necessità altri meno unilaterali cultori della fisico-chimica si sentono costretti a ricorrere per far intendere i fenomeni vitali? " Il fenomeno della " vita, si è creduto di poter affermare, in ultima analisi " ha le sue radici nella cellula; i componenti di questa ed " i suoi derivati sono essenzialmente rappresentati da corpi " colloidali.... Alla maniera graduale, con cui si verificano " i cambiamenti colloidali si può imputare la lentezza " caratteristica delle reazioni chimiche degli organismi " viventi ".

Ecco che, mentre, fra gli stessi cultori della fisico-chimica, da una parte si afferma che la spiegazione dei fenomeni vitali è privilegio esclusivamente riservato alla fisico-chimica, dall' altra si afferma che la spiegazione medesima è intimamente legata ai fatti strutturali.

L' illustre nostro biologo Fano, un benemerito degli studi della fisico-chimica, mostra di dividere questo concetto mentre scrive: " Il problema dei chimismi degli esseri vivi è reso difficile dal fatto che il sottostrato chimico di quegli esseri è usato, in parte almeno, a costituire la trama strutturale dei tessuti, i materiali morfologici per edificare i loro organi, i loro apparati, i loro sistemi.... nè devesi di-

menticare che la più caratteristica attività degli esseri viventi è quella di costruire i meccanismi strutturali, corrispondenti alle diverse proprietà vitali dei singoli elementi „. Su questo punto lo stesso Fano ha poi così sintetizzato il suo pensiero: “ È necessario aver presente che le manifestazioni della vita dipendono, non soltanto da una determinata compagine chimica, bensì anche da una particolare struttura morfologica e che l' una a l' altra sono così intimamente immedesimate che l' estrazione di composti chimici implica quasi sempre la distruzione completa della materia organizzata „.

Un' altro orientamento, nel periodo storico che sta svolgendosi, si è imposto, col successo, nel campo della biologia.

Mi riferisco agli studi che si fondano sui risultati ottenuti col così detto *metodo biologico* (sperimento biologico): la moderna letteratura scientifica ne è in prevalenza occupata e nei nostri laboratorii le indagini con questo nuovo indirizzo, assorbono sempre più l' attività dei ricercatori.

Basterà io ricordi che attorno a quest' ordine di studi si raggruppano tutti quelli che si riferiscono all' intricato tema delle *immunità*, quelli sull' *anafilassi*, sulle *isotossicità* ecc. ecc., perchè si possa comprendere la straordinaria loro importanza.

Si tratta, infatti di risultati che, mentre sono impressionanti per sè, anche perchè rivelano un lato nuovo della vita, ben si possono chiamare grandiosi dal punto di vista dei successi umanitari già conseguiti! A quest' ora hanno rinnovata gran parte della medicina. Se non che, per l' interpretazione, si sottraggono alle leggi comuni della scienza: su gran parte di essi pesa ancora il mistero!

Su questo argomento io devo fare una confessione, per quanto in essa si possa ravvisare una contraddizione.

Io ho rilevata l' importanza grande della chimico-fisica, in essa ravvisando una nuova conquista della scienza perchè ha dato al biologo altro mezzo di precisione per estendere

e approfondire le sue indagini nel substrato anatomico della vita, per cimentare direttamente le attività biologiche degli elementi primitivi dei tessuti e per procedere, così, a nuove conquiste nell' applicazione della fisico-chimica alla biologia: io ho ravvisato, come ho già detto, una compenetrazione dei metodi chimici e fisico-chimici coi così detti metodi a base di indagine morfologica. Invece, di fronte ai risultati del metodo che è convenuto debba chiamarsi *biologico*, pur sentendo la loro grande importanza - molti di quei risultati figurano fra i trionfi della medicina - e riconoscendo che di essi il ricercatore deve essere orgoglioso, perchè rappresentano altrettante conquiste della perseverante sua opera e delle geniali intuizioni della sua mente, quale studioso di scienza, io provo quasi un senso di sconforto!

Egli è che i risultati del *metodo biologico*, che pure si svolgono secondo leggi che si vanno determinando, qualche volta, perfino con precisione matematica, fino ad ora non hanno potuto essere inquadrati fra gli studi aventi uno svolgimento rispondente a note leggi di fisica o di chimica o di fisico-chimica. Anzi, mentre da una parte si è potuto affermare trattarsi di succcessi prevalentemente dovuti a metodi empirici, dall'altra si tende ad ammettere siano in azione delle forze puramente vitali che nulla hanno a che fare colle fisico-chimiche!

Certo è che, mentre i cultori del metodo biologico tendono ad avvicinare i loro studi alla chimica, anzi, essi senz' altro attribuiscono alle loro esperienze il valore di esperienze chimiche, chimici e fisici, invece, rifiutano di riconoscere tali identificazioni.

Una identificazione, per ora, non può essere fatta! Però, io non credo che essa debba essere esclusa a priori; rilevo anzi come talune ricerche tendano a stabilire un contatto tra esperienze col metodo biologico e le noti leggi fisiche e chimiche. In concreto, noi troviamo difficile negare che in parecchie tra le reazioni biologiche - ad esempio nelle così dette reazioni immunitarie - si compiano delle vere e proprie reazioni chimiche. Questo però non basta per autorizzare l'identificazione sulla quale si insiste. Solo quando

i corpi che si trovano nei sieri o le così dette tossine saranno chimicamente definite, allora anche le questioni immunitarie potranno essere considerate coi criterii della chimica.

Forse la chiave del problema potrà essere rappresentata da perfezionamenti e raffinamenti dei metodi di indagine chimica e fisico-chimica, dei quali è sempre sentita la necessità, anche dai più illustri cultori della chimica.

Noi volentieri ci attacchiamo a questa speranza, anche perchè non vorremmo fosse rafforzata la concezione che nella vita sono in giuoco altre forze diverse dalle forze fisiche e chimiche.

* * *

Nella moderna fase di affannosa ricerca scientifica, non si è mancato di affrontare il problema della vita, sia prendendolo quasi d'assalto, per le vie più dirette e con metodi di spettanza della fisica e della chimico-fisica, sia girando, per così dire, la posizione con spedienti indiretti e miranti a far luce sull'intima costituzione chimica della materia viva o che fu viva.

Dal primo punto di vista, esperimenti arditi, qualche volta geniali, meritevoli, almeno in parte, di essere continuati, sono stati istituiti con risultati che ebbero un'eco anche al di fuori del campo rigorosamente scientifico.... Il vecchio sogno, non soltanto di fabbricare, coi mezzi di laboratorio, il metallo nobile, ma anche di dar vita ai materiali morti o di *creare la vita,* in reltà non è mai completamente tramontato!

Se il sogno degli alchimisti ha potuto rivivere con veste moderna, colla concezione elettroionica della materia, la speranza di creare la vita si è presentata con forma più tangibile negli esperimenti di una serie di studiosi che sono riusciti a far prendere il problema in seria considerazione.

Possono qui essere ricordati i tentativi fatti per ottenere manifestazioni di vita, anzi per creare artificialmente degli esseri viventi, od anche semplicemente degli elementi cellulari paragonabili alle vere cellule animali, da sostanze

chimiche di determinata composizione, sotto l'influenza di spedienti diversi di ordine fisico e chimico.

Fra questi tentativi, possono trovar posto le pseudo-cellule di Leduc, ottenute con artifizi che rendono visibili le modalità colle quali soluzioni di varia composizione chimica e di diversa pressione osmotica, si compenetrano e si combinano tra loro.

Ma le pretese cellule di Leduc assomigliano così da lontano alle vere cellule, che il ravvicinamento non può essere preso troppo sul serio! Nè io mi sentirei di mettere nel conto dei tentativi seri per produrre artificialmente degli esseri viventi, le esperienze fatte da Butler Burke, da Dubois e Kuckuck col sottoporre all'azione di sostanze radioattive delle miscele sterilizzate di gelatina. Per quanto sia avvenuto che nella storia di questi tentativi abbiano avuto un posto i così detti " *radiobi* " - vitalità ottenute col radio - di Butler Burke e la " *citocinesi minerale* " di Dubois (corpi simili a cellule che dimostrarono accrescimento con meccanismo di divisione delle cellule assolutamente identiche a quelle degli esseri viventi), e le " *Barium-cellule* " di Kuckuck, le quali avrebbero il loro posto fra le cellule animali senza nucleo, come le " monere, i citodi e le proto-cellule ", io non so indurmi ad ammettere che questi risultati abbiano un valore superiore a quello di simplici curiosità. Al più essi possono farci pensare che fatti morfologici, analoghi a quelli che verifichiamo negli elementi organizzati, possono svolgersi al di fuori dell'albumina vivente, per sola azione di forze fisiche o fisico-chimiche. Tutto questo, però, se può far supporre che anche negli esseri viventi, tali fenomeni di ordine morfologico possono svolgersi sotto l'influenza esclusiva delle forze fisiche e chimiche, in nessun modo autorizzano ad ammettere che i fatti stessi sieno espressione di vita.

In questo ordine di studi, fatti per affrontare direttamente il problema della vita, hanno meritato maggior considerazione le esperienze di Verson, di Loeb, di Quaiat, ecc. È vero che nel gruppo di studi a cui accenno, la base per la discussione è mutata, giacchè non si tratta più di tentativi su materiale morto, ma su materiale vivo, l'uovo,

Precisamente, si è tentato di provocare nell'uovo, non fecondato, coi mezzi fisici e fisico-chimici, dei fatti di sviluppo, quei fatti cioè che, fino ad ora, sono stati considerati esclusivamente possibili sotto l'influenza dell'atto squisitamente vitale della fecondazione!

Fu in certo modo un precursore di questi studi Enrico Verson il quale nell'uovo del baco da seta riuscì, mediante mezzi fisici o chimici (pioggia elettrica, acidi diluiti) a sopprimere il lungo periodo di inazione, caratteristico in queste uova, e a farle sviluppare appena emesse e fecondate.

Di più diretta e fondamentale importanza sono state le esperienze di Loeb, le quali son riuscite a richiamare l'attenzione del mondo scientifico: si disse, anzi, che nulla si è sin qui ottenuto di più meraviglioso dei fatti descritti dal rinomato fisiologo americano! Nelle uova di echinodermi, non fecondate, mediante metodici passaggi dall'acqua di mare, modificata coll'agginta di acido butirrico, valerianico e capronico e successivo ritorno nell'acqua di mare normale, Loeb riusciva a provocare la segmentazione e successiva formazione di embrioni natanti, come i normali, che si sviluppavano ulteriormente. Al Loeb, però, si è potuto fare l'obiezione che le uova di cui egli si è servito, già normalmente, per quanto in minor misura, mostrano tendenza allo sviluppo partenogenetico. Tale obiezione fu evitata dal Quaiat, il quale, dall'uovo del baco da seta, a cui è negato lo sviluppo partenogenetico, colla pioggia elettrica prolungata, riuscì ad ottenere, senza fecondazione, lo sviluppo di larve.

Questi risultati, certo non ci avvicinano molto all'***homunculus*** della leggenda poetica! Essi, ad ogni modo, poichè si tratta di fatti classicamente vitali, che dalla segmentazione arrivano alla formazione di veri organismi viventi ottenuti per sola virtù di spedienti fisico-chimici, ne' riguardi del problema della vita hanno una indiscutibile importanta, pur rimanendo il desiderio, forse espressione di un'ombra di diffidenza, di ulteriori ricerche di conferma.

Più concreti, per quanto rimangano ancora molto lontani dalla meta, sono gli studi diretti ad affrontare il problema chimico della composizione della materia vivente.

Da questo punto di vista, la posizione è essenzialmente occupata dai risultati, riconosciuti di importanza somma, intorno alla produzione per sintesi delle albumine. Tenuto conto di tali risultati, alcuni scienziati eminenti non hanno esitato a dimostrarsi convinti che la chimica potrà condurre un giorno alla costruzione artificiale di " *materia vivente* " così ottenendosi, si aggiunge, la chiave del problema tormentoso ed attraente delle origini e dell' intima natura degli organismi viventi. Se non che, ha proposito di tali conquiste chimiche, l'eminente nostro collega Giulio Fano, ha creduto di dover mettere in guardia contro il miraggio di quei risultati.

" Emilio Fischer, egli dice, maestro stupendo delle sintesi organiche, nel dar conto di quelle ricerche che, con grande probabilità lo condurranno ad ottenere sulle proteine quei successi che già conseguì cogli zuccheri, avverte dello scarso significato di certe sintesi accidentali ".

Infatti, E. Fischer, nell' epilogo di un suo discorso, si è così espresso: " Qualora, oggigiorno, per un caso fortunato, mediante una brutale reazione, per es. fusione di un aminoacido in presenza di un agente disidratante, si riuscisse a produrre una vera e propria proteina, e se inoltre fosse possibile, ciò che è ancor più inverosimile, identificare il prodotto artificialmente ottenuto con un prodotto naturale, con questo, poco sarebbesi ottenuto per la chimica e pressochè nulla per la Biologia ".

È degno di nota, che, mentre lo stesso Fischer quasi contesta ogni valore alle sintesi che si possono ottenere coi mezzi violenti, in pari tempo lumeggia i vantaggi che si possono trarre da una ricerca graduale che conduca, per lenti stadii, a ricostruire un determinato complesso molecolare, come appunto egli fece coi così detti polipeptidi.

I risultati che, seguendo la strada così additata da Emilio Fischer, i ricercatori di più alta fama a quest'ora hanno saputo conseguire, affidano che il grave problema della sintesi delle materie proteiche, possa ormai dirsi avviato alla sua soluzione.

* * *

Da qualunque punto di vista, anche da quelli che si

direbbero affatto secondarii, si tenti scrutare il mistero della vita, a noi si affacciano nuovi punti oscuri che la scienza d'oggi non è in grado di chiarire e che trascinano a nuove indagini delle quali, con evidenza sempre maggiore, risulta la enorme complessività del problema che incombe.

Ecco altra fra le forme sotto le quali, pur ora, esso a noi si presenta: esiste una linea netta di separazione fra la vita e la morte? Anche a tale quesito, che si direbbe elementare, non siamo in grado di fornire una precisa risposta!

Tutti i fenomeni che caratterizzano la vita, sono considerati inseparabilmente connessi alle albumine delle parti organizzate; ebbene non ci è ancora dato di dire qual differenza esista tra l'albumina vivente e quella morta!

Giulio Fano, dopo un'acuta analisi scientifico-filosofica del problema incluso nella parola " materia vivente " con pensiero forse improntato di un pessimismo eccessivo, in proposito così si esprime: " . . . . Questa trasformatrice di energie e costruttrice di forme, così costantemente polarizzata verso determinati scopi, così incessantemente orientata verso un divenire, così evidentemente mossa da finalità dinamiche e determinata da una volontà di vita, che cosa è essa, di che cosa è fatta, come localizzarla, come isolarla, in qual modo analizzarla . . . . . Cancelliamo quindi dal nostro vocabolario tecnico l' espressione " materia vivente " che non può esprimere che una rappresentazione filosofica, oserei dire psicologica, delle apparenze di un essere vivente, per quanto riguarda le cause determinanti i suoi dinamismi funzionali ".

D'altra parte, se possiamo aver fiducia di essere avviati alla soluzione del problema della artificiale creazione delle sostanze proteiche, per ora sarebbe ingiustificato ardimento affermare la capacità nostra di far scaturire la vita dall'albumina morta o da qualunque altra sostanza inanimata od organica.

E v'ha di più!

Nemmeno il ricambio materiale o metabolismo, che siamo abituati a considerare condizione fondamentale di vita - alla quale condizione, anzi, sarebbero subordinate

tutte le altre manifestazioni vitali - sembra sia veramente un attributo assolutamente necessario della vita!

Hanno dato e danno fondamento a discussione su questo punto i fatti della così detta riviviscenza degli organismi fatti che, già conosciuti dagli antichi, poi ben studiati anche da Leeuwenhoek da Spallanzani e da altri, ai nostri giorni sono ridiventati oggetto di speciali ricerche. I moderni, naturalmente, si sono studiati di analizzare ed interpretare il fenomeno della riviviscenza anche alla luce dei metodi di precisione.

Ad esempio il Kochs, col procedimento analitico più minuzioso, ha potuto verificare che dei semi di piante diverse possono essere conservate nel vuoto per una serie di mesi senza che in essi potesse verificarsi, neppure in grado minimo, quella forma più elementare di ricambio che si chiama respirazione! E tuttavia quei semi, messi nelle condizioni opportune, hanno poi germogliato.

Nelle ben note esperienze di Pictet, dei pesci hanno resistito ad una temperatura di - 28; dei miriapodi ad una di - 50 e delle lumache perfino ad una temperatura di - 120!

Evidentemente, è impossibile immaginare qualsiasi processo metabolico quando l'acqua, che serve di veicolo ai materiali di ricambio, si è trasformata in ghiaccio.

A parte i tentativi di spiegazione, anche sui quali però non si è mancato di insistere (Bachmetjew), il fatto di animali, abbastanza elevati nella scala zoologica, congelati fino allo stato di durezza e che poi sgelati rivissero, ebbe diffusa conferma.

* * *

In qualche rapporto cogli studi sulla riviviscenza, altri fatti i moderni ricercatori hanno potuto scoprire *ex novo* o rimettere in luce, togliendoli da una inesplicabile dimenticanza, così da poter diventare il punto di partenza di nuove indagini.

Molti di questi fatti rappresentano altrettanti trionfi della Biologia! In proposito basterà ricordare che essi, in certo modo fanno capo ai risultati conseguiti dal celebre

chirurgo franco-americano Alessio Carel sulla sopravvivenza degli organi e tessuti staccati dagli organismi ai quali appartengono, sulla coltivazione dei tessuti *in vitro*, sugli innesti! Di tali fatti già si è impadronita la chirurgia pratica, ottenendo risultati più che promettenti.

Fra gli studi sperimentali di *Alessio Carel*, hanno in particolar modo richiamato l'attenzione degli studiosi quelli sulla così detta coltura dei tessuti *in vitro*. Tali rusultati, che ebbero l'alto riconoscimento dell'Istituto Nobel di Stockholm, preceduti da quelli, già riconosciuti di importanza somma, ottenuti da Harrison sull'accrescimento in vitro del sistema nervoso centrale di embrione di rane, hanno sorpassato di molto tutto quanto da Harrison e da altri erasi ottenuto in precedenza, anche pel fatto che Carel ha potuto stabilire un metodo generale di coltura per tutti i tessuti, ottenendo risultati presso a poco costanti.

Nelle esperienze di Carel, il cuore si è dimostrato l'organo che per la durata della sopravvivenza e conservazione della contrattilità, ha dato i migliori risultati. Particolare impressione ha fatto un preparato, presentato all'Accademia di Medicina di Parigi, contenente un frammento del cuore di embrione di pollo, il quale *più di tre mesi dopo la sua estirpazione* e *messa in coltura*, non soltanto era molto cresciuto di volume, ma continuava a contrarsi col ritmo normale! Rispetto agli innesti, a parte quelli sui vasi sanguigni (pubblicati fin dal 1902), furono oggetto di particolare considerazione quelli sul rene. Carel ha potuto registrare per il primo un caso di trapianto del rene con lunga sopravvivenza dell'animale e dell'organo trapiantato. Eguali esperienze egli ha istituito sulla milza.

A proposito di queste esperienze " Sulla sopravvivenza delle cellule e degli organi " e dell'importanza pratica che esse possono avere, in una conferenza di recente pubblicazione, un valente cultore delle scienze non ha esitato a scrivere: " ... nessun dubbio che tali ricerche permetteranno un giorno ai chirurghi di tenere in serbo dei *pezzi di ricambio* per utilizzarli all'occasione ". Nasce il dubbio che l'idea dei pezzi di ricambio corrisponda, in qualche misura, al desiderio di un effetto oratorio; è però certo che quelle

parole rappresentano un'indice del punto a cui possono arrivare le speranze circa le possibili applicazioni pratiche delle esperienze di Carel.

Ho già detto che i risultati, ormai celebri, di Carel hanno una lunga precedenza di studi, di osservazioni e di ricerche sperimentali. Se per ovvia considerazione di tempo, lasciando completamente da parte quelli dello Zambeccari, che meriterebbero speciale illustrazione, mi limito al semplice ricordo di Tagliacozzi, che parlò di nasi asportati e che riattaccati attecchirono, di Baronio, che riuscì a far attecchire code di gatto su creste di gallo, di Hunter, che eseguì il trapianto dei denti, di Weissmann, di Ollier e di altri, che in vari modi illustrarono la questione degli innesti, non parlo degli innesti cutanei, entrati da tempo nella comune pratica chirurgica, non posso invece rinunziare a menzionare gli studi di Paolo Mantegazza che ad essi dedicò una notevole parte della sua geniale attività!

Le esperienze di Paolo Mantegazza sugli innesti, rappresentano ciò che di più importante, su questo argomento, è stato fatto prima di Carel. Esse sono vanto del nostro Istituto che le pubblicava nei suoi atti del luglio 1864. Una rivendicazione è quindi doverosa, anche in vista della ingiustificabile dimenticanza in cui si tende lasciarli!

In una pubblicazione italiana di questi mesi, dedicata alle esperienze di Carel, lo scrittore, mentre si dichiara in obbligo di interloquire " sia per la tutela rigorosa della verità scientifica, sia per un senso di giustizia verso coloro che in questo vasto ed interessante campo di studi furono predecessori di Carel " trascura nel modo più assoluto le esperienze di Paolo Mantegazza, alle quali, nella storia degli innesti di organi e di tessuti, spetta l'alta posizione riservata agli studi esprimenti ardite e geniali iniziative.

Paolo Mantegazza, ha svolto un piano di ricerche ordinato e completo: trapianto di tutti i tessuti ed organi in animali sempre più diversi da quelli che davano l'organo che deve essere innestato; studio metodico sul vario comportamento degli organi così trapiantati a seconda della sede dell'impianto. Egli potè così verificare che organi interi -

milza, testicoli, stomaco - trapiantati da uno ad altro organismo, non soltanto vivono settimane e mesi nel nuovo organismo senza mutare struttura, ma possono anche conservare l'attività funzionale: ad es., lo stomaco trapiantato può continuare a secernare muceo e succo gastrico, lo sperone di gallo può, anche in un animale di classe molto diversa, vivere e crescere indefinitamente (1).

A Mantegazza non è mancata la visione delle applicazioni pratiche di questi suoi studi! Egli, infatti, mentre accenna alle operazioni di autoplastica, che rendono la chirurgia sempre più ardita, alle resezioni sottoperiostee, ai trapianti, quali altrettante vie aperte alle sperienze dell'avvenire...., osserva che alla fisiologia gli innesti aprono un orizzonte infinito di ricerche.

Quanto al significato di questi risultati dal punto di vista della Biologia generale, Mantegazza lo ha detto con una frase sintetica: " Gli innesti, egli ha scritto, confermano pienamente la concezione vircowiana della vita indipendente delle cellule " ed è l'interpretazione alla quale, pur ora, noi dobbiamo attenerci, confessando che essa lascia sempre nell'ombra l'intimo dinamismo dei fatti vitali che si svolgono nelle cellule.

Sulla questione della sopravvivenza e riviviscenza degli organi e dei tessuti, separati dall'organismo al quale appartengono o tolti dal cadavere, altri fatti singolari ed impressionanti, che in qualche modo pur contribuiscono a complicare il problema della vita, richiamano la nostra attenzione.

A proposito di tali fatti, possono meravigliare le osservazioni, di antica e recente data (da Ludwig a Kuliabko), sulla riviviscenza e persistenza dalla vita del cuore (Kuliabko ha, tra l'altro, fatto rivivere, dopo cinque giorni, il cuore di coniglio conservato in ghiaccio); però se si considera che queste esperienze furono istituite conservando nelle migliori condizioni l'organo cimentato, si può essere indotti a pen-

(1) Nell'Istituto che io dirigo, è sempre conservato un documento di questi studi, rappresentato da uno sperone di gallo, che, innestato sull'orecchio di un bue, è ivi cresciuto fino alla grandezza di un grosso corno.

sare che, così, il muscolo cardiaco possa conservare un latente residuo di energia nerveo-muscolare, ridestabile sotto l'influenza della corrente elettrica! ma quando dalle recenti esperienze di Cesaris-Demel apprendiamo che accentuati fenomeni di riviviscenza sono stati da lui ottenuti in cuori estratti dal cadavere - 43 ore dopo la morte - con evidenti segni di putrefazione, non possiamo non provare un'impressione profonda, mancandoci la possibilità di una spiegazione che possa in qualche modo fondarsi su leggi conosciute: la putrefazione, già ben dichiarata, pei corrispondenti processi istolitici e bacteriolitici, naturalmente fa pensare che non soltanto le condizioni morfologiche o strutturali ma anche quelle chimico-fisiche dell'organo, siano profondamente alterate..... nelle quali condizioni i confini della vita si dovrebbero supporre definitivamente oltrepassati!

Queste osservazioni, certo non contribuiscono a rendere meno fitto il velo che copre il dinamismo della vita, a meno non vogliasi ammettere che per provocare il battito del cuore sia condizione sufficiente un residuo della la normale organizzazione!

Il fisiologo Du Bois-Reymond, nel suo discorso del 1872 ai naturalisti e medici tedeschi, sui limiti delle conoscenze naturali, dal quale ho preso le mosse per queste note, dopo aver quasi identificata la questione generale sull'essenza della vita con quella della possibile spiegazione del dinamismo dei fenomeni intellettuali sulla base delle conoscenze materiali del cervello, con intransigente rigidismo ha insistito nell'affermare l'esistenza *ab aeterno* di confini tra materia e pensiero, che non potranno essere superati mai!

Si impone ora la domanda, già da me formulata in precedenza, se, dopo la infinita successione di studi moderni sull'organizzazione del sistema nervoso, il *giammai* di Du Bois-Reymond possa ragionevolmente essere mantenuto!

Una esplicita risposta a questo quesito, che faccia ri-

scontro alla parola del fisiologo di Berlino, a me parrebbe pretenziosa! Forse la mia riluttanza a fare su questo argomento precise affermazioni, risulta dal fatto stesso che una notevole parte della mia attività di studioso si è svolta nell'approfondire ed allargare le conoscenze sul sistema nervoso. Da questo lavoro, può bene essere derivata una maggiore conoscenza dei fatti concreti, ma, in pari tempo, esso ha portato con sè anche la chiara visione delle lacune che rimangono, perchè fin d'ora i fatti medesimi possano spiegare il meccanismo delle più elevate funzioni che noi attribuiamo al sistema nervoso. D'altra parte, io sono troppo immedesimato dello spirito che deve dominare nel campo delle discipline sperimentali, perchè, ad eventuale soddisfacimento dei postulati della psico-fisiologia, possa adattarmi alle costruzioni di ordine speculativo, ora tanto in uso, le quali, lungi dell'avere la loro base nei fatti rigorosamente dimostrati, non hanno altro valore che quello di ipotesi, che prendono le mosse da altre concezioni ipotetiche!

E qui mi preme dichiarare che, lungi dal volermi, con queste parole, pronunziare in senso contrario alle ipotesi, io sono anzi intimamente compreso della necessità di esse! Nel campo sperimentale, può ben dirsi che l'ipotesi, mentre indirizza allo studio, è in pari tempo metodo di ricerca; ma perchè la concezione dottrinale divinatrice veramente corrisponda a quella che dicesi ipotesi di lavoro e non rechi offesa ai principii del metodo sperimentale, deve prendere le mosse da fatti rigorosamente dimostrati e scaturire dal cozzo delle conoscenze bene accertate.

Secondo quella che può dirsi la più elevata aspirazione della mente umana, di conoscere la ragione delle cose, è con una forma d'ansia che non meno i cultori delle discipline morali che positive, dalle conoscenze sulla organizzazione del sistema nervoso attendono la soluzione di problemi che riguardano le funzioni psichiche e sensitive. E poichè la moderna fase di studii fu particolarmente feconda di scoperte sulla fine organizzazione del sistema nervoso, è naturale si pensi che tali scoperte abbiano fornita la chiave per la soluzione di quegli ardui problemi! Mentre i fi-

siologi, con ragionevole esigenza, attendono la spiegazione dei fenomeni nervosi elementari, filosofi e psicologi e psichiatri mostrano di credere essere ormai tempo di impostare le speculazioni intorno alle leggi del pensiero sulla base positiva dell'anatomia e della chimico-fisica. Non v'ha elevatezza di concezione o di sintesi che valga ad arrestare gli ardimenti in questo indirizzo! Tutto si spiega o si crede di poter spiegare, dal meccanismo col quale gli elementi nervosi presiedono all' elaborazione delle sensazioni e dei movimenti, a quello della evocazione dei ricordi; dal modo col quale si compiono le azioni fra i diversi centri nello svolgimento del pensiero, al come dall'infinita complessività dei rapporti di organizzazione nasca l' unità di coscienza! Nè è il caso di fare le meraviglie se filosofi e psichiatri si spingono a siffatti ardimenti, dal momento che anche gli speciali cultori delle discipline anatomiche, di fronte a ciascuna conquista nel campo della fine organizzazione degli organi nervosi, non si peritano di elevare, essi stessi, le più ardite costruzioni dottrinali, di ordine psicologico.

Fino a qual punto, adunque, le moderne conquiste sulla fine organizzazione del sistema nervoso, a soddisfazione degli stringenti postulati della psico-fisiologia, possono documentare i rapporti esistenti tra organizzazione e le più elevate funzioni specifiche attribuite agli organi nervosi?

Se alle moderne conquiste riguardanti l'organizzazione del sistema nervoso non possiamo attribuire il significato del ponte attraverso l'abisso tra materia e fenomeni mentali, di cui ha parlato Du Bois-Reymond, esse però indubbiamente rappresentano un notevole passo verso una spiegazione possibile, su fondamento anatomico, del meccanesimo di alcune fra le principali manifestazioni della specifica attività del sistema nervoso.

Io farò una semplice rassegna - non mi preoccupo se arida - dei fatti di ordine morfologico il cui significato, dal punto di vista dei meccanismi funzionali, appare di una incontestabile evidenza.

I°. *Metodi di indagine.* In questa enumerazione, io voglio mettere al primo posto i moderni perfezionati me-

todi di indagine e sopratutto quelli che si fondano sulle reazioni del nitrato d'argento rispetto alle più delicate parti dei tessuti. Potrà sembrare strano che io dia quasi un posto di precedenza ai metodi di ricerca, in confronto ai fatti che i metodi hanno rivelato ; ma se si considera doversi alla finezza e meravigliosa chiarezza dei risultati di quelle reazioni la possibilità di arrivare ad interpretazioni le più umanamente sicure, anche quella nota di precedenza potrà apparire non del tutto ingiustificata.

La visione di un solo di questi preparati, nei quali si possono scorgere cellule nervose isolate, od in gruppi, con tutto il caratteristico loro comportamento nell'organo centrale, ove hanno sede, e col rispettivo prolungamento-fibra-nervosa che spingesi fino alle parti periferiche del corpo, per ivi mettersi in connessione diretta con una fibra muscolare, basta per determinare un' impressione incancellabile sul significato delle cellule nervose, quali organi d' origine delle fibre nervose, sui rapporti funzionali tra cellule nervose e parti periferiche più lontane ! — Basterà questa impressione perchè la nostra mente venga, in certo modo, immunizzata contro gli attacchi delle concezioni puramente dottrinali sulle funzioni spettanti ai centri nervosi, le quali concezioni possono bene essere geniali, ma difettano di ogni base positiva ! Ad es. questa modernissima che " *la dottrina della funzione specifica delle cellule nervose non è stata e non è altro che una speculazione morfologica* " !

II°. *Studi sulla morfologia e sui rapporti delle cellule nervose.* I risultati dei miei studi ebbero parte nella moderna evoluzione del pensiero scientifico intorno al substrato anatomico delle funzioni psichiche e sensitive, è perciò impossibile io mi sottragga alla necessità di far figurare, in questa enumerazione, anche qualcuno di questi risultati.

Uno dei fatti, di importanza generale, dimostrati da siffatti studi, è che *tutte* le cellule nervose sono provvedute di uno speciale prolungamento, sempre unico, destinato ad effettuare i rapporti, con modalità diverse, colle fibre nervose. Tale fatto costituisce la nota più caratteristica, anzi di valore assoluto, delle cellule nervose.

A parte questa nota di carattere generale, dal punto di vista dei rapporti tra le particolarità morfologiche e le specifiche più elevate funzioni dei centri nervosi, si impone ora alla nostra attenzione la dimostrazione, da me fornita, dell'esistenza di due diversi tipi di cellule nervose differenziantisi per una particolarità puramente morfologica: il modo di comportarsi dello speciale prolungamento per mezzo del quale si stabiliscono i rapporti tra cellule e fibre.

Per fatti la cui descrizione non può trovar posto conveniente che in speciali lavori, ho creduto di poter decisamente attribuire alle dette due categorie di cellule un diverso significato.

Senza esitazione, ho considerato quali cellule di *moto* quelle che si mettono in rapporto diretto, non però isolato, colle fibre nervose di moto. A tale giudizio, non senza ragione, si può attribuire il valore di ipotesi, ma quando s'aggiunga che quel prolungamento può essere seguito nel lungo suo decorso fino ad un muscolo situato nelle parti più lontane del corpo, può ben dirsi che l'ipotesi cessi di esser tale (1). Ecco, ad ogni modo, un esempio di elemento nervoso al quale, con sicuro fondamento, si può attribuire un preciso significato funzionale, tenuto conto di un puro dato morfologico.

Rispetto alle cellule del secondo tipo, invece, non ho potuto decidermi a formulare, senza riserve ed indeterminatezze, l'ipotesi che esse possano essere riferite alla funzione sensitiva, non soltanto pel fatto che per esse il rapporto colle fibre indiscutibilmente di senso certamente non accade in modo diretto, ma anche perchè ritengo che la funzione di senso sia legata ad un più complesso meccanismo svolgentesi anche ne' rapporti della rete nervosa diffusa.

III.° *Rete nervosa diffusa.* L'esistenza, da lungo tempo da me affermata, di una rete nervosa diffusa in tutti gli strati di sostanza grigia del sistema nervoso centrale, è un fatto anatomico concreto e facilmente dimostrabile.

(1) I risultati ai quali accenno, si riferiscono al periodo fetale dello sviluppo degli animali, nel quale periodo le distanze tra organi centrali e parti periferiche sono enormemente accorciate.

Metto questo mio reciso giudizio a riscontro di un'affermazione, da molti ripetuta, « che la rete nervosa diffusa di Golgi non è che una delle molte ipotesi messe in campo per la necessità di dare una base anatomica all'interpretazione dei fatti funzionali ».

Quale valore possiamo noi attribuire alla rete nervosa, per la spiegazione dei fatti relativi alle specifiche ed elevate funzioni che si compiono nel sistema nervoso centrale?

Su questo punto, basterà io ricordi che alla formazione della rete nervosa diffusa prendono parte, in misura e modalità diverse, tutti gli elementi nervosi della sostanza grigia! La rete nervosa diffusa deve, quindi, essere considerata quale organo il cui compito è quello di effettuare una connessione anatomica e funzionale fra tutti gli elementi a funzione specifica del sistema nervoso centrale.

La stretta connessione funzionale esistente fra le diverse parti del sistema nervoso, sia nella sfera psichica e sensoria, che in quella di moto, sta fra le più elementari conoscenze fisiologiche.

IV°. *Localizzazione delle funzioni cerebrali.* Una delle più grandi conquiste della moderna neurobiologia, è rappresentata dalla dottrina delle localizzazioni funzionali, psichiche, sensorie e motrici nel cervello, dottrina che, fondata, nella sua forma moderna, da Fritsch e Hitzig, colle geniali esperienze sull' azione delle deboli correnti elettriche sulla corteccia cerebrale, venne poi ampiamente illustrata da una schiera di illustri sperimentatori, quali Ferrier, Munk, Luciani, e molti altri. Nella fisiologia del cervello, la dottrina delle localizzazioni ha carattere fondamentale, per quanto da vari punti di vista modificata (1). Ecco la te-

---

(1) A proposito dell'evoluzione delle dottriue e delle conoscenze sulla localizzazione delle specifiche funzioni nervose, gli storici della neurobiologia ripetono l' affermazione che a Fritsch ed Hitzig la scienza deve altra scoperta, di fondamentale importanza, quella della localizzazione del centro corticale della visione nei lobi occipitali del cervello.

Se è vero che Fritsch ed Hitzig, colle loro esperienze sugli effetti

stuale definizione data da Hitzig dei centri corticali: " essi sono i punti circoscritti dalla corteccia cerebrale assegnati alle funzioni psichiche pel loro ingresso nella materia e

---

dell'esportazione della sostanza corticale dei lobi occipitali, hanno ben illustrata quella così importante questione (in seguito all'ablazione della sostanza corticale praticata in tutta l'estenzione di un lobo occipitale, l'occhio opposto è colpito da cecità), la verità storica non permette si dimentichi che la scoperta della localizzazione di un centro visivo nei lobi occipitali fu fatta dall'anatomico italiano BARTOLOMEO PANIZZA, circa 20 anni prima di FRITSCH ed HITZIG. E si deve pur ricordare che, da parte del PANIZZA, si è trattato, non di affermazioni aventi carattere intuitivo, ma di rigorosa dimostrazione impostata su un largo corredo di rigorosi dati anatomici e sperimentali.

Questo ricordo, mentre da una parte include l'affermazione che l'anatomico B. PANIZZA deve figurare fra i fondatori della dottrina delle localizzazioni cerebrali, coi moderni più precisi criterì anatomici e sperimentali, dall'altra, lo stesso ricordo equivale a riconoscimento che a quell'eminente anatomico spetta altro merito, quello dell'applicazione del metodo di ricerca basato sul criterio delle degenerazioni ascendenti, metodo che, invece, si è voluto attribuire a GUDDEN, il celebrato neuropatologo di Monaco, che dello stesso metodo ha poi fatto larga applicazione, ottenendo i ben noti risultati classici.

I risultati degli studi qui accennati, dal PANIZZA furono pubblicati, prima nel Giornale dell'Istituto Lombardo (agosto 1855) poi nelle Memorie dell'Istituto medesimo (Vol. V, 1856, con 2 tavole), col titolo « Osservazioni sul nervo ottico ». In quelle Memorie, è dato conto di una serie di ricerche sperimentali metodicamente da lui eseguite sui mammiferi, sugli uccelli e sui pesci, coll'intento di rintracciare i rapporti centrali del nervo ottico. Dette ricerche furono eseguite coi due metodi seguenti:

1° Distruzione delle varie parti del cervello, fra cui le circonvoluzioni, per determinare gli effetti della lesione sulla funzione visiva.

2° Enucleazione del bulbo oculare, per seguire l'ascendere dell'atrofia nelle parti centrali e corticali del cervello.

Col primo metodo verificò che nel cane: « messo allo scoperto un tratto del cervello alquanto più in basso della gobba parietale, e asportatane una piccola porzione di sostanza, non ne seguì altro che *cecità dell'occhio opposto* ».

Col secondo metodo, verificò che nel coniglio, nel cavallo, nel cane, nel bue, nell'agnello, in seguito all'enucleazione del bulbo, si riscontra l'atrofia ascendente « nelle eminenze bigemine, specialmente le nates, nel talamo ottico e nelle sue appendici o fasci midollari procedenti *dalle circonvoluzioni della parte posteriore dell'emisfero cerebrale* ».

Quanto all'uomo, PANIZZA riferì dei casi clinici pure comprovanti

pel loro egresso dalla medesima... Certe funzioni psichiche sicuramente, verosimilmente tutte, dipendono da centri circoscritti della corteccia del cervello „. Senza fermarmi a rilevare che le conclusioni di Hitzig vanno al di là di quanto può logicamente dedursi dalle sue esperienze, devo anche su questo punto porre il quesito: Quale rapporto può esistere tra le moderne conoscenze sulla fine organizzazione del cervello e le localizzazioni funzionali? Più precisamente: Le moderne conoscenze sulla fine organizzazione dei centri nervosi possono, in qualche misura, suffragare la dottrina delle localizzazioni, colla precisa forma sostenuta da Hitzig?

La sola risposta possibile ad un quesito così formulato è la seguente: I più moderni studi sulla fine organizzazione del sistema nervoso, certo non escludono il concetto fondamentale delle localizzazioni, la cui esistenza è bene dimostrata dai dati sperimentali, gli stessi studi, però, non portano ad una conferma, senza limitazioni, della dottrina quale fu sviluppata da Hitzig.

Come possiamo ammettere le localizzazioni, colla precisa delimitazione affermata da Hitzig, quando a noi non è dato di verificare: nè una organizzazione in qualche modo caratteristica per le diverse parti del sistema nervoso centrale (1); nè una più o meno precisa delimitazione mate-

---

lo stesso fatto; uno, di un individuo che all'età di tre anni che, per un colpo di sasso all'occhio sinistro aveva perduta la vista, sicchè l'occhio ne divenne atrofico: all'autopsia, eseguita all'età di 18 anni, si rinvenne atrofia della regione parieto-occipitale dell'emisfero destro e del talamo corrispondente; un altro di individuo, divenuto, in seguito a colpo apopletico, emiplegico e cieco a destra, e in cui si rinvenne, all'autopsia, rammollimento nella *parte posteriore delle circunvoluzioni cerebrali.*

Da tutti questi fatti, Panizza concluse che, nei mammiferi, alla formazione del nervo ottico concorrono, oltre le eminenze quadrigemelle e il talamo ottico, *anche fasci di fibre derivanti dalle circonvoluzioni cerebrali posteriori.*

Se in realtà è avvenuto che le ricerche di Panizza furono trascurate, non sarebbe però esatto il dire che furono dimenticate!

(1) Tenuto conto delle serie di studi, qui appena adombrata, in precedente pubblicazione io ho creduto di poter formulare il seguente

riale o linea di demarcazione di zone, che possano essere messe in rapporto colle diverse funzioni; nè un decorso delle fibre nervose che accenni ad una diretta ed isolata connessione fra gli organi destinati a ricevere le impressioni del mondo esterno e corrispondenti zone centrali?

Del resto, la rete nervosa diffusa in tutti gli strati di sostanza grigia, per sè basta ad escludere, insieme alla più o meno netta delimitazione anatomica delle zone, il concetto delle precise localizzazioni funzionali. Tutto questo, senza tener conto del fatto che il modo di comportarsi delle fibre nervose, lungo il loro decorso negli organi centrali, è il più adatto per effettuare i più complicati rapporti anatomici e funzionali.

Pertanto, la concezione delle aree ben delimitate e rigorosamente specializzate, nel senso della dottrina localizzatrice, quale fu sostenuta da Hitzig, non è suffragata dalle moderne più precise conoscenze sull' organizzazione del sistema nervoso. Quello che, tenuto conto di tali conoscenze, si può ammettere è l' esistenza di vie prevalenti od elettive di trasmissione e di provincie, a confini non determinati nettamente, anzi in parte sovrapponentisi, le quali, in quanto vengono prevalentemente od elettivamente eccitate, prevalentemente reagiscono in senso corrispondente alle eccitazioni (1).

---

corollario di interesse generale e cioè: « che le differenze funzionali inerenti alle diverse circonvoluzioni cerebrali trovano la loro ragione, non nelle particolarità di struttura delle circonvoluzioni medesime, ma piuttosto nei rapporti periferici delle fibre nervose: « la specificità funzionale delle diverse zone del cervello sarebbe determinata dalla specificità dell'organo, dal quale, perifericamente, le fibre nervose hanno origine, e non da una specificità di organizzazione anatomica di dette zone ».

(1) A proposito delle localizzazioni, non credo superfluo precisare, non essere affatto una esclusione delle localizzazioni che ci viene imposta dai dati istologici, ma soltanto una restrizione rispetto alla affermata esistenza di ben delimitati centri corticali, incaricati di funzioni distinte e speciali per ciascuno di essi.

Sono gli stessi dati istologici che, d'altra parte, includono criteri per una fondata spiegazione di non pochi fatti di pertinenza della fisiologia e patologia sperimentale, della clinica ed anatomia patologica. Ad esempio, essi possono darci ragione della più o meno rapida scom-

In favore della localizzazione con queste restrizioni, parlano anche le conoscenze sulla mielinizzazione delle fibre nervose, la quale, come è noto, si sviluppa e si diffonde con leggi determinate.

V°. *Dottrina del Neurone.* Pur ora è impossibile discutere dei rapporti esistenti fra organizzazione del sistema nervoso e fenomeni di senso, di moto ed intellettuali, senza tener conto della così detta dottrina del Neurone, che tanto rumore di assentimento ha sollevato al suo nascere e che conserva ancora il favore di gran numero di cultori della neurologia.

Noto il fatto, che può sembrare singolare, che, mentre l'idea della nuova dottrina, nella mente di Waldeyer, è sorta quasi come una derivazione de' miei studi col metodo della colorazione nera, io invece, fin dall'inizio, non soltanto non ho potuto adattarmi ad essa, ma ho dovuto dichiararmi decisamente contrario alla sua accettazione. La dottrina del Neurone, fin dal suo sorgere trionfale, a me si è presentata non altro che quale una ipotesi non cessante di essere tale, per quanto plasmata con apparente fondamento anatomico (risultati tecnici molto incompleti).

---

parsa o compensazione dei fenomeni paralitici e disordini di senso, consecutivi alla distruzione delle diverse zone corticali; delle incertezze, od anche contraddizioni, esistenti fra gli sperimentatori, a proposito della designazione topografica dei singoli centri; della guarigione di certi casi gravissimi di paralisi (emiplegie), che il quadro clinico e, qualche volta. il riscontro anatomico-patologico fanno ritenere legati a vera disorganizzazione dei fasci nervosi.

In relazione con queste questioni, l'interpretazione del fatto della compensazione che meglio s'accorda coi dati anatomici, è quella di Luciani e Tamburini, i quali, per spiegare la scomparsa dei fenomeni paralitici o dei disturbi di senso, parlano di *sviluppo*, o *perfezionamento*, o *accentuazione funzionale* di altri centri, *psico-motori* o *psico-sensitivi*, esistenti nei gangli basilari del cervello, senza escludere per ciò l'azione dei centri del lato opposto, nè quella di parti dei centri rimaste per caso intatte nell'atto operatorio. Siffatte sostituzioni funzionali, fra diverse provincie del sistema nervoso centrale, mentre trovano un'ovvia spiegazione nei fatti anatomici da me descritti, sarebbero altrimenti inesplicabili.

La concezione del Neurone, che secondo il pensiero primitivo di Waldeyer, si riferiva essenzialmente alla indipendenza anatomica, fisiologica e genetica dei singoli elementi cellulari del sistema nervoso centrale (cellule, fibre ed espansioni terminali di queste), lasciando nell'oscurità i rapporti funzionali tra neurone e neurone, doveva necessariamente essere integrata da qualche cosa che rimediasse a quella lacuna. A questo provvide Ramon y Cajal, colla sua dottrina della *polarizzazione dinamica*, che pure affermossi fondata sopra un fatto anatomico: terminazioni nervose (fibrille nervose di varia provenienza), a forma di *placchette* (placche dell'anima) alla superficie delle cellule nervose! Queste fibrille nervose, colle corrispondenti placchette terminali, avrebbero il compito di effettuare un rapporto dinamico tra i diversi neuroni e di portare gli stimoli dall'una all'altra categoria di cellule e dalle fibrille di varia provenienza ai corpi cellulari.

Mentre, da una parte i fatti istologici documentano sempre meglio - in opposizione coll'affermata individualità ed indipendenza anatomica e funzionale del neurone - le complicate connessioni col mezzo di numerose fibrille che passano da cellula a cellula, effettuando rapporti materiali che devono corrispondere a stretti rapporti funzionali (1), dall'altra, non si può non rilevare che la descrizione del carattere, della situazione e dei rapporti delle placchette terminali, fatta da Ramon y Cajal, è andata successivamente così modificandosi da togliere ogni impronta di verità alla particolarità morfologica che ha rappresentato il principale fondamento della *polarizzazione dinamica*. A parte questo, da molto tempo io ho fatto rilevare che le fibrille decorrenti a ridosso dei corpi delle cellule - formando i così detti canestri terminali -, lungi dall'arrestarsi, per formare le placchette terminali, sul corpo delle cellule nervose, si allontanano negli strati sottostanti, partecipando alla formazione della rete nervosa diffusa.

(1) Fra gli ultimi risultati, sono di impressionante chiarezza ed eloquenza quelli descritti da Giulio Ascoli pel sistema nervoso degli Irudinei.

È con una piccola soddisfazione personale, che, dopo essere stato testimonio del trionfale inizio e svolgimento della teoria del neurone, a me è pur dato di assistere al suo tramonto!

VI. *Struttura intima delle cellule nervose.*

La nota dominante della più moderna fase degli studi sul sistema nervoso, è sopratutto rappresentata dalle ricerche sulla struttura delle cellule nervose, le quali ricerche, eseguite con metodi sempre più perfetti ed elettivi verso le singole particolarità di organizzazione, hanno condotto a conoscenze che si possono chiamare meravigliose!

Dal punto di vista dell'aspirazione nostra di far luce sui rapporti tra dati anatomici e le più elevate funzioni del sistema nervoso, rappresentano quelle nuove conoscenze un passo che ne avvicini a quella meta suprema?

Da quei nuovi risultati, che non mi sono peritato a chiamare meravigliosi, alcuni circoscritti punti dell'altissimo problema certo ricevono un *po' di luce nuova,* ma nulla di più di quanto tali parole esprimono può esser detto! È ad ogni modo avvenuto che ciascuna particolarità di struttura, via via rivelata, è stata messa a fondamento di teorie di elevata intonazione, miranti all'interpretazione delle leggi che regolano tutte le funzioni del sistema nervoso. Le nuove particolarità di struttura delle cellule nervose che, nel periodo moderno, sono state scoperte, sottoposte a rigorosi controlli, sono state tutte confermate; se non che, è in pari tempo risultato che, fino ad ora, non è dato di determinare se, ed in qual modo, le singole più importanti particolarità si combinino le une colle altre.

Se questo accade dal punto di vista puramente morfologico, si comprende come, tanto meno, i dati medesimi debbano considerarsi adatti a sostenere le costruzioni di ordine elevato riguardanti le funzioni psichiche e motorie.

Dal punto di vista dei più recenti studi sull'intima struttura delle cellule nervose, nel semplice elenco che mi son proposto di fare devono figurare:

a) Gli studi di Apathy sul sistema nervoso dgli Iru-

dinei, colla dimostrazione della penetrazione di neurofibrille nell'interno dei corpi cellulari e formazione di speciali apparati neurofibrillari attorno al nucleo e nelle zone periferiche del corpo delle cellule. Distinzione, essenzialmente dottrinale, di neurofibrille di senso e di moto, le quali formerebbero delle vie conduttrici continue, comunicanti le une con le altre, tanto alla periferia, quanto al centro: la comunicazione avverrebbe coll' interposizione di una rete " assolutamente come le vie sanguigne arteriose si continuano colle vie venose, coll'intromissione di una rete capillare ".

b) L'apparato reticolare interno da me descritto in tutte le categorie di cellule nervose. Dopo oltre un decennio, da che questa impressionante particolarità di struttura è venuta alla luce, devo ripetere la dichiarazione che il suo significato rappresenta tuttora un problema aperto.

Dopo quella prima descrizione, è, ad ogni modo, risultato che l'apparato reticolare interno non è una particolarità esclusiva delle cellule nervose, ma si riscontra, con modificazioni a seconda del periodo di sviluppo e dello stato funzionale, fra le quali particolarmente caratteristiche quelle, di cui già è stato detto, che accompagnano la divisione cellulare. Da questo si è potuto già dedurre che l' apparato reticolare interno è un vero organo cellulare, come il nucleo ed il centrosoma. Gli studi di Perroncito, come già dianzi ho dovuto ricordare, hanno poi dato un posto ancora più elevato all'apparato reticolare interno, ne' riguardi della biologia generale, mettendo in luce che esso ha una parte di fondamentale importanza nell'attività formativa delle cellule.

Mentre l'importanza dell'apparato reticolare si è molto rilevata nei rapporti della biologia generale, nessun fatto si è potuto dimostrare da cui si possa argomentare che esso abbia diretti rapporti con fibrille nervose derivanti dall' esterno (1).

(1) Sulla speciale questione dell'apparato reticolare interno delle cellule nervose, un passo del quale si dovrà tener conto è rappresentato dai risultati di un altro distinto osservatore: F. Marcora. Dalle

Per ora, quindi, l'apparato reticolare non ha speciali titoli per essere preso in considerazione dal punto di vista delle specifiche attività del sistema nervoso.

c) *Struttura finissimamente fibrillare delle cellule nervose.* Tale struttura è ora splendidamente dimostrata, sia col metodo di Ramon y Cajal o dell'argento ridotto, sia colla speciale colorazione che si ottiene col metodo di Donaggio. Essa è quindi oramai fuori di quistione. È però da osservarsi che i risultati che si ottengono coi due metodi non si corrispondono: nè credo autorizzata l'affermazione che le fibrille dimostrate con questi due metodi corrispondano alle vere neurofibrille degli animali inferiori illustrate da Apathy. Anche le discussioni che si son fatte a proposito di tale struttura, devonsi quindi ritenere non abbastanza fondate.

d) *Struttura neurofibrillare della zona più periferica delle cellule nervose della corteccia cerebrale.*

È fatto da me con tutta evidenza verificato e del quale si deve quindi tener conto per gli studi ulteriori ma che, per ora, non può essere messo in rapporto con altri fatti per una fondata interpretazione.

e) *Struttura delle cellule nervose degli Irudinei dimostrata col metodo di Giulio Ascoli.*

In questo elenco delle moderne conquiste intorno all'organizzazione intima delle cellule nervose, per la sorprendente chiarezza colla quale le più fine e complicate particolarità di struttura sono messe in luce, spetta un posto eccezionalmente distinto agli studi di Giulio Ascoli sul sistema nervoso degli Irudinei, che si collegano, ampliandoli e rendendoli più completi, con quelli di Apathy, or ora ricordati. L'importanza di tali studi fu bene apprezzata anche dal nostro Istituto, che conferiva all'Ascoli uno dei suoi premi.

I fatti così splendidamente illustrati da Giulio Ascoli

minute e delicatissime sue ricerche è risultato che i fili del reticolo, colle maglie derivanti dalla loro connessione, contornano i così detti corpi di Nissl, così escludendo la supposizione che i fili dell'apparato reticolare abbiano rapporti di continuità coi detti corpi.

appartengono alla categoria di quelli che valgono a corazzarci contro gli assalti delle concezioni dottrinali elevate, ma a pura base di ipotesi! Per es. ai volumi di elaborate disquisizioni illustranti la dottrina del neurone, o l'una o l'altra delle molte variazioni su questo argomento, può bastare contrapporre un preparato di Ascoli, per determinare la più ferma convinzione sulla insussistenza di quella dottrina e delle corrispondenti variazioni. La complicata connessione di interi gruppi cellulari, mediante fasci di fibrille o fibrille isolate, che passano da cellula a cellula e il modo di comportarsi di tali fibrille entro i corpi cellulari, nei preparati in questione può essere constatata a colpo d'occhio.

L'unico scopo che con queste note ho potuto prefiggermi, essendo quello di considerare da vicino la fondamentale questione dei possibili rapporti tra organizzazione e le più elevate funzioni specifiche riferite al sistema nervoso centrale, si comprende come, di proposito, io mi sia tenuto lontano dai più speciali punti controversi, che, su questo campo, si succedono con una ininterrotta concatenazione.

Come ho creduto di passare sopra a quello che ho chiamato tentativo di *pronunciamento* contro le cellule nervose, per toglierle dalla posizione elevata che, senza contestazioni, hanno sin qui occupato, così ho lasciato decisamente in disposte le innumerevoli variazioni che sulla dottrina del neurone si son volute fare, pur di non rinunziare alla parola! Nè ho saputo indurmi a discutere l'ipotesi dei neurobioni di Cajal, e quella dei *neurul* di Durante, perchè questo mi avrebbe portato in pieno indirizzo speculativo.

Fermo nel pensiero anatomico e nella conseguente aspirazione di vedere se ed in quale misura il meccanismo funzionale si possa mettere in rapporto colle minute particolarità di organizzazione e, sopratutto, legato ai fatti obbiettivi o di osservazione diretta scolpiti nella mia mente, anche di fronte ai tentativi or ora ricordati, di togliere ogni importanza alle cellule nervose, rimango più che mai

convinto che esse rappresentano gli organi centrali delle attività specifiche del sistema nervoso, sempre ritenuto che anche alle cellule nervose debbasi applicare il concetto federale, che vale per la fondamentale concezione della dottrina cellulare. Pur riservando alle cellule nervose una parte di primaria importanza, non devesi con questo ritenere esclusa la partecipazione che, nelle azioni psichiche sensorie e di moto, possono avere tutte le altre parti - la rete nervosa in prima linea - che entrano nella complessa organizzazione del sistema nervoso.

Quanto all'intimo meccanismo funzionale degli elementi nervosi, lungi dal poter accettare l'idea della individuale loro indipendenza d'azione, legata al concetto del neurone, io devo ancora una volta riaffermare il mio convincimento che le cellule nervose svolgano un'azione d'insieme, nel senso che, più o meno estesi gruppi - per avventura intere provincie di esse - esercitino un'azione collettiva sugli organi periferici, coll'intermezzo di fasci di fibre e della rete nervosa diffusa. Analoga azione, ma in senso inverso, deve verificarsi ne' riguardi delle funzioni sensitive. Anzi, tenuto conto del modo di comportasi delle fibre di senso, al loro ingresso nella sostanza grigia dei centri, è logico ammettere che, nella sfera sensoria, i rapporti anatomici siano ancora più complessi e più stretti.

Che tali siano i rapporti anatomici, è fatto di osservazione diretta, sopratutto per alcune categorie di fibre indiscutibilmente di senso; la complessità ed intimità dei rapporti fisiologici, cade nel dominio della più ovvia osservazione autopsicologica.

Comprendo come queste mie affermazioni possano urtare contro la tendenza individualizzatrice, pur ora tanto diffusa, degli elementi nervosi ed anche contro la dottrina delle localizzazioni funzionali, tanto bene appoggiata dai dati sperimentali. Sia che si voglia, io non mi so scostare dal pensiero di un'azione d'insieme e coordinata del sistema nervoso, nè mi preoccupo se questo, in qualche modo, mi avvicina al concetto antico sul modo di funzionare del cervello.

Questa concezione, strettamente legata alle conoscenze

anatomo-istologiche sul modo di intendere la funzione collettiva del sistema nervoso e, in qualche modo il meccanismo d'azione dei suoi elementi, non è in contraddizione, con altra speciale concezione a *fondamento fisico-chimico,* che andò delineandosi in questi ultimi tempi. Accenno alla dottrina sui tropismi, la quale, impostata com'è sopra una serie di dati sperimentali, deve essere presa in considerazione.

E vero che la nuova dottrina tenderebbe ad attenuare l'importanza degli elementi nervosi; però, le esperienze di Loeb, destinate ad illustrare l'idea della possibile esistenza di riflessi nervosi senza l'intervento delle cellule gangliari, furono condotte sopra animali assai bassi nella scala zoologica (Attinie, Ascidie), riguardo ai quali le conoscenze sul sistema nervoso sono troppo incerte perchè a quelle esperienze si possa attribuire valore dimostrativo (1).

L'importanza dei fenomeni di tropismo, per un nuovo tentativo di spiegazione dei fenomeni nervosi, è apparsa quando, attraverso una serie di dati sperimentali, si è intravveduta la possibilità di ricondurre alle leggi che regolano quei fenomeni parecchi dei fatti che si verificano anche negli animali di ordine elevato, nei quali i fatti medesimi, quando non si dichiarano di origine misteriosa, sono messi nella categoria degli *istinti,* parola che nulla contiene che valga a spiegare i fatti....!

(1) I fenomeni riferiti alle diverse forme di tropismo, hanno in realtà una analogia coi riflessi, se non che, mentre i riflessi sono delle reazioni che si compiono in organi distinti del corpo animale, i così detti tropismi sono reazioni in cui l'animale si muove e la pianta si sviluppa nella direzione stessa in cui arriva lo stimolo, o in direzione opposta (tropismi positivi e negativi). Questo nuovo e speciale orientamento a base fisico-chimica, per la spiegazione dei fenomeni nervosi, si riferisce a studi complessi e non di recentissima data. Prendendo le mosse da fenomeni interessanti gli animali inferiori, si è risaliti agli animali superiori tendando di spiegare, sulla base dei tropismi, molti fenomeni più complessi che in questi animali sono spiegati molto diversamente. Riguardo agli infimi organismi, più specialmente si parla di chemotropismo, vale a dire attitudine a reagire col movimento all'azione di determinati composti chimici diffusibili; ma può trattarsi di stimolo luminoso (foto-tropismo) di stimolo termico (termo-tropismo) di stimolo elettrico (galvano-tropismo).

Come ho detto, la spiegazione inclusa nella parola tropismo sarebbe tutta a base fisico-chimica, mentre il loro modo di estrinsecarsi, diretto a raggiungere uno scopo utile per l'esistenza dell'animale, sembra come guidato da una reazione cosciente! A questa categoria di fenomeni si può, ad esempio, riferire il comportamento rispetto alla luce di certi crostacei; il fenomeno del volo iniziale delle api; il muoversi delle farfalle verso la luce, ecc. fatti tutti che, analiticamente studiati, hanno potuto essere interpretati colle leggi della fisico-chimica o del tropismo.

Esiste veramente un rapporto tra questi fenomeni di ordine chimico-fisico, che con maggior evidenza si verificano negli organismi inferiori, non presentanti strutture differenziate riferibili a sistema nervoso, ed i fenomeni che negli animali superiori sono di sicura spettanza del sistema nervoso? Non potendo soffermarmi nell'analisi dei fatti che hanno condotto ad interpretare colle leggi sui tropismi molti fenomeni che, negli animali superiori, appartengono alla sfera delle funzioni nervose, mi limiterò a ricordare l'applicazione delle dette leggi ad un solo fatto fisio-patologico assai complesso ed oggetto di infiniti studi: la rigenerazione dei nervi! Da siffatti studi è risultato che il primo orientamento e la successiva direzione delle fibre nervose, che, nei nervi recisi - anche con esportazione di notevoli tratti - vanno rapidamente neoformandosi dal moncone centrale, è influenzata dalle condizioni fisio-chimiche dell'ambiente nel quale, all'inizio della loro formazione, le nuove fibrille vengono a trovarsi: siffande condizioni hanno potuto essere riferite decisamente ad azioni tropiche e prevalentemente chemotropiche.

Per gli animali superiori, l'argomento è certamente meritevole di studi ulteriori, anche con allargamento del campo di essi.

*
* *

Se a questo punto arresto la mia corsa attraverso gli sterminati campi nei quali ho potuto indurmi ad entrare, non è certo perchè io creda di aver soddisfatto il compito

propostomi! M'arresto, anzi, con quel senso di scoramento, dal quale ci sentiamo invasi quando, spingendo lo sguardo verso il lontano orizzonte, si ha la visione del lungo cammino che ancora dovremmo percorrere per toccare una meta, la quale, ben di frequente, più che nella realtà delle cose, corrisponde ad una immagine irreale, che, in qualche modo, si è fissata nella nostra mente; m'arresto per l'impossibilità, che mi si affaccia, non soltanto di trattare in modo conveniente, ma pur di fare un ragionato elenco della catena degli argomenti che, oltre quelli da me toccati, la scienza moderna ha scrutato per cavarne qualche raggio di luce che possa rischiarare il problema della vita.

È del resto nota fondamentale degli studi di scienza, questa, che da qualsiasi punto si tenti di scrutare l'ignoto, appena ci addentriamo in esso, i problemi presi di mira li vediamo scomporsi in numerosi altri che si succedono e si inseguono, con una ininterrotta concatenazione, trascinando in altrettante vie secondarie, ognuna delle quali può farci intravvedere lontani e promettenti orizzonti! È grande fortuna se, qualche volta, seguendo queste direttive, ci è dato raggiungere una meta tangibile, rappresentata da qualche verità nuova che, forse, servirà di punto d'appoggio per nuovi tentativi di penetrare nell'ignoto.

Solo chi non ha un concetto chiaro della vastità del campo biologico, della complicazione de' suoi fenomeni, della difficoltà di trovare mezzi adeguati per affrontare quegli intricati problemi, può avere la folle pretesa di giungere in breve tempo a trovare la soluzione dei problemi fondamentali, interessanti più o meno direttamente il mistero della vita!

Se mi è ora avvenuto di chiamare folle la pretesa che, nel breve volgere di pochi decenni, si potesse arrivare a trovare la soluzione dei fondamentali problemi della vita, che dire delle accuse di fallimento periodicamente lanciate contro questa o quella branca di scienza e, più particolarmente, nella fase storica che attraversiamo, contro il così detto indirizzo morfologico! Si tratta di esclusivismi, che rasentano il controsenso e che la storia della scienza in nessun modo può giustificare. La storia invece insegna che il

progresso sicuro e costante della scienza, che è coefficiente principale del cammino ascendente dell'umanità, è sempre il risultato dell'armonica cooperazione di tutte le branche del sapere. Lungi dai pretenziosi esclusivismi che, per l'esattezza storica ho dovuto ricordare, io sto per dire che tutti gli indirizzi, quando siano fondati sull'osservazione e sullo sperimento, hanno importanza in quanto, per vie diverse, possono contribuire al progresso, purchè diretti da una intelligenza che non si fermi al puro e semplice riconoscimento dei fatti, ma sappia coordinarli ed interpretarli e valersene come base di indagini ulteriori; senza dimenticare però, che anche i semplici fatti, ben raccolti ed ordinati, possono rappresentare un prezioso materiale per altri studiosi dalla mente meglio indirizzata alle interpretazioni ed alle sintesi.

Parlando di armonica cooperazione, ho pur inteso di affermare che, anche nell'applicazione dei nuovi criteri e dei nuovi metodi derivanti dal progresso dei diversi rami di scienza, dobbiamo procedere con circospezione. L'applicazione ad ogni costo e senza adeguata preparazione dei risultati di una scienza ad un'altra che non vi sia preparata, non che giovare, può persino essere causa di regresso!

A che hanno condotto i primi tentativi di applicare alla biologia in generale ed alla medicina in particolar modo le grandiose scoperte di Volta e Galvani?

Le dottrine vitalistiche, che, sopratutto in Italia, han potuto far dimenticare la geniale concezione della medicina a base anatomica, del grande Morgagni, furono una diretta emanazione di quelle scoperte! E doveva passare un altro mezzo secolo di lotta e di preparazione, perchè quelle stesse grandi scoperte, dopo avere rinnovata la chimica e la fisica, potessero avere la voluta applicazione alle discipline biologiche in generale, la medicina compresa. E biologia generale prima e medicina poi, furono così rinnovate dalle fondamenta e indirizzate al sicuro e costante progresso che è altissimo vanto dell'epoca moderna: questo però è avvenuto quando, così la biologia generale come la medicina, sopratutto in virtù della dottrina cellulare, hanno potuto rimettersi sulla incrollabile base anatomica.

Con queste mie note, pur non avendo percorso che una piccola parte dell'immenso campo di lavoro di spettanza della biologia e della medicina scientifica, io ho, ad ogni modo, dovuto soffermarmi su così numerosi ed importanti conquiste, per cui ben possiamo sentirci orgogliosi del cammino, che in quest'ultimo mezzo secolo, la biologia ha fatto e del contributo che le indagini scientifiche - e, per ora, in prevalenza quelle di ordine morfologico - hanno portato alla conoscenza delle proteiformi manifestazioni della vita! E non soltanto ho potuto mettere in rilievo un grande numero di fatti la cui connessione coll'intimo svolgimento dei fenomeni vitali è manifesto, ma ho dovuto fissare l'attenzione nostra: e sui nuovi orientamenti delle indagini scientifiche che, a quest'ora, si sono affermati coi più promettenti risultati, e sui nuovi metodi di ricerca che, qualche volta, hanno aperto nuovi orizzonti di studio, e sul sorgere dal tronco fondamentale della biologia, di nuovi rami di scienza i quali, alla loro volta, già ebbero un rigoglioso e promettente sviluppo.

Tutto questo, mentre ben a ragione ci rende soddisfatti pel passato, giustifica la nostra fiducia in future conquiste sempre più brillanti e feconde!

Si arriverà così a poter soddisfare la prepotente aspirazione della mente umana la quale vuole, al di là dei fatti, conoscere la ragione ultima di essi, nei rapporti col meccanismo della vita?

Il rude mio pensiero su questo punto è che esprimano una ingiustificata pretensione e siano dannose, così le assiomatiche affermazioni in senso negativo, come gli inni di vittoria, che di tratto in tratto si è creduto di poter elevare. Quelle recano danno, perchè, mentre l'inconoscibile d'oggi può non esser tale domani, la negazione assoluta scoraggia il ricercatore; d'altra parte gli inni non abbastanza giustificati sono a tutto danno del prestigio della scienza.

Guglielmo Ostwald, l'illustre chimico di Lipsia, in un suo discorso tenuto nel 1895 in Lübeck, al Congresso dei Naturalisti tedeschi, sul materialismo, ha chiuso il suo dire

colle seguenti parole: “ Chi mette mano al timone dell'aratro, non deve volgersi mai indietro a guardare il solco, se vuole essere degno di lavorare nel campo della scienza „.

Queste parole di Ostwald, esprimono, con linguaggio quasi allegorico, la preoccupazione, in lui esistente, che i risultati dell'indagine scientifica, possano, eventualmente, urtare, in qualche modo, i dogmi religiosi. Egli esortava quindi a non soffermarsi a considerare gli effetti della ricerca scientifica ne' riguardi della religione: chi lavora per la scienza, deve proceder diritto, senza preoccupazioni collaterali!.

Io divido in tutto il pensiero dell'illustre chimico di Lipsia, solo vorrei che chi mette mano al timone dell'aratro, non evitasse soltanto di volgersi indietro per vedere gli eventuali effetti collaterali dell'opera sua di ricercatore, per la speciale preoccupazione che Guglielmo Ostwald non ha creduto superfluo far conoscere, ma vorrei pure che, chi lavora nel campo della scienza, tenesse fisso il suo sguardo verso l'orizzonte che gli sta davanti, solo preoccupandosi di spingere lontano, lontano, all'infinito, la sua opera volta a restringere sempre più i confini dell'ignoto, a raccogliere i fatti che, lungo il cammino, possono a lui affacciarsi, per interpretarli alla luce che può derivargli dall'opera dei lavoratori intenti a scavare altri solchi, in altre direzioni.

Arriverà mai che la scienza, da molti si chiede, col rivelare tutta l'essenza delle cose, porti a raggiungere quel termine “ .. *in che s'acqueta ogni desio* „ ?

A parte la possibilità e la convenienza di una precisa dichiarazione rispondente a questa domanda, che s'arrivi a far tacere l'ansia inestinguibile di conoscere l'al di là delle cose, è in troppo grave dissonanza colla natura umana perchè possa far mio quel pensiero, anche per puro convenzionalismo di circostanza!

Nella febbrile ansietà della ricerca, a chi lavora nel campo della scienza è possibile accada di provare quell'indefinibile senso di stanchezza che lo porti ad invocare il termine .. *in che s'acqueta ogni desio;* ma poichè lo spirito di chi lavora pel progresso della scienza sempre si

eleva al disopra di ogni sentimento personale, se accadrà che egli provi quella stanchezza, invocherà che altra più robusta mano tenga il timone dell'aratro, che una mente più agile e più penetrante interpreti i fatti messi in luce lungo il solco e che di altri più perfetti mezzi di indagine il ricercatore possa disporre, per spingere senza tregua e con rinnovata energia il solco verso il lontano orizzonte, col modesto intento di restringere sempre più i confini dell'*ignoto!*

Adunanza del 15 Gennaio 1914

PRESIDENZA DEL PROF. SEN. GIOVANNI CELORIA

VICE-PRESIDENTE

Sono presenti i MM. EE.: CELORIA, GABBA L. sen., GOBBI, GOLGI, GORINI, JORINI, PALADINI, RATTI, SALA, TARAMELLI, VIVANTI, ZUCCANTE.

E i SS. CC.: DE MARCHI M., FANTOLI, GABBA L. jun., GRASSI, LIVINI, VILLA, ZUNINI.

Il presidente dichiara aperta la seduta alle ore 13.50 e invita il M. E. prof. Giuseppe Zuccante a dare lettura del processo verbale dell'adunanza del 18 dicembre 1913, che si approva. Viene poi dal presidente scusata l'assenza dei MM. EE. DEL GIUDICE, VIGNOLI FORLANINI, e VIDARI, soggiungendo essere egli lieto di comunicare ai colleghi che lo stato di salute del presidente, secondo le notizie pervenute alla presidenza, segnano un miglioramento che aprono l'animo alla speranza di una non lontana guarigione.

Il M. E. segretario prof. Zuccante, dietro invito del presidente, dà comunicazione degli omaggi pervenuti all'Istituto, che sono i seguenti per la Classe di lettere:

BILLIA L. M. L'esilio di S. Agostino. Torino, 1912.

E per la Classe di scienze:

AGAMENNONE G. La fortissima scossa a Messina del 22 dicembre 1912. Torino, 1913.

CARLES P. Les conserves de tomates. Bordeaux, 1914.

Ministero dei lavori pubblici. Gli edifici pubblici e le case degli impiegati dello Stato nei paesi colpiti dal terremoto. Roma, 1913.

Ministero della marina. I servizi sanitari e la chirurgia di guerra durante la campagna di Libia e d'Egeo sulle navi-ospedale e negli ospedali dipartimentali. Roma, 1913.

PASCAL E. I miei integrafi per equazioni differenziali. Napoli, 1913.

Relazione (Seconda) della Commissione incaricata di rivedere le norme edilizie obbligatorie per i comuni colpiti dal terremoto del 28 dicembre 1908 e da altri anteriori. Roma, 1913.

GABBA LUIGI. Manuale del chimico e dell' industriale. Va edizione. Milano, Hoepli 1914.

Il segretario prof. Zuccante è lieto di segnalare all' Istituto l' opera del Billia e quella del prof. Gabba.

Il presidente invita quindi i colleghi a dar principio alla comunicazione delle letture.

Per la prima dovrebbe essere presentata quella del S. C. prof. Giacomo Carrara sull' argomento: *Sopra un nuovo processo per via umida nella metallurgia dei minerali poveri di mercurio*, ma, essendo il prof. Carrara assente per ragioni professionali, il sunto della medesima, da lui inviato alla presidenza, viene letto dal segretario L. Gabba.

Ha poi la parola il prof. Enrico Rimini, che comunica la sua nota col titolo: *Nuove ricerche sul santenone*, ammessa dalla Sezione di scienze fisico-chimiche.

Per l' adunanza d' oggi era posta all' ordine del giorno la nota del S. C. dr. Edoardo Bonardi col titolo: *Sieri, vaccini, e filacogeni nella terapia di alcune infezioni e specialmente dell' infezione reumatica a Milano.* Ma il dr. Bonardi non essendo presente, la sua lettura viene rimandata all' adunanza del 29 c. m.

Il presidente invita poscia i colleghi a passare alla discussione degli affari.

È all' ordine del giorno la nomina dei censori pel 1914: l' Istituto accoglie unanime la proposta del presidente di confermare nell' ufficio i colleghi Gobbi e Jung.

Sono dunque nominati censori per il 1914 il M. E. prof. Ulisse Gobbi, e il M. E. prof. Giuseppe Jung.

Il presidente comunica infine l' esito dei concorsi a premio scaduti il 31 dicembre 1913, e cioè:

Fondazione Cagnola.

Una scoperta ben provata:

Sulla cura della pellagra. Un concorrente.

Sulla natura dei miasmi e contagi. Tre concorrenti.

Sulla direzione dei palloni volanti (dirigibili). Nessun concorrente.

Sui modi di impedire la contraffazione di uno scritto. Un concorrente.

Fondazione Kramer.

Della influenza dei boschi sul regime delle acque superficiali e di sottosuolo. Due concorrenti.

Fondazione Pizzamiglio.

L'amministrazione dei comuni rurali dell'alta Italia « Valle del Po e catena delle Alpi » nell'antichità e nel medioevo. Nessun concorrente.

Fondazione Massarani.

Il risorgimento della storiografia in Milano nella seconda metà del secolo XVIII. Un concorrente.

Essendo esaurito l'ordine del giorno alle ore 14.30 il presidente dichiara chiusa la seduta.

Il Presidente
G. CELORIA

Il Segretario.
L. GABBA

Adunanza del 29 Gennaio 1914

PRESIDENZA DEL PROF. SEN. GIOVANNI CELORIA

VICE-PRESIDENTE

Sono presenti i MM. EE.: Berzolari, Buzzati, Briosi, Celoria, Gabba L. sen., Gobbi, Golgi, Gorini, Körner, Jorini, Jung, Menozzi, Minguzzi, Murani, Paladini, Sabbadini, Sala, Salvioni C., Taramelli, Zuccante.

E i SS. CC.: Abraham, Bonardi, Bordoni-Uffreduzi, Brizi, Coletti, De Marchi M., Gabba L. jun., Jona, Livini, Mariani, Tansini.

Giustificano la loro assenza, per motivi di salute, i MM. EE. Del Giudice, presidente, Forlanini, Sayno. Vidari, Vignoli.

L'adunanza è aperta alle ore 13.45.

Il presidente invita il segretario, M. E. prof. Luigi Gabba, a dare lettura del verbale della precedente adunanza. Il verbale è approvato. Il segretario dà comunicazione delle pubblicazioni pervenute in omaggio all'Istituto. Esse sono, per la Classe di lettere e scienze morali e storiche, le seguenti:

Donati G. L'equivalenza psichica studiata attraverso i processi di imitazione e di suggestione. Rimini, 1914.

Mattiauda B. Di alcuni errori gravissimi sulla storia e la lingua dei liguri. Savona, 1913.

E, per la Classe di scienze matematiche e naturali, le seguenti:

Agamennone G. Il recente terremoto nel Molise. Torino, 1913.

Annali della Stazione sperimentale per le malattie infettive del bestiame, Vol. 1, 1911-13. Napoli, 1913.

Bezzi M. Blefaroceridi italiani con descrizione di una nuova forma e di due specie esotiche. Firenze, 1913.

— Intorno ad alcune ceratitis raccolte nell'Africa occid. dal prof. F. Silvestri. Portici, 1912.

— Altre ceratitis africane allevate dal prof. F. Silvestri. Portici, 1913.
— Taumaleidi (Orfnefilidi) italiani con descrizioni di nuove specie. Portici, 1913.
— Clunio adriaticus Schiner var. Balearicus nov. (Diptères). Paris, 1913.
— Einige Bemerkungen über die Dipterengattungen Auchmeromyia und Bengalia. Berlin, 1913.
Cavasino A. Sui cosidetti strumenti aperiodici. Modena, 1913.
Cozzi C. Erborizzazioni nel morenico di Golasecca. Pavia, 1913.
— L'arboricolismo del gelso nel gallaratese. Pavia, 1913.
Tommasi A. I fossili della lumachella triasica di Ghegna in Valsecca presso Roncobello. Parte II. Pisa, 1913.

Il presidente è lieto di annunciare che le condizioni di salute del senatore Del Giudice, presidente dell'Istituto, sono notevolmente migliorate ed augura all'illustre uomo, a nome del Corpo accademico, che sia in breve completamente ristabilito.

Si passa alle letture.

Il S. C. prof. Edoardo Bonardi discorre sui: *Sieri, vaccini e filacogeni nella terapia di alcune infezioni e specialmente dell'infezione reumatica a Milano*;

Il dott. Francesco Maccabruni legge una sua nota dal titolo: *Esperienze di coltivazione „ in vitro „ del cancro uterino umano.* La nota era stata ammessa dalla sezione di scienze mediche.

Terminate le letture, l'Istituto si raccoglie in adunanza privata.

È all'ordine del giorno la nomina delle commissioni per i concorsi scaduti. Su proposta del M. E. Jung l'Istituto incarica la presidenza a comporre le commissioni, che verranno discusse e approvate nella prossima adunanza del 12 febbraio.

Dopo ciò l'adunanza è sciolta alle ore 15.

Il Presidente
G. CELORIA

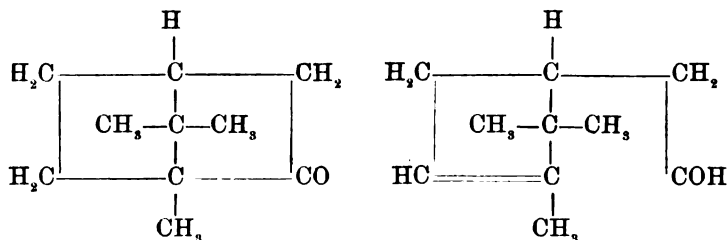
Il Segretario
G. Zuccante

NUOVE RICERCHE SUL SANTENONE

Nota IIª del prof. Enrico Rimini

(Adunanza del 15 gennaio 1914)

Nella loro XVI Nota « *Sulle azioni chimiche della luce* » Ciamician e Silber (1) hanno comunicato che la canfora in soluzione idroalcoolica si trasforma in piccola parte in un chetone non saturo della formola $C_{10} H_{16} O$ la cui costituzione, per deficienza di materiale, è per ora rimasta insoluta, ed in quantità ancor minore in un aldeide olefinica che in seguito ad ulteriori ricerche ritennero essere la *canfolenica* la cui formazione, in base altresì ai loro studi antecedenti, spiegarono ammettendo che nella canfora avvenga l' apertura dell' anello secondo lo schema:

```
               H                                H
               |                                |
H2C ---------- C ---------- CH2     H2C ------- C ---------- CH2
 |             |             |       |          |             |
 |      CH3 -- C -- CH3      |       |   CH3 -- C -- CH3      |
 |             |             |       |          |             |
H2C ---------- C ---------- CO      HC ======== C            COH
               |                                |
              CH3                              CH3
```

In un mio lavoro precedente, (2) ho esposto le ragioni che mi indussero a studiare il comportamento del pernitrososantenone coll' acido solforico concentrato ed ho dimostrato che l' isosantenone ricavato tanto dal santenone naturale quanto dal sintetico è un prodotto saturo che contiene il gruppo acetile in catena laterale ed è presumibilmente costituito al pari del-

---

(1) Rendiconti Accademia Lincei. Vol. XIX serie V. I. semestre pag. 532.

(2) Rendiconti Istituto Lombardo scienze e lettere. Vol. XLVI pag. 787.

l'isocanfora da un anello pentagonale, ma a differenza di questa con persistenza del ponte.

Le ricerche che formano argomento della presente Nota furono intrapprese allo scopo di portare un nuovo contributo alla conoscenza della formola di costituzione del santenone in base alle sue analogie di comportamento colla canfora.

Ammessa di fatti per il santenone la formola proposta da Semmler per la πnorcanfora, sempre in base alle analogie era da aspettarsi che per l'azione chimica della luce il santenone come la canfora, avrebbe dovuto trasformarsi in un chetone isomero non saturo ed in un'aldeide olefinica analoga alla canfolenica.

All'uopo grammi trecento circa di santenone sintetico, in soluzione idroalcoolica nella concentrazione indicata per la canfora, chiusi in lunghi tubi verticali, vennero esposti alla luce dalla metà di marzo alla metà di novembre. All'apertura dei tubi non si avvertì pressione ed il liquido immutato all'aspetto ed alla reazione, col nitroprussiato sodico e la piperidina diede evidentissima la reazione dell'aldeide etilica.

La quantità di soluzione idroalcoolica equivalente a 125 grammi del chetone, versata in circa tre litri di acqua ghiacciata lasciò separare un olio che, nonostante forte e continuata agitazione e successivo prolungato riposo a bassa temperatura, non accennò a solidificare bensì stentò a risepararsi completamente dalla emulsione formatasi e però venne raccolto in parte direttamente ed in parte su filtro bagnato.

Il tentativo fatto di ricavare la maggior parte del chetone inalterato colla distillazione in corrente di vapore acqueo ebbe esito negativo perchè nonostante il santenone, come è noto, male si presti ad essere purificato colla corrente di vapore per la facilità colla quale solidifica lungo le pareti del refrigerante, nel caso presente pur costituendo la massima parte del miscuglio, a causa dei suoi prodotti di trasformazione che agiscono da impurità non accennò mai a solidificare, ma passò un olio da principio incoloro e da ultimo colorato in giallo e rimase come residuo nel pallone una discreta quantità di resina di colore giallo intenso e dal gradito odore di geranio.

Per questo fatto ed anche perchè le acque filtrate contenevano ancora quantità non trascurabile di prodotto, nella successiva operazione si estrasse con etere il liquido idroalcoolico e sul residuo dell'estratto etereo si procedette alla ricerca dei composti da insolazione; ricerca, che diversamente da quanto si verifica per la canfora, veniva ad essere ostacolata dalla presenza di quantità relativamente forti di prodotto inalterato.

Saggi di orientamento eseguiti coll'acido benzolsolfoidrossilamminico sopra diverse frazioni dell' olio distillato in corrente di vapore rivelarono la presenza di un composto di natura aldeidica.

Dato lo scarso materiale sul quale vennero eseguite le presenti ricerche, non fu creduto opportuno di sottoporre parte dell' olio al trattamento con bisolfito perchè nel caso previsto dall' analogia, della presenza di un' aldeide olefinica, si sarebbe ottenuto un composto bisolfitico dal quale non sarebbe stato possibile porre in libertà l' aldeide sottraendola così in parte alla già scarsa quantità disponibile per lo studio ulteriore, e però si è operato sull' olio integro come segue:

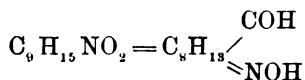
Grammi 40 diluiti con 50 cc. di alcool vennero addizionati di 5 gr. di acido benzolsolfoidrossilamminico e nella soluzione si versarono poco per volta 45 cc. di potassa caustica doppio normale (3 molecole di alcali per ognuna di acido). Il miscuglio lasciato a se per qualche tempo indi riscaldato a b. m. a ricadere per un' ora circa assunse un colore dapprima giallo intenso poscia rosso vinoso: versato in poc' acqua lasciò separare un olio rosso bruno che fu più volte estratto con etere solforico.

Il trattamento su esposto venne ripetuto altre due volte, con quantità minori di acido benzolsolfoidrossilamminico, sul residuo dell' estratto etereo, avendo saggi eseguiti a parte dimostrato che esso conteneva ancora non trascurabili quantità di aldeide.

Dalle acque alcaline delle varie operazioni, con acido acetico precipitò l' acido idrossammico in forma di lunghi aghi setacei che si fusero verso i 140°.

Dalle acque madri della separazione di questo acido, per aggiunta di una soluzione satura di acetato di rame, ne precipitò dell' altro sotto forma di sale rameico di un bel colore verde bottiglia dal quale, previo accurato lavaggio con acqua, fu agevole riottenere l' acido per digestione con acido solforico diluito ed estrazione con etere.

L' acido idrossammico separato sia direttamente dalle soluzioni alcaline, sia ricavato per decomposizione del sale di rame purificato dall' acetone, in cui non era molto solubile, cristallizzò in magnifici aghi bianchi setacei che si fusero con decomposizione a 144°-145° ed all' analisi diedero numeri che corrispondono a quelli richiesti dalla formola:

$$C_9H_{15}NO_2 = C_8H_{13}\langle {}^{COH}_{NOH}$$

Sostanza = gr. 0,2472 azoto = cc. 17,4 t°. = 8 H = 761 mm.

°/₀ Trovato	Calcolato per $C_9H_{15}NO_2$
N = 8,52	8,28

Per chiarire la costituzione dell'aldeide formatasi dal santenone per azione della luce, questo acido idrossammico fu fatto bollire a ricadere con acido solforico al 10 °/₀, similmente a quanto Ciamician e Silber fecero per l'acido canfolenidrossamico.

Dopo quattro ore di ebollizione l'idrolisi si potè dire completa giacchè il liquido diede col cloruro ferrico in modo appena percettibile la reazione degli acidi idrossammici. Distillando in corrente di vapore vennero trasportate gocciole oleose che si erano andate separando sin dal principio dell'operazione.

Il distillato, dalla reazione acida, fu neutralizzato con carbonato sodico e le gocciole oleose persistenti asportate con etere.

Dalle acque madri, riacidificate con acido solforico diluito, per estrazione con etere ed eliminazione del solvente si ricavò un liquido sciropposo che in soluzione alcalina decolorava prontamente il permanganato.

Non prestandosi la sua esigua quantità (circa mezzo grammo) ad una distillazione frazionata, dopo esatta neutralizzazione con ammoniaca diluita venne convertito in sale d'argento, poco solubile in acqua e dalla cui analisi si ebbero numeri che permisero di calcolare la formola $C_9H_{13}O_2Ag$

Sostanza = gr. 0,3440 Ag = gr. 0,1436

°/₀ Trovato	Calcolato per $C_9H_{13}O_2Ag$
Ag = 41,74	41,38

L'estratto etereo contenente la parte insolubile nel carbonato sodico venne essicato con solfato sodico anidro ed il residuo sciropposo rimasto dalla distillazione del solvente, frazionato a pressione ridotta. A 23 mm. di pressione e a 139°-140° passò un olio denso, perfettamente incoloro, a reazione neutra, stabile al permanganato, che conservato alcuni giorni in essicatore solidificò quasi completamente.

Raccolto alla pompa su cono di platino si fuse a 36°-37°.

I risultati dell'analisi condussero alla formola $C_9H_{14}O_2$.

Sostanza = gr. 0,1984 CO_2 = gr. 0,5107 H_2O = gr. 0,1712

°/₀ Trovato	Calcolato
C = 70,20	70,10
H = 9,58	9,09

Potendosi ormai ritenere che per idrolisi dell'acido idrossammico si fosse formato l'acido e più verosimilmente un miscuglio degli *acidi π norcanfolenici* i quali alla loro volta per prolungata ebollizione con acido solforico avrebbero dato origine al *lattone* dell'*acido ossidiidroπnorcanfolenico*, non essendo quest'ultimo ancora noto, fu creduto bene prepararne sinteticamente per gli opportuni confronti.

All'uopo dopo aver trasformato, seguendo le prescrizioni di Semmler e Bartelt (1) l'ossima del santenone in acido π norcanfolenico, questo venne convertito nel lattone bollendolo a ricadere per cinque ore con acido solforico al 10 %, purificato secondo le norme date da Tiemann (2) per il lattone diidrocanfolenico e da ultimo frazionato a pressione ridotta. A 27 millimetri di pressione tra 142°-144° distillò un liquido denso, incoloro, di reazione neutra, stabile al permanganato e che innestato con un germe del lattone ricavato dall'idrolisi dell'acido idrossammico si rapprese ben presto in massa cristallina che si fuse a 36°-37°. All'analisi si ebbero numeri concordanti con quelli richiesti dalla formola $C_9H_{14}O_2$.

Sostanza = gr. 0,2456 CO_2 = gr. 0,6274 H_2O = gr. 0,2094

% Trovato	Calcolato per $C_9H_{14}O_2$
C = 69,66	70,10
H = 9,47	9,09

Un miscuglio, a parti eguali, dei due lattoni mantenne inalterato il punto di fusione. Dimostrata così l'identità dei due lattoni, si precedette alla ricerca del chetone isomero del santenone.

Dall'olio, liberato, per quanto fu possibile, dall'aldeide sotto forma del corrispondente acido idrossammico, colla distillazione in corrente di vapore, a differenza di quanto si verificò coll'olio primitivo, fu dato di trattenere una certa quantità del santenone inalterato che andò solidificando lungo le pareti del refrigerante e che fu raccolto alla pompa su filtro di tela.

La parte oleosa del filtrato venne fatta reagire coll'acetato di semicarbazide. Mediante trattamento con alcool metilico fu separata la massima parte del semicarbazone del santenone e dal piccolo residuo mercè ripetute cristallizzazioni frazionate

(1) Berl. Ber. 41 pag. 125.
(2) Berl. Ber. 28 pag. 2170.

dal benzolo si riuscì ad isolare una piccolissima quantità (circa cinque grammi) di un semicarbazone costituito da minutissimi aghi che si fusero senza decomposizione a 156°-158°.

Una determinazione d'azoto permise di calcolare la formola $C_{10}H_{17}N_3O$.

Sostanza = gr. 0,1210	Azoto = cc. 21,8 t°. = 6 H = 758 mm.
°/₀ Trovato	Calcolato per $C_{10}H_{17}N_3O$
N = 21,70	21,53

Dalle citate ricerche di Ciamician e Silber è dato desumere che mentre la canfora per azione della luce si trasforma in assai piccola quantità in aldeide canfolenica, da 250 gr. si ricavano invece ben grammi 18,5 di semicarbazone del chetone isomero.

La rimarchevole diversità del rendimento fece sorgere il dubbio che nel caso presente anzichè del semicarbazone di un chetone isomero del santenone, come a tutta prima si poteva ritenere, si trattasse del semicarbazone di un poco di aldeide sfuggita all'azione dell'acido benzolsolfoidrossilamminico.

Siccome il semicarbazone in parola, bollito con acido solforico al 10 °/₀, fornisce da principio una colorazione rossa e poi diviene fortemente giallo, fu decomposto distillandolo in corrente di vapore in presenza di anidride ftalica con che passarono gocciole oleose che estratte con etere, dopo gli opportuni trattamenti distillarono a pressione ordinaria tra 190°-195°.

Le varie porzioni del distillato decolorarono prontamente il permanganato e coll'acido benzolsolfoidrossilamminico diedero positiva la reazione delle aldeidi.

La frazione 193°-194° aveva un indice di rifrazione N_{D17} = 1,475 e conservata in pallina chiusa dopo un pò di tempo ingiallì.

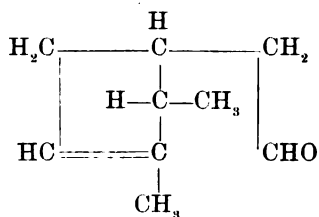
All'analisi diede numeri quali sono richiesti dalla formola $C_9H_{14}O$

Sostanza = gr. 0,1901	CO_2 = gr. 0,5438 H_2O = gr. 0,1818
°/₀ Trovato	Calcolato per $C_9H_{14}O$
C = 78,01	78,26
H = 10,62	10,14

Dal complesso delle ricerche riferite si può concludere che per azione chimica della luce il santenone, al pari della canfora, subisce in piccola parte (dal 2 al 3 °/₀) la scissione aldeidica.

L'aldeide che ne risulta, coll'acido benzolsolfoidrossilamminico si trasforma in un acido idrossammico che per idrolisi dà origine ad un miscuglio di acidi dalla composizione corrispondente all'acido πnorcanfolenico e di lattone identico al lattone diidro-π-norcanfolenico.

Ammessa quindi per il santenone la formola di Semmler e tenute presenti le considerazioni fatte da Ciamician e Silber a proposito della canfora, la nuova aldeide potrà essere rappresentata dallo schema:

```
                 H
  H2C————————————C————————————CH2
    |            |            |
    |      H—————C—————CH3    |
    |            |            |
   HC============C            CHO
                 |
                CH3
```

A questo punto parrebbe arrestarsi l'analogia di comportamento alla luce tra la canfora ed il santenone perchè, come fu esposto sin da principio, non fu dato di isolare la ben che minima quantità di chetone isomero non saturo; fatto questo che sarà bene riconfermare operando su maggior quantità di materiale.

Istituto di Chimica Farmaceutica e Tossicologica della R. Università di Pavia.

SOPRA UN NUOVO PROCESSO PER VIA UMIDA NELLA METALLURGIA DEI MINERALI POVERI DI MERCURIO

Nota del S. C. prof. Giacomo Carrara

(Adunanza del 15 gennaio 1914).

I processi per via umida fin qui proposti per l'estrazione del mercurio dai suoi minerali non hanno avuto alcun seguito pratico e, sebbene il problema, tanto dal punto di vista igienico quanto da quello economico, presenti un grandissimo interesse, ogni tentativo in questo senso è stato abbandonato.

Nella letteratura si trovano descritti dei processi fondati sopra il trattamento dei minerali di mercurio con soluzione cloruro di rame a contatto con leghe di Rame-Zinco (1), con acqua di bromo (2), con solfuri o solfidrati alcalini (3), o alcalino terrosi (4) ecc. Si legge inoltre dei vantaggi di un processo elettrolitico molto vago e indeterminato; ma, salvo alcuni tentativi fatti da O. Smith con minerali ricchi della California, non si ha notizia di applicazioni su larga scala di questi processi.

Tutta la metallurgia del mercurio si è svolta, si può dire, intorno ai perfezionamenti del processo di arrostimento e di distillazione.

E in verità questo processo ha raggiunto oramai un così alto grado di perfezione e di economia che i processi per via umida non hanno probabilità di vincerne la concorrenza salvo forse in alcuni casi speciali.

---

(1) Sievecking, *Berg und Huttemann.* Zeitung 1876 169.

(2) Wagner, *Dingler Politech.* Jorn. 218° 254.

(3) Dammer, *Chem. Techn. der Neuzeit II* pag. 815.

(4) Jahres Bericht, *der Chenischen Technologie* F. Fischer I 319.

Secondo la relazione presentata da V. Spirek al VI congresso internazionale di chimica applicata tenutosi a Roma nel 1906, la spesa per il trattamento di una tonnellata di minerale alle miniere del Monte Amiata si calcola in L. 2 per materiale e L. 2 per mano d'opera, escluso l'ammortamento dei forni e le spese generali.

Si comprende come su queste basi a parità di costo del minerale e di spesa di meno d'opera, qualunque processo per per via umida si immagini, il margine di utile nelle spese di lavorazione non potrà essere che assai piccolo. Cosicchè, considerando la questione da questo solo punto di vista, manca ogni incentivo ad un cambiamento del processo attualmente usato, ciò anche per tutte le incertezze relative al ricupero del solvente, le quali possono trasformare l'utile calcolato in perdita effettiva.

Ma il lato debole dei processi per via secca è quello relativo alle perdite di mercurio, perdite che aumentano sensibilmente col diminuire del titolo del minerale trattato.

Nella citata relazione queste perdite sono calcolate al 5.40 °/₀ del metallo, lavorando un minerale contenente in media 1 °/₀ di mercurio.

Queste perdite però secondo altri autori (1) sono molto più elevate salendo al 7 °/₀ e perfino al 13°/₀ del metallo.

Se il minerale fornito dalle miniere è ad alto titolo si comprende che si correranno meno rischi facendo una maggior perdita di metallo e risparmiando sulle spese di lavorazione. Ma se, come spesso succede, i giacimenti ricchi diminuiscono e conviene prendere in considerazione i giacimenti sempre più poveri, le perdite dovute al processo per via secca dovranno essere considerate, e siccome esse, come già si è detto, aumentano col diminuire del titolo del minerale, ci avvicineremo rapidamente al limite oltre il quale il processo non è più economicamente utilizzabile.

Nella relazione dell'ing. O. Spirek tenuta al I Congresso nazionale di chimica applicata — Torino 1902 — si legge che i forni da questo autore costruiti alle miniere del Siele possono lavorare fino a minerali contenenti il 0,3°/₀ di mercurio. Non é però detto quali sieno perdite fatte usando un minerale così povero.

In ogni modo abbiamo qui, presso a poco, un limite attorno

---

(1) CASTEK, *Jahres-Berichte der Chem.* Tecnologie 1910 I pag. 318.

al quale la lavorazione dei minerali poveri di mercurio col solito processo per via secca non può più essere fatta nelle stesse condizioni di economia.

Sembrerebbe facile evitare questi inconvenienti concentrando il minerale ed elevandone il titolo. Ma il processo per via secca come viene ora usato non può utilizzare che materiale secco e in pezzi di una certa grossezza.

Ora la concentrazione di minerali così poveri, costituiti spesso da infiltrazioni cinabrifere in banchi di calcare o di argille, non può certamente essere fatta come si usa per esempio nelle laverie dei minerali di zinco, con minerali in pezzi, ma occorre una macinazione finissima del materiale cinabrifero, e una vera e propria levigazione.

L'operazione, data l'alta densità del cinabro, circa 8, in confronto delle argille o dei calcari, circa 3, che lo accompagnano nel massimo numero dei casi non presenta speciali difficoltà; ma il prodotto risultante è una polvere fina impregnata di acqua, due condizioni che rendono difficile e più costoso il processo di arrostimento con i forni più perfezionati perchè, come è noto, il minerale di mercurio prima di essere introdotto nei forni deve essere essicato e non vien tollerato che il 4% di umidità al massimo.

Lo stato poi di fina polvere rappresenterebbe, in quei tipi di forni, una grave difficoltà perchè il minerale o scenderebbe troppo rapidamente lungo le tegole inclinate senza soffermarsi il tempo necessario per raggiungere la temperatura di decomposizione del cinabro, ovvero si accumulerebbe nel forno rendendone difficile e laboriosa la deostruzione.
Nè la concentrazione per levigazione potrebbe mai senza grandi perdite dare un materiale talmente concentrato da rendere utilizzabili i forni a storte. Questi se possono usarsi con materiali molto ricchi, anche finemente polverizzati, hanno però l'inconveniente di rendere neccessaria una maggiore spesa di manutenzione, e di mano d'opera e inoltre sono veramente dannosi alla salute degli operai, tanto che sono stati completamente abbandonati.

I processi per via umida per contro si trovano nelle migliori condizioni per utilizzare questi concentrati, perchè per essi la finissima polverizzazione, la presenza di umidità considerevole sono condizioni favorevoli anzicchè contrarie al loro funzionamento, la stessa eliminazione della parte più leggera costituita da argilla o sostanze calcari finissimamente polverizzati rende la separazione del liquido dal minerale residuo

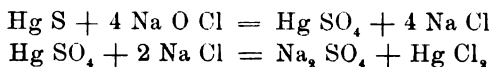
molto più facile e comoda e la soppressione dei vapori di mercurio elimina una delle cause principali del mercuriolismo negli operai.

Certamente altre condizioni sono neccessarie e fra queste vi è il piccolo costo del solvente e il suo facile ricupero, la rapida e completa dissoluzione del cinabro e la altrettanto rapida e completa separazione del metallo dalla soluzione.

Ponendomi da questo punto di vista io ho studiato un nuovo processo per via umida il quale, se non mi inganno, risolve abbastanza bene il problema di rendere conveniente il trattamento dei minerali poveri e dei residui dei forni contenenti ancora quantità utilizzabili di mercurio. Quest' ultimo caso è molto meno raro di quanto si crede, succede spesso che per l'insufficiente cura nella sorveglianza dei forni, o per la speciale natura dei minerali si hanno dei residui contenenti quantità tutt'altro che trascurabili di metallo. Io ho fatto esperienze sopra residui di arrostimento di certe ftaniti mineralizzate le quali contenevano ancora il 0.2 °/₀ di mercurio.

Il processo che io ho studiato consiste nel trattamento del minerale polverizzato e concentrato a $^1/_4$ $^1/_5$ del suo peso per levigazione, con soluzione di ipoclorito di sodio ottenuto per elettrolisi del cloruro sodico.

Il solfuro mercurico viene dall'ipoclorito facilmente ossidato a solfato e in presenza dell'eccesso di cloruro sodico traformato in cloruro secondo le reazioni schematiche

$$HgS + 4\,NaOCl = HgSO_4 + 4\,NaCl$$
$$HgSO_4 + 2\,NaCl = Na_2SO_4 + HgCl_2$$

La reazione avviene a temperatura ordinaria e la soluzione risultante può riutilizzarsi dopo nuova elettrolisi. Durante questa seconda elettrolisi si separa al catodo il mercurio. Il processo sarebbe assai elegante se si potesse ottenere durante la rivivificazione della soluzione salina tutto il mercurio disciolto, ma pur troppo le cose non sono così semplici. Non tutto il mercurio si separa e in parte quello separato si ridiscioglie quando rimane a contatto con la liscivia di ipoclorito.

Forse queste difficoltà non sono insuperabili ma richiedono ancora degli studi. Nello stato attuale la difficoltà fu invece girata, precipitando la liscivia contenente il mercurio disciolto, con del solfuro sodico in quantità equivalente.

Si raccoglie così del solfuro mercurico quasi puro. La sua separazione dalla soluzione salina avviene in modo rapido e completo senza presentare alcuna difficoltà.

La liscivia risultante, privata del mercurio, e nella quale si ha cura di non lasciare del solfuro sodico in eccesso, viene nuovamente elettrolizzata negli adatti elettrolizzatori, dopo di che, essa è pronta per trattare del nuovo minerale.

Nelle prove di laboratorio il processo non diede che perdite piccolissime di mercurio 0.5 a 1 °/₀ del metallo contenuto e le perdite in cloruro sodico durante ogni trattamento stanno fra 1.5 e 2 °/₀ del totale cloruro impiegato.

Il consumo di cloro attivo per ogni unità di metallo disciolto varia un poco a seconda dei campioni in causa delle sostanze riducenti diverse che contengono. Nei minerali concentrati per levigazione il consumo di cloro attivo sta fra 1.5 a 2. I migliori risultati si ebbero con i residui dei forni.

La questione del consumo del cloro attivo nel processo descritto è fondamentale e importava vedere come si comportavano i diversi campioni e quale poteva essere il risultato nel caso della presenza di quelle sostanze riducenti che accompagnano questi minerali.

I campioni di minerali poveri con i quali io ho fatto le esperienze provenivano da varie località della Toscana, erano in generale costituiti da argille o da calcari con infiltrazioni cinabrifere e contenevano dal 0.1 al 02 °/₀ di mercurio. Questi minerali si polverizzano molto facilmente e completamente; sottoposti direttamente al trattamento con la soluzione di ipoclorito, cioè senza la preliminare concentrazione, davano un consumo di cloro attivo per unità di mercurio disciolto, circa due o tre volte maggiore di quello che si aveva trattando il materiale concentrato per levigazione a $^1/_4$ $^1/_5$ del suo peso.

Anche la quantità di liscivia che a parità di peso di minerale rimaneva ad impregnare il minerale non levigato era 2 o 3 volte quella che si poteva riscontrare nel minerale concentrato. Non mi fu possibile precisare la natura di tutte quelle sostanze riducenti che accompagnavano il minerale e che aumentavano il consumo del cloro attivo. La maggior parte probabilmente era costituita da piccole quantità di altri solfuri metallici o di sali ferrosi e fra tutti più probabile la pirite.

Ho creduto utile fare alcune esperienze per vedere se e quanto il processo fosse compatibile con la presenza di pirite nel minerale cinabrifero.

A questo scopo ho mescolato ai diversi campioni studiati, delle quantità diverse di pirite finamente polverizzata, ed ho studiato le perdite di cinabro durante la concentrazione per la

levigazione e il maggior consumo di cloro attivo. Dai risultati è apparso che fino a quando la pirite non superava la quantità di cinabro contenuto nel minerale originario nè le perdite di cinabro durante la concentrazione, nè il consumo del cloro raggiungono tale importanza da compromettere il risultato economico del processo. Invece se la quantità di pirite aggiunta cresce notevolmente, (e io ho fatto esperienze con quantità di pirite che erano in qualche caso 10 volte quella del mercurio contenuto) le perdite durante la concentrazione crescono insieme al consumo del cloro attivo. L'economia del processo ne risente naturalmente e la sua applicabilità dipende allora dalle condizioni speciali della lavorazione e cioè dal tenore di mercurio contenuto e dal costo dell'energia elettrica occorrente alla preparazione dell'ipoclorito.

Dal complesso delle esperienze fatte sembra che il cinabro venga attaccato dalla soluzione di ipoclorito sodico molto più velocemente della pirite. Non si può decidere se la causa di ciò risieda solo nella natura chimica delle due reazioni o se sopra di essa abbiano decisa influenza altre cause, come la sottigliezza della polvere, o la presenza del carbonato di calcio che tende a precipitare il sale ferrico man mano che si forma. Certo però sull' andamento del processo il fenomeno ha una notevole importanza perchè permette di portare in soluzione quasi tutto il mercurio contenuto nei minerali anche quando sieno stati addizionati da quantità molto rilevanti di pirite, pur usando delle soluzioni di ipoclorito contenenti appena una piccola frazione del cloro attivo neccessario all'ossidazione della totalità dei composti solforati presenti.

Il processo adunque conduce a raccogliere del solfuro mercurico nero anzichè del metallo.

Un simile materiale però ha sul metallo il vantaggio di non produrre, come si è detto, che perdite piccolissime nel processo d' estrazione anche utilizzando minerali molto poveri e inoltre di prestarsi alla preparazione dei più importanti sali mercuriali altrettanto bene quanto il metallo stesso.

Ma un vero vantaggio sarebbe a mio modo di vedere l'eliminazione di una delle più importanti cause del mercurialismo che infierisce fra gli operai addetti alla lavorazione dei forni. Soppressa la distillazione del mercurio e la possibilità di respirarne i vapori, soppressa la lavorazione dei neri si sono soppresse due delle principali cause di assorbimento del metallo.

Certamente il mercato continuerà a richiedere del mercurio metallico anche se fosse possibile una sostituzione del processo

attuale di distillazione con il processo per via umida, ma indubbiamente per una certa parte del consumo il solfuro può vantaggiosamente sostituire il metallo.

Quando poi fosse necessario, sarebbe sempre possibile trasformare il solfuro mercurico in mercurio mettalico. Senza dubbio questa trasformazione si potrebbe fare con perdite assai più piccole di quelle che si hanno nel trattamento dei minerali, e con processi e apparecchi assai più semplici; perchè qui si tratta di lavorare del solfuro mercurico puro anzichè un minerale sempre ricco di ganga e di altri solfuri metallici. È probabile che diverebbero convenienti anche alcuni dei processi elettrolitici per via umida già ricordati quale ad esempio quello che usa come solvente i solfuri o i solfidrati alcalini e che la distillazione con tutti i suoi inconvenienti potrebbe essere evitata.

Non si può discutere di un nuovo processo di Chimica tecnica senza esaminare un pò anche la convenienza economica di fronte al vecchio processo in uso.

Sebbene non sia qui il caso di entrare in dettagli si può tuttavia considerare il processo descritto come capace di essere diviso nelle operazioni seguenti:

Macinazione e concentrazione del minerale, preparazione della liscivia di ipoclorito, soluzione del mercurio, precipitazione e raccolta del solfuro.

Di tutte queste operazioni nessuna presenta speciali difficoltà tanto per il macchinario quanto per la manualità. La macinazione e la concentrazione sono processi che ricordano con poche modificazioni il trattamento dei caolini e delle argille; naturalmente avendo riguardo al materiale più pesante anzichè a quello più leggero. Si può calcolare che con 15 HP effettivi si possono lavorare da 2 a 3 tonn. di minerale all'ora (naturalmente nell'ipotesi che il minerale sia della stessa natura di quello da me studiato).

La preparazione della liscivia di ipoclorito richiede all'inizio una soluzione di cloruro sodico dall'8 al 10 % e ad apparecchio funzionante l'aggiunta di una quantità di cloruro sodico che compensi la perdita media di ogni singola operazione.

I processi di purificazione delle liscivie sono analoghi a quelli noti e adottati nella preparazione dei liquidi di imbianchimento. Ogni tanto qui è conveniente fare la purificazione per il solfato sodico che si va accumulando nella soluzione come pure si usa già in qualche caso nelle soluzioni saline che si impiegano nella preparazione della soda.

Per quanto riguarda gli apparecchi di elettrolisi per la preparazione dell'ipoclorito, si hanno oramai da tempo in uso tipi diversi che risolvono assai bene il problema. Si può con i grandi apparecchi attuali ottenere 1 Kilogrammo di cloro attivo con 7 KW. Se si pensa che questi apparecchi non hanno bisogno che di una limitata mano d'opera e che possono intensificare la loro attività nelle ore notturne, quando cioè il costo dell'energia elettrica può anche essere ridotta a frazioni di centesimo per KW ora, si vede come questo principale elemento economico del processo non graverà eccessivamente sul bilancio dell' industria.

Troppi elementi occorrebbe mettere in calcolo per poter confrontare il processo di distillazione con quello ora esposto; soltanto per dare un'idea approssimata della possibilità economica della sua applicazione si può considerare di confronto il costo dell'energia elettrica e del combustibile necessario, col vecchio processo, al trattamento di una tonnellata di minerale povero contenente per esempio il 0,2 $^0/_0$ di mercurio.

Supposto di utilizzare l'energia elettrica notturna al prezzo di L. 30 il KW anno per 10 ore giornaliere cioè 3600 ore annue e snpposto che occorrano 2 Kilog. di cloro attivo nella soluzione per disciogliere 1 Kilog. di mercurio, saranno 28 KW ora cioé L. 0,23 cifra tonda. Mentre è noto che la distillazione con i forni più perfezionati consuma nelle miniere toscane L. 1,29 di combustibile per ogni tonn. di minerale.

Naturalmente se il minerale fosse più ricco il consumo del combustibile rimarrebbe lo stesso ma quello dell'energia elettrica crescerebbe in modo quasi proporzinale cosicchè il processo è più specialmente indicato per minerali poveri ed ha una grande probabilità di riuscita economica quando si abbia, in vicinanza della miniera, acqua e forze idrauliche per la concentrazione del minerale e per la produzione economica di energia elettrica, o in suo luogo si abbia una grande arteria di distribuzione alla quale si possa vantaggiosamente collegarsi.

Certamente anche questo processo ha un limite inferiore oltre il quale non può applicarsi, ed è il tenore di mercurio contenuto nel minerale e le spese per la sua escavazione. Si comprende che il processo non sarà applicabile che quando fra il valore del mercurio contenuto nel minerale e le spese di estrazione e trasporto all'officina esisterà una differenza tale da lasciare il necessario margine di utile. Ciò si potrà verificare in alcuni casi facilmente previdibili e cioè quando il minerale povero si deve scavare necessariamente per trovare

il minerale ricco, ovvero quando il minerale si presenta in giacimenti di facile escavazione o capaci di diventar tali applicando alle miniere quei sussidi meccanici nell' escavazione o nel trasporto che ne diminuiscono le spese. I giacimenti di minerale povero in genere sono molto più estesi di quelli ricchi e l' industria è andata man mano adattandosi alla lavorazione di minerali sempre più poveri. Ora nel caso che convenga scendere ancora più nel titolo medio del minerale e avvicinarsi al limite inferiore dei processi di distillazione, si imporrà anche un maggiore perfezionamento dei processi di escavazione e di trasporto e allora probabilmente il processo per via umida descritto potrà prendere il suo posto accanto a quelli attualmente in uso.

ESPERIENZE DI COLTIVAZIONE
" IN VITRO „ DEL CANCRO UTERINO UMANO

Nota del Dott. Francesco Maccabruni, Assistente

(Adunanza del 29 gennaio 1914).

In una mia nota precedente (1) ho descritto i reperti ottenuti coltivando col metodo Carrel-Burrows, l' utero e l' ovaio fetali.

Da tali organi, costituiti da tessuti di origine diversa, non si sono mai sviluppati altri elementi che non fossero cellule connettivali.

È quanto si può vedere dai praparati che colgo l' occasione per sottoporre alla vostra osservazione, al vostro controllo.

Notavo allora che « se le culture alla Carrel ripetono tutte un pressochè identico aspetto, qualunque sia l'organo da cui esse derivano, egli è probabilmente che appunto in esse si sviluppano soltanto gli elementi connettivali, che in tutti gli organi si trovano rappresentati ».

Nè mi sembravano abbastanza probative descrizione e figure di Lambert ed Hanes (2) i quali credono aver osservato proliferazione di epitelio dal cancro dei topi e dalla mucosa intestinale di embrione di pollo.

Prima di Lambert ed Hanes, alcuni altri ricercatori avevano descritto una proliferazione di epilelî in vitro.

---

(1) *F. Maccabruni.* Sperimenti di cultura « in vitro » dei tessuti dell' utero e dell' ovaio di feto umano. *Annali di ostetricia e ginecologia*, 1913.

(2) *R. Lambert u. F. Hanes.* Beobachtungen an Gewebskulturen in vitro. *Virchow's Archiv.* Bd. 211, H. 1. Januar 1913.

Così Carrel e Burrows (1) e nello stesso anno il Ruth (2) avrebbero notato una proliferazione di cellule epiteliari nelle culture di epidermide di rana.

Ma, a parte la considerazione che gli autori citati sperimentarono sopra animali inferiori, le figure che il Ruth riporta non sono affatto dimostrative.

La stessa considerazione valga per le ricerche di Carrel e Burrows (3) sulla ghiandola tiroide,

Più tardi questi stessi autori (4) tentarono culture in vitro di adenocarcinomi della mammella di cagna, di carcinomi del ratto e di parecchi carcinomi umani. Dal tumore del cane si svilupparono elementi aventi una « apparenza » di cellule epiteliari. *Nessun risultato ottennero pel carcinoma umano.*

Fra le culture di tessuti di origine epiteliare dobbiamo anche ricordare quelle eseguite da Marinesco e Minea (5) e più tardi da Ingebrigtsen (6) con le cellule nervose. Da questi elementi si sarebbero sviluppati prolungamenti aventi i caratteri dei cilindrassi. La durata della loro vita è però breve; dopo tre, quattro giorni queste fibre neo formate vengono sopraffatte dalla nevroglia o dal connettivo e dopo sei, otto giorni, esse scompaiono del tutto, in degenerazione granulosa,

Le fotografie delle culture appaiono assai suggestive; però trattasi qui, non di formazione di elementi nuovi, ma di accrescimento da cellule già preesistenti nella cultura.

Pochi autori dunque hanno descritto una proliferazione in vitro di elementi epiteliari, e nessuno di essi, a mio parere, si può dire abbia raggiunto la prova dei fatti, ha potuto cioè

---

(1) *A. Carrel a. M. Burrows.* Cultivation of adult Tissues and organs outside of the Body. *Studies from the Rockefeller Institute for medical Research.* Vol. XII, 1911.

(2) *E. Ruth.* Cicatrisation of Wounds in vitro. *Studies from the Rockefeller Institute for medical Research.* Vol. XIII, 1911.

(3) *A. Carrel a. M. Burrows.* Cultivation in vitro of the Thyroid Gland. *Studies from the Rockefeller Institute for medical Research.* Vol. XIII, 1911.

(4) *A. Carrel a. M. Burrows.* Cultivation in vitro of malignant Tumors. *Studies from the Rockefeller Institute for medical Research.* Vol. XIII, 1911.

(5) *Marinesco u. Minea.* Anatomischer Anzeiger Bd. XIII, 1912. (Citato da Ingebrigtsen).

(6) *Ingebrigtsen.* Regeneration von Achsenzylindern in vitro. *Münchener med. Wochenschrift.* N. 41-140, 1913.

sicuramente dimostrare che gli elementi neoformatisi fossero di indubbia natura epiteliare.

Nessuno ad ogni modo, è riuscito finora ad ottenere alcun sviluppo dalle culture di carcinoma umano.

Perciò io ho istituito una serie di esperienze, dirette allo scopo di gettare una qualche luce su di una questione non del tutto priva di interesse.

Anche in queste esperienze mi son valso di materiale umano.

Fra i tessuti di origine epiteliare ho scelto precisamente il cancro, come quello che, più avvicinandosi ai tessuti embrionali, avrebbe dovuto darmi una maggiore facilità e rapidità di accrescimento, nella stessa guisa che il sarcoma è, fra i tessuti connettivi, quello che dà più facile e rigoglioso sviluppo, coltivato in vitro.

Inoltre in caso di reperto positivo, di proliferazione cioè di cellule epiteliari, queste ricerche avrebbero aperto largo campo di studio nelle questioni attinenti alla patogenesi ed alla terapia dei tumori in genere, del cancro in ispecie.

Nelle mie ricerche ho usato il seguente procedimento:

Valendomi di alcuni casi di adenocarcinomi uterini inoperabili, diagnosticati al microscopio, toglievo mediante biopsia un pezzo di tessuto neoplastico, il più lontano possibile dal tessuto di impianto. Lo tagliavo e raccoglievo dal centro di esso in modo asettico alcuni piccolissimi frammenti, che ponevo in soluzione di Ringer-Locke in termostato. Poi raccoglievo il plasma e facevo le semine.

Alcuni frammenti venivano inclusi in plasma solo, altri in plasma addizionato di estratti acquosi di organi.

Non insisterò sul primo metodo, che già ho descritto nel mio precedente lavoro. Basti ricordare che dei frammenti di tumore alcuni vennero coltivati sempre facendo uso dello stesso plasma in goccia pendente, altri invece su porta-oggetti che disponevo obliquamente in larghi tubi contenenti soluzione di Ringer.

Debbo invece aggiungere qualche indicazione di tecnica su quanto riguarda le culture eseguite con plasma addizionato di estratti acquosi di organi; la tecnica, analoga a quella di Carrel (1) si può così riassumere:

(1) *A. Carrel.* Artificial Activation of the Growth in vitro of Connective Tissue, *The Journal of Experimental Medicine.* Vol. XVII, N. 1, 1913.

Organi freschissimi vengono tagliati in minuti frammenti e triturati in un mortaio: quindi si aggiunge ad una parte in peso di tessuto da 1 a 4-5 parti di soluzione di Ringer-Locke. Si lascia macerare per qualche ora a temperatura ambiente, oppure per 24 ore in ghiacciaia, poi si centrifuga e si decanta il liquido sovrastante e si filtra alla carta.

Il mezzo di cultura è composto di 1 volume di estratto così preparato e 2 volumi di plasma ipotonico. Questo si ottiene aggiungendo 2 volumi di acqua distillata a 3 volumi di plasma normale.

Le prime esperienze vennero da me eseguite facendo uso di plasma puro, senza alcuna aggiunta di estratti.

Di ciascun tumore eseguivo due serie di semine.

In una adoperavo il plasma ricavato dal sangue della stessa ammalata che mi aveva fornito il tumore — plasma autologo — nell'altra plasma di donna sana o affetta da semplici lesioni infiammatorie — plasma eterologo —.

In tal modo, se è vero che nel sangue dei carcinomatosi si trovano delle sostanze protettive contro il carcinoma, tendenti a conferire una sorta di immunità all'organismo, avrebbero dovuto svilupparsi meglio le culture in plasma eterologo, laddove meglio si sarebbero sviluppate le culture in plasma autologo, se lo sviluppo dei tumori, qualunque ne sia la patogenesi, dovesse essere favorito da una speciale costituzione del sangue.

Tali i presupposti. Ma questa prima serie di esperienze rimase senza risultato perchè il plasma, sia autologo, che eterologo, di solito si fluidificava in breve tempo, impedendo così lo sviluppo della cultura.

É quanto del resto avevano già notato Carrel e Burrows (1) i quali così si esprimevano:

« It can therefore be concluded that experimental malignant tumors grow in vitro extensively, and that cultivation of human tumors is also possible, *althoug much more difficult on account of the liquefaction of the plasma* ».

Occorreva dunque trovare un mezzo atto ad impedire o, almeno, a ritardare la liquefazione del plasma.

(1) *A. Carrel a. M. Burrows.* Cultivation in vitro of Malignant tumors. *Studies from the Rockefeller Institute for medical Research.* Vol. XIII, 1911.

Tentai dapprima di aggiungere artificialmente fermenti coagulanti al plasma.

Poichè uno degli organi più ricchi di trombochinasi è il polmone, pensai di aggiungere al plasma estratto di polmone: adoperai all' uopo polmoni di feti che ancor non avevano respirato, per mettermi al coperto da eventuali inquinamenti.

Così operando, riuscî bensì a ritardare alquanto la fluidificazione del plasma, ma nelle culture eseguite con tale sistema, lo sviluppo di nuovi elementi era scarsissimo o nullo.

Fallito il tentativo di far sviluppare il cancro con l'aggiunta di trombochinasi, era duopo tentare un'altra via di riuscita.

Da vari autori venne sostenuta e dal Fichera (1) dimostrata, una certa analogia di comportamento fra tessuti embrionali e tessuti neoplastici, quando essi vengano posti in eguali condizioni di esperimento.

D'altra parte, avendo io potuto constatare in precedenti ricerche (2) che il plasma di donna gravida o nei primi giorni di puerperio permetteva, entro certi limiti di tempo, lo sviluppo in vitro di tessuti embrionali, fui indotto a tentare le culture del carcinoma in plasma di donna gravida.

Sembravami, per le ragioni suesposte, che il plasma gravidico, come si era dimostrato favorevole alla proliferazione di tessuti embrionarî, così avrebbe dovuto mostrarsi favorevole alla proliferazione di tessuti neoplastici maligni, che in fondo possono essere considerati come tessuti embrionali, del tipo cioè di quelli che nello stato di gravidanza vanno sviluppandosi nell' utero.

Il tentativo venne coronato da successo: ritardo della fluidificazione di circa 8 giorni, sviluppo rigoglioso di elementi dal frammento seminato.

Molte ipotesi si potrebbero avanzare per spiegare questo fatto, ricordando le variazioni che la gravidanza induce nel sangue. E poichè la più appariscente fra di esse è la leucocitosi, io eseguî alcune semine di frammenti di cancro nel plasma di una donna non gravida, operata da tre giorni di fibroma uterino, e presentante una forte leucocitosi.

Anche in questo plasma le culture si svilupparono bene.

Trattandosi però di una sola serie di esperienze, non posso

---

(1) *G. Fichera.* Tumori. *Unione Tipografica Editrice Torinese.* 1911.
(2) *F. Maccabruni.* Loc. cit.

concludere che si debba attribuire a sostanze provenienti dai leucociti, ed arrivate al plasma per mezzo di una leucocitolisi, la ritardata fluidificazione del plasma ed il conseguente sviluppo delle culture.

Altri fattori possono aver influito sulla produzione del fenomeno.

Ogni supposizione, in un campo in cui le nostre idee sono ancor tanto confuse, dovrebbe per se apparire azzardata. Ma io non ho finora dati sufficienti per appoggiare l'una piuttosto che l'altra ipotesi. Mi limito a riportare il fatto, interessante sia da un punto di vista biologico generale, sia perchè ci permetterà finalmente di studiare lo sviluppo del cancro in vitro, astenendomi volutamente per ora da qualsiasi interpretazione, che soltanto ulteriori ricerche potranno giustificare.

Prima di passare alla descrizione del reperto microscopico delle culture da me ottenute coltivando il cancro in vitro, parmi opportuno escludere un dubbio che potrebbe attraversare la mente di chi non ha pratica di queste ricerche, dubbio che potrebbe essere esteso a tutte le culture in vitro di tessuti. E cioè che i gruppi di elementi cellulari i quali dal frammento seminato si dipartono ad invadere il plasma, non siano il frutto di uno sviluppo del frammento di tessuto coltivato, ma rappresentino il prodotto di una disgregazione di esso.

Ad un occhio esercitato a questo genere di studî, basta uno sguardo ai disegni che ho qui riprodotti, per escludere una tale possibilità. Ma ben altri argomenti stanno contro di essa.

Così noi vediamo che il plasma, coagulando istantaneamente non appena messo a contatto col tessuto seminato, impedisce una eventuale diffusione degli elementi che costituiscono il frammento di tessuto.

Per di più, nelle culture in cui per cause diverse non si ha neoformazione di elementi, nessuna cellula si osserva nel plasma ed il pezzo seminato conserva i suoi contorni ben netti.

Infine che si tratti di uno sviluppo attivo di cellule e non di una disgregazione di elementi dal frammento, lo dimostra anche la presenza di cariocinesi nei gruppi cellulari invadenti il plasma.

A tutto ciò si aggiunga la possibilità di seguire passo per passo al microscopio il graduale svilupparsi della cultura.

Un altro argomento contro l'ipotesi della disgregazione ci è dato dal carattere stesso degli elementi che si sviluppano. Mentre infatti nel frammento seminato prevalgono naturalmente

le cellule epiteliari, gli elementi che con lo sviluppo vanno diffondendosi nel plasma sono almeno in grande prevalenza di indubbia natura connettivale.

Ciò premesso, passo ad esporre in breve i fenomeni che ho potuto osservare durante lo sviluppo delle culture.

Già poche ore dopo la semina, i margini del frammento di tumore si rendono più chiari e da essi si dipartono, nelle ore successive, dei gruppi di cellule che invadono il plasma circostante (fig. 4). In preparati fissati e colorati si possono osservare in questi gruppi di cellule neoformate, alcuni elementi in cariocinesi ed anche delle figure che fanno pensare ad una divisione diretta. (fig. 1).

Nei giorni seguenti i gruppi cellulari vanno crescendo in numero e in sviluppo su tutta la periferia del pezzo seminato, costituendo degli zaffi che avanzano nel plasma (fig. 3) fino a raggiungere la periferia della goccia di plasma.

Giunte le culture ad un certo grado di sviluppo, il plasma comincia a fluidificarsi e l'accrescimento si arresta; ma sarà certo possibile seguire l'ulteriore svilupparsi delle culture aggiungendo nuovo plasma o eseguendo trasporti del tessuto neoformato in un nuovo terreno nutritizio, come si suol fare per le culture di microrganismi e come è già stato fatto per le culture in vitro di tessuti normali.

Osservate a forte ingrandimento le propaggini di elementi proliferati dal frammento di carcinoma seminato, si rivelano costituite in parte da elementi sicuramente connettivali, in parte da cellule sulla cui natura non è facile pronunciarsi, e che fanno nascere gli stessi dubbi che ci si presentano nell'osservare le figure di pretesi epitelî proliferati, riportate dagli autori sopra citati.

Si tratta di cellule talvolta rotonde, più spesso irregolari, a nucleo centrale, provvisto di una evidente membrana nucleare, a citoplasma chiaro, abbondante.

L'interpretazione della natura di tali elementi è certo difficile, forse impossibile.

È noto come gli elementi cancerigni presentino una grandissima variabilità nel loro aspetto. Le anomalie morfologiche del protoplasma e del nucleo, l'« atipia » in una parola, costituiscono le caratteristiche principali della cellula cancerigna. Così deve essere ammessa una metatipia o metaplasia, nel senso di una mutazione di forma, se non di natura, di tali elementi.

D'altra parte noi sappiamo che proprio nell'epitelioma uterino si ha la più grande irregolarità nella morfologia degli elementi cellulari, che nell'utero « i cancri meno tipici costituiscono le varietà più frequenti, nelle quali le masse epiteliali presentano alla periferia una fila di cellule cilindriche, alle quali succedono, all'interno, delle cellule irregolari, poliforme ..... » (Menetrier) (1).

Se però queste considerazioni ci dicono la possibilità che le cellule osservate nelle culture siano in parte di natura epiteliare, non ce ne danno la dimostrazione.

Per avere un termine di confronto io ho sacrificate alcune culture onde poter osservare le sezioni, dopo inclusione, del pezzo seminato.

Una di tali sezioni riporto a fig. 2.

Vi si possono vedere, in un nodo epiteliare, alcuni elementi del tutto simili a quelli osservati fra le cellule proliferate, e che ci avevano lasciati in dubbio circa la loro interpretazione. Ma ancor qui lo stesso dubbio si ripete. Si tratta di cellule connettive o di cellule epiteliari?

Non sembrerà eccessivo il mio riserbo a rispondere ad una tale domanda, se si pensa che le culture di tessuto epiteliare **puro**, affatto privo di elementi connettivali, mi hanno dato risultato negativo. Così tentai inutilmente di eseguire delle culture di epitelio corneale: in nessun caso ottenni sviluppo alcuno.

Certo è ancora che i criteri morfologici spesso non sono sufficienti a stabilire la natura di determinati elementi, e nel caso nostro noi possiamo disporre di soli criteri morfologici. Ond'è che di proposito io mi astengo da qualsiasi affermazione sulla natura delle cellule osservate nelle culture di carcinoma.

Soltanto studi ulteriori forse mi permetteranno di delucidare anche questa parte della questione.

In base alle note idee esposte dal Fichera (2) io tentai ancora di favorire lo sviluppo delle culture di cancro, aggiungendo al plasma estratto testicolare ottenuto da un feto a termine embriotomizzato.

Nei pochi casi trattati in questo modo la facoltà di sviluppo

---

(1) *Menetrier* Cancro. *Unione Tipografica Editrice Torinese. 1910.*

(2) *Fichera G.* Evoluzione della teoria del disquilibrio oncogeno e della chemoterapia istogena ecc. *Tumori - Anno III. Fasc. I - 1913.*

in vitro degli elementi non apparve sensibilmente aumentata, nè potei osservare neoformazione di cellule sicuramente epiteliari.

Risultati migliori non ottenni con estratto di milza.

Anche in questo senso le ricerche meritano di essere proseguite.

CONCLUSIONI

1. — È possibile la coltivazione « in vitro » del carcinoma umano.

2. — La fluidificazione del mezzo, assai frequente nelle culture di carcinoma, può essere ritardata con varî espedienti, ma specialmente usando plasma di donna gravida.

3. — Dai frammenti di cancro si sviluppano « in vitro » oltre ad elementi indubbiamente connettivali, che sono in prevalenza, altri elementi di cui non è possibile, allo stato attuale delle nostre conoscenze, stabilire con precisione la natura.

Milano 30 Novembre 1913.

SPIEGAZIONE DELLE FIGURE

Le prime tre figure vennero tratte da culture eseguite da un medesimo ceppo di carcinoma.

Fig. 1. — Carcinoma uterino — Cultura di 48 ore in plasma di donna gravida normale.
Fiss. Formalina. Col. Emallume. Oc. 4 Ob. 8 (Ridotta di circa 1/4).

Fig. 2. — Carcinoma uterino — Cultura di 48 ore in plasma di donna gravida normale.
Sezione del frammento seminato.
Fiss. Formalina. Col. Emallume. Oc. 3 Ob. 5.

Fig. 3. — Carcinoma uterino. — Cultura di 4 giorni in plasma di donna gravida normale.
Fiss. Formalina. Col. Emallume. Oc. 3 Ob 5. (Ridotta di circa 1/3).

Fig. 4. — Carcinoma uterino — Cultura di 40 ore in plasma di operata, con forte leucocitosi.
Fiss. Formalina. Col. Emallume. Oc. 3 Ob. 5. (Ridotta di circa 1/3).

SIERI, VACCINI, FILACOGENI
NELLA TERAPIA DI ALCUNE INFEZIONI
E SPECIALMENTE DELLA REUMATICA

Nota del S. C. prof. Edoardo Bonardi

(*Adunanza del 29 gennaio 1914*)

I vocaboli fondamentali *antigeni* ed *anticorpi* non hanno soltanto un significato fisio-patologico quale quello che viene loro attribuito nella dottrina immunitaria, negli studî di siero-diagnosi e sieroterapia. *Antigeni* ed *anticorpi*, con un significato fondamentale e generale quale quello assegnato loro negli studî fisio-patologici di siero-diagnosi e siero-terapia dei processi infettivi ed infettivo-tossici, sono ammessi ed usati anche nello studio di processi prettamente normali, fisiologici, quali i digestivi.

Così sono *antigeni* le sostanze alimentari idro-carbonate che provocano, da parte dell' organismo, la reazione cellulare degli epitelî delle ghiandole salivali e pancreatiche e la formazione di *anticorpi* in forma di *ptialina*, *tripsina*, *pancreatina*, *amilasi* che rendono solubile l'amido trasformandolo in zucchero. E sono parimenti *antigeni* le diverse albumine degli alimenti quaternarî od azotati, a cui l'organismo reagisce collo stimolo dell' epitelio delle ghiandole pepto-gastriche e la formazione di *pepsina* e di altri fermenti atti a sciogliere e precipitare gli albuminoidi.

Ma noi vogliamo oggi attenerci esclusivamente agli antigeni ed anticorpi riferentisi ai processi infettivo-tossici.

E vogliamo ricordare che quell' insieme di fenomeni fisio-patologici che costituiscono la sintomatologia di una malattia infettiva rappresenta la somma delle azioni e reazioni reciproche fra un determinato microrganismo patogeno e relative tossine (**antigene**) ed i varî poteri di difesa dei tessuti organici e

sopratutto del sangue, poteri di difesa che si estendono dall'alcalinità, vischiosità, densità, tasso del calcio del sangue, all'attività fagocitaria dei leucociti, all'azione dei varî *anticorpi* ed a quella del sistema nervoso. Fra questi anticorpi alcuni, come le antitossine, aventi le proprietà dei fermenti catalitici, neutralizzano le tossine bacteriche, allo stesso modo che una base neutralizza un acido, con reazioni esatte rispondenti alle leggi delle proporzioni definite e multiple secondo *Ehrlich*, a quelle che regolano gli equilibrî chimici secondo *Arrhenius* ed in generale i chimici fisici. Altri, come le *opsonine*, fanno più facilmente appetibili e digeribili i microorganismi patogeni per parte dei fagociti; altri ancora, come le *agglutinine* e *bacterolisine* rendono idropici, gelatinosi, facilmente agglutinabili e finalmente molecolarmente disgregabili fino alla definitiva dissoluzione i microbii patogeni.

L'antica osservazione che le persone o gli animali, guariti da malattie infettive, acquistano una *maggior resistenza* di fronte a recidive di codeste malattie od anche la *assoluta immunità*, osservazione che ha culminato nella *scoperta* di *Jenner* e nella generalizzazione della *vaccinazione jenneriana*, condusse *Pasteur* alla preparazione ed all'uso di *varî vaccini* con cui comunicasi agli animali l'immunità artificiale, operandosi così una grande e benefica rivoluzione nella interpretazione e nella cura dei morbi infettivi, nonchè un incalcolabile vantaggio pratico così nella medicina come nella zoojatria. Basta ricordare la vaccinazione pasteuriana del *carbonchio*, del *colera* dei *polli*, della *rabbia*, per comprendere la verità e la portata delle precedenti affermazioni. Verità scientifica ed importanza pratica aumentate grandemente per le successive scoperte ed applicazioni di *Haffkine* e di *Wright* dei vaccini del colera asiatico, della peste bubonica, dell'ileo-tifo e di *Chauveau* e *Kitt* a quelli di varie infezioni zoojatriche.

Successivamente *Salmon* e *Smith* per la pneumo-enterite dei maiali, *Roux* e *Behring* per la difterite dimostrarono che le tossine e varî prodotti chimici dei relativi bacilli patogeni, inoculati negli animali sani e recettivi, li rendevano immuni alla inoculazione di culture virulenti dei bacilli stessi.

Per la verità ricordo che io stesso, nel 1889, inoculando nel coniglio varî prodotti chimici estratti dalle colture in brodo di diplococco pneumonico riuscî a conferire al coniglio l'immunità rispetto al diplococco virulento degli sputi pneumonici e delle culture. E successivamente con ricerche durate due anni, dal 1889 al 1891, inoculando nelle cavie varî veleni tu-

bercolari estratti da sputi e da tessuti invasi da tubercolosi miliare aumentai sensibilmente la resistenza di quegli animali all'infezione chochiana (1).

Ma la *sieroterapia* non cominciò se non quando, reso immune un animale con opportune inoculazioni di tossina difterica o tetanica e salassando l'animale così immunizzato si poteva comunicare l'immunità ad altri animali coll'inoculazione in essi del siero di sangue del primo.

Non è scopo di questa comunicazione, di carattere preventivo, lo accennare, sia pure di passaggio, ai dettagli scientifici e tecnici della siero-diagnosi e della siero-terapia. Non accennerò neppure a volo d'uccello alle proprietà dei *sieri antibacterici ed antitossici;* dei sieri *omologhi, bivalenti* e *polivalenti;* alla *siero-profilassi ed alla siero-terapia;* ed al numero, ormai grande di processi infettivi, di cui è stata attuata, con maggiore o minor successo, una siero-terapia antibacterica od antitossica o mista (difterite, tetano, pneumonite, febbre tifoidea, meningite cerebro-spinale, gonorrea, carbonchio, febbre mediterranea, dissenteria, tubercolosi, febbre del fieno, rabbia canina, peste bubonica, colera asiatico, malaria, sifilide, vaiolo, pneumo-enterite dei maiali, colera dei polli, infezioni chirurgiche streptococciche, infezioni chirurgiche stafilococciche ecc.).

Ciò che voglio far rilevare è che una siero-terapia dell'infezione reumatica e delle sue varie e spesso gravi manifestazioni cliniche non fu mai seriamente attuata.

Paltchikowchy e successivamente *Procher* avrebbero immunizzato cavalli con culture di *stafilococco aureo* ed avrebbero ottenuto un siero efficace anche contro lo *stafilococco bianco*, nelle affezioni chirurgiche di cui codesti micro-organismi sarebbero la causa (antraci, foruncoli, foruncolosi, osteomieliti ecc.). Però codesta siero-terapia, anche nel ristretto campo delle affezioni stafilococciche chirurgiche, non ebbe larga applicazione nè sono noti successi importanti.

Ma nelle forme cliniche dell' infezione reumatica, nei nostri climi e specialmente in Italia, *determinate da setticemie stafilococciche, con svariate localizzazioni*, onde la *poliartrite*, la *polisierosite*, l'*endocardite vegetante*, l'*endocardite settica*,

(1) E. Bonardi, *Prime ricerche sulla chimica del diplococco capsulato di Fränckel.* Rivista gen. ital. di Clinica medica. N. 7 e 8. 1889.

E. Bonardi, *Nuove ricerche chimiche e biologiche sui veleni contenuti negli sputi e nei visceri tubercolosi.* Archivio italiano di Clinica medica. Anno XXX 1891.

la *pericardite iperplastica* ed *essudativa*, la *peliosi reumatica*, l' *eritema nodoso* o *polimorfo*, una siero-terapia anti-stafilococcica non ebbe, nè ha successo. E così dicasi di altre manifestazioni cutanee, a base stafilococcica, legate ad ostinati stati dispeptici con auto-intossicazioni gastro-intestinali, quali l'acne giovanile, la foruncolosi, la blefarite con orzainoli.

Intorno all' infezione reumatica ed alla sua etiologia stafilococcica io ed alcuni miei assistenti, fra i quali è doveroso ch' io ricordi in modo speciale il dottor Ettore Samele di Bari, *abbiamo accumulato una centuria e mezza di indagini bacteriologiche sul sangue circolante*, estratto in sufficiente quantità dalle vene, *nonchè sulle secrezioni e sugli essudati ed altri prodotti patologici, dimostrando la presenza, nella grandissima maggioranza dei casi*, dello *stafilococco bianco* (Staphilococcus pyogenes albus, Rosembach). E nei casi in cui il micro-organismo era virulento abbiamo potuto riprodurre nelle cavie e nei conigli *i più completi quadri di gravi e letali setticemie stafilococciche, con endo-pericarditi, con polisierositi, più spesso ad essudati solidi, fibrinosi, biancastri, friabili, di rado ad essudati siero-purulenti.*

La maggior parte di codeste indagini, iniziate a Lucca, fino dal 1894, in occasione di una grave epidemia di infezione reumatica, con forme prevalentemente mono-artritiche, accompagnate da setticemie iperpiretiche, con endocardite ulcerosa e rapido esito letale, furono continuate nell' ospedale civile di Lucca e successivamente nei miei reparti di medicina interna (Sale di St. Nazaro e di St. Fedele) presso l' ospedale maggiore di Milano e rese di pubblica ragione in una comunicazione a questo illustre Istituto, nella seduta del giorno 8 giugno 1905, dal titolo: *Osservazioni cliniche ed indagini etiologiche sulle recenti epidemie di infezione reumatica a Milano.*

Circa la entità delle epidemie di infezione reumatica nella nostra città, durante la stagione invernale, mi si permetta di richiamare quanto affermavo in quella comunicazione di nove anni or sono e che oggi confermo sulla base di un numero molto maggiore di osservazioni.

Riferendomi all' epicrisi di un caso che era stato oggetto di un modesto intrattenimento di medicina interna nell' aula Paletta dell' ospedale maggiore, *ammonivo i giovani colleghi del grave significato che hanno le frequenti epidemie di infezione reumatica; ed insistetti sulla necessità di chiarire, ad ogni epidemia, la natura, la specificità dell' infezione e di intervenire subito, prima delle molteplici e spesso letali loca-*

lizzazioni, con una cura siero-terapica energica ed adottando su larga scala una siero-profilassi.

Illustrando i preparati dimostranti la diffusa nefrite parenchimatosa nel caso deceduto, accennavo ad una delle vie più subdole e più pericolose con cui l'infezione reumatica insidia la vita dei vecchi, degli arteriosclerotici, con rene cistico e più o meno granuloso, con cuore renale e rumore di galoppo alla punta, ipertensione, accentuazione e secchezza del secondo tono aortico ecc.

Spesso, malati consimili, durante le epidemie di infezione reumatica, lamentano generale ed indefinito malessere, qualche nota di angina catarrale, febbre modica, poi alta e, rapidamente, con albuminuria e cilindruria, dispnea imponente, aritmia, assopimento e morte in pochissimi giorni.

L'anatomia patologica del miocardio e dei reni dà poi ragione del fosco e rapido quadro sintomatologico che conduce alla tomba, in pochi giorni, persone in condizioni di salute apparentemente buone (1).

Ebbene! dopo nove anni di nuove, numerosissime osservazioni, mentre confermo la gravità ed il carattere subdolo, insidioso dell'infezione reumatica, specialmente nei vecchi, negli arteriosclerotici, non reclamo più un siero anti-stafilococcico, allora invano invocato, ma dichiaro di disporre, oggi, di mezzi terapeutici molto più razionali ed efficaci, quali i *vaccini ed i filacogeni.*

Nella preparazione dei vaccini si è seguito dapprima il metodo Pasteur, *attenuando* la *virulenza dei microorganismi specifici col calore*, vale a dire, esponendo le brodo-culture a temperature variabili a seconda delle specie patogene e rinnovando l'azione del calore per alcuni giorni successivi e per un tempo determinato (sterilizzazione frazionata alla Tyndall, con una temperatura media di 54°-56° C. della durata giornaliera di $^1/_2$ ora 1 ora). Le brodo-culture, semplicemente attenuate o completamente sterilizzate vengono poi mantenute coll'aggiunta di piccole proporzioni di fenolo, cresolo, tri-cresolo ecc. al 0,50 $^0/_0$.

Successivamente la tecnica vaccinale, specialmente allo scopo di diminuire il dolore locale nel punto di inoculazione

(1) E. Bonardi, *Osservazioni cliniche e ricerche etiologiche sulle recenti epidemie di infezione reumatica a Milano.* Nota del S. C. dott. prof. E. Bonardi, letta nell'adunanza del giorno 8 giugno 1905 del R. Istituto Lombardo di scienze e lettere.

e di ottenere i fenomeni reattivi, qualche volta rilevanti, si sostituì alle brodo-culture attenuate o sterilizzate, contenenti perfino mille milioni di micro-organismi attenuati, o morti, per ogni centimetro cubo di brodo, *degli autolisati ottenuti trattando ripetutamente con etere le culture pure dei microorganismi specifici su mezzi solidi.* Codesti vaccini per autolisi, ricchi di endotossine, contenenti soltanto pochi residui di cadaveri di microbii, sono anche più efficaci delle brodo-culture attenuate o sterilizzate e sopratutto assai meglio tollerati così per le reazioni locali che per le generali.

Ed è provato che il vaccino induce nell'organismo umano od animale in cui venga inoculato un rapido aumento del potere bactericida del sangue per la formazione e la permanenza in esso, per un tempo più o meno lungo a seconda delle specie, dei medesimi anticorpi che sono provocati dai processi infettivi guariti.

In altre parole la stessa immunità sperimentale od artificiale conseguita dall'organismo umano od animale, guarito di un dato processo infettivo, viene allo stesso conferita dal vaccino.

Senonchè i vaccini, *oltrechè* un *valore profilattico più o meno grande, talora grandissimo,* come nelle infezioni zoojatriche, nella infezione eberthiana, nella difterica, nella meningococcica ecc. *hanno anche un valore curativo, in certi casi così grande da apparire assolutamente superiore a quello delle altre cure.*

E, per stare in argomento, restringendo il mio dire alle *infezioni stafilococciche, dirò di aver veduto spesso delle foruncolosi ribelli che avevano resistito* alla dieta lattea, al vanadio, allo jodio, al colargolo, allo jugurth, ai fermenti lattei, cedere ad un paio di iniezioni di *vaccino stafilococcico misto.*

Come ho visto *degli antraci della nuca, del dorso, enormi,* incisi profondamente a raggi, col bisturi o col Paquelin e trattati cogli antisettici più reputati, decorrere con alta febbre e con stato grave del malato per parecchi giorni, *quando una o due iniezioni di vaccino stafilococcico misto* fecero scomparire la febbre in meno di ventiquattro ore, riducendo rapidamente, colla secrezione, il volume dell'antrace, i dolori, la protrazione ed il resto dei sintomi.

Non minori successi ho ottenuto nel trattamento di forme gravi di infezione reumatica, con localizzazioni svariate, dopo che l'esame bacteriologico del sangue ne aveva accertato la etiologia.

Casi gravi di reumatismo poliarticolare acuto con com-

plicazioni renali, nei quali la cura salicilica era vietata; *casi consimili complicati da endocardite*, da *pericardite iperplastica od essudativa*, con *alta febbre a brividi intensi e ripetuti;* casi di *peliosi reumatica*, di *eritema nodoso con complicazioni endo-miocardiche* e *renali*, ribelli al solito salicilato, all'abusata aspirina, li ho visti cedere, talora al vaccino stafilococcico bianco, più spesso al vaccino stafilococcico misto.

Qualche anno fa si riteneva che fosse sempre più efficace il vaccino preparato dallo stesso microorganismo isolato dal sangue o dai prodotti morbosi, il vaccino, in altre parole, strettamente specifico, non solo, ma formato di quella razza, o sottospecie, o varietà agente in quella data epidemia ed in quel determinato malato. Oggi codesto criterio è superato. L'esperienza clinica ha dimostrato essere notevolmente più efficaci i *vaccini polivalenti e misti*, costituiti dalla riunione di parecchie, e perfino molte, razze e varietà ed anche di varie specie.

Così, ad esempio, nella costituzione del *vaccino tifico polivalente*, il più largamente usato, oggi giorno, per la profilassi dell'infezione tifoidea, si mescolano, non soltanto razze diverse di bacillo di Eberth, appartenenti a varie epidemie, di diversa età, di svariate provienienze, ma anche i paratifi A e B e perfino varietà di B. coli comune.

Il vaccino stafilococcico misto, costituito dal miscuglio di culture di stafilococco aureo, bianco e citreo, è, in generale assai più efficace dei vaccini stafilococcici specifici, isolati, nella cura degli antraci, della foruncolosi, delle blefariti con orzaiuoli ecc.

L'uso dei filacogeni in terapia è inspirato dalla verità che i processi infettivi, anche i più apparentemente specifici, sono effettivamente dovuti all'azione combinata di parecchi microorganismi, alcuni dei quali provenienti dall'ambiente, altri viventi, in stato latente od anche come saprofiti, nell'organismo ed assumenti potere patogeno pel concorso di opportune circostanze.

Fu il dott. *Schafer* che nel 1910 e nel 1911 comunicò codesti concetti, suffragati da molte osservazioni, alle Accademie mediche di *S. Joaquin* di *Fresno* e di *S. Francesco* di California, mentre nei laboratori di *Parke Davis* si preparavano i filacogeni secondo le istruzioni del dott. Schafer.

I *filacogeni non sono nè sieri, nè vaccini;* ma la loro preparazione ed il loro uso nella terapia delle malattie infettive conferma il concetto precedentemente enunciato intorno

alla speciale efficacia dei vaccini polivalenti. E noi che da un quarto di secolo combattiamo, soli, incuranti delle ostilità settarie e pragmatistiche dell'ortodossia scientifica ufficiale, *contro il sillabo della rigida specificità dei processi infettivi*, siamo lieti di constatare che l'onda travolgente dell'esperienza clinica, abbia largamente confermate le nostre osservazioni, le nostre convinzioni.

Per la costituzione del *filacogeno fondamentale o composto* si coltivano per 72 ore, a 37° C. su opportuni substrati, varie specie di streptococchi, di stafilococchi, il bacillo della pneumonia, il piocianico, il bacillo del tifo, il coli commune, sterilizzando poi le culture col calore e filtrandole alla candela di Chamberland. Il filtrato, assolutamente sterile, viene conservato coll'aggiunta di gr. 0,50 % di acido fenico.

I *singoli filacogeni* sono poi formati col miscuglio, a parti eguali, del filacogeno composto e del filtrato di culture spente di ciascun microorganismo specifico.

Così oggi, in pratica, noi disponiamo dei *vaccini rigorosamente specifici, dei vaccini polivalenti e dei filacogeni per la cura della maggior parte delle malattie infettive.*

E limitandomi all'*infezione reumatica* ed alle sue più comuni e spesso gravi manifestazioni cliniche, quali la *poliartrite o reumatismo poliarticolare acuto, la polisierosite essudativa ed iperplastica, l'endocardite vegetante, settica od ulcerosa, la peliosi reumatica, l'eritema nodoso, la setticemia stafilococcica con petecchie, nefrite desquammativa* ecc. affezioni che ordinariamente sono curate quasi esclusivamente col silicilato di soda, coll'aspirina, col chinino, coadiuvati da qualche cardiocinetico e, recentemente, dall'uso dei metalli colloidali, noi abbiamo visto spesso dei miglioramenti e delle guarigioni che hanno del sorprendente.

Ho visto in parecchi casi, coll'iniezione di vaccino stafilococcico misto, nella quantità di un cc^3., contenente 200 milioni di microbii spenti e di un altro cc^3., dopo due o tre giorni, (se il primo non fu sufficiente) di 1000 milioni di microorganismi, cadere la febbre, cessare i dolori, migliorare grandemente le condizioni del cuore, riassorbirsi gli essudati ecc.

Ebbene! coi *filacogeni* di Schafer, che per la prima volta si usano, nell'Europa continentale, nei nostri servizî di medicina interna presso l'Ospedale maggiore, *abbiamo veduto risultati non meno incoraggianti di quelli ottenuti colla vaccino-terapia e nei più svariati quadri di infezione reumatica.*

Non entro in dettagli, avendo la presente lettura il significato di una semplice *comunicazione preventiva;* ma le osservazioni continuano attivamente nelle nostre sale ed i miei valorosi assistenti ne daranno pubbliche notizie quando il numero sarà di tale entità da permettere delle attendibili deduzioni.

GENNAIO 1914

Giorno	Lago Maggiore	Lago di Lugano	Lago di Como			Lago d' Iseo	Lago di Garda
	Porto di Angera M. 193.50* 12^h	Ponte Tresa M. 272.10* 12^h	Como, Porto M. 197.521* 12^h	Lecco Malpensata M. 197.403* 12^h	Lecco Ponte Visconteo M. 197.427* 12^h	Ponte a Sarnico M. 185.147* 12^h	Salò M. 64.55* 12^h
1	— 0.37	+ 0.18	— 0.07	— 0.01	— 0.16	+ 0.18	+ 0.50
2	— 0.39	+ 0.18	— 0.08	— 0.02	— 0.17	+ 0.18	+ 0.49
3	— 0.40	+ 0.17	— 0.10	— 0.03	— 0.17	+ 0.17	+ 0.49
4	— 0.41	+ 0.17	— 0.11	— 0.04	— 0.18	+ 0.17	+ 0.48
5	— 0.41	+ 0.16	— 0.12	— 0.05	— 0.19	+ 0.16	+ 0.46
6	— 0.42	+ 0.15	— 0.13	— 0.06	— 0.20	+ 0.16	+ 0.47
7	— 0.43	+ 0.14	— 0.14	— 0.06	— 0.20	+ 0.16	+ 0.45
8	— 0.45	+ 0.13	— 0.16	— 0.07	— 0.21	+ 0.12	+ 0.44
9	— 0.48	+ 0.12	— 0.17	— 0.08	— 0.22	+ 0.10	+ 0.44
10	— 0.45	+ 0.12	— 0.18	0.09	— 0.23	+ 0.10	+ 0.44
11	— 0.46	+ 0.11	— 0.19	— 0.09	— 0.23	+ 0.09	+ 0.44
12	— 0.47	+ 0.11	— 0.20	— 0.10	— 0.24	+ 0.08	+ 0.44
13	— 0.48	+ 0.10	— 0.19	— 0.10	— 0.25	+ 0.06	+ 0.44
14	— 0.48	+ 0.10	— 0.18	— 0.10	— 0.25	+ 0.04	+ 0.44
15	— 0.49	+ 0.10	— 0.17	— 0.10	— 0.24	+ 0.04	+ 0.43
16	— 0.50	+ 0.10	— 0.17	— 0.09	— 0.23	+ 0.03	+ 0.42
17	— 0.50	+ 0.09	— 0.18	— 0.09	— 0.23	+ 0.03	+ 0.42
18	— 0.51	+ 0.09	— 0.18	— 0.10	— 0.24	+ 0.03	+ 0.42
19	— 0.51	+ 0.09	— 0.19	— 0.11	— 0.25	+ 0.02	+ 0.42
20	— 0.52	+ 0.08	— 0.20	— 0.11	— 0.25	+ 0.02	+ 0.41
21	— 0.52	+ 0.08	— 0.20	— 0.12	— 0.26	+ 0.02	+ 0.40
22	— 0.53	+ 0.08	— 0.21	— 0.12	— 0.26	+ 0.03	+ 0.40
23	— 0.53	+ 0.07	— 0.22	— 0.12	— 0.26	+ 0.03	+ 0.39
24	— 0.54	+ 0.07	— 0.22	— 0.12	— 0.26	+ 0.03	+ 0.39
25	— 0.54	+ 0.07	— 0.22	— 0.13	— 0.27	+ 0.04	+ 0.38
26	— 0.55	+ 0.06	— 0.22	— 0.14	— 0.28	+ 0.04	+ 0.38
27	— 0.55	+ 0.06	— 0.22	— 0.14	— 0.28	+ 0.04	+ 0.37
28	— 0.56	+ 0.05	— 0.23	— 0.15	— 0.28	+ 0.03	+ 0.36
29	— 0.56	+ 0.05	— 0.23	— 0.15	— 0.28	+ 0.03	+ 0.36
30	— 0.57	+ 0.04	— 0.23	— 0.16	— 0.29	+ 0.03	+ 0.35
31	— 0.57	+ 0.04	— 0.23	— 0.16	— 0.29	+ 0.02	+ 0.35

(*) Quota dello zero dell'idrometro sul livello del mare.

E. MACCABRUNI Esperienze di coltivazione «in vitro» del cancro umano

Fig. 1.

Fig. 2.

E. Maccabruni dis

Lit. Fachinardi e Ferrari-Pavia

E. MACCABRUNI Esperienze di coltivazione « in vitro » del cancro umano

Fig. 3.

E. Maccabruni dis.

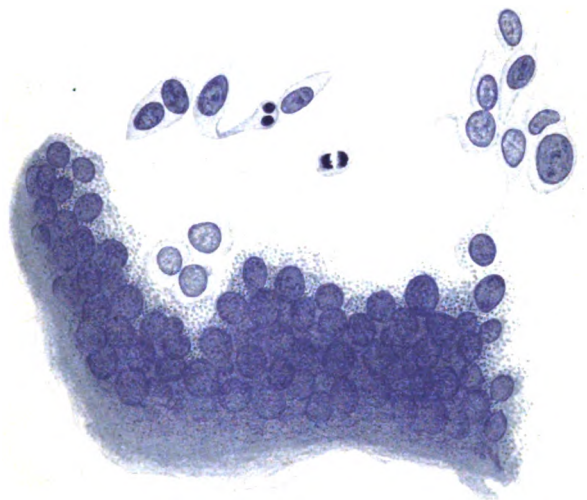
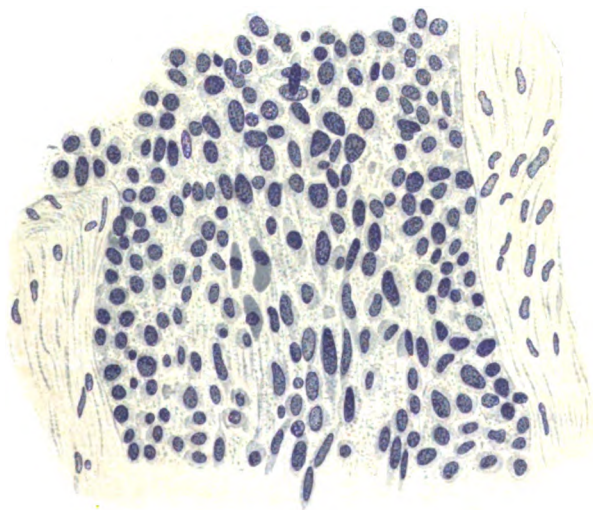
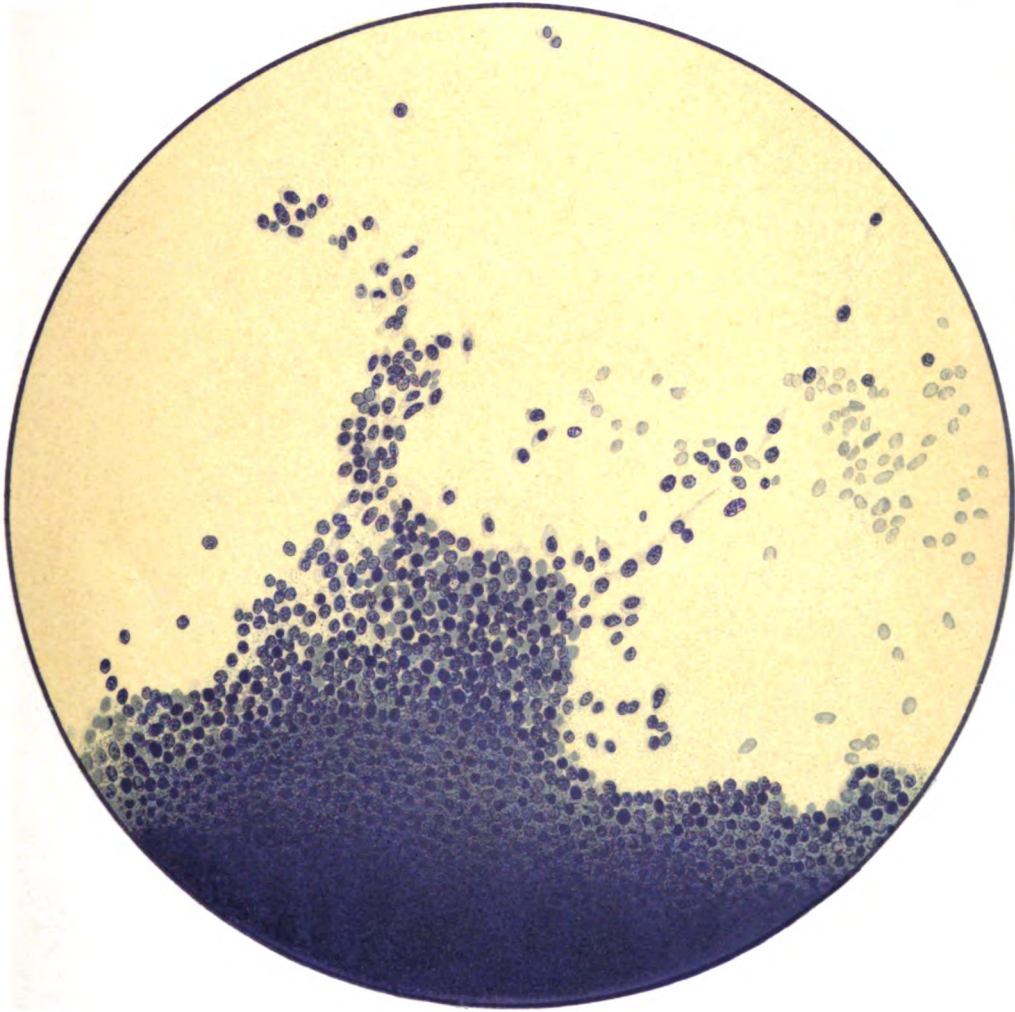
Lit. Facchinardi e Ferrari-Pavia

E. MACCABRUNI Esperienze di coltivazione «in vitro» del cancro umano

Fig. 4.

C. M. Lasagna dis.

Lit. Tacchinardi e Ferrari-Pavia

Adunanza del 12 Febbraio 1914

PRESIDENZA DEL M. E. PROF. ULISSE GOBBI

MEMBRO ANZIANO

Sono presenti i MM. EE.: Berzolari, Gabba B., Gabba L. sen., Gobbi, Gorini, Jorini, Murani, Paladini, Ratti, Sabbadini, Sala, Taramelli, Vivanti, Zuccante.

E i SS. CC.: Arnò, Bordoni-Uffreduzi, Coletti, Fantoli, Grassi, Motta.

Essendo assenti per ragioni di malattia il M. E. presidente sen. Del Giudice, e per ragione d'ufficio il vice-presidente senatore Celoria, la presidenza, nella seduta odierna, è assunta del M. E. anziano prof. Ulisse Gobbi. Hanno poi scusato la loro assenza per ragioni di malattie i MM. EE. Forlanini, Vidari e Vignoli e per ragione d'ufficio il M. E. Golgi.

La seduta è aperta alle ore 14. Il presidente invita il M. E. prof. G. Zuccante, segretario della Classe di lettere, a dare lettura del processo verbale dell'adunanza del 29 gennaio u. s.

Il processo verbale è approvato. Lo stesso prof. Zuccante dà comunicazione degli omaggi pervenuti all'Istituto, i quali sono per la Classe di scienze i seguenti:

Monographs series of the American Museum of natural history. New Jork, 1913 Vol. 1.

Tosi A. L'Ospedale Maggiore e l'Ospedale Ciceri negli anni 1906-10. Milano, 1913.

E per la Classe di lettere:

Bindoni G. Sull'inno « La Risurrezione » di Alessandro Manzoni. Treviso, 1912.

Gerini G. B. La vita ed il pensiero di Giuseppe Allievo. Rovereto, 1913.

History (A) of the first half-century of the National Academy of sciences. 1863-1913, Vashington.

Thomas A. L'entrée d'Espagne; chanson de geste franco-italienne publiée d'après le manuscrit unique de Venise. Paris, 1913 Vol. 1 e 2.

VISCONTI A. Il diritto privato nelle nuove costituzioni dello Stato Milanese. Milano, 1913.

— Il diritto commerciale nelle nuove costituzioni dello Stato Milanese. Milano, 1913.

— La codificazione del processo civile a Milano durante la prima dominazione austriaca 1784-1795, con documenti inediti. Milano, 1914.

— Notizie storico-giuridiche sulla Compagnia di Gesù; con documenti riguardanti la sua attività in Lombardia. Milano, 1913.

Il presidente invita poi i colleghi a dar principio alla comunicazione delle letture. Ha la parola il M. E. prof. Torquato Taramelli il quale legge la nota posta all' ordine del giorno col titolo: *Il paesaggio della « Gioconda » e l'« uomo pliocenico » di Castenedolo.*

Non avendo potuto intervenire alla seduta, il S. C. prof. Alessandro Groppali ha mandato un sunto, che è letto dal M. E. prof. Zuccante, della nota annunciata sotto il titolo: *Sulla natura imperativa delle norme giuridiche.*

La nota del prof. Attilio Vergerio; *Sulle equazioni integrali di Friedholm di prima specie*, e quella del prof. Enrico Bompiani, col titolo: *Sullo spazio di immersione di superficie possedenti dati sistemi di curve*, entrambe ammesse dalla Sezione di scienze matematiche, non prestandosi alla lettura, l'Istituto consente che vengano pubblicate nei Rendiconti.

Esaurite le letture, il presidente invita i colleghi a procedere alla trattazione degli affari. Egli comunica che le commissioni giudicatrici dei concorsi scaduti il 31 dicembre 1913 sono composte come segue:

Premio Cagnola « *Sui miasmi e contagi* » MM. EE. Golgi, Gorini, S. C. Bordoni-Uffreduzi; Premio Cagnola « *Cura della pellagra* » MM. EE. Forlanini, Marcacci, Sala; Premio Cagnola « *Contraffazione degli scritti* » MM. EE. L. Gabba, Ratti, S. C. Carrara; Premio Kramer « *Influenza dei boschi sul regime delle acque* » MM. EE. Colombo, Jorini, Murani, Paladini, S. C. Jona.

Alle ore 15, essendo esaurito l'ordine del giorno, la seduta è levata.

Il Presidente
U. Gobbi, Membro anziano

Il Segretario.
L. GABBA

SULLA NATURA IMPERATIVA DELLE NORME GIURIDICHE

Nota del S. C. Prof. ALESSANDRO GROPPALI

(Adunanza del 12 febbraio 1914)

Fin da quando si è cominciato a discutere intorno alla natura delle norme giuridiche, si è sempre riconosciuto che la funzione del comando costituisce per esse la funzione assorbente e dominante.

Solo però nell' ultimo trentennio del secolo passato questo problema di non comune importanza scientifica e tecnica è stato sottoposto ad una critica profonda ed ha dato luogo a discussioni ed a correnti di pensiero tra loro contrastanti.

Tra queste, la teoria più accreditata e più seguita è ancora quella che, riconnettendosi alla teoria tradizionale, col Thon (1), che ne è il più autorevole e deciso assertore, sostiene essere il diritto obbiettivo non altro che un complesso di imperativi, vale a dire di imposizioni di doveri. Essendo il diritto oggettivo una regola della condotta così dello Stato, come di quella de' suoi organi e dei cittadini, i diritti soggettivi di questi altro non possono essere che il riflesso di quei comandi. Diritto e dovere, comando e concessione sono termini correlativi ed ogni norma giuridica non può, ove si consideri nel suo fondo sostanziale, che avere un valore imperativo.

Talvolta esaminando una norma giuridica a sè, isolatamente o nella forma esteriore grammaticale onde appare rivestita, si può, facilmente ingannandosi, credere che essa non imponga un comando, ma, quando si consideri nella sua intima essenza e nel sistema delle altre norme nel quale si inquadra ed integra, allora tosto si avverte come essa sempre in ultima

(1) A. THON, *Rechtsnorm und subjectives Recht.* — 1-3 pag. 8. Weimar, 1878.

analisi presupponga o contenga, esplicito od implicito, un imperativo qualificato come *primario* quando si rivolge ai sudditi e come *secondario* quando si dirige agli organi dello Stato per farli intervenire nei casi di violazione di un imperativo primario.

***

Contro questa teoria, che nell'imperatività delle norme giuridiche ravvisa l'essenza del diritto, si è accampata, come è noto, un'altra teoria, sostenuta dallo Zitelmann, secondo la quale il diritto, anzichè da un complesso di comandi, risulta costituito da una serie di giudizi puramente ipotetici (1).

Tale teoria, posteriormente del resto ripudiata dallo stesso Zitelmann, più che per la sua importanza intrinseca, merita di essere ricordata, perchè nella sua critica ai fondamenti della dottrina contraria, ha contribuito a rafforzarne, anzichè a scuoterne la compagine.

Il sostenere infatti che la norma giuridica non può essere considerata come un imperativo in quanto che nè contiene un momento *individuale ed intrasmissibile*, nè può presumere di valere anche per coloro che non la conoscono, nè può evitare il caso di comandi contradditorî, equivale in fondo a metter meglio in luce la consistenza della teoria che si vuol combattere, perchè lo Stato per il tramite delle norme giuridiche rivolge i suoi comandi singolarmente ed inappellabilmente a coloro a cui sono destinati e la pubblicazione delle leggi e la loro armonica coordinazione nei codici hanno appunto lo scopo di evitare l'*ignorantia legis* ed i conflitti tra le diverse norme (2).

Tra queste due teorie estreme ha preso posizione una teoria intermedia, la quale afferma che il *permittere* rappresenta pure una funzione importante del diritto obbiettivo, fonte non solo di comandi, ma anche di autorizzazioni.

---

(1) ZITELMANN, *Irrtum und Rechtsgeschäft* — pag. 208. Leipzig, 1879.

(2) Un riassunto ed un'ampia confutazione di queste argomentazioni si trovano in: G. L. BATTAGLINI, *Sul valore imperativo delle norme giuridiche* - pag. 7 ecc. Perugia, 1911. Si veda anche dello stesso BATTAGLINI, *Le norme del diritto penale e i loro destinatari*. Cap. I. § 1, pag. 52. Roma, 1910.

« Noi non possiamo parlare di rapporti giuridici — dice il Battaglini (1) uno dei sostenitori più decisi di questa teoria da lui denominata *teoria della duplice funzione del diritto obbiettivo* — senza pensare da un lato una persona obbligata ad una certa condotta e da un altro lato una persona autorizzata ad ottenere quella condotta. Da un lato c'è il destinatario di un comando e dall'altro c'è il destinatario di una autorizzazione. E non è a dirsi che abbia da valere come *prius* il comando e che l'autorizzazione sia solo un *posterius*... Il comando e l'autorizzazione o — ciò che è la stessa cosa — il dovere ed il diritto si trovano in rapporto di *implicazione o causazione reciproca.* » « Tutto il diritto — spiega ancor meglio il Battaglini — dal punto di vista dello Stato legislatore non è altro che una manifestazione imperativa di volontà. Però dal punto di vista dei destinatari delle manifestazioni di volontà statuale — fra i quali è anche lo Stato, che, dopo aver posto il diritto, ad esso si subordina — il contenuto delle norme giuridiche si scinde. Ora la volontà statuale è comando, ora è autorizzazione. La voce imperativa del legislatore, se è per una persona costrizione, per un'altra è attribuzione di potestà. E viceversa. Il punto di partenza delle norme giuridiche è imperativo, il loro punto di arrivo è imperativo e autorizzante » (2).

Anche quei casi che sembrano o costituire eccezioni alla regola generale della imperatività delle norme giuridiche, come le così dette leggi dispositive o anche cedevoli o suppletive che autorizzano i sudditi a scegliere, entro certi limiti, fra più possibilità di regolamento giuridico, sono ricondotti dal Battaglini con un'analisi più suggestiva che penetrante al principio della duplice funzione del diritto obbiettivo, in quanto questo non comanda soltanto, ma altresì permette ed autorizza. (3)

Senonchè, per spiegare che il diritto non solo impone commissioni od omissioni a Tizio verso Caio, ma riconosce e sancisce in Caio la pretesa ad esigerle, non è necessario esco-

(1) BATTAGLINI, *Sul valore imperativo*, ecc. pag. 4, op. cit.
(2) BATTAGLINI, *Sul valore imperativo*, ecc. pag. 6, op. cit.
(3) BATTAGLINI, *Sul valore imperativo*, ecc. pag. 22-29, op. cit.

gitare una nuova teoria intorno alla duplice funzione del diritto, ma basta ricordare il carattere bilaterale della norma giuridica, che si presenta sempre inscindibilmente come *norma* e come *facultas agendi*. Il diritto oggettivo quindi non ad una duplice, ma ad un'unica e sola funzione adempie: a quella di comandare, ed il *permittere* giuridicamente non può che consistere nell'imporre ad altri di non impedire od ostacolare l'esercizio di una facoltà accordata.

Quanto alle leggi dispositive, di cui il Battaglini ha messo in dubbio il carattere imperativo, sostenendo che esse sono piuttosto una manifestazione della funzione autorizzante del diritto, noi aderiamo all'opinione del Cammeo, il quale ravvisa anche in esse un comando. « In questi casi il comando — egli afferma — c'è, ma è condizionato o all'esistenza di un dato rapporto o alla mancanza di patti tra le parti... la condizione può solo modificare il campo di attività del comando, ma non alternarne la sostanza » (1).

Il Del Vecchio, che è uno dei più geniali ed efficaci sostenitori della così detta *Imperativentheorie*, per meglio dimostrare come nel fondo di ogni norma si trovino sempre come *residuo giuridico* uno o più imperativi, esamina (2 partitamente le varie categorie della classificazione del Thöl, sostanzialmente accettata pure dal Windscheid, secondo la quale le norme giuridiche si distinguerebbero in *positive*, che comprendono le precettive, le proibitive e le permissive, *negative*, che negano o limitano l'applicabilità di altre norme a certi stati di fatto, ed *esplicative*, che dichiarano più minutamente quanto già è stabilito da un'altra norma giuridica.

Intorno alla natura imperativa così delle norme esplicative come di quelle negative non si dovrebbe nemmeno — osserva il Del Vecchio — discutere, perchè, come è evidente, procedendo esse dal legislatore e prefiggendosi o di chiarire o di impedire totalmente o parzialmente l'applicazione d'una determinata legge, finiscono per connettersi o confondersi con questa acquisendone il carattere obbligatorio.

Più difficile invece riesce il dimostrare, continua il Del Vecchio, il carattere imperativo delle così dette « *leggi permis-*

(1) CAMMEO, *Della manifestazione della volontà dello Stato nel campo del diritto amministrativo*. Parte II. Cap. I-8, in ORLANDO, *Primo trattato completo di diritto amministrativo italiano*. Vol III. Milano, 1907.

(2) DEL VECCHIO, *Il concetto del diritto*. Cap. III. Bologna, 1906.

sive ». A prescindere dai casi in cui il permesso costituisce una semplice parafrasi di analogo imperativo, ve ne sono invece altri — ed il Del Vecchio cita in materia penale quello della legittima difesa ed in materia civile quello di non pagare i debiti di giuoco — in cui non si rileva subito il comando e quindi vengono classificati a parte.

Senonchè, se le norme che regolano questi casi non determinano di per sè un comando od un divieto, contengono però pur sempre una limitazione o negazione di altri imperativi o antecedenti o presupposti (1). « Se infatti (come generalmente si ammette) — sono parole del Del Vecchio (2) — tutto è giuridicamente permesso, che non sia giuridicamente vietato, una norma giuridica permittente non ha ragion d'essere, nè è pensabile per sè stessa: ma solo può avere senso rispetto ad altre presupposte imperanti, delle quali restringa o delimiti in certo modo la sfera d'applicazione ».

Così, per ritornare agli esempi addotti, la legittima difesa altro non è che una limitazione del divieto di ledere le persone ed il permesso di non pagare i debiti di giuoco non è che una limitazione del comando generico di stare ai patti.

Peraltro, a contestare che il contenuto delle norme giuridiche consti esclusivamente di precetti o di proibizioni, si è venuta di recente affermando una nuova teoria, la quale, a seconda che sostiene essere il diritto in tutto od in parte formato da norme tecniche, si può rispettivamente distinguere in assoluta e relativa. Sostenitore perspicuo della prima dottrina è il Ravà, il quale afferma che le norme giuridiche sono nel

---

(1) « Le così dette *leggi facoltative* — dice esplicitamente il Miceli — si possono facilmente ricondurre ad un comando o ad un divieto. Così, ad esempio, quando la legge abolisce un anteriore divieto, quando dichiara che un'azione entra fra le *res merae facultatis*, o accorda come privilegio certe date facoltà a un dato ordine di persone, in fondo non fa che abrogare una legge precedente, o interpretarla, o accordare un privilegio. Quindi nel primo caso toglie impero al vecchio comando, nel secondo impone che si osservi in quel dato modo e nel terzo impone che si rispettino le facoltà accordate ». V. Miceli, *La norma giuridica* pag. 163. Palermo, 1906.

(2) Del Vecchio, *Il concetto del diritto*. Pag. 87. Op. cit.

loro complesso norme tecniche in quanto servono come mezzo per il fine della conservazione sociale (1): assertore cospicuo della seconda concezione è il Brunetti, il quale, pur ammettendo che « l'elemento imperativo *pervada tutto* il diritto, ma non lo *esaurisca* », si limita invece a sostenere che « nella realtà giuridica, nel diritto considerato positivamente e come regolamento della umana condotta, *accanto* alle regole imperative o norme, esistono le regole finali, le quali non impongono certe azioni, ma si limitano a determinare con quali azioni si possano raggiungere certi fini » (2).

Ciò che si deve subito ed in via quasi pregiudiziale escludere si è che questa teoria, la quale, come vedremo, concepisce il diritto come costituito in tutto od in parte di imperativi ipotetici, si confonda od almeno abbia qualche lato comune colla teoria dello Zitelmann, per cui il diritto è un complesso di giudizi ipotetici.

È vero sì che entrambe queste teorie ravvisano in ogni norma giuridica una condizione, ma è altresì incontestabile che, mentre la teoria dello Zitelmann considera la norma giuridica come un semplice giudizio nel senso logico, la teoria del Ravà e del Brunetti, per converso, la concepiscono come un vero e proprio comando, come un imperativo in quanto emana dalla volontà del legislatore.

Premessa questa osservazione preliminare, cerchiamo di esporre e di analizzare più minutamente le teorie del Ravà e del Brunetti.

Il Ravà nel suo lavoro già citato — notevole più per la ricchezza e l'acutezza delle considerazioni che non per la tesi generale — dopo avere richiamato una dottrina comunemente accettata, in base alla quale le norme che regolano gli atti umani si distinguono in *norme etiche* e in *norme tecniche*, a seconda che ordinano incondizionatamente di tenere una certa condotta come buona in sè stessa, oppure prescrivono ciò che

(1) A. Ravà, *Il diritto come norma tecnica*, pag. 58. R. Università di Cagliari. Studi economico-giuridici pubblicati per cura della Facoltà di giurisprudenza. Anno III, parte I, Cagliari, 1911.

(2) G. Brunetti, *Norme e regole finali nel diritto*, pag. 98, Torino, 1913.

si deve fare nell'ipotesi che ci si proponga un determinato scopo ed al fine di raggiungerlo, si domanda a quale di queste due categorie appartengano le norme giuridiche.

Che il diritto, a malgrado dell'opinione dei più, non possa far parte, secondo il Ravà, della categoria delle norme etiche, lo dimostrano e la sua liberalità per cui, ponendosi, accorda facoltà e pretese e la sua coercibilità che sono in vivo ed irreconciliabile contrasto colla sua pretesa natura etica.

Del resto, più che da ogni disquisizione teorica, la dimostrazione che il diritto sia una norma tecnica prorompe evidente dalla sua stessa definizione, poichè il diritto non può essere concepito che come « *l'insieme di quelle norme le quali prescrivono la condotta che è necessario sia tenuta dai componenti la società acciocchè la società stessa possa esistere* » (1).

Il fine del diritto è adunque la conservazione della società, ma, poichè la violazione della norma giuridica implicherebbe l'indebolirsi ed eventualmente lo sfasciarsi di quella compagine sociale che gli individui espressamente o tacitamente hanno dichiarato di volere come fine, così, essendosi verificata la condizione che rende ipotetico il comando di ogni norma tecnica, il diritto non riveste più il carattere di una facoltà, ma di un imperativo categorico almeno per coloro che abbiano dichiarato o dimostrato di volere stare in società.

Senonchè, pur riguardando nel diritto il lato tecnico, non si deve dimenticarne il lato ed il valore morale che tutto deriverà dal valore etico del fine a cui mira: « ed un ordinamento giuridico — sono parole del Ravà (2) — sarà morale se serve a tenere in piedi una società morale, sarà immorale in caso diverso ».

In una parola, concludendo, il diritto, intimamente compenetrato da esigenze etiche, rientra, secondo il Ravà, « in quella categoria di principî pratici, tecnici o strumentali, che traggono il loro colorito etico dal fine ultimo a cui sono ordinati » (3).

Un tentativo consimile a quello del Ravà, è stato compiuto nel campo dell'etica dal Juvalta (4), il quale è forse stato il

(1) RAVÀ, *Il diritto come norma tecnica*, pag. 58. Op. cit.

(2) RAVÀ, *Il diritto come norma tecnica*, pag. 99. Op. cit.

(3) RAVÀ, *Il diritto come norma tecnica*, pag. 119. Op. cit.

(4) E. JUVALTA, *Su la possibilità e i limiti della morale come scienza*, Torino 1907. *Prologomeni a una morale distinta dalla metafisica*, Pavia, 1901. *Il metodo dell'economia pura nell'etica*, Pavia, 1907.

pensatore, che, contrariamente alla teoria del Kant del buono in sè e quindi della morale assoluta, con maggiore coerenza e vigoria ha cercato di costruire una scienza etica normativa al pari di ogni scienza precettiva.

Questa scienza, secondo il Juvalta, non può consistere in altro che in un sistema di leggi, le quali hanno valore di *norme da seguire nell'ipotesi che sia assunto come fine* quell'effetto o quell'ordine di effetti, del quale le suddette leggi esprimono le condizioni ed i fattori.

La conservazione della vita sociale è il fine: la condotta è buona, perchè serve a questo fine. In questa necessità teleologica di mezzo a fine si deve ricercare ogni esigenza giustificativa della moralità. Una determinazione scientifica di norme etiche richiede quindi, a detta del Juvalta, due condizioni: 1) che il fine sia umanamente possibile; 2) che al fine assunto e dal Juvalta identificato in quello dell'universale giustizia sia riconosciuto un valore di universale preferibilità rispetto a qualsivoglia altro fine umanamente possibile (1).

Come ognun vede, strettamente affine a quella giuridica del Ravà è questa concezione etica del Juvalta: entrambe infatti fondamentalmente concordano sia nell'ammettere che la conservazione sociale rappresenti il fine supremo così del diritto come della moralità, sia nel riconoscere che le norme giuridiche e le norme etiche sono obbligatorie in tanto in quanto il fine da esse espresso è universalmente desiderato e voluto.

Senonchè, mentre, secondo il nostro modesto parere, il Juvalta assai più coerentemente concepisce le norme giuridiche ed etiche come due categorie di norme affini, il Ravà invece le considera come profondamente differenti tra loro, in quanto il diritto « ne' suoi caratteri fondamentali e nel modo del suo funzionamento si rivela anche alla coscienza volgare non come una norma etica » (2), ma come una vera e propria norma tecnica.

Però, per quanto si possa ammirare l'acutezza e la lucidità onde il Ravà sostiene ed illustra la sua tesi, non si può tuttavia non essere colpiti dalle due principali contraddizioni che ne infirmano la consistenza ed il valore.

---

(1) E. JUVALTA, *Per una scienza normativa morale*, pag. 4, Pavia, 1905.

(2) RAVÀ, *Il diritto come norma tecnica*, pag. 55. Op. cit.

Il Ravà infatti, dopo avere nelle prime pagine del libro accettata la tradizionale duplice distinzione delle norme in etiche e tecniche e dopo avere annoverato il diritto tra le seconde, giunto quasi alla conclusione della sua dimostrazione, distrugge le sue stesse premesse, affermando che « tutte le norme regolatrici degli atti umani sono tecniche, cioè in tanto ordinano un atto in quanto esso produce un certo effetto; norme etiche nel senso di norme che prescrivano azioni come buone in sè, non esistono e non possono esistere » (1).

Ora delle due l'una, per esprimere il più brevemente possibile il nostro pensiero: od anche le norme morali, in quanto non ordinano incondizionatamente di tenere una certa condotta come buona in sè stessa, ma esprimono semplicemente una necessitá teleologica, sono da considerarsi come norme tecniche ed allora, rivestendo pure il diritto gli stessi caratteri, il Ravà non riesce a determinare quella netta separazione che egli si prefiggeva; oppure esclusivamente le norme giuridiche sono da riguardarsi come vere e proprie norme tecniche ed allora non si capisce come le norme morali, che per esplicita dichiarazione del Ravà si propongono il raggiungimento di un fine, non partecipino pure della stessa natura delle norme tecniche.

Vero è che il Ravà insiste specialmente sulla bilateralità e sulla coercibilità che sono proprie delle norme giuridiche, ma se questi caratteri sono sufficienti a fare del diritto e della morale due sottospecie differenti di un unico genere, non servono peraltro affatto per giustificarne la netta separazione nei rispetti della loro fondamentale natura.

Quindi fra la tesi tradizionale, che considera la moralità ed il diritto come due specie distinte delle norme etiche in genere, e la tesi del Ravà, che, spinta alle sue estreme, logiche conseguenze, identifica e confonde le norme etiche colle norme giuridiche nella generale categoria delle norme tecniche, noi preferiamo sempre la prima, come quella che meglio risponde alla realtà in quanto — e lo stesso Ravà lo riconosce esplicitamente — « il diritto è tutto regolato, limitato, frenato, circonfuso addirittura da esigenze morali e fa capo ad un istituto eminentemente etico quale è lo Stato » (2).

A tale conclusione noi siamo spinti anche da un'altra considerazione, illustrando la quale noi metteremo implicitamente in luce la seconda contraddizione, che, a nostro avviso, si annida nella dimostrazione del Ravà.

---

(1) Ravà, *Il diritto come norma tecnica*, pag. 113. Op. cit.

(2) Ravà, *Il diritto come norma tecnica*, pag. 111. Op. cit.

Come è noto, la forma tipica onde si esprimono le norme tecniche è rappresentata dall'imperativo ipotetico, il quale nella fattispecie del diritto dice appunto al cittadino: « se vuoi vivere in società, devi comportarti in quel modo che è condizione del vivere sociale » (1).

Come è di per sè intuitivo, l'imperativo che si racchiude in questa norma si può logicamente considerare come un imperativo ipotetico e quindi tecnico ad un patto solo: e cioè che la condizione del vivere in società dipenda dall'arbitrio, dalla volontà del cittadino e non rivesta quindi il carattere di un vero e proprio dovere obbligatorio: chè se in un modo o nell'altro si sopprimesse tale libertà di scelta, allora si altererebbe la natura dell'imperativo, tramutandolo da ipotetico in categorico e facendo di conseguenza rientrare le norme, di cui esso è espressione, nel campo delle norme etiche, anzichè in quello delle norme tecniche.

Ora tale conversione dell'imperativo ipotetico proprio delle norme tecniche, nell'imperativo categorico proprio delle norme etiche, compie appunto il Ravà, quando, come abbiamo visto, dimostra che la dichiarazione e l'impegno di volere l'esistenza e la conservazione della società sono avvenuti per parte dei cittadini in forma complessiva e reciproca, e che quindi, essendosi trasformata in tesi l'ipotesi implicita nella norma giuridica, come in ogni norma tecnica, il comando impartito da questa non riveste più il carattere di un imperativo ipotetico, ma assume la forma di un vero e proprio imperativo categorico.

Considerando quindi serenamente la questione anche da questo aspetto, tosto si vede come il diritto, essendo tutto intessuto di comandi obbligatori, di imperativi categorici, trovi il suo posto più adeguato non tra le norme tecniche tra le quali lo vorrebbe collocare il Ravà, ma tra le norme morali, tra le quali lo annovera colle debite riserve, tenendo conto delle sue caratteristiche speciali, la dottrina tradizionale.

Del resto, allo stesso Ravà non sono sfuggite le intime contraddizioni tra le sue premesse e le conclusioni, chè anzi egli medesimo confessa che i risultati delle sue ricerche hanno finito per « far cadere nel nulla quella distinzione tra norme tecniche e norme etiche che è stata la base di tutta l'indagine ».

Con ciò non intendiamo menomamente di negare ogni valore alla ricerche del Ravà, i risultati particolari delle quali

(1) Ravà, *Il diritto come norma tecnica*, pag. 58. Op. cit.

restano indipendentemente dalla consistenza della tesi fondamentale, allo stesso modo onde le costruzioni moderne in cemento armato rimangono ben salde in piedi anche quando si toglie loro l' impalcatura che ha servito per fabbricarle.

***

Prima di mettere in maggior risalto i punti in cui la teoria del Ravà differisce da quella del Brunetti, cerchiamo di profilare rapidamente le linee maestre di quest' ultima.

Secondo il Brunetti, a prescindere dalla teoria dello Zitelmann, tutta la questione circa la natura intima del diritto si è sempre ed unicamente aggirata intorno al punto di sapere se esso sia soltanto composto di imperativi (teoria esclusiva) oppure anche di permissioni (teoria mista), dimenticando completamente che il diritto regola la condotta umana non solo in quanto comanda, ma anche in quanto determina i mezzi per il raggiungimento di certi fini, vale a dire, lasciando nell' ombra gli elementi per la costruzione di una teoria *integrale* più comprensiva e più vera.

Secondo questa teoria — già in parte prospettata dallo stesso Brunetti nel suo libro intitolato « *Il delitto civile* » (1) — il diritto esplica la propria funzione determinante dell' agire non solo *imperativamente*, mediante *norme*, ma anche *teleologicamente*, mediante *regole finali*.

Fuori dall' ambito del diritto, nel campo delle scienze applicate e delle arti, si trova un' infinità di questi principî pratici dal Brunetti denominati *regole finali*, in quanto nè hanno un carattere propriamente imperativo, nè rispondono ad una necessità assoluta, ma esprimono soltanto una necessità relativa subordinata ad un fine, il cui conseguimento dipende dalla volontà dell' agente.

« Per la regola finale — dice il Brunetti (2) — si *deve* compiere una certa azione. Ma questo *dover* compiere un' azione non è un *dovere assoluto*: è un *dovere finale*; e potremmo anche chiamarlo un *dovere libero*, appunto perchè la *regola finale* non è *imperativa*, non è un comando, ma esprime una semplice *necessità finale*. *Si deve* compiere quell' azione, *se si vuole* conseguire quel determinato scopo: ma la regola finale non limita

(1) BRUNETTI, *Il delitto civile*, pag. 416. Firenze, 1906.
(2) BRUNETTI, *Norme e regole finali ecc.* pag. 73. Op. cit.

affatto l'*arbitrio* del subietto agente; essa lascia piena libertà di volere o di non volere conseguire quel determinato scopo, e quindi piena libertà di volere o di non volere compiere quella azione, che è il mezzo pel raggiungimento dello scopo. Le regole finali insomma sono *regole facoltative*, regole *non obbligatorie* ».

Come esempi tipici di *norma* e di *regola finale* il Brunetti cita gli art. 371 e 401 del *Codice civile italiano*, i quali rispettivamente dispongono che « nei cinque giorni successivi al parto si dovrà fare la dichiarazione di nascita all' ufficiale di stato civile del luogo, a cui sarà altresì presentato il neonato » e che « le domande di rettificazione degli atti dello stato civile devono essere proposte davanti al tribunale da cui dipende l'ufficio dello stato civile ove si trova l'atto di cui si chiede la rettificazione ».

Infatti, mentre nella prima di queste disposizioni è espresso un *dovere giuridico assoluto* a cui nessuno si può sottrarre senza incorrere nella pena pecuniaria sancita dall'art. 404 dello stesso Codice civile, nella seconda invece si rispecchia un semplice *dovere giuridico finale*, di carattere facoltativo, che deve compiere soltanto colui che vuole ottenere la rettificazione di atti dello stato civile.

In questo caso, come nei seguenti, la legge non comanda di fare il contratto, il testamento, di prender moglie, di intentare liti, ecc., ma solo determina quali azioni si debbano compiere, se si vogliono raggiungere certi *fini giuridici*.

Non è *giuridico* — dice il Brunetti (1) — in questi casi il *dovere*, come sarebbe, invece, se l'azione fosse *comandata* dal diritto, ma è *giuridico* il *fine*, pel raggiungimento del quale *si deve* compiere l'azione: in questo senso il relativo *dovere* può chiamarsi *giuridico-finale*.

Peraltro tali regole finali, al pari di ogni principio giuridico, sono sempre in qualche modo connesse ed appoggiate ad una norma che ha valore imperativo solo per gli organi dello Stato, ma non per i soggetti di diritto.

La norma giuridica, nel caso precedentemente addotto, non impone ad alcuno di presentare domande di rettificazione degli atti di stato civile, ma obbliga gli organi dello Stato di disconoscerne la validità, allorquando esse non sono state proposte davanti ad un determinato tribunale.

---

(1) BRUNETTI, *Norme e regole finali ecc.* pag. 87-88. Op. cit.

***

Evidenti di per sè sono i punti fondamentali in cui la tesi del Ravà si scosta e differisce da quella del Brunetti.

Le indagini del Ravà spaziano in un campo più vasto, considerando egli il diritto nel suo complesso da un punto di vista filosofico e riguardandolo come una norma tecnica, in quanto serve di mezzo al raggiungimento del fine supremo della conservazione sociale; le ricerche del Brunetti, invece, si muovono in un' orbita più ristretta e sopra un terreno più concreto, in quanto egli prende in esame il diritto positivo e rileva come in questo, accanto a vere e proprie norme, appoggiate o connesse a imperativi giuridici, si trovano semplici regole finali: il fine, di cui si preoccupa il Ravà, è il fine generale, supremo dell' ordinamento giuridico ed è indipendente dalla volontà dell' agente; i fini, per converso, di cui parla il Brunetti, sono affatto particolari ed insiti nelle norme giuridiche speciali a cui si riferiscono e come tali dipendono dall' arbitrio di coloro che ad esse si sottopongono: gli imperativi ipotetici, di cui discorre il Ravà, si risolvono, come abbiam visto, in ultima istanza in imperativi categorici, essendosi già realizzate le condizioni da cui dipendono; gli imperativi ipotetici, all' opposto, a cui fa appello il Brunetti, sono veri e propri imperativi ipotetici, perchè le condizioni a cui si subordinano dipendono dall' arbitrio dell' agente.

Alla tesi del Brunetti il Levi (1) ha recentissimamente rivolto tre obbiezioni di fondo di cui esporremo rapidamente il contenuto sostanziale.

Secondo il Levi, le regole finali configurate e prospettate dal Brunetti non sono nè più, nè meno che norme giuridiche come le altre, perchè tutte le norme giuridiche sono finali, ma tutte però sono norme, cioè imperativi, che, mentre per i cittadini hanno un valore puramente ipotetico, sono invece veri e propri imperativi categorici per gli organi del potere. Come se il cittadino non vuole incorrere nella pena della reclusione da diciotto a ventun anni, deve astenersi, a fine di uccidere, di cagionare la morte di alcuno, così, se non vuole che la sua domanda di rettificazione di un atto dello stato civile abbia ad essere destituita di ogni validità giuridica, deve proporla davanti al tribunale, da cui dipende l' ufficio dello stato civile, ove si trova l' atto, di cui si chiede la rettificazione.

(1) **A. Levi**, *Contributi ad una teoria filosofica dell'ordine giuridico.* Parte III, Cap. 2°, § 30. Genova, 1914.

A tale obbiezione il Brunetti può sempre rispondere che lo Stato, mentre mi impone di non uccidere, non mi impone di rettificare un atto dello stato civile: il cittadino quindi ha il dovere di non uccidere, ma non ha il dovere di rettificare un atto dello stato civile, e, se contravviene all'art. 364 del Codice penale, versa nell'illecito, laddove non versa nell'illecito, perchè non viola il diritto di alcuno, chi non ottempera all'art. 401 del Codice civile.

Senonchè, come ben ribatte il Levi, la specifica imperatività della norma si esaurisce nella determinazione della responsabilità, cioè nella comminatoria delle conseguenze derivanti al soggetto dalla violazione del diritto, che, nel caso della norma contenuta nell'art. 364 del Codice penale, è data dalla pena della reclusione, e, nel caso della presunta regola finale, espressa dall'art. 401 del Codice civile, è costituita dalla nullità dell'atto e dalla pena pecuniaria indicata dall'art. 404 dello stesso Codice civile.

Il diritto quindi nè impone di non uccidere, nè impone di adire ad un determinato tribunale per la rettificazione di un atto di stato civile: impone solo che chi uccide o chi non osserva le norme stabilite per la rettificazione degli atti di stato civile debba essere colpito dalla reclusione o dalla nullità dell'atto.

Nè viola soltanto l'ordine giuridico chi cagiona la morte altrui, ma calpesta altresì le forme della tutela giuridica sancita dalla legge a garanzia dell'interesse collettivo colui che non voglia ricorrere ad un determinato tribunale per la rettificazione di un atto di stato civile.

Se quindi lo Stato non può pretendere che un cittadino rettifichi un atto di stato civile, può sempre però legittimamente, sotto pena di nullità, pretendere che non si violino le norme da esso imposte a garanzia dell'interesse generale: corrispettivamente a questa pretesa sorge nel cittadino il corrispondente dovere giuridico, che non è semplicemente un dovere *giuridico-finale*, come vuole il Brunetti, ma un *dovere giuridico vero e proprio*, al pari di ogni altro dovere riguardante un'azione comandata dal diritto.

Ond'è che logicamente si dovrà inferire che versa nell'illecito tanto chi uccide, quanto chi contravviene alle norme disciplinatrici della rettificazione degli atti di stato civile, perchè in entrambi i casi si tratta di violazione dell'ordine giuridico, sia che esso dia luogo ad una pena restrittiva della libertà o ad una pena pecuniaria ed alla nullità dell'atto,

Come avverte opportunamente il Levi e come è del resto intuitivo, in tale questione è in gioco tutta la concezione che uno si formi dell'ordine giuridico e delle note essenziali di tale concetto: tutela, sanzione, pretesa, responsabilità. « Nella concezione della imperatività più ampia — egli dice — la tutela del diritto, che è garanzia degli scopi sociali, che questo si propone, è tutela estesissima, che abbraccia le forme, i termini, l'efficacia degli atti; ed è sanzione giuridica tanto quella che commini una pena personale o pecuniaria quanto quella che minacci il risarcimento del danno, oppure anche la nullità di un atto » (1).

Più logica quindi si presenta la teoria della imperatività delle norme giuridiche, che in modo più coerente risolve tutti questi problemi e che nel suo fondo sostanziale non è affatto intaccata dalla teoria del Brunetti, poichè, come pure egli ammette esplicitamente, le regole finali si connettono ed appoggiano ad una norma, ad un imperativo, a cui si possono sempre ricondurre. Anche le regole finali, adunque, presupponendo un imperativo, finiscono per imporre sempre, in ultima istanza, una determinata forma di agire, se non per l'uso della facoltà, per il modo con cui si deve fare valere.

Per il fatto che il comando giuridico, anzichè essere assoluto o cogente, è solo dispositivo o autorizzante non significa — come ben osserva il Miceli (2) — che esso non sia egualmente obbligatorio.

Concludendo adunque questa nostra breve esposizione, possiamo con sicurezza affermare che nè la teoria dei giudizi ipotetici, nè la teoria della duplice funzione del diritto, nè la teoria del diritto considerato come norma tecnica, nè la teoria delle regole finali sono riuscite nel loro comune tentativo di impugnare la consistenza della dottrina imperativistica che la funzione del comando eleva a funzione assorbente e dominante delle norme giuridiche.

---

(1) LEVI, *Contributi ecc.* Pag. 358, op. cit.

(2) MICELI, *La norma giuridica.* Pag. 166-67, op. cit. — *Principi di filosofia del diritto.* Pag. 143-154. Milano, 1914.

IL PAESAGGIO DELLA « GIOCONDA »
E L' « UOMO PLIOCENICO DI CASTENEDOLO »

Nota del M. E. prof. Torquato Taramelli

(*Adunanza del 12 febbraio 1914*)

Siccome non ho potuto intervenire alla Riunione di Genova della Società Italiana per il Progresso delle Scienze, attesi la pubblicazione degli Atti relativi per prendere conoscenza delle memorie, che più da vicino riguardassero la ristretta cerchia dei miei studî. Con vivo interesse ho letto la nota del prof. Giuseppe Sergi dal titolo « *Fatti ed ipotesi su l'origine dell'uomo* » e, per quanto io mi senta poco versato negli studi antropologici, tuttavia rimasi sorpreso nel vedere che l'illustre collega con tutta sicurezza tra l'uomo attuale ed i lemuroidi, ritenuti gli avi primordiali di questo, interpone più fila di forme, per riuscire a due tipi di uomini europei, l'uno *pitecoide* e l'altro *antropino*, che poi entrambi si combinano nel dividersi in due sottotipi di *brachicefali* e di *dolicocefali*. Ma ancora più grande fu la mia meraviglia nel rilevare che il chiaro professore, avendo voluto esumare gli avanzi umani di Castenedolo, ritenuti pliocenici, con nuove ricerche e con nuovo studio trova che questi « avanzi sarebbero veramente i più antichi di forma umana che si conoscano; ma non di forma bestiale o scimmiesca, come si pretenderebbe per idee preconcette ». Per lui quindi non vi è nessuna incongruenza nel trovare nel pliocene forme umane con caratteri dell'uomo recente. Infatti nel quadro a pag. 653, della distribuzione dei due rami umani fossili d'Europa secondo la cronologia dei giacimenti, sono posti sicuramente nel pliocene e riferiti al tipo antropino gli scheletri (notisi il plurale) di Castenedolo. Mi sono domandato se veramente l'egregio Collega abbia misurata col suo pensiero tutta la durata dell'epoca, che scorse dopo il pliocene, e la complessa vicenda dei periodi glaciali ed interglaciali e degli stadii posglaciali, che separano dal pliocene l'epoca neolitica.

Pertanto, prima di riassumere brevemente quanto si conosce sulla collina di Castenedolo e sugli scheletri quivi a più riprese dissepolti in un lungo periodo di oltre mezzo secolo, credo che anche pel mio egregio collega possa essere utile e piacevole l'esame geologico di quel caratteristico paesaggio di Lombardia, che il sommo Leonardo da Vinci ha voluto ricordare accanto al sorriso della sua Gioconda. Poichè nel paesaggio che forma lo sfondo di questo ammirabile dipinto è evidente la somiglianza colla incomparabile veduta delle rapide dell'Adda nel tratto del canale di Paderno: località ben nota al sommo italiano per avervi egli dimorato quando dirigeva la costruzione delle famose conche, da lui perfezionate e rese pratiche. Alla nostra letteratura è poi famigliare quel paesaggio perchè vi accenna il Manzoni, quando il fuggitivo Renzo sente il frastuono dell'Adda e ne viene avvertito essere egli vicino al *porto*, che gli permetterà di lasciare il paese per lui maledetto; e ne trasse il Cantù il racconto raccapricciante dell'episodio notissimo dell'*Annegata* nel suo romanzo; e ne scrisse in modo incomparabile lo Stoppani nella serata 33ª del suo *Bel Paese*, dove confronta le rapide dell'Adda colla cascata del Reno di Sciaffusa, mostrandosi proclive a preferire, per quanto meno celebrate, le prime alla seconda. Del pari nota ed assai importante è questa località nella storia recentissima della industria elettrotecnica, essendosi compiute dalla Società Edison in questi dintorni due opere di derivazione, in parte sotterranee, per produzione di forza motrice, che sono da annoverarsi tra le più onorevoli conquiste della scienza applicata in Italia. Poichè ebbi l'opportunità di seguire gli scavi occorsi per queste due derivazioni e di esaminare altresì le condizioni geologiche del Naviglio di Paderno, ho potuto raccogliere dei dati interessanti, che qui brevemente riassumo.

Anzitutto, se ci dimandiamo la ragione di queste rapide dell'Adda, la troviamo, almeno in parte, nell'enorme sfacelo del conglomerato, che forma le alte sponde della depressione seguita dal fiume a valle di Paderno, dove esso ha inciso l'altipiano diluviale per circa ottanta metri; poco meno di quanto si è approfondato il letto del Ticino sotto Tornavento. Questo sfacelo del conglomerato è avvenuto anteriormente al *diluviale superiore*, i cui banchi di assai vario spessore hanno sepolto i frammenti talora colossali del conglomerato franato. Questi frammenti vennero poi messi a nudo od in parte diseppelliti dall'erosione posglaciale. La causa di così vasto franamento, la si deve attribuire al fatto, che inferiormente al conglome-

rato o *ceppo* si stende quasi continua una zona, di varia potenza, di marne e di arenarie, riferite pei fossili contenuti al *Villafranchiano*. L'erosione di queste marne esercitata dal fiume nell'ultimo periodo interglaciale, ha determinato quel rovinio, che fu la causa prevalente delle bellissime rapide, nel tratto di circa due chilometri percorso dall'Adda e dal Naviglio col dislivello di 27 metri. Altra cagione delle rapide può essere il subito spostamento del conglomerato soprastante alle marne, il quale, negli scavi occorsi per la galleria della derivazione inferiore della Edison, ha presentato, al pari delle marne sottostanti, una quantità di fratture con leggeri ribassi, che appunto accennavano ad uno spostamento comune agli altri lembi di ceppo antico del Tornago, di Nese e, come vedremo, anche di Castenedolo.

Ma la perforazione della galleria più a monte ha permesso di constatare che qualche cosa di analogo intervenne in un periodo interglaciale precedente tra il diluviale antico, riferibile ai due primi periodi glaciali, ed il diluviale medio, che si può riportare al terzo periodo glaciale. Infatti le alluvioni, con materiale alpino, in parte cementate ed in parte ancora incoerenti sulle quali posano le testate del bellissimo ponte di Paderno, presso al loro contatto colla massa del ceppo diluviale antico, ad elementi prealpini, avvolgono grossi massi del ceppo medesimo, che presso l'imbocco della galleria inferiore si vede riposare regolarmente sulle dette marne villafranchiane. Queste marne poi sulla sinistra dell'Adda vengono a giorno in più siti e determinano numerose fonti sotto a Cerro, a Bottanuco, a Suisio e sulla destra appena sopra il ponte di Paderno. Che se prendiamo in esame la imponente massa delle alluvioni diluviali cementate in forma di *ceppo*, dobbiamo distinguere una porzione inferiore (che presso Paderno misura 50 m. di spessore e che ha fornito i massi franati più vicini al fiume lungo il naviglio) nella quale mancano elementi alpini provenienti dalla Valtellina e prevalgono, verso Paderno, le rocce dell'Albenza e del Canto Basso, e, verso Trezzo, le rocce della valle Brembana; ed una porzione superiore, dello spessore, di 30 m. sotto Paderno e di poco più di 20 m. presso Trezzo, con elementi abduani, tra i quali distintissimi i gneiss porfiroidi ed i serpentini della Valtellina, con una cementazione meno uniforme e meno tenace. Il Penck nella nota sua opera sulle Alpi in epoca glaciale a pag. 795 riferisce questa porzione superiore al livello delle alluvioni degli alti terrazzi o diluviale medio, che appunto corrisponde al diluviale, sul quale

posano le testate del ponte in ferro di Paderno. Il ceppo sottostante, ad elementi prealpini, deve quindi riferirsi a quel più antico periodo quaternario, che è distinto coi nomi di *Villafranchiano* o di *Deckenschötter*, oppure di *Preglaciale*. La flora diatomeacea delle marne di Capriate è del pari quaternaria, essendochè il massimo numero delle specie distinte dal dott. Benedetto Corti è comune al deposito di Pianico. Per analogia con altre località, dove si può constatare il passaggio dal pliocene al quaternario, queste marne non possono ritenersi coetanee coi più recenti depositi marini pliocenici lombardi, perchè tanto a Nese che ad Almenno analoghe alternanze di marne e di ceppo fanno seguito alle argille e sabbie fossilifere, pur essendo più o meno spostate dall'originaria posizione quasi orizzontale e rotte da salti per numerose fratture. Le perforazioni eseguite sotto Capriate per la fondazione delle pile di quel ponte in ferro hanno trovato sotto alle marne altro ceppo, il che ci dimostra come con tutta questa potente serie di marne e di conglomerati, cioè di depositi palustri ed alluvionali, che pure corrisponde soltanto ai periodi più antichi dell'era quaternaria, non siamo ancora rimontati a quel piano pliocenico, con depositi marini, al quale appartengono i lembi di Gattico, Taino, Balerna, Almenno e Nese, nonchè le argille fossilifere che furono trovate coi pozzi di S. Vittore presso Monza e di Canonica al Lambro. Siccome però i depositi fossiliferi pliocenici di Miradolo e di Castenedolo, ai quali posso aggiungere altro lembo, recentemente scoperto coi lavori per la navigazione fluviale agli scogli di S. Cipriano presso Portalbera, appartengono ad un piano pliocenico alquanto più recente del livello a cui si riferiscono le suaccennate località plioceniche prealpine, si potrebbe ritenere molto probabile che sotto alle marne ed al ceppo di Capriate, a non grande profondità, esista oltre al piacenziano anche il piano astiano con facies littoranea. Quello però che importa di ben considerare si è la sterminata lunghezza del tempo, che occorse perchè le correnti, prima prealpine poscia alpine, depositassero nel diluviale antico l'enorme massa di ceppo e di conglomerato, che sotto Paderno misura per lo meno 85 m. Notisi che questa massa fu incisa una prima volta tra il diluviale antico ed il diluviale medio, poi una seconda volta tra il diluviale medio ed il diluviale recente, di guisa che durante l'ultima invasione glaciale, quando il ramo di Brivio della fronte orientale del ghiacciaio abduano edificava le morene di Carvico, di Vanzone e di Merate, l'alluvione fluvio-glaciale si insinuò nella ampia e già praticata incisione percorsa dall'Adda e vi depositò quello sfasciume di

massi alpini, che fu da taluni geologi ritenuto pur esso una morena e che si osserva lungo il naviglio di Paderno. In tutta la lunga epoca posglaciale, cioè in tutti i secoli che scorsero dopo la rapida ritirata dell'espansione glaciale Wurmiana, il paesaggio, che noi ammiriamo lungo le rapide dell'Adda, avrà presentato certamente una scena più grandiosa e più terrificante ma le linee principali, cioè quel terrazzamento così caratteristico, che ha colpito il pittore della Gioconda e che sorprende chiunque si affacci a quell'improvvisa incisione dell'altipiano lombardo, quel paesaggio così distinto e che pur si ripete in varie proporzioni presso lo sbocco di tutte le valli principali alpine, era già tracciato e delineato nei suoi particolari più salienti. Tutta la massa alluvionale della valle padana, che misura certamente oltre 200 m. di spessore, era già stata accumulata dalle correnti alpine ed appenniniche. Generazioni di elefanti si erano già succedute con parecchie varietà tra l'*Elephas meridionalis* e l'*E. primigenius*; nei depositi lacustroglaciali ed interglaciali si erano accumulate potenti masse di fini detriti e talora di depositi torbosi; in nessuno di questi depositi venne trovata traccia di umana industria, nè alcun residuo di scheletro umano.

Ma per tentare di convincere l'egregio mio collega prof. Sergi della convenienza di non esumare questo così detto « uomo pliocenico di Castenedolo », poichè i dintorni di Paderno ci hanno raccontato una così lunga serie di fenomeni quaternarii, vorrei invitarlo a considerare come una serie analoga sia precisamente rappresentata dalle formazioni, che si osservano al colle di Castenedolo, in base alla dettagliatissima descrizione, che ne diede il prof. Cacciamali nel 1896 ed alle ulteriori osservazioni assai autorevoli del sullodato prof. Penck.

Le ricerche del prof. Cacciamali, sussidiate dall'Ateneo di Brescia e condotte colla più viva fiducia di scoprire qualche sicuro argomento, che troncasse la già vecchia questione, non riuscirono ad altro risultato che a portare l'autore a questa conclusione (pag. 89) che « le fatte indagini lasciavano lo stesso dubbio di prima ». Però tali ricerche, con ampi scavi durati circa un mese, servirono nel miglior modo, coll'aiuto di valenti paleontologi, a fissare come *Astiano* il deposito marino, nel quale fino dal 1860 il prof. Ragazzoni rinvenne, lungo una ripa ed al piede di una quercia, una calotta cranica con varie ossa, commiste a madrepore ed a molluschi. Quivi presso, 15 anni dopo, a due metri di profondità, vennero trovate le ossa di altro individuo adulto con ossa di due bambini, pur esse com-

miste coi fossili predetti; nonchè, un mese dopo, a un metro di profondità, un intero scheletro di donna, in un banco di argilla verde azzurra soprastante a quello strato fossilifero, all'affioramento del quale erano state rinvenute le altre ossa. Nel gennaio 1889, presso alla quercia del primo rinvenimento, a soli m. 0,70 di profondità, era stato trovato altro scheletro entro un banco compatto di ostriche, ed una commissione governativa, composta dai signori Issel, Sergi e Modigliani, giudicò che sembrasse trattarsi di avanzi assai posteriori ai sedimenti fossiliferi e quindi di una sepoltura. Epperò sembra che allora il prof. Sergi avesse alquanto abbandonata quella sicurezza sulla pliocenicità di quei avanzi umani, che aveva dimostrato nelle precedenti pubblicazioni del 1884 e del 1886, contrariamente alla esplicita opinione del Mortillet, del Topinard, del Villanova ed alle riserve del Manouvrier. Il Quatrefages si era dichiarato invece nel 1887 in favore della pliocenicità dell'uomo di Castenedolo. Converrà ad ogni modo constatare il fatto, che le ossa rinvenute insieme ai fossili non presentavano con essi alcuna adesione e che erano coinvolte, o almeno colorate, da quella terra ocracea, che è prodotta dallo sfacelo del più superficiale dei terreni formanti la collina di Castenedolo.

Infatti, la serie dei terreni esposta dal prof. Cacciamali in ordine ascendente, colla potenza complessiva di almeno 14 metri, è la seguente:

1. Arene giallo-grigie micacee (*Sabbie gialle inferiori* di Ragazzoni), di spessore indeterminato, certo superiore ad un metro;
2. Banco d'ostriche, di oltre 2 metri;
3. Straterello di marna giallognola indurita di circa 30 cm;
4. Argilla corallifera e conchiglifera, di quasi 1 metro;
5. Argilla grigia traente al verde-azzurro, di quasi 1 metro;
6. Sabbie rubiginose e giallognole (*Sabbie gialle intermedie* di Ragazzoni), di oltre 1 metro;
7. Argilla grigio-bruna di oltre 1 metro;
8. Sabbie ed arene marnose grigie (*Sabbie grigie* di Ragazzoni), di oltre 1 metro e mezzo;
9. Marne gialle e bianche, con arene chiare, grigie e giallognole (*Argille variegate e sabbie gialle superiori* di Ragazzoni), di oltre 2 metri e mezzo;
10. Conglomerato, localmente alla trincea Pisa di soli 70 cm.
11. Ferretto, localmente alla trincea Pisa di soli 70 cm;

12. Terra rossa superficiale (*Menadello* di Ragazzoni), di spessore molto vario.

Il rilievo di Castenedolo costituito dei detti terreni trovasi a 9 km. a sud-est di Brescia e si eleva sino a m. 151 sopra una base alluvionale inclinata da m. 136 a m. 120; esso è lungo m. 1180, largo m. 1600. È tagliato a sghembo dal lato orientale, offrendo quindi una punta verso nord-est, con una direzione leggermente arcuata da ovest sud-ovest a nord-est. Evidentemente è un residuo di più ampio rilievo, eroso ai lati da due decorsi successivi o contemporanei del Chiese; esso si allinea a nord-est colla collina di Ciliverghe ed a sud-ovest con un lembo di ferretto quasi del tutto sepolto dalle più recenti alluvioni tra Montirone e Bagnolo. I terreni sicuramente marini, secondo il prof. C. F. Parona, che ne determinò accuratamente i fossili, presentano dal basso all'alto i seguenti più importanti passaggi:

Sabbia minuta micacea con foraminiferi; banco ad *Ostrea lamellosa* con balani e foraminiferi, con tritume di fossili, siccome quello che si trova coi coralli nella porzione superiore dei depositi di S. Colombano e S. Cipriano. In complesso è uno spessore di 5 m. di fini depositi marini, rappresentanti un non breve lasso di tempo, che può misurarsi anche a secoli, durante i quali, per chi presti fede alla pliocenicità dei suindicati avanzi umani, questo paraggio marino dovette essere straordinariamente funesto agli abitanti delle non lontane spiaggie del golfo adriaco padano.

Superiormente al deposito marino stanno le marne gialle e bianche con sabbie grige-giallognole, le quali, come risulta dalle osservazioni del dott. Benedetto Corti, corrispondono al piano *Villafranchiano* e contengono esclusivamente diatomee palustri; perciò sono considerate come di origine decisamente continentale, distinte e più recenti delle marne variegate con foraminiferi della rampa per Montechiari, le quali dal Cacciamali sarebbero invece ritenute di una facies marina contemporanea alle marne palustri. Tale contemporaneità, se non è assolutamente da escludersi, è per lo meno assai dubbia; comunque sia, abbiamo circa altri sei metri di deposito assai più fine, e quindi assai lento, da aggiungersi al lungo periodo sottomarino, in cui sarebbe avvenuto il naufragio di quei nostri predecessori.

In seguito sopravennero le alluvioni costitutive del ceppo, potente in questa località abbastanza lontana dallo sbocco delle valli, appena 8 m. Già il Cacciamali vi riconobbe nei banchi inferiori la prevalenza degli elementi prealpini, mentre in alto

abbondano le rocce dell'alta valle del Chiese, escludendo però che vi siano anche elementi della valle dell'Adige, dovuti a trasporto glaciale. Il prof. Penck, che ha visitato la località nel 1890 e nel 1906, quest'ultima volta col prof. Cacciamali, del quale egli conferma le più importanti osservazioni, distingue più nettamente una porzione del conglomerato più profonda, mancante di elementi alpini e piegata dolcemente a sud-est, ed una porzione soprastante, che passa al *ferretto*, e che si è depositata con discordanza sulla porzione sottostante, da cui è separata per una superficie ondulata. Alcune mie osservazioni di molti anni fa, quando fui a Castenedolo col prof. Cozzaglio, concordano con quanto afferma il prof. Penck, in armonia con quanto si è detto per la massa di conglomerato, che affiora sulle due sponde dell'Adda tra Paderno e lo sbocco del Brembo, nonchè colle condizioni stratigrafiche, così evidenti, lungo il Tornago presso Almenno e lungo la Nesa, allo sbocco della valle Seriana. Lo stesso prof. Penck a pag. 878, dove dispone in ordine cronologico le formazioni della regione morenica del Garda, comprende nel quaternario anche il conglomerato inferiore ad elementi esclusivamente alpini, che verrebbe a porsi allo stesso livello del conglomerato del colle di S. Bartolomeo, da me descritto in una precedente lettura; mentre assegna egli pure al *Villafranchiano* le sottostanti marne a diatomee. Le due porzioni del conglomerato sono rispettivamente riferite alla prima ed alla seconda invasione glaciale. Quanto poi ai resti umani lo stesso autore, ricordati i rinvenimenti di cui si disse, anche in base alle notizie raccolte in sito a proposito di tre altri scheletri, che erano stati rinvenuti verso il 1903, conclude di essersi fatta l'opinione che tutti questi scheletri dovevano essere di persone state sepolte più tardi dell'epoca del terreno che li comprende.

Io non affronto ora la questione del preciso riferimento dei due conglomerati a periodi glaciali piuttosto che a periodi interglaciali, e nemmeno discuto l'opinione dubbiosamente espressa dal prof. Cacciamali, che la porzione verso nord-est del *ferretto* soprastante al conglomerato superiore sia di origine morenica o fluvioglaciale, perchè il trattare questo argomento mi porterebbe ad un'ampia discussione della complicata origine della regione quaternaria a sud del lago di Garda. Per lo scopo di questo scritto, che è un tentativo di persuadere il mio egregio collega, perchè non voglia insistere nell'esumare l'uomo pliocenico di Castenedolo, reputo sufficiente il fargli considerare, che i più antichi cranii quaternari, trovati in Eu-

ropa, sono posteriori ai periodi glaciali, ai quali si riferisce almeno la prima delle due porzioni del conglomerato di Castenedolo.

In questo tentativo di persuasione potrei anche ricordare quanto lo Stoppani, quarant'anni or sono, scrisse in quei sempre importanti capitoli, dove tratta dell'uomo preistorico, nel secondo volume del suo Corso di Geologia al § 1344. Quivi si dice, « crederei di perdere il tempo riferendo nelle loro particolarità i fatti coi quali si pretende di stabilire l'esistenza dell'uomo terziario » e più sotto, forse alludendo all'uomo di Castenedolo, soggiunge: « Nè meno ridicolo indizio dell'uomo terziario sono certi avanzi di scheletri umani, di quello, per esempio, che trovossi sepolto nella parte più superficiale delle argille marine plioceniche ». Ma poichè temo che poco valga la citazione di un'opera così antica e di un autore che il mio egregio collega potrebbe giudicare prevenuto contro ogni scoperta di uomini preadamitici, preferisco di ricordare quanto scrisse nella importante opera dal titolo « *L'Uomo secondo la teoria dell'Evoluzione* » il prof. Enrico Morselli. A pag. 305 dice francamente: « ai più non pare che la scoperta degli scheletri ritenuti pliocenici di Castenedolo sia più persuasiva di quella dell'uomo terziario di Liguria » ed osserva che gli scheletri umani giacevano sparsi su un'area di parecchi metri, non nello spessore della collina, ma sul suo declivio, e riproduce quello stesso profilo geologico, che è allegato ad una relazione, in cui convenne lo stesso prof. Sergi, profilo in sostanza non diverso da quello annesso alla sopracitata monografia del prof. Cacciamali. Nota egli pure come le ossa rinvenute nel 1860 fossero tutte o in parte entro il banco madreporico, mentre le ossa esumate nel 1880 stavano tra il detto banco e lo strato superiore di argilla fossilifera; osserva, che quegli scheletri erano stati sepolti presso a poco alla consueta profondità a cui si seppelliscono le salme dei defunti e che le ossa furono trovate nei loro rapporti anatomici normali, ciò che mai fu verificato negli avanzi trascinati e rigirati dalle acque. Aggiunge che il numero degli individui è parso eccessivo per una scoperta nel terziario e si domanda come possa supporsi senza prove positive ed irrefutabili che l'uomo terziario possedesse canotti od imbarchi, con cui avventurarsi a distanza dalla spiaggia. Nè tace egli come si possano sollevare obiezioni basandosi sulla inverosimiglianza che le razze umane terziarie avessero una conformazione organica così alta e specificata, come quella descritta dal prof. Sergi, il quale riconosce nel cranio femminile

di Castenedolo il carattere di altissimo tipo gerarchico, di forme delicate, di spessore normale e per quanto dolicocefalo « molto prossimo ai cranii delle razze esistenti ». Soggiunge che anche tra i lombardi moderni, massime i bresciani, si incontra una proporzione abbastanza rilevante di dolicocefali. Per le quali ragioni, quando il chiaro professore torna a parlare dell'uomo di Castenedolo a pag. 972, lo dice oramai messo in tacere, e nel chiudere il capitolo dove tratta dell'uomo terziario scrive: « Se la teoria antropogonica evoluzionistica è esatta, questi *Hominides* pliocenici dovevano avere una conformazione ed un'intelligenza di gran lunga inferiori a quelle delle più basse razze umane conosciute, ed occupare nella scala gerarchica delle forme specifiche umane un posto molto più lontano dagli uomini quaternari di Neanderthal e di Spy, di quanto questi distano dall'odierno europeo. L'uomo terziario non può essere teoricamente nè quello di California, nè tanto meno quello di Castenedolo: esso è tuttora un'incognita per la scienza antropologica ».

SULLE EQUAZIONI INTEGRALI DI FREDHOLM

DI Iª SPECIE

Nota del dott. ATTILIO VERGERIO

(Adunanza del 12 febbraio 1914)

1. In un recentissimo lavoro inserito nei *Comptes Rendus* (22 dicembre 1913), il signor K. Popoff si propone di risolvere l'equazione integrale di 1ª specie:

$$f(x)=\int_0^1 N(x\,y)\,F(y)\,dy$$

nell' ipotesi che la funzione $F(y)$ incognita sia rappresentabile mediante una serie di potenze. Il metodo, dal detto autore tenuto, è molto semplice ed anche non privo d' una certa eleganza; però nella trattazione è incorso in alcune inesattezze, che infirmano le validità dei suoi risultati. Siccome la sua formula risolutiva, opportunamente corretta, può essere, in alcuni casi, di qualche utilità, non mi sembra inopportuno ritoccare il suo lavoro nei punti in cui è difettoso e completarlo nelle parti manchevoli.

2. Il signor Popoff ricerca anzitutto quale sia la condizione necessaria e sufficiente affinchè le due equazioni integrali di 1ª specie:

$$(1)\qquad \begin{cases} f(x)=\int_0^1 N(x,y)\,F(y)\,dy \\ \varphi(x)=\int_0^1 K(x,y)\,F(y)\,dy \end{cases}$$

possano essere soddisfatte da una stessa $F(y)$, supposto beninteso (e questo l' A. non lo dice) che sia soddisfatta la condi-

zione necessaria (*) affinchè ciascuna delle (1) ammetta una soluzione per conto proprio.

Moltiplicando la prima delle (1) per $\varphi(x)$ e la seconda per $f(x)$ si ottiene la condizione necessaria:

$$\int_0^1 \begin{vmatrix} N(x,y) & K(x,y) \\ f(x) & \varphi(x) \end{vmatrix} F(y)\,dy = 0$$

dalla quale l' A. (erroneamente) deduce l'altra:

$$N(x,y)\,\varphi(x) - K(x,y)\,f(x) = 0$$

ossia:

$$\frac{f(x)}{\varphi(x)} = \frac{N(x,y)}{K(x,y)} \quad (**) \tag{2}$$

Vuol dimostrare poi che, se sussiste la (2) e se

$$f(x) = \int_0^1 N(x,y)\,F(y)\,dy \;\; ; \;\; \varphi(x) = \int_0^1 K(x,y)\,\Phi(y)\,dy$$

ne segue $F(y) = \Phi(y)$. Infatti egli dice, si ha:

$$f(x)\,\varphi(x) = \int_0^1 N(x,y)\,\varphi(x)\,F(y)\,dy = \int_0^1 K(x,y)\,f(x)\,\Phi(y)\,dy$$

e quindi:

$$\int_0^1 \left\{ N(x,y)\,\varphi(x)\,F(y) - K(x,y)\,f(x)\,\Phi(y) \right\} dy = 0$$

Quest'equazione essendo verificata da un' infinità di valori di x, si avrà:

$$N(x,y)\,\varphi(x)\,F(y) - K(x,y)\,f(x)\,\Phi(y) = 0$$

(*) LAURICELLA, *Sull' equazione integrale di 1 specie.* Rend. Acc. Lincei: vol. XVIII, serie 5; 1 agosto 1909.

(**) Che la (2) non sia condizione necessaria lo dimostra questo semplicissimo esempio: le due equazioni

$$\frac{x}{3} = \int_0^1 (xy)\,F(y)\,dy \;\; ; \;\; \frac{x}{2} + \frac{1}{3} = \int_0^1 (x+y)\,F(y)\,dy$$

sono soddisfatte da $F(y) = y$, ma per esse non sussiste la (2). L' A. non ha poi avvertito che se sussistesse la (2) le equazioni (1) si ridurrebbero ad una sola.

e quindi per la (2):

$$\frac{F(y)}{\Phi(y)} = 1 \text{ cioè } F(y) = \Phi(y)$$

Ognuno vede che il suo ragionamento contiene lo stesso errore di prima.

3. Supponiamo ora che esista una funzione $F(y)$ soddisfacente all' equazione:

$$\text{(A)} \qquad f(x) = \int_0^1 N(x,y)\, F(y)\, dy$$

Se esistono determinate e finite le derivate di $f(x)$ e di $N(x,y)$ (rispetto ad x) fino a quelle d' ordine n, e se inoltre sono soddisfatte le condizioni per l' invertibilità dei due segni di derivazione e di integrazione, la $F(y)$, soddisfacente alla (A), soddisferà pure a tutte le equazioni di questo sistema:

$$(3) \quad \begin{cases} f'(x) = \int_0^1 \frac{\partial N(x,y)}{\partial x} F(y)\, dy \\ f''(x) = \int_0^1 \frac{\partial^2 N(x,y)}{\partial x^2} F(y)\, dy \\ \dots\dots\dots\dots\dots \\ f^{(n)}(x) = \int_0^1 \frac{\partial^n N(x,y)}{\partial x^n} F(y)\, dy \end{cases}$$

Ammesso che tra le $f(x)$, $N(xy)$ e loro derivate *non* sussistano le relazioni: (*)

$$\frac{N(x,y)}{f(x)} = \frac{f'(x)}{\frac{\partial N(xy)}{\partial x}} = \dots\dots \frac{f^{(n)}(x)}{\frac{\partial^n N(x,y)}{\partial x^n}}$$

(*) Il Sig. Popoff ammette invece, come conseguenza delle (2), che le (4) sussistano; ed afferma che le (4) rappresentano la condizione necessaria affinchè la (A) ammetta una soluzione; mentre invece se fosse:

$$\frac{f(x)}{N(x\,y)} = \frac{f'(x)}{\frac{\partial N(x,y)}{\partial x}}$$

ne seguirebbe integrando:

$$N(xy) = f(x)\,\lambda(y)$$

e che la $F(y)$ incognita sia sviluppabile in serie di potenze, cioè che sia:

$$F(y) = F_0 + F_1 y + F_2 y^2 + \dots + F_n y^n + R_n(y)$$

potremo scrivere il seguente sistema:

$$f(x) - \int_0^1 R_n(x) N(x,y) dy = F_0 \int_0^1 N(x,y) dy + F_1 \int_0^1 N(x,y) y dy + \dots + F_n \int_0^1 N(x,y) y^n dy$$

$$f'(x) - \int_0^1 R_n(x) \frac{\partial N(x,y)}{\partial x} dy = F_0 \int_0^1 \frac{\partial N(x,y)}{\partial x} dy + F_1 \int_0^1 \frac{\partial N(x,y)}{\partial x} y dy + \dots + F^n \int_0^1 \frac{\partial N(x,y)}{\partial x} y^n dy$$

. . . .

$$f^{(n)}(x) - \int_0^1 R_n(y) \frac{\partial^n N(x,y)}{\partial x^n} dy = F_0 \int_0^1 \frac{\partial^n N(x,y)}{\partial x^n} dy + F_1 \int_0^1 \frac{\partial^n N(x,y)}{\partial x^n} y dy + \dots + F_n \int_0^1 \frac{\partial^n N(x,y)}{\partial x^n} y^n dy$$

Se il determinante D_{n+1} dei coefficienti delle F:

$$D_{n+1} = \begin{vmatrix} \int_0^1 N(x,y) dy & \int_0^1 N(x,y) y dy & \dots & \int_0^1 N(x,y) y^n dy \\ \int_0^1 \frac{\partial N(x,y)}{\partial x} dy & \int_0^1 \frac{\partial N(x,y)}{\partial x} y dy & \dots & \int_0^1 \frac{\partial N(x,y)}{\partial x} y^n dy \\ \dots & \dots & \dots & \dots \\ \int_0^1 \frac{\partial^n N(x,y)}{\partial x^n} dy & \int_0^1 \frac{\partial^n N(x,y)}{\partial x^n} y dy & \dots & \int_0^1 \frac{\partial^n N(x,y)}{\partial x^n} y^n dy \end{vmatrix}$$

---

dove $\lambda(y)$ è una funzione arbitraria e le altre (4) sarebbero conseguenza della prima; ma non basta; la (A) non sarebbe più allora un'equazione integrale! Infatti essa diverrebbe:

$$f(x) = \int_0^1 f(x) \lambda(y) F(y) dy$$

ossia:

$$1 = \int_0^1 \lambda(y) F(y) dy.$$

non è identicamente nullo (*) per tutti i valori di x, entro il suo campo di variabilità, avremo pei coefficienti F_s la seguente espressione:

$$F_s = \frac{\sum_{p=0}^{n} \frac{\partial D_{n+1}}{\partial \int_0^1 \frac{\partial^p N}{dx^p} y^s \, dy} \left\{ f^{(p)}(x) - \int_0^1 R_n(y) \frac{\partial^p N(x,y)}{\partial x^p} y^p \, dy \right\} }{D_{n+1}} \quad (**)$$

e quindi:

$$(5) \qquad F(y) = \lim_{n=\infty} \sum_{s=0}^{n} F_s \, y^s =$$

$$= \lim_{n=\infty} \frac{\sum_{s=0}^{n} \sum_{p=0}^{n} \frac{\partial D_{n+1}}{\partial \int_0^1 \frac{\partial^p N}{\partial x^p} y^s \, dy} \left\{ f^{(p)}(x) - \int_0^1 R_n(y) \frac{\partial^p N}{\partial x^p} y_p \, dy \right\} y^s}{D_{n+1}}$$

Se il secondo membro tenderà ad un limite finito, la (5) sarà una soluzione della (A).

(*) Se sussistessero le (4), come secondo il sig. Popoff dovrebbero, il determinante D_{n+1} sarebbe identicamente nullo per ogni valore di x: di questo l' A. non si è accorto.

(**) Nell' espressione che da le F_s, il sig. Popoff trascura senz' altro l' integrale $\int_0^1 R_n(y) \frac{\partial^p N}{\partial x^p} y^p dy$ (che egli denota con ε_p) pel fatto che può prendersi n tanto grande da rendere il resto $R_n(y)$ (che egli rappresenta con ε), e quindi anche ε_p, piccolo finchè si vuole; ciò evidentemente è erroneo dovendo poi applicarsi il simbolo sommatorio e passare al limite per $n = \infty$.

SULLO SPAZIO D'IMMERSIONE
DI SUPERFICIE POSSEDENTI DATI SISTEMI
DI CURVE

Nota di Enrico Bompiani

(*Adunanza del 12 febbraio 1914*)

---

1. È noto che se una superficie (analitica) ammette un doppio sistema di asintotiche (linee il cui piano osculatore in un punto coincide col piano ivi tangente alla superficie) essa appartiene ad uno spazio a tre dimensioni S_3, e viceversa; tale proprietà è perciò caratteristica delle superficie di S_3. È chiaro che ove si ricerchi una proprietà analoga per le superficie (o per le varietà) di un iperspazio occorrerà fissare l'attenzione su quei sistemi di linee definiti sulla superficie (o varietà) da proprietà proiettivo-differenziali, sui quali ho già avuto occasione altre volte d'intrattenermi [1].

In questa breve Nota mi limito allo studio delle superficie, potendosi con la stessa tecnica risolvere il problema analogo per le varietà. In luogo delle ordinarie asintotiche (che non esistono in generale su una superficie di S_n se $n > 3$) occorre considerare le curve definite dalla proprietà di avere i loro iperpiani osculatori S_{n-1} tangenti alla superficie nel

---

[1] Cfr. le mie Note:

a) *Recenti progressi nella geometria proiettiva differenziale degli iperspazi.* [Proceedings of the Fifth Intern. Congress. of Mathem. (Cambridge). Vol. II (1913), pp. 22-27].

b) *Sopra alcune estensioni dei teoremi di Meusnier e di Eulero.* [Atti R. Acc. delle Scienze di Torino, vol. XLVIII (1912-1913), pp. 393-410], nn. 6-7.

c) *Alcune proprietà proiettivo-differenziali dei sistemi di rette negli iperspazi.* [Rend. del Circ. Mat. di Palermo, t. XXXVII (1914)].

punto d' osculazione: queste curve possono chiamarsi *quasi-asintotiche*, e per precisarne meglio la natura converrà attribuir loro due indici in base all'osservazione seguente: il piano tangente alla superficie in un suo punto contiene l' intorno del 1^0 ordine di questo, mentre lo S_{n-1} osculatore alla curva in un punto ne contiene l' $(n-1)$-esimo intorno. Poichè questi due spazi hanno fra loro un' incidenza particolare (mentre spazi contenenti intorni d' ordine minore non sono legati da alcuna particolarità) daremo alla curva *quasi-asintotica* gli indici $(1, n-1)$ e l' indicheremo con $\gamma_{1,n-1}$ [2].

Si vede quasi immediatamente che esistono ∞^{n-2} curve $\gamma_{1,n-1}$ sopra una superficie di S_n: e in generale sussiste la proprietà reciproca. La ricerca è oltremodo facile se la superficie è rigata, mentre richiede qualche cura nel caso più generale.

2. Per mettere in evidenza nel miglior modo, dal punto di vista della grafia, i fatti essenziali che intervengono nella dimostrazione osserviamo quanto segue. Anzitutto, trattandosi di proprietà proiettive conviene servirsi di coordinate proiettive omogenee: se più punti A, B, ..., non sono linearmente indipendenti le loro coordinate A_i, B_i, ..., sono legate da relazioni i cui coefficienti non dipendono dall' indice i, e questo potrà quindi tralasciarsi intendendo che ogni relazione compendia tutte quelle che si ottengono sostituendo ai punti le loro coordinate. Di più i coefficienti stessi non hanno dal nostro punto di vista alcun interesse, perchè solo importa sapere che sussiste una certa relazione lineare fra dati punti. E perciò converremo di indicare brevemente una relazione lineare ed omogenea fra più punti racchiudendo questi fra parentesi tonde ed uguagliando a zero:

$$(A, B, \dots, M) = 0$$

indica che i punti A, B, ..., M sono linearmente dipendenti. La relazione simbolica precedente equivale ad annullare tutt'i determinanti del massimo ordine estratti dalla matrice:

$$\left\| \begin{matrix} \cdot & \cdot & \cdot & A_i & \cdot & \cdot & \cdot \\ \cdot & \cdot & \cdot & B_i & \cdot & \cdot & \cdot \\ \cdot & \cdot & \cdot & \cdot & \cdot & \cdot & \cdot \\ \cdot & \cdot & \cdot & \cdot & \cdot & \cdot & \cdot \\ \cdot & \cdot & \cdot & M_i & \cdot & \cdot & \cdot \end{matrix} \right\|$$

[2] Per le rigate questa definizione è già stata data in l. c. [1], c).

formata con le coordinate proiettive omogenee di quei punti.

3. Occupiamoci delle rigate di S_n.

Se la generatrice generica è individuata dai punti $A(\tau)$, $B(\tau)$ e quindi un punto su di essa da $A+uB$, si ha una curva della rigata ponendo $u=u(\tau)$: indicando con apici fra parentesi le derivazioni rispetto a τ, le quasi-asintotiche $\gamma_{1,n-1}$ sono definite dall'equazione differenziale in $u(\tau)$:

$$\begin{gathered}|\,A, B, A^{(1)}+uB^{(1)}, A^{(2)}+uB^{(2)}+2u^{(1)}B^{(1)},\\ \ldots, A^{(n-1)}+uB^{(n-1)}+\ldots+(n-1)u^{(n-2)}B^{(1)}\,|=0\end{gathered}$$

quindi, in generale, esistono ∞^{n-2} curve $\gamma_{1,n-1}$ sulla rigata ([3]).

Viceversa, si sappia che sopra una rigata vi sono ∞^{n-2} curve $\gamma_{1,n-1}$: se ne domanda lo spazio d'appartenenza. Ciò equivale a dire che si può effettivamente determinare $u^{(n-2)}$ in modo che si annullino tutt'i determinanti del massimo ordine tratti da una matrice formata in modo analogo al determinante precedente (salvo che il numero delle colonne, cioè delle coordinate indipendenti, non ci è noto): cioè che si può soddisfare all'equazione simbolica:

$$\begin{gathered}(A, B, A^{(1)}+uB^{(1)}, A^{(2)}+uB^{(2)}+2u^{(1)}B^{(1)},\\ \ldots, A^{(n-1)}+uB^{(n-1)}+\ldots+(n-1)u^{(n-2)}B^{(1)})=0\end{gathered}$$

qualunque siano i valori di $u, u^{(1)}, \ldots, u^{(n-3)}$. Perchè ciò sia possibile dev'esser soddisfatta l'altra equazione:

$$\begin{gathered}(A, B, A^{(1)}, B^{(1)}, A^{(2)}+uB^{(2)},\\ \ldots, A^{(n-1)}+uB^{(n-1)}+\ldots+\binom{n-1}{2}u^{(n-3)}B^{(2)})=0\end{gathered}$$

sotto le medesime condizioni. Basta annullare in questa il termine indipendente da u e dalle sue derivate, e il coefficiente di $u^{(n-3)}$ (annullando in esso u e le derivate d'ordine minore) per ottenere le due equazioni:

$$\begin{aligned}&(A, B, A^{(1)}, B^{(1)}, A^{(2)}, \ldots, A^{(n-2)}, A^{(n-1)})=0\\ &(A, B, A^{(1)}, B^{(1)}, A^{(2)}, \ldots, A^{(n-2)}, B^{(2)})=0\,,\end{aligned}$$

e queste bastano per vedere che la rigata sta in uno S_n. In-

([3]) Cfr. l. c. ([1]), c.), n. 7. La questione trattata in questo n° potrebbe estendersi alle altre quasi-asintotiche della rigata.

fatti le due equazioni scritte non possono esser soddisfatte in forza di una relazione

$$(A, B, A^{(1)}, B^{(1)}) = 0$$

perchè in tal caso ogni curva della rigata sarebbe della specie voluta; la rigata sarebbe sviluppabile e giacerebbe in uno S_{n-1}: caso evidente, privo d'interesse.

Ciò posto quelle relazioni esprimono che $A^{(n-1)}$ e $B^{(2)}$ appartengono allo S_n (o spazio minore) dei punti $A, B, A^{(1)}, B^{(1)}, A^{(2)}, \ldots, A^{(n-2)}$. Dalla prima delle due relazioni, derivando, si ha $A^{(n)}$ come giacente nello spazio di S_n e di $B^{(2)}$, cioè per la seconda, in S_n stesso. Operando analogamente sulla seconda relazione si ricava che $B^{(3)}$ è nello stesso S_n, e così di seguito per tutt'i punti derivati di A e di B, cioè per tutta la rigata.

Le altre relazioni che si sarebbero potute ottenere oltre le due scritte o sono conseguenza di queste, o se sono distinte da esse diminuiscono la dimensione dell'ambiente della rigata.

4. Prima di passare alla dimostrazione del teorema analogo per una superficie qualunque possiamo stabilire un'altro criterio, basato sulla conoscenza di una sola quasi-asintotica, per l'appartenenza di una rigata ad un dato spazio.

Ricordo che ho chiamato primo indice di sviluppabilità, di una rigata (o semplicemente indice di sviluppabilità, quando non possan nascere equivoci) il massimo numero di generatrici linearmente indipendenti (infinitamente vicine) della rigata.

Supponiamo che alla rigata appartenga una curva tale che i suoi S_k osculatori siano tangenti alla rigata: dico che l'indice di sviluppabilità ν è certamente $\leq k$.

Infatti lo S_k osculatore generico contiene una generatrice, quindi lo $S_{k+\nu-1}$ (se è determinato) contiene ν generatrici successive, e se queste debbono essere linearmente indipendenti occorre che sia $k + \nu - 1 \geq 2\nu - 1$, cioè $k \geq \nu$. Se poi quello spazio non fosse determinato, la curva data apparterrebbe ad uno spazio di dimensione minore di $2k - 1$ e in questo dovrebbe giacere la rigata, la quale avrebbe necessariamente indice di sviluppabilità minore di k.

La rigata avendo indice di sviluppabilità ν, possono presentarsi due casi: o lo spazio delle prime ν generatrici considerate contiene tutta la $(\nu + 1)$-esima, e allora tutta la rigata giace in quello spazio, che ha dimensione $\leq 2k - 1$, o quello spazio incide la $(\nu + 1)$-esima generatrice in un punto che de-

scrive sulla rigata una curva $\gamma_{\nu,\nu}$. Supponiamo che la curva data sia distinta da questa. Si consideri allora lo $S_{k+\nu-1}$ osculatore alla curva data in un punto: esso contiene ν generatrici infinitamente vicine e un punto della $(\nu+1)$-esima e poichè questa incontra già in un altro punto lo spazio delle ν generatrici (certo contenuto nello $S_{k+\nu-1}$, perchè $\nu \leq k$) giace anch' essa nello stesso $S_{k+\nu-1}$ detto. Ragionando ora in modo analogo sul gruppo delle ultime ν generatrici considerate e così di seguito (sottintendendo i passaggi al limite) si conclude che tutta la rigata sta in uno $S_{k+\nu-1}$, cioè per la limitazione sopra stabilita la rigata sta certo in uno spazio di dimensione $\leq 2k-1$.

Riassumendo:

Se una rigata possiede una curva i cui S_k *osculatori siano tangenti alla superficie essa ha indice di sviluppabilità* $\nu \leq k$, *e (se la curva data non è una* $\gamma_{\nu,\nu}$ *della rigata) appartiene ad uno spazio di dimensione* $\leq 2k-1$.

5. Passiamo ora a studiare le superficie generali di un iperspazio, e cominciamo da quelle di S_4.

Sulle superficie di S_4 sono stati studiati due notevoli sistemi di linee, che qui ricordo. Il primo è il doppio sistema di linee coniugate (un solo, che può ridursi ad un sistema semplice di asintotiche) studiato da K. Kommerell, E. E. Levi, C. Segre (4): la sua esistenza corrisponde analiticamente al fatto che le coordinate proiettive omogenee dei punti della superficie sono soluzioni di un'equazione alle derivate parziali (di Laplace) che, secondo le nostre convenzioni indicheremo con:

$$\left(\frac{\partial^2 x}{\partial \tau_1^2}, \frac{\partial^2 x}{\partial \tau_1 \partial \tau_2}, \frac{\partial^2 x}{\partial \tau_2^2}, \frac{\partial x}{\partial \tau_2}, \frac{\partial x}{\partial \tau_1}, x\right) = 0$$

ove si ponga $x = x(\tau_1, \tau_2)$.

Se viceversa si assumono $n+1$ soluzioni linearmente in-

(4) K. KOMMERELL, *Die Krümmung der zweidimensionalen Gebilde in ebenen Raum von vier Dimensionen.* [Tubingen, 1897] § 10.

E. E. LEVI. *Saggio sulla teoria della superficie a due dimensioni immerse in un iperspazio.* [Ann. d R. Scuola Normale Super. di Pisa, vol. X (1908), pp. 1-99] n. 48.

C. SEGRE, *Su una classe di superficie degli iperspazii legata colle equazioni lineari alle derivate parziali di 2° ordine.* [Atti d. R. Acc. delle Scienze di Torino, vol. XLII, (1906-1907)].

dipendenti di una tale equazione come coordinate proiettive omogenee di un punto di una superficie di S_n questa possiede un doppio sistema coniugato: sicchè la sua esistenza non basta a caratterizzare le superficie di S_4.

L'altro sistema di linee (da me studiato [5]) è quello delle quasi-asintotiche $\gamma_{1,3}$ definite dalla proprietà di avere lo S_3 osculatore tangente alla superficie: questo sistema è ∞^4 quindi per ogni punto ne passano ∞^1 curve. Vedremo che le superficie di S_4 sono appunto caratterizzate dal contenere tutt'e due i sistemi di curve ricordati.

Partiamo appunto dall'ipotesi che la superficie contenga ∞^2 quasi-asintotiche: possiamo supporre che le linee *coordinate* $\tau_2 = \text{cost.}$, $\tau_1 = \text{cost.}$, appartengano al sistema: per definizione lo S_3 osculatore alla linea $\tau_2 = \text{cost.}$ passante per x, definito dai punti $x, \frac{\partial x}{\partial \tau_1}, \frac{\partial^2 x}{\partial \tau_1^2}, \frac{\partial^3 x}{\partial \tau_1^3}$, deve contenere il piano tangente in x, definito da $x, \frac{\partial x}{\partial \tau_1}, \frac{\partial x}{\partial \tau_2}$: la dipendenza lineare dei punti $x, \frac{\partial x}{\partial \tau_1}, \frac{\partial x}{\partial \tau_2}, \frac{\partial^2 x}{\partial \tau_1^2}, \frac{\partial^3 x}{\partial \tau_1^3}$ equivale all'equazione:

$$\left(\frac{\partial^3 x}{\partial \tau_1^3}, \frac{\partial^2 x}{\partial \tau_1^2}, \frac{\partial x}{\partial \tau_1}, \frac{\partial x}{\partial \tau_2}, x\right) = 0 \tag{1}$$

Analogamente ragionando sulle linee $\tau_1 = \text{cost.}$, si giunge alla equazione:

$$\left(\frac{\partial^3 x}{\partial \tau_2^3}, \frac{\partial^2 x}{\partial \tau_2^2}, \frac{\partial x}{\partial \tau_1}, \frac{\partial x}{\partial \tau_2}, x\right) = 0 \tag{2}$$

Per individuare una linea della superficie uscente da x basta porre $\tau_2 = \tau_2(\tau_1)$: lo S_3 ad essa osculatore in x è individuato dai punti:

$$x, \frac{\partial x}{\partial \tau_1} + \frac{\partial x}{\partial \tau_2} \tau_2', \quad \frac{\partial^2 x}{\partial \tau_1^2} + 2 \frac{\partial^2 x}{\partial \tau_1 \partial \tau_2} \tau_2' + \frac{\partial^2 x}{\partial \tau_2^2} (\tau_2')^2 + \frac{\partial x}{\partial \tau_2} \tau_2'',$$

$$\frac{\partial^3 x}{\partial \tau_1^3} + 3 \frac{\partial^3 x}{\partial \tau_1^2 \partial \tau_2} \tau_2' + 3 \frac{\partial^3 x}{\partial \tau_1 \partial \tau_2^2} (\tau_2')^2 +$$

$$\frac{\partial^3 x}{\partial \tau_2^3} (\tau_2')^3 + 3 \frac{\partial^2 x}{\partial \tau_1 \partial \tau_2} \tau_2'' + 3 \frac{\partial^2 x}{\partial \tau_2^2} \tau_2' \tau_2'' + \frac{\partial x}{\partial \tau_2} \tau_2'''$$

---

[5] L. c. [1] b), n. 7.

ove : $\tau'_2 = \frac{d\tau_2}{d\tau_1}$. Se la linea fissata dev'essere quasi-asintotica deve potersi soddisfare alle condizioni che si ottengono annullando la matrice :

$$\left\| \begin{matrix} x \\ \frac{\partial x}{\partial \tau_1} \\ \frac{\partial x}{\partial \tau_2} \\ \frac{\partial^2 x}{\partial \tau_1^2} + 2 \frac{\partial^2 x}{\partial \tau_1 \partial \tau_2} + \frac{\partial^2 x}{\partial \tau_2^2} (\tau_2')^2 \\ \frac{\partial^3 x}{\partial \tau_1^3} + 3 \frac{\partial^3 x}{\partial \tau_1^2 \partial \tau_2} \tau_2' + 3 \frac{\partial^3 x}{\partial \tau_1 \partial \tau_2^2} (\tau'_2)^2 + \frac{\partial^3 x}{\partial \tau_2^3} (\tau'_2)^3 + \\ + 3 \left(\frac{\partial^2 x}{\partial \tau_1 \partial \tau_2} + \frac{\partial^2 x}{\partial \tau_2^2} \tau'_2 \right) \tau_2'' \end{matrix} \right\|$$

Condizione necessaria e sufficiente per la loro coesistenza è l'annularsi dell' altra matrice :

$$\left\| \begin{matrix} x \\ \frac{\partial x}{\partial \tau_1} \\ \frac{\partial x}{\partial \tau_2} \\ \frac{\partial^2 x}{\partial \tau_1^2} + \frac{\partial^2 x}{\partial \tau_1 \partial \tau_2} \tau_2 \\ \frac{\partial^2 x}{\partial \tau_1 \partial \tau_2} \quad \frac{\partial^2 x}{\partial \tau_2^2} \tau_2' \\ \frac{\partial^3 x}{\partial \tau_{12}} + 3 \frac{\partial^3 x}{\partial \tau_1^2 \partial \tau_2} \tau_2' + 3 \frac{\partial^3 x}{\partial \tau_1 \partial \tau_2^2} (\tau_2')^2 + \frac{\partial^3 x}{\partial \tau_2^3} (\tau_2')^3 \end{matrix} \right\|$$

Se, come abbiamo supposto, da ogni punto debbono uscire ∞^1 linee quasi-asintotiche la condizione precedente dovrà esser soddisfatta indipentemente da τ'_2, il che dà luogo alle seguenti

equazioni differenziali per le coordinate di x:

$$(3)\qquad \left(\frac{\partial^3 x}{\partial \tau_1^3}, \frac{\partial^2 x}{\partial \tau_1 \partial \tau_2}, \frac{\partial^2 x}{\partial \tau_1^2}, \frac{\partial x}{\partial \tau_2}, \frac{\partial x}{\partial \tau_1}, x\right) = 0$$

$$(4)\qquad \left(\frac{\partial^3 x}{\partial \tau_2^3}, \frac{\partial^2 x}{\partial \tau_2^2}, \frac{\partial^2 x}{\partial \tau_1 \partial \tau_2}, \frac{\partial x}{\partial \tau_2}, \frac{\partial x}{\partial \tau_1}, x\right) = 0$$

$$(5)\qquad \left(\frac{\partial^3 x}{\partial \tau_1^2 \partial \tau_2}, \frac{\partial^2 x}{\partial \tau_1 \partial \tau_2}, \frac{\partial^2 x}{\partial \tau_1^2}, \frac{\partial x}{\partial \tau_2}, \frac{\partial x}{\partial \tau_1}, x\right) = 0$$

$$(6)\qquad \left(\frac{\partial^3 x}{\partial \tau_1 \partial \tau_2^2}, \frac{\partial^2 x}{\partial \tau_2^2}, \frac{\partial^2 x}{\partial \tau_1 \partial \tau_2}, \frac{\partial x}{\partial \tau_2}, \frac{\partial x}{\partial \tau_1}, x\right) = 0$$

$$(7)\qquad 3\left(\frac{\partial^3 x}{\partial \tau_1 \partial \tau_2^2}, \frac{\partial^2 x}{\partial \tau_1 \partial \tau_2}, \frac{\partial^2 x}{\partial \tau_1^2}, \frac{\partial x}{\partial \tau_2}, \frac{\partial x}{\partial \tau_1}, x\right) + 3\left(\frac{\partial^3 x}{\partial \tau_1^2 \partial \tau_2}, \frac{\partial^2 x}{\partial \tau_2^2}, \frac{\partial^2 x}{\partial \tau_1^2}, \frac{\partial x}{\partial \tau_2}, \frac{\partial x}{\partial \tau_1}, x\right) + \left(\frac{\partial^3 x}{\partial \tau_1^3}, \frac{\partial^2 x}{\partial \tau_2^2}, \frac{\partial^2 x}{\partial \tau_1 \partial \tau_2}, \frac{\partial x}{\partial \tau_2}, \frac{\partial x}{\partial \tau_1}, x\right) = 0$$

$$(8)\qquad 3\left(\frac{\partial^3 x}{\partial \tau_2 \partial \tau_2}, \frac{\partial^2 x}{\partial \tau_2^2}, \frac{\partial^2 x}{\partial \tau_1 \partial \tau_2}, \frac{\partial x}{\partial \tau_2}, \frac{\partial x}{\partial \tau_1}, x\right) + 3\left(\frac{\partial^3 x}{\partial \tau_1 \partial \tau_2^2}, \frac{\partial^2 x}{\partial \tau_2^2}, \frac{\partial^2 x}{\partial \tau_2^2}, \frac{\partial x}{\partial \tau_2}, \frac{\partial x}{\partial \tau_1}, x\right) + \left(\frac{\partial^3 x}{\partial \tau_2^3}, \frac{\partial^2 x}{\partial \tau_1 \partial \tau_2}, \frac{\partial^2 x}{\partial \tau_1^2}, \frac{\partial x}{\partial \tau_2}, \frac{\partial x}{\partial \tau_1}, x\right) = 0$$

6. Discutiamo queste condizioni. Le due prime sono già soddisfatte in forza delle (1) (2) dovute alla scelta delle linee coordinate. La seconda coppia (5) (6) fornisce in generale, le derivate $\frac{\partial^3 x}{\partial \tau_1^2 \partial \tau_2}$ e $\frac{\partial^3 x}{\partial \tau_1 \partial \tau_2^2}$ espresse linearmente ed omogeneamente per mezzo di x e delle sue derivate prime e seconde. Se, al contrario, una di esse, p. es. $\frac{\partial^3 x}{\partial \tau_1^2 \partial \tau_2}$, non si potesse ricavare, ciò indicherebbe l' esistenza di un' equazione:

$$\left(\frac{\partial^2 x}{\partial \tau_1 \partial \tau_2}, \frac{\partial^2 x}{\partial \tau_1^2}, \frac{\partial x}{\partial \tau_2}, \frac{\partial x}{\partial \tau_1}, x\right) = 0,$$

cioè la superficie ammetterebbe un doppio sistema coniugato al quale apparterrebbero le linee τ_1. Data l' arbitrarietà nella scelta di queste, ciò può escludersi a meno che ogni sistema di linee su la superficie ammetta un sistema coniugato, il qual fatto è caratteristico delle superficie di S_3. Quindi, se la su-

perficie non sta in S_3, dalla seconda coppia di condizioni si ricavano certamente $\frac{\partial^3 x}{\partial \tau_1^2 \partial \tau_2}$ e $\frac{\partial^3 x}{\partial \tau_1 \partial \tau_2^2}$.

Esaminiamo le condizioni della terza coppia. Da ciascuna di esse sostituendovi le espressioni già ottenute delle derivate terze si ha o una identità o una equazione del 2° ordine cui le x debbono soddisfare.

Se le due equazioni che si ottengono sono realmente distinte la superficie appartiene ad uno S_3 ([6]); se si riducono ad una sola esiste sulla superficie un doppio sistema coniugato (e proveremo subito che la superficie appartiene ad uno S_4); se si riducono ad una identità la superficie sta (al più) in uno spazio di dimensione 5. Infatti, potendosi esprimere le derivate terze, e quindi tutte quelle di ordine più elevato, per mezzo di

$$x, \frac{\partial x}{\partial \tau_1}, \frac{\partial x}{\partial \tau_2}, \frac{\partial^2 x}{\partial \tau_1^2}, \frac{\partial^2 x}{\partial \tau_1 \partial \tau_2}, \frac{\partial^2 x}{\partial \tau_2^2}$$

la superficie appartiene allo spazio individuato da questi punti che è, al più, uno S_5; ma se sulla superficie esiste un doppio sistema coniugato i sei punti scritti non sono indipendenti e la superficie sta in uno S_4. Riassumendo;

Condizione necessaria e sufficiente perchè una superficie appartenga ad uno S_4 è che su di essa esista un doppio sistema coniugato e un sistema ∞^2 di quasi-asintotiche $\gamma_{1,2}$ tali cioè che i loro S_3 osculatori siano tangenti alla superficie.

7. Occupiamoci ora delle superficie di S_5.

Su una qualsiasi di esse esiste un sistema ∞^3 di curve quasi-asintotiche $\gamma_{1,4}$ definite dall'equazione determinante:

([6]) Infatti per un teorma noto (Segre: l. c. ([1]) n. 12) o la superficie sta in uno S_3, o è sviluppabile: ma anche in questo secondo caso siccome la rigata possiede certo una (anzi infinite) quasi-asintotiche distinte dallo spigolo di regresso, giace in uno S_3.

$$
(9)\qquad \begin{vmatrix}
x \\[4pt]
\dfrac{\partial x}{\partial \tau_1} \\[8pt]
\dfrac{\partial x}{\partial \tau_2} \\[8pt]
\dfrac{\partial^2 x}{\partial \tau_1^2} + 2\dfrac{\partial^2 x}{\partial \tau_1 \partial \tau_2}\tau'_2 + \dfrac{\partial^2 x}{\partial \tau_2^2}(\tau')^2 \\[8pt]
\dfrac{\partial^3 x}{\partial \tau_1^3} + 3\dfrac{\partial^3 x}{\partial \tau_1^2 \partial \tau_2}\tau_2' + 3\dfrac{\partial^3 x}{\partial \tau_1 \partial \tau_2^2}(\tau_2')^2 + \dfrac{\partial^3 x}{\partial \tau_2^3}(\tau_2')^3 + 3\left(\dfrac{\partial^2 x}{\partial \tau_1 \partial \tau_2} + \dfrac{\partial^2 x}{\partial \tau_2^2}\tau_2'\right)\tau_2'' \\[8pt]
\left(\begin{matrix}
\dfrac{\partial^4 x}{\partial \tau_1^4} + 4\dfrac{\partial^4 x}{\partial \tau_1^3 \partial \tau_2}\tau_2' + 6\dfrac{\partial^4 x}{\partial \tau_1^2 \partial \tau_2^2}(\tau_2')^2 + 4\dfrac{\partial^4 x}{\partial \tau_1 \partial \tau_2^3}(\tau_2')^3 + \dfrac{\partial^4 x}{\partial \tau_2^4}(\tau_2')^4 + \\
+ 6\dfrac{\partial^3 x}{\partial \tau_1^2 \partial \tau_2}\tau_2'' + 12\dfrac{\partial^3 x}{\partial \tau_1 \partial \tau_2^2}\tau_2'\tau_2'' + 6\dfrac{\partial^3 x}{\partial \tau_2^3}(\tau_2')^2\tau_2'' + 3\dfrac{\partial^2 x}{\partial \tau_2^2}(\tau_2'')^2 + \\
+ 4\dfrac{\partial_2 x}{\partial \tau_1 \partial \tau_2}\tau_2''' + 4\dfrac{\partial^2 x}{\partial \tau_2^2}\tau_2'\tau_2'''
\end{matrix}\right)
\end{vmatrix} = 0
$$

(le diverse colonne si ottengono sostituendo ad x le sue coordinate). Viceversa: se una superficie possiede un tal sistema qual'è il suo spazio d'appartenenza? In luogo del determinante del caso precedente occorre considerare una matrice; le condizioni di coesistenza delle equazioni che si ottengono sono offerte dall' annullarsi della nuova matrice:

$$
(10)\qquad \left\|\begin{matrix}
x \\[4pt]
\dfrac{\partial x}{\partial \tau_1} \\[8pt]
\dfrac{\partial x}{\partial \tau_2} \\[8pt]
\dfrac{\partial^2 x}{\partial \tau_1^2} + \dfrac{\partial^2 x}{\partial \tau_1 \partial \tau_2}\tau_2' \\[8pt]
\dfrac{\partial^2 x}{\partial \tau_1 \partial \tau_2} + \dfrac{\partial^2 x}{\partial \tau_2^2}\tau_2' \\[8pt]
\dfrac{\partial^3 x}{\partial \tau_1^3} + 3\dfrac{\partial^3 x}{\partial \tau_1^2 \partial \tau_2}\tau_2' + 3\dfrac{\partial^3 x}{\partial \tau_1 \partial \tau_2^2}(\tau_2')^2 + \dfrac{\partial^3 x}{\partial \tau_2^3}(\tau_2')^3 \\[8pt]
\left(\begin{matrix}
\dfrac{\partial^4 x}{\partial \tau_1^4} + 4\dfrac{\partial^4 x}{\partial \tau_1^3 \partial \tau_2}\tau_2' + 6\dfrac{\partial^4 x}{\partial \tau_1^2 \partial \tau_2^2}(\tau_2')^2 + 4\dfrac{\partial^4 x}{\partial \tau_1 \partial \tau_2^3}(\tau_2')^3 + \dfrac{\partial^4 x}{\partial \tau_2^4}(\tau_2')^4 + \\
+ 6\dfrac{\partial^3 x}{\partial \tau_1^2 \partial \tau_2}\tau_2'' + 12\dfrac{\partial^3 x}{\partial \tau_1 \partial \tau_2^2}\tau_2'\tau_2'' + 6\dfrac{\partial^3 x}{\partial \tau_2^3}(\tau_2')^2\tau_2'' + 3\dfrac{\partial^2 x}{\partial \tau_2^2}(\tau_2'')^2
\end{matrix}\right)
\end{matrix}\right\| = 0
$$

per valori qualsiansi di τ_2', τ_2''. Annullando intanto il coefficiente di $(\tau_2'')^2$ si hanno le condizioni espresse da:

$$\left\| \begin{matrix} x \\ \dfrac{\partial x}{\partial \tau_1} \\ \dfrac{\partial x}{\partial \tau_2} \\ \dfrac{\partial^2 x}{\partial \tau_1^2} \\ \dfrac{\partial^2 x}{\partial \tau_1 \partial \tau_2} \\ \dfrac{\partial^2 x}{\partial \tau_2^2} \\ \dfrac{\partial^3 x}{\partial \tau_1^3} + 3 \dfrac{\partial^3 x}{\partial \tau_1^2 \partial \tau_2} \tau_2' + 3 \dfrac{\partial^3 x}{\partial \tau_1 \partial \tau_2^2} (\tau_2')^2 + \dfrac{\partial^3 x}{\partial \tau_2^3} (\tau_2')^3 \end{matrix} \right\| = 0$$

e siccome queste pure debbono essere soddisfatte indipendentemente da τ_2' dovrà aversi:

$$\left(\frac{\partial^3 x}{\partial \tau_1^3}, \frac{\partial^2 x}{\partial \tau_2^2}, \frac{\partial^2 x}{\partial \tau_1 \partial \tau_2}, \frac{\partial^2 x}{\partial \tau_1^2}, \frac{\partial x}{\partial \tau_2}, \frac{\partial x}{\partial \tau_1}, x\right) = 0$$

$$\left(\frac{\partial^3 x}{\partial \tau_1^2 \partial \tau_2}, \frac{\partial^2 x}{\partial \tau_2^2}, \frac{\partial^2 x}{\partial \tau_1 \partial \tau_2}, \frac{\partial^2 x}{\partial \tau_1^2}, \frac{\partial x}{\partial \tau_2}, \frac{\partial x}{\partial \tau_1}, x\right) = 0$$

$$\left(\frac{\partial^3 x}{\partial \tau_1^2 \partial \tau_2}, \frac{\partial^2 x}{\partial \tau_2^2}, \frac{\partial^2 x}{\partial \tau_1 \partial \tau_2}, \frac{\partial^2 x}{\partial \tau_1^2}, \frac{\partial x}{\partial \tau_2}, \frac{\partial x}{\partial \tau_1}, x\right) = 0$$

$$\left(\frac{\partial^3 x}{\partial \tau_2^3}, \frac{\partial^2 x}{\partial \tau_2^2}, \frac{\partial^2 x}{\partial \tau_1 \partial \tau_2}, \frac{\partial^2 x}{\partial \tau_1^2}, \frac{\partial x}{\partial \tau_2}, \frac{\partial x}{\partial \tau_1}, x\right) = 0$$

Se, come accade in generale, *non* vale una relazione del tipo:

$$\left(\frac{\partial^2 x}{\partial \tau_1^2}, \frac{\partial^2 x}{\partial \tau_1 \partial \tau_2}, \frac{\partial^2 x}{\partial \tau_2^2}, \frac{\partial x}{\partial \tau_2}, \frac{\partial x}{\partial \tau_1}, x\right) = 0$$

(in virtù della quale tutte le precedenti rimarrebbero identicamente soddisfatte) dalle ultime equazioni si conclude che i punti $\frac{\partial^3 x}{\partial \tau_1^3}$; $\frac{\partial^3 x}{\partial \tau_1^2 \partial \tau_2}$, $\frac{\partial^3 x}{\partial \tau_1 \partial \tau_2^2}$, $\frac{\partial^3 x}{\partial \tau_2^3}$ appartengono allo S_5 dei punti

$x, \frac{\partial x}{\partial \tau_1}, \frac{\partial x}{\partial \tau_2}, \frac{\partial^2 x}{\partial \tau_1^2}, \frac{\partial^2 x}{\partial \tau_2^2}, \frac{\partial^2 x}{\partial \tau_1 \partial \tau_2}$. Derivando le relazioni stesse si ricavano tutti i punti derivati di qualsiasi ordine sempre appartenenti allo S_5 stesso: cioè tutta la superficie sta in S_5.

Se invece vale una relazione del tipo:

$$\left(\frac{\partial^2 x}{\partial \tau_1^2}, \frac{\partial^2 x}{\partial \tau_1 \partial \tau_2}, \frac{\partial^2 x}{\partial \tau_2^2}, \frac{\partial x}{\partial \tau_2}, \frac{\partial x}{\partial \tau_1}, x\right) = 0 \tag{11}$$

cioè se la superficie possiede un sistema coniugato (e quindi non è del tipo più generale) da esse si traggono per derivazione due delle derivate terze, p. es., $\frac{\partial^3 x}{\partial \tau_1 \partial \tau_2^2}, \frac{\partial^3 x}{\partial x_2^3}$ espresse per x, per le sue derivate prime e seconde, e per $\frac{\partial^3 x}{\partial \tau_1^3}$ e $\frac{\partial^3 x}{\partial \tau_1^2 \partial \tau_2}$.

Ritorniamo ora all' equazione (10) che non è stata sfruttata per intero (bastando nel caso più generale le considerazioni già fatte). Ad essa si può nell' ipotesi attuale sostituire l' altra:

$$\left\| \begin{matrix} x \\ \frac{\partial x}{\partial \tau_1} \\ \frac{\partial x}{\partial \tau_2} \\ \frac{\partial^2 x}{\partial \tau_1^2} \\ \frac{\partial^2 x}{\partial \tau_1 \partial \tau_2} \\ \frac{\partial^3 x}{\partial \tau_1^3} + 3\frac{\partial^3 x}{\partial \tau_1^2 \partial \tau_2}\tau_2' + 3\frac{\partial^3 x}{\partial \tau_1 \partial \tau_2^2}(\tau_2')^2 + \frac{\partial^3 x}{\partial \tau_2^3}(\tau_2')^3 \\ \frac{\partial^4 x}{\partial \tau_1^4} + 4\frac{\partial^4 x}{\partial \tau_1^3 \partial \tau_2}\tau_2' + 6\frac{\partial^4 x}{\partial \tau_1^2 \partial \tau_2^2}(\tau_2')^2 + 4\frac{\partial^4 x}{\partial \tau_1 \partial \tau_2^3}(\tau_2')^3 + \frac{\partial^4 x}{\partial \tau_2^4}(\tau_2')^4 + \\ + \left[6\frac{\partial^3 x}{\partial \tau_1^2 \partial \tau_2} + 12\frac{\partial^3 x}{\partial \tau_1 \partial \tau_2^2}\tau_2' + 6\frac{\partial^3 x}{\partial \tau_2^3}(\tau_2')^2\right]\tau_2'' \end{matrix} \right\| = 0 \tag{12}$$

(si può sempre fare in modo che le linee τ_1 non appartengono al doppio sistema coniugato, cioè che i cinque punti scritti nelle prime righe siano effettivamente indipendenti).

Al solito bisogna annullare i coefficienti dei singoli termini quando si sviluppino le condizioni precedenti per le potenze di τ_2'' e di τ_2'.

Annullando il coefficiente di τ_2'' si hanno le condizioni:

$$\left(\frac{\partial^3 x}{\partial \tau_1^2 \partial \tau_2}, \frac{\partial^3 x}{\partial \tau_1^3}, \frac{\partial^2 x}{\partial \tau_1 \partial \tau_2}, \frac{\partial^2 x}{\partial \tau_1^2}, \frac{\partial x}{\partial \tau_2}, \frac{\partial x}{\partial \tau_1}, x\right) = 0$$

$$\left(\frac{\partial^3 x}{\partial \tau_1 \partial \tau_2^2}, \;\; " \;\; " \;\; " \;\; " \;\; " \;\; "\right) = 0$$

$$\left(\frac{\partial^3 x}{\partial \tau_2^3}, \;\; " \;\; " \;\; " \;\; " \;\; " \;\; "\right) = 0$$

delle quali le ultime due non sono nuove (ma conseguenza della (11) e della prima di esse).

Esse esprimono che l' intorno del 2° ordine del punto x è tutto contenuto nello S_5 dei punti:

$$x, \frac{\partial x}{\partial \tau_1}, \frac{\partial x}{\partial \tau_2}, \frac{\partial^2 x}{\partial \tau_1^2}, \frac{\partial^2 x}{\partial \tau_1 \partial \tau_2}, \frac{\partial^3 x}{\partial \tau_1^3}.$$

Per dimostrare che tutta la superficie è contenuta nello S_5 basta provare che vi sono contenuti i due punti derivati di $\frac{\partial^3 x}{\partial \tau_1^3}$ cioè $\frac{\partial^4 x}{\partial \tau_1^4}$ e $\frac{\partial^4 x}{\partial \tau_1^3 \partial \tau_2}$. Sempre dalla (12) (ormai indipendente da τ_2'') ricaviamo subito:

$$\left(\frac{\partial^4 x}{\partial \tau_1^4}, \frac{\partial^3 x}{\partial \tau_1^3}, \frac{\partial^2 x}{\partial \tau_1 \partial \tau_2}, \frac{\partial^2 x}{\partial \tau_1^2}, \frac{\partial x}{\partial \tau_2}, \frac{\partial x}{\partial \tau_1}, x\right) = 0$$

(termine indipendente da τ_2') che è una delle relazioni cercate e poi:

$$\left(\frac{\partial^4 x}{\partial \tau_1^3 \partial \tau_2}, \frac{\partial^3 x}{\partial \tau_1^3}, \frac{\partial^2 x}{\partial \tau_1 \partial \tau_2}, \frac{\partial^2 x}{\partial \tau_1^2}, \frac{\partial x}{\partial \tau_2}, \frac{\partial x}{\partial \tau_1}, x\right) +$$
$$\left(\frac{\partial^4 x}{\partial \tau_1^4}, \frac{\partial^3 x}{\partial \tau_1^2 \partial \tau_2}, \frac{\partial^2 x}{\partial \tau_1 \partial \tau_2}, \frac{\partial^2 x}{\partial \tau_1^2}, \frac{\partial x}{\partial \tau_2}, \frac{\partial x}{\partial \tau_1}, x\right) = 0$$

(coefficiente di τ'_2): se in quest' ultimo termine sostituiamo le espressioni trovate di $\frac{\partial^4 x}{\partial \tau_2^4}$ e di $\frac{\partial^3 x}{\partial \tau_1^2 \partial \tau_2}$ si ha:

$$\left(\frac{\partial^4 x}{\partial \tau_1^3 \partial \tau_2}, \frac{\partial^3 x}{\partial \tau_1^3}, \frac{\partial^2 x}{\partial \tau_1 \partial \tau_2}, \frac{\partial^2 x}{\partial \tau_1^2}, \frac{\partial x}{\partial \tau_2}, \frac{\partial x}{\partial \tau_1}, x\right) = 0$$

che è appunto la seconda delle relazioni cercate.

Rimane così provato in generale che:

Se una superficie contiene ∞^3 *curve quasi-asintotiche* $\gamma_{1,4}$ *essa sta necessariamente in uno* S_5: *e viceversa.*

8. Se ci si pone in S_6 e si cercan le curve di una V_2 che ammettono S_5 osculatori tangenti alla superficie si deve scrivere in luogo della (9) un' equazione-determinante contenente una riga (e una colonna) di più, nella quale figurano τ_2''' e τ_2^{IV}, quest' ultimo col coefficiente $\frac{\partial^2 x}{\partial \tau_1 \partial \tau_2} + \frac{\partial^2 x}{\partial \tau_2^2} \tau_2'$, mentre τ_2''' vi si trova nel termine $\frac{\partial^2 x}{\partial \tau_2^2} \tau_2' \tau_2'''$. Queste quasi asintotiche $\gamma_{1,5}$ sono perciò ∞^4.

Supponiamo, inversamente, che una superficie possegga ∞^4 quasi-asintotiche (quindi ∞^3 per ogni punto): in luogo del determinante detto occorre considerare una matrice e annullarne i determinanti del massimo ordine: si ottengono così più equazioni differenziali per τ_2. Se si scrivono, come nei casi precedenti, le condizioni di coesistenza di queste equazioni (che debbono esser soddisfatte per valori qualsiansi di τ_2, τ_2', τ_2'', τ_2''') e se si annullano in esse i coefficienti di τ_2''' si è condotti alle equazioni espresse simbolicamente da:

$$
(13)\qquad \left| \begin{array}{c}
x \\
\dfrac{\partial x}{\partial \tau_1} \\
\dfrac{\partial x}{\partial \tau_2} \\
\dfrac{\partial^2 x}{\partial \tau_1^2} \\
\dfrac{\partial^2 x}{\partial \tau_1 \partial \tau_2} \\
\dfrac{\partial^2 x}{\partial \tau_2^2} \\
\dfrac{\partial^3 x}{\partial \tau_1^3} + 3 \dfrac{\partial^3 x}{\partial \tau_1^2 \partial \tau_2} \tau_2' + 3 \dfrac{\partial^3 x}{\partial \tau_1 \partial \tau_2^2} (\tau_2')^2 + \dfrac{\partial^3 x}{\partial \tau_2^3} (\tau_2')^3 \\
\left(\begin{array}{c}
\dfrac{\partial^4 x}{\partial \tau_1^4} + 4 \dfrac{\partial^4 x}{\partial \tau_1^3 \partial \tau_2} \tau_2' + 6 \dfrac{\partial^4 x}{\partial \tau_1^2 \partial \tau_2^2} (\tau_2')^2 + 4 \dfrac{\partial^4 x}{\partial \tau_1 \partial \tau_2^3} (\tau_2')^3 + \\
+ \dfrac{\partial^4 x}{\partial \tau_2^4} (\tau_2')^4 + 6 \dfrac{\partial^3 x}{\partial \tau_1^2 \partial \tau_2} \tau_2'' + 12 \dfrac{\partial^3 x}{\partial \tau_1 \partial \tau_2^2} \tau_2' \tau_2'' + \\
+ 6 \dfrac{\partial^3 x}{\partial \tau_2^3} (\tau_2')^2 \tau_2''
\end{array} \right)
\end{array} \right| = 0
$$

Supponiamo che lo spazio 2-tangente (definito dai punti

$x, \dfrac{\partial x}{\partial \tau_1}, \dfrac{\partial x}{\partial \tau_2}, \dfrac{\partial^2 x}{\partial \tau_1^2}, \dfrac{\partial^2 x}{\partial \tau_1 \partial \tau_2}, \dfrac{\partial^2 x}{\partial \tau_2^2}$) sia effettivamente uno S_5: deve esser nullo il coefficiente di τ_2' (cioè i determinanti del massimo ordine della matrice):

$$\left\|\begin{matrix} x \\ \dfrac{\partial x}{\partial \tau_1} \\ \dfrac{\partial x}{\partial \tau_2} \\ \dfrac{\partial^2 x}{\partial \tau_1^2} \\ \dfrac{\partial^2 x}{\partial \tau_1 \partial \tau_2} \\ \dfrac{\partial^2 x}{\partial \tau_2^2} \\ \dfrac{\partial^3 x}{\partial \tau_1^3} + 3\dfrac{\partial^3 x}{\partial \tau_1^2 \partial \tau_2}\tau_2' + 3\dfrac{\partial^3 x}{\partial \tau_1 \partial \tau_2^2}(\tau_2')^2 + \dfrac{\partial^3 x}{\partial \tau_2^3}(\tau_2')^3 \\ \dfrac{\partial^3 x}{\partial \tau_1^2 \partial \tau_2} + 2\dfrac{\partial^3 x}{\partial \tau_1 \partial \tau_2^2}\tau'_2 + \dfrac{\partial^3 x}{\partial \tau_2^3}(\tau'_2)^2 \end{matrix}\right\|$$

qualunque sia τ'_1. Annullando i coefficienti delle diverse potenze di τ'_1 si ottengono relazioni del tipo:

$$\left(\frac{\partial^3 x}{\partial \tau_1^2 \partial \tau_2}, \frac{\partial^3 x}{\partial \tau_1^3}, \frac{\partial^2 x}{\partial \tau_2^2}, \frac{\partial^2 x}{\partial \tau_1 \partial \tau_2}, \frac{\partial^2 x}{\partial \tau_1^2}, \frac{\partial x}{\partial \tau_2}, \frac{\partial x}{\partial \tau_1}, x\right) = 0$$

$$\left(\frac{\partial^3 x}{\partial \tau_1 \partial \tau_2^2}, \frac{\partial^3 x}{\partial \tau_1^3}, \frac{\partial^2 x}{\partial \tau_2^2}, \frac{\partial^2 x}{\partial \tau_1 \partial \tau_2}, \frac{\partial^2 x}{\partial \tau_1^2}, \frac{\partial x}{\partial \tau_2}, \frac{\partial x}{\partial \tau_1}, x\right) = 0$$

$$\left(\frac{\partial^3 x}{\partial \tau_2^3}, \frac{\partial^3 x}{\partial \tau_1^3}, \frac{\partial^2 x}{\partial \tau_2^2}, \frac{\partial^2 x}{\partial \tau_1 \partial \tau_2}, \frac{\partial^2 x}{\partial \tau_1^2}, \frac{\partial x}{\partial \tau_2}, \frac{\partial x}{\partial \tau_1}, x\right) = 0$$

cioè (potendosi sempre fare in modo che il punto $\dfrac{\partial^3 x}{\partial \tau_1^3}$ non appartenga allo S_5 2-tangente, a meno che tutta la superficie vi giaccia) i punti $\dfrac{\partial^3 x}{\partial \tau_1^2 \partial \tau_2}, \dfrac{\partial^3 x}{\partial \tau_1 \partial \tau_2^2}, \dfrac{\partial^3 x}{\partial \tau_2^3}$ sono nello S_6 individuato dallo S_5 2-tangente e da $\dfrac{\partial^3 x}{\partial \tau_1^3}$. Per provare che tutta la superficie vi giace mostreremo che vi appartengono i due punti $\dfrac{\partial^4 x}{\partial \tau_1^4}, \dfrac{\partial^4 x}{\partial \tau_1^3 \partial \tau_2}$.

Riprendiamo allo scopo la relazione (13) che ormai, annullato il coefficiente di τ_2', può scriversi così:

$$\left\| \begin{matrix} x \\ \dfrac{\partial x}{\partial \tau_1} \\ \dfrac{\partial x}{\partial \tau_2} \\ \dfrac{\partial^2 x}{\partial \tau_1^2} \\ \dfrac{\partial^2 x}{\partial \tau_1 \partial \tau_2} \\ \dfrac{\partial^2 x}{\partial \tau_2^2} \\ \dfrac{\partial^3 x}{\partial \tau_1^3} + 3 \dfrac{\partial^3 x}{\partial \tau_1^2 \partial \tau_2} \tau_2' + 3 \dfrac{\partial^3 x}{\partial \tau_1 \partial \tau_2^2} (\tau_2')^2 + \dfrac{\partial^3 x}{\partial \tau_2^3} (\tau_2')^3 \\ \dfrac{\partial^4 x}{\partial \tau_1^4} + 4 \dfrac{\partial^4 x}{\partial \tau_1^3 \partial \tau_2} \tau_2' + 6 \dfrac{\partial^4 x}{\partial \tau_1^2 \partial \tau_2^2} (\tau_2')^2 + 4 \dfrac{\partial^4 x}{\partial \tau_1 \partial \tau_2^3} (\tau_2')^3 + \dfrac{\partial^4 \tau}{\partial \tau_2^4} (\tau_2')^4 \end{matrix} \right\| = 0$$

Questa deve valere indipendentemente da τ_2': basta annullare il termine che ne è indipendente e il coefficiente della prima potenza per ottenere le due relazioni volute:

$$\left(\frac{\partial^4 x}{\partial \tau_1^4}, \frac{\partial^3 x}{\partial \tau_1^3}, \frac{\partial^2 x}{\partial \tau_2^2}, \frac{\partial^2 x}{\partial \tau_1 \partial \tau_2}, \frac{\partial^2 x}{\partial \tau_1^2}, \frac{\partial x}{\partial \tau_2}, \frac{\partial x}{\partial \tau_1}, x \right) = 0$$

$$\left(\frac{\partial^4 x}{\partial \tau_1^3 \partial \tau_2}, \frac{\partial^3 x}{\partial \tau_1^3}, \frac{\partial^2 x}{\partial \tau_2^2}, \frac{\partial^2 x}{\partial \tau_1 \partial \tau_2}, \frac{\partial^2 x}{\partial \tau_1^2}, \frac{\partial x}{\partial \tau_2}, \frac{\partial x}{\partial \tau_1}, x \right) = 0$$

In modo analogo a quello tenuto per S_5 si discuterebbe il caso in cui sulla superficie esiste un sistema coniugato, e si giunge, come in quel caso, al risultato:

Se una superficie possiede ∞^4 curve tali che lo S_5 osculatore ad una di esse in un punto contenga lo S_2 ivi tangente alla superficie, questa sta in uno S_6: e viceversa.

9. Com' è stato detto in principio sopra ogni superficie di S_n esistono ∞^{n-2} curve quasi-asintotiche $\gamma_{1,n-1}$: è molto probabile che (com' è già stato provato per le rigate) detta proprietà possa in generale invertirsi. La tecnica adoperata è sufficiente sia per tale verifica, sia per l' estensione alle varietà: ma non mi pare che l' interesse giustifichi quest' ulteriore ricerca.

Adunanza del 26 Febbraio 1914

PRESIDENZA DEL PROF. SEN. GIOVANNI CELORIA

VICE-PRESIDENTE

Sono presenti i MM. EE.: Celoria, Gabba L. sen., Gobbi, Gorini, Jung, Mangiagalli, Marcacci, Menozzi, Murani, Ratti, Taramelli, Zuccante.

E i SS. CC.: Antony, Arnò, Bordoni-Uffreduzi, Brizi, Carrara, Grassi, Guarnerio, Jona, Lattes A., Martorelli, Pascal C., Porro, Rocca, Somigliana, Volta.

Giustificano la loro assenza, per motivi di salute, i MM. EE. Ceruti, Del Giudice, presidente, Forlanini, Lattes, Sabbadini, Vidari E., Vignoli.

L'adunanza è aperta alle ore 13.45.

Si legge e si approva il verbale della precedente adunanza. Si dà comunicazione delle pubblicazioni pervenute in omaggio all'Istituto. Esse sono, per la Classe di lettere e scienze morali e storiche, le seguenti:

Gurley R. R. What is mental, what physical; the concepts fundamental in the sciences (Qualities, properties, space). New York, 1913.

Zuccante G. Relazione sul concorso al premio del Ministero della P. I. per la didattica e la metodologia dell'insegnamento medio pel 1912. Roma, 1913.

E, per la Classe di scienze matematiche e naturali le seguenti:

Adelung E. An experimental study of poison oak. Chicago, 1913.

Claypole J. On the classification of the streptothices, particularly in their relation to bacteria. New York, 1913.

Fitzgerald J. G. Agglutination of encapsulated bacteria. Berkeley, 1912.

— Relative frequency of B. coli communior in contaminated water. Berkeley, 1912.

GAY F. P. E CLAYPOLE E. J. Induced variations in the agglutin-ability of bacillus typhosus. Chicago, 1913.

GAY F. P. E ROBERTSON B. The antigenic properties of globin caseinate. New York, 1913.

LUCCHINI V. La siderurgia termoelettrica in Italia nell' ultimo decennio. Torino, 1914.

Ministero dei lavori pubblici. Le opere pubbliche in Calabria. Prima relazione sull' applicazione delle leggi speciali dal 30 giugno 1906 al 30 giugno 1913. Bergamo, 1913.

Ministero delle colonie. Commissione per lo studio agrologico della Tripolitania. La Tripolitania settentrionale, Vol. 1 e 2. Roma, 1913.

NOETHER M. Paul Gordan. Leipzig, 1914.

Si passa quindi alle letture.

Il S. C. prof. Alessandro Lattes riassume una sua nota, dal titolo : *La denuncia di nuova opera per iactum lapilli*;.

Il S. C. prof. Carlo Pascal discorre di *un episodio delle guerre di religione in Francia, in alcuni carmi latini contemporanei;*

Il dott. P. A. Okken presenta una comunicazione: *Sur quelques transformations planes birationelles involutives.* La comunicazione era stata approvata dalla Sezione di scienze matematiche;

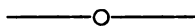
Il prof. Adolfo Viterbi presenta: *Alcune considerazioni su le superfici rigate.* Anche questa nota era stata già precedentemente approvata dalla Sezione di scienze matematiche;

Il dott. Alessandro Visconti fa oggetto di una sua lettura *Il cap. 7 di Guido Imperatore e il diritto ereditario medioevale* (maggio 891). La lettura era stata ammessa dalla Sezione di scienze politiche e giuridiche.

Terminate le letture ed esaurito così l' ordine del giorno, il presidente scioglie l' adunanza alle ore 14.45.

Il Presidente
G. CELORIA

Il Segretario
G. ZUCCANTE

———o———

ALCUNE CONSIDERAZIONI
SU LE SUPERFICIE RIGATE

Nota del prof. ADOLFO VITERBI

(Adunanza del 26 febbraio 1914)

Scopo della presente nota è essenzialmente quello di esporre qualche proposizione e qualche formula, relative a le superficie rigate, che ritengo nuove, per quanto le une e le altre possano, con procedimento diverso da quello da me seguito dedursi anche da altre formule già note (¹). Le considerazioni che saranno qui svolte in proposito si riferiscono a la curvatura geodetica delle traiettorie ortogonali delle generatrici di una superficie rigata.

Inoltre, poichè mi sembra a modestissimo mio avviso, che le formule che ordinariamente si danno nei trattati di Geometria differenziale per studiare la reciproca inclinazione dei piani tangenti ad una superficie rigata in punti di una qualunque generatrice di essa, siano suscettibili di una lieve modificazione che conferisce ad esse un aspetto più generale, esporrò in questa nota anche le formule in parola, quali furono da me modificate, poichè esse permettono, oltre di ritrovare per una via nuova, risultati già noti di ottenere altresì una relazione che pure credo, nella sua forma, nuova. La accennata modificazione consiste in ciò che in luogo di considerare gli angoli dei piani tangenti ad una superficie rigata nei singoli punti di una qualunque generatrice col piano tangente nel *punto centrale* della generatrice

---

(¹) V. ad es. le formule date dal prof. Fais nella sua memoria: « *Sulle Principali Proprietà delle Traiettorie Ortogonali delle Superficie rigate* ». (Mem. dell'Acc. dell'Istit. Bologna, Vol. I della serie 4ª. Bologna 1880, pag. 67-97.

ogni volta considerata, si assumano invece quali piani tangenti di riferimento rispettivamente su le singole generatrici, quelli relativi a i punti, in cui esse sono incontrate da una qualsiasi delle loro traiettorie ortogonali, in generale diversa da la *linea di stringimento* della superficie (dato pure che si tratti di una di quelle particolari rigate tali che le loro generatrici siano incontrate ad angolo retto da la linea di stringimento).

Premetterò una volta per sempre che in questa nota saranno considerate soltanto superfici rigate generali non sviluppabili e non aventi per generatrici rette di lunghezza nulla.

Inoltre le considerazioni che seguono si riferiranno soltanto a superfici tali che gli elementi geometrici di esse, che occorrerà prendere in esame, siano rappresentati tutti da funzioni, in generale finite, delle variabili da cui dipendono ed ammettenti sempre le derivate di qualsiasi ordine, che saranno qui considerate.

1°. Formule intrinsiche fondamentali su le Superficie rigate (1).

Sia una superficie rigata S e si consideri su essa il doppio sistema di coordinate ortogonali, fornito da le lunghezze dei segmenti u delle generatrici sue, contate *a* partire da i punti in cui esse sono incontrate da una generica loro traiettoria ortogonale (scelta ad arbitrio) che diremo T e da la lunghezza v dell' arco di T contata da un suo punto, a sua volta arbitrario.

Riferiti al solito i punti della S ad un sistema qualunque di coordinate cartesiane, ortogonali x, y, z è chiaro che le coordinate cartesiane ortogonali x, y, z, rispetto ad un tale sistema, di un punto corrente M di una generatrice g della S saranno legate a le coordinate u , v (dello stesso M) da le relazioni ben note:

$$(1) \qquad x = x_0 + l\,u \;,\; y = y_0 + m\,u \;,\; z = z_0 + n\,u$$

dove designino:

« x_0, y_0, z_0 le coordinate relative a l' assunto sistema cartesiano, del punto P in cui la g è incontrata da la curva T ».

(1) Le formule che do in questo § sono ottenute, con lievi modificazioni di dettaglio da quelle che furono esposte da *Scheffers* nella sua *Einführung in die Theorie der Flächen* (II volume della « Anwendung der *Differential-und Integral Rechnung auf Geometrie* ». Lipsia, 1902 pag. 216 e seg.

« l, m, n i coseni direttori della (retta) g rispetto a gli assi x, y, z ».

« u (come è chiaro di per sè) la lunghezza del segmento P M ».

Evidentemente x_0, y_0, z_0, l, m, n, saranno funzioni della sola v.

Si designerà in generale con f' la derività, rispetto a v, di una funzione f di tale variabile.

Ciò posto, si considerino la normale principale n_P e la binormale b_N a la T in un generico suo punto, che diremo ancora P: detta inoltre sempre g la generatrice della superficie S passante per P, si consideri pure l'angolo α che in P formano le (direzioni assunte come positive delle) g, n_P. È chiaro che α sarà altresì l'angolo formato da le direzioni delle b_N, N_P, detta N_P la normale a la S in P: ciò si vede immediatamente osservando che le g, n_P, b_N, N_P sono altrettante rette (passanti per P) situate nel piano normale a la T in P.

Dicansi ora rispettivamente ξ, η, ζ gli angoli della direzione n_P con gli assi x, y, z e λ, μ, ν gli angoli della direzione b_N con i medesimi assi. Si ha allora evidentemente:

$$(2) \qquad \begin{cases} \dfrac{\partial x}{\partial u} = l = \cos\xi\cos\alpha + \cos\lambda \operatorname{sen}\alpha \\ \dfrac{\partial y}{\partial u} = m = \cos\eta\cos\alpha + \cos\mu \operatorname{sen}\alpha \\ \dfrac{\partial z}{\partial u} = n = \cos\zeta\cos\alpha + \cos\nu \operatorname{sen}\alpha \end{cases}$$

Detti rispettivamente R, T i raggi di 1ª e 2ª curvatura della linea T in P e posto:

$$\frac{\cos\alpha}{R} = r_P \quad , \quad \alpha' - \frac{1}{T} = \varrho$$

si designino inoltre con X, Y, Z i coseni direttori (relativi rispettivamente a gli assi x, y, z) della normale a la S in un generico punto della g e si designino con X_0, Y_0, Z_0 i valori di X, Y, Z nel punto P. — Si avrà, in virtù delle formule di Frenet-Serret:

$$(3) \qquad \begin{cases} l' = -x'_0\, r_P + \varrho X_0, \\ m' = -y'_0\, r_P + \varrho Y_0, \\ n' = -z'_0\, r_P + \varrho Z_0. \end{cases}$$

Ciò si stabilisce facilmente osservando che:

$$(3')\quad \begin{cases} X_0 = \cos\alpha\cos\lambda - \operatorname{sen}\alpha\cos\xi \\ Y_0 = \cos\alpha\cos\mu - \operatorname{sen}\alpha\cos\eta \\ Z_0 = \cos\alpha\cos\nu - \operatorname{sen}\alpha\cos\zeta. \end{cases}$$

È poi opportuno notare sin da ora come Γ_P altro non sia se non la curvatura geodetica della T nel punto P. —

Per conseguenza da le (1):

$$(4)\quad \begin{cases} \dfrac{\partial x}{\partial v} = x'_0 (1 - \Gamma_P u) + \varrho u X_0, \\ \dfrac{\partial y}{\partial v} = y'_0 (1 - \Gamma_P u) + \varrho u Y_0, \\ \dfrac{\partial z}{\partial v} = z'_0 (1 - \Gamma_P u) + \varrho u Z_0. \end{cases}$$

Da le (1), (4) segue immediatamente che la prima forma differenziale fondamentale quadratica della S (designando con $d\,s$ l'elemento lineare di questa) si potrà scrivere così:

$$(5)\qquad d s^2 = d u^2 + \{ (1 - \Gamma_P u)^2 + \varrho^2 u^2 \} d v^2 ,$$

in guisa che, in base a le notazioni generalmente adottate, sarà su la S, riferita a l'accennato sistema di coordinate u, v:

$$(5')\qquad E = 1 \quad , \quad F = 0 \quad , \quad G = (1 - \Gamma_P u)^2 + \varrho^2 u^2 . -$$

È chiaro che, per giungere a le (5), (5'), non fu fatto altro se non riferire la S ad un doppio sistema di coordinate fornito da una famiglia di geodetiche (le generatrici, su ciascuna delle quali è costante il parametro v) e da le loro traiettorie ortogonali, mentre quale coordinata u (costante su queste ultime linee) fu scelta la stessa lunghezza del tratto di ogni singola geodetica (generatrice) contata a partire dal punto di incontro con la traiettoria ortogonale T.

Una ovvia applicazione di una formula notissima [1] fornisce allora per la curvatura totale K della S (calcolata in un punto generico di coordinate u, v) la espressione già pure nota: [2]

$$(6)\qquad K = - \frac{\varrho^2}{\{ (1 - \Gamma_P u)^2 + \varrho^2 u^2 \}^2} . -$$

---

[1] v. ad es. BIANCHI, *Lezioni di Geometria Differenziale*. I vol. della 2ª edizione pag., 193, formula (13). Pisa, 1902.

[2] v. ad. es. SCHEFFERS, *loc. cit.*, pag. 219, formula (9).

Nei singoli punti della curva T la (6) si riduce evidentemente a la:

$$(6') \qquad K = -\varrho^2 ,$$

cioè:

« *La curvatura totale* K *della superficie* S *uguaglia in* « *ciascun punto della* T *(in valore assoluto) il quadrato del* « *corrispondente valore dell'elemento designato con* ϱ, *mentre* « *è naturalmente (cosa pure ben nota) negativa* (ed ha perciò segno opposto a quello di tale quadrato).

Detta pertanto K_0 (funzione della sola v) la curvatura totale della superficie S nel punto (variabile) P di T, si che pure Γ_P designi corrispondentemente una funzione di v si potrà dare a la (6) la forma:

$$(6'') \qquad K = \frac{K_0}{\{(1 - \Gamma_P u)^2 - K_0 u^2\}^2} . —$$

Da la (6″) è facile dedurre che:

« 1°. *Se la curvatura totale di una superficie rigata è* $=0$ *in un punto qualunque* P *(della superficie) essa assumerà lo stesso valore zero in tutti i punti della generatrice (della superficie) passante per* P ».

« 2°. *Se la curvatura totale di una superficie rigata è* $=0$ *in tutti i punti di una qualunque traiettoria ortogonale delle generatrici, la superficie è una (rigata) sviluppabile.*

2°. Curvatura geodetica delle Traiettorie ortogonali delle Generatrici.

Le traiettorie ortogonali delle generatrici della considerata superficie (rigata) S, sono, come è ben noto, le linee: $u =$ cost. Risulta perciò subito da la terza delle (5') che se si considera come fu fatto nel § 1°, una qualunque generatrice g della superficie col suo punto P, in cui essa è incontrata da la traiettoria ortogonale T delle generatrici che fu assunta come origine, da la quale si contano le lunghezze; la curvatura geodetica Γ di una qualunque altra traiettoria ortogonale T_1, calcolata nel punto Q, in cui essa incontra la g, sarà, in virtù di una formula notissima [1] e della (6'), data da:

$$(7) \qquad \Gamma = \frac{\Gamma_P (1 - \Gamma_P u) + K_0 u}{(1 - \Gamma_P u)^2 - K_0 u^2} . —$$

---

[1] v. ad es. BIANCHI, *loc. cit.*, pag., 181, formula (1).

Nella (7) u rappresenterà, ben si intende, la lunghezza del segmento rettilineo P Q.

Su la g si troverà evidentemente il punto (che diremo P') che si definisce, *centro di curvatura geodetica della* T, *relativamente al punto* P. Sarà pertanto: $\frac{1}{\Gamma_P}$ la lunghezza del segmento rettilineo P P'.

Detta T' la traiettoria ortogonale delle generatrici, che possa per P', e Γ_P, la sua curvatura geodetica, relativa a P', sarà, in virtù della (7):

$$(8) \qquad \Gamma_{P'} = -\Gamma_P \quad . -$$

La (8) permette pertanto di affermare che:

« *Se si considerano due traiettorie ortogonali* T , T' *delle generatrici di una superficie rigata* S, *tali che l'una di esse ad es. la* T' *incontri una qualunque generatrice* g *in un punto* P' *che sia il centro di currvatura geodetica dell' altra* (*la* T) *nel punto* P *in cui essa incontra la stessa* g, *le dette linee* T , T' *avranno rispettivamente in* P , P' *curvatura geodetica uguale in valore assoluto e di segno opposto. Ne consegue senz' altro essere a sua volta* P *il centro di curvatura geodetica della linea* T', *relativo al punto* P'.

Si è sin qui implicitamente sottinteso di considerare traiettorie ortogonali delle generatrici della S tali che, in generale, sia la loro curvatura geodetica diversa da zero, prescindendo cioè da la *linea di stringimento* della superficie in parola, linea, che, come è ben noto, è fra quelle tracciate su una superficie rigata, la sola che possa al tempo stesso incontrare ad angolo retto le generatrici ed essere geodetica e non può anzi godere dell' una di queste due proprietà, senza godere contemporaneamente anche dell' altra [1].

Se però si osserva che da la (7) risulta che pare, ove fosse:

$$\lim_{u=\pm\infty} \Gamma = 0$$

si vede subito come il teorema testè stabilito comprenda come caso particolare, anche quello, in cui fosse la T *la linea stringimento della* S. Ciò, ben si intende, qualora fosse la S stessa una di quelle speciali superfici rigate su le quali la linea di stringimento taglia ad angolo retto le generatrici.

[1] v. ad es. Bianchi, *loc. cit.*, pag. 257.

Si badi inoltre che da la (7) risulta che, detta appunto Γ_P la curvatura geodetica della traiettoria ortogonale Γ_P delle generatrici nel punto, in cui essa incontra una qualunque generatrice g, vi sarà sempre una seconda traiettoria ortogonale la quale avrà, nel punto in cui incontra la g la curvatura geodetica uguale (in valore e segno) o Γ_P. Possiamo pertanto affermare che:

« *Se si considerano due traiettorie ortogonali* T, T_1 *delle generatrici della* S, *le quali incontrino la* g *rispettivamente in due punti* P, P_1 *in cui abbiano la medesima curvatura geodetica* Γ_P, *la lunghezza del segmento di* g, P P_1 *è* = *a quella del segmento* P′ P_1', *detti* P′, P_1' *i punti della stessa* g *nei quali la curvatura geodetica delle due traiettorie ortogonali che passano per essi sia* $= -\Gamma_P$, *intendendo che* P′, P'_1 *siano (a norma del precedente teorema) i centri di curvatura geodetica rispettivamente delle* T, T_1 *relativi a i punti* P, P_1.

Da le (6″), (7), (8), detto $\bar{K}_0$ il valore che la curvatura totale della S assume nel punto P′ ed intendendo che K_0 designi ora lo speciale valore che la curvatura totale della S assume nel punto P, considerato insieme con P′, nei due precedenti teoremi, avremo senz' altro:

$$K_0 \bar{K}_0 = \Gamma_P^4 \ . -$$

Possiamo pertanto enunciare la seguente proposizione:

« *Si consideri una generatrice* g *della superficie rigata* S, *tale che ne' suoi punti sia la curvatura totale della stessa* S *diversa da zero. Siano inoltre* P, P′ *due punti della retta* g *soggetti a la unica limitazione che la traiettoria ortogonale delle generatrici che passa per ognuno di essi abbia il proprio centro di curvatura geodetica, relativo a questo, nell'altro dei due punti in parola. Allora il quadrato del comune valore che la curvatura geodetica di ognuna di tali traiettorie ortogonali assume nel rispettivo punto di incontro con la* g *(della traiettoria) è medio proporzionale fra i due valori che in* P, P′ *assume la curvatura totale della* S [1].

---

[1] Poichè, cosa pure ben nota, su una superficie rigata, torsione delle assintotiche e torsione geodetica delle traiettorie ortogonali delle generatrici, hanno in ciascun punto la medesima grandezza (assoluta), si può, ricordando il teorema di Enneper modificare l'enunciato della proposizione ora esposta dicendo che la comune grandezza delle curvature geodetiche delle considerate traiettorie ortogonali (delle generatrici) nei punti P, P′ in discorso è media proporzionale (a prescindere dal segno), fra i corrispondenti valori delle torsioni geodetiche delle due linee.

Quest' ultimo teorema è, a quanto so, nuovo. Dei due precedenti il secondo è in sostanza un corollario del primo il quale sarebbe a sua volta, considerato per sè stesso, nuovo, ma può per altro dedursi come diretta conseguenza, di un teorema già noto del quale si tratterà nel § seguente.

3°. Distribuzione dei piani tangenti ad una Superficie rigata nei punti di una sua generatrice.

Procediamo ora, mantenendo le notazioni precedentemente introdotte, col medesimo significato ad esse attribuito sin qui, a stabilire le espressioni dei coseni direttori X, Y, Z della normale a la S in un generico punto della generatrice g, scelta, come nel § precedente, ad arbitrio.

Applicando formule elementari notissime [1], avremo, in virtù delle (2) (3) (3′), (4) le seguenti formule, in sostanza, pure note [2]:

$$(9)\quad \begin{cases} X = \dfrac{1}{\sqrt{G}} \begin{vmatrix} \cos\eta\cos\alpha + \cos\mu \operatorname{sen}\alpha\,, & y'_0(1-\Gamma_P u) + \varrho u Y_0 \\ \cos\zeta\cos\alpha + \cos\nu \operatorname{sen}\alpha\,, & z'_0(1-\Gamma_P u) + \varrho u Z_0 \end{vmatrix} = -\dfrac{(1-\Gamma_P u)X_0 - \varrho u x'_0}{\sqrt{(1-\Gamma_P u)^2 + \varrho^2 u^2}} \\ \text{e così:}\quad Y = -\dfrac{(1-\Gamma_P u)Y_0 - \varrho u y'_0}{\sqrt{(1-\Gamma_P u)^2+\varrho^2 u^2}}\,, \qquad Z = -\dfrac{(1-\Gamma_P u)Z_0 - \varrho u z'_0}{\sqrt{(1-\Gamma_P u)^2+\varrho^2 u^2}}\,. - \end{cases}$$

In queste formule, ben si intende, u rappresenta la lunghezza del segmento della retta g compreso fra il punto P, a cui si riferiscono Γ_P, ϱ, α, X_0, Y_0, Z_0, x_0, y_0, z'_0 ed il punto *corrente* della stessa g a cui si riferiscono i valori di X, Y, Z offerti da le (9).

Detto ora Ω l' angolo formato dal piano tangente a la S in un tale punto corrente (della g) col piano tangente (a la S, nel punto P avremo, in virtù delle (3′), (9):

$$(10)\qquad \cos\Omega = -\frac{1-\Gamma_P u}{\sqrt{(1-\Gamma_P u)^2 + \varrho^2 u^2}}\,, \quad \operatorname{tg}\Omega = \frac{\varrho u}{1-\Gamma_P u}\,. -$$

Di qui, in virtù delle (5), (6) sempre attribuendo a i radi-

---

[1] v. ad es. BIANCHI, *loc. cit.*, pag. 133, formula (1).

[2] v. ad es. SCHEFFERS, *loc. cit.*, pag. 222, formula (15) la quale presenta però qualche differenza da le formule date qui.

cali segni opportuni:

$$\text{sen}\,\Omega = u\sqrt{-KG} = u\sqrt{\frac{-K_0}{G}}\,. -$$

Quest' ultima relazione, a quanto so, nuova, la quale fornisce una espressione dell' angolo Ω in funzione di elementi intrinseci, fondamentali della superficie permette di ricavare per nuova via una formula data dal prof. Fais nella sua memoria citata [1]. Essa fornisce al pari della citata formula di Fais, senz' altro, una dimostrazione nuova della ben nota proposizione: [2].

« *Le sole superficie rigate tali da avere in tutti i punti di ognuna delle loro generatrici un medesimo piano tangente sono le rigate sviluppabili per le quali tale fatto si verifica sempre:* »

Da le (10) si deduce pure subito che:

$$\Omega = \pm \frac{\pi}{2}$$

solo quando: $u = \dfrac{1}{r_P}$. — Vale a dire:

« *Il punto di ogni generatrice* g *di una superficie rigata* S *tale che il piano tangente in esso a la* S *sia perpendicolare al piano tangente a la superficie stessa in un altro punto qualsiasi* P *della* g *medesima, è il centro di curvatura geodetica, relativo a* P, *della traiettoria ortogonale delle generatrici passante per il detto punto* P ».

È poi quasi superfluo porre in rilievo come tale teorema cesserebbe di sussistere quando fosse: $\varrho = 0$, cioè quando si trattasse di una di quelle generatrici tali che fosse in ognuno dei loro punti nulla la curvatura totale della superficie.

Il teorema in parola fu già stabilito, sotto altra forma ed in altro modo da Darboux [3]: da esso si può evidentemente dedurre la prima delle tre proposizioni stabilite nel § precedente.

---

[1] pag. 77, formula 7.

[2] v. ad es. EISENHART, *Differential Geometry*, pag. 245.

[3] v. ad es. DARBOUX, *Leçons sur la Theorie generale der Surfaces troisieme partie*, pag. 117 Paris, 1894. Lo stesso teorema fu poi ritrovato per altra via dal dott. Gattorno nella sua memoria. Sulle due Curve luoghi dei centri di curvatura normale di una linea tracciata su una superficie, vol. 37° (6° della II serie) del Giorn. Battaglini. Napoli, 1899, pag. 41-61.

Se la S è tale che la sua linea di stringimento sia traiettoria ortogonale delle generatrici, nella quale ipotesi. come si è ricordato nel § 2, la sua curvatura geodetica è nulla, una evidente applicazione delle (10) al caso, in cui : $\Gamma_P = 0$, mostrerebbe costituire il ben noto teorema (1) :

« *Il piano tangente ad una superficie rigata nel punto centrale di una sua generatrice* g *è ortogonale al piano tangente a la superficie nel punto a l'infinito della stessa* g ». Un caso particolare di quello più sopra enunciato.

In qualunque ipotesi poi, come è ben noto, la distanza u_0 del punto centrale della generatrice g a cui si riferiscono le formule che precedono dal punto di essa che fu designato con P è data da (2) :

$$u_0 = \frac{\Gamma_P}{\Gamma_P^2 + \varrho^2} \ . -$$

Ne consegue che l'angolo Ω_0 formato dal piano tangente a la rigata in discorso nel punto centrale della generatrice g col piano tangente (a la superficie) nel punto P sarà offerto da la relazione :

$$\operatorname{tg} \Omega_0 = \frac{\Gamma_P}{\varrho} \, ,$$

la quale infatti si deduce subito da la seconda delle (10). Da la ottenuta espressione di tg Ω_0 e da la seconda delle (10) si deduce subito la formula ben nota (3) :

$$\operatorname{tg}(\Omega - \Omega_0) = \frac{u - u_0}{\varrho} (\Gamma_P^2 + \varrho^2)$$

che è ordinariamente usata, nei trattati di Geometria differenziale per studiare la distribuzione dei piani tangenti ad una superficie rigata nei punti di una generatrice di questa. Tale distribuzione si può però ugualmente studiare mercè le (10), che, salvo differenze formali, si riconducono a formule date dal Fais (4).

---

(1) v. ad es. SCHEFFERS, *lot. cit.*, pag. 223.

(2) v. ad es. SCHEFFERS, *loc. cit.*, pag. 220.

(3) v. ad es. SCHEFFERS, *loc. cit.*, pag. 223.

(4) *Loc. cit.*, pag. 75.

IL CAP. 7 DI GUIDO IMPERATORE
E IL DIRITTO EREDITARIO MEDIOEVALE

Nota del dott. ALESSANDRO VISCONTI

(Adunanza del 26 febbraio 1914)

I°

Mentre sto attendendo ad uno studio dedicato alle condizioni del diritto e della giurisprudenza durante quel fortunoso periodo storico che va dalla deposizione dell'ultimo dei Carolingi, alla restaurazione dell'Impero con Ottone 1° (1), mi accadde di dover prendere in esame le poche disposizioni di diritto privato contenute nella scarna legislazione dei Re d'Italia e in modo particolare di fermare l'attenzione sopra una disposizione di Guido, racchiusa nel capitolare del maggio 891, al punto da farne subito oggetto di questa breve nota. Si tratta d'una questione di diritto ereditario che, a quanto a me consta, non sembra sia stata presa in considerazione dagli storici.

Non ne trovo infatti menzione nel Ciccaglione, nè nel Diritto privato dello Schupfer, nè nel *Testamento del Marito* del Tamassia; ma neppure il Brunner, nè il Ficker, nè l'Heusler, nè lo Schröder (2) ne fan parola. Tutti si limitano al c. 14 di

(1) Cfr. a questo proposito SOLMI, *Stato e Chiesa secondo gli scritti politici da Carlomagno fino al concordato di Worms*, Modena 1901. PIVANO, *Stato e Chiesa da Berengario I ad Arduino*, Torino 1908. VILLARI, *L'Italia da Carlomagno alla morte di Arrigo VII*, Milano 1910 pag. 53 e segg.

(2) CICCAGLIONE, *Successione* in digesto Ital. p. 296; SCHUPFER, *Il diritto privato dei popoli germanici*, Roma 1909, Vol. II; FICKER, *Untersuchungen zur Erbenfolge der Ostgerm Rechte*, Voll. I-VI; HEUSLER, *Institutionen des deutschen Privatrechts*, Vol. II, Leipzig 1885; SCHRÖDER, *Lehrbuch der Deutschen R. Gesch.* Leipzig 1907; PERTILE, *Storia del diritto Italiano*, Vol. IV pag. 49 e segg. E sopratutto, TAMASSIA, *Il testamento del marito*, Bologna 1905.

Aistolfo, senza occuparsi del c. 7 di Guido, che in sostanza dipende da quello e ne è, direi quasi, una fattispecie.

Citiamo subito il testo oggetto della nostra disamina:

Volumus praeterea atque sanctimus, ut si quilibet homo legitimae uxori suae, dum vixerit, res suas per scriptum ad usumfructum dederit et filios duos ant plures habuerit et unus ex ipsis, vel duo, mortui fueriunt et filios vel filias reliquerint, aequaliter ipsas res, quas usufructuario praedicta uxor habuerit, filii defuncti cum patruis suis sicut caeteram haereditatem, ita ipsum usufructuarium dividant.

Il testo si trova subito dopo un capitolo che tratta delle carte e documenti notarili e prima di una legge che concede alle donne di permutare, come potevano, già per altre leggi anteriori, vendere e donare. È quindi una disposizione isolata che, dato il carattere frammentario della legislazione di Guido, fu certamente suggerita all'Imperatore da una grave e urgente necessità. La scarsezza, in questo periodo storico, di norme di diritto privato è una prova lampante della vitalità manifestata dalla consuetudine; ma appunto perchè la consuetudine poteva dar luogo a incertezze, disformità di giudicati o sanzionare abusi, occorreva, specialmente in materia di diritto patrimoniale ed ereditario, reprimere subito l'eventualità che si formasse una *non buona consuetudo*.

È noto come nel mondo germanico il concetto del diritto di rappresentazione si sia fatto strada a fatica (1); di qui una quantità di limitazioni al principio della completa rappresentazione nel regime dei diritti popolari, genuina espressione della ostilità germanica a questo particolare istituto, ostilità che trova la sua caratteristica manifestazione, nel modo celebre e curioso con cui Ottone I nei suoi paesi — quando ancora non era Imperatore — risolse la controversia giuridica tra i fautori e i contrari alla rappresentazione dei nipoti *ex filio* nell'eredità degli avi (2).

---

(1) CICCAGLIONE, *Successione*, cit. p. 296.

(2) SCHUPFER, *Il diritto privato dei popoli germanici*. Vol. II p. 144 È interessante riportare il passo del cronista Widurkindo che narra la celebre questione (PERTZ, *Scriptores*, III, 440) lib. I, 10. *De legum quoque varietate facta est contentio, fuerunt qui dicerent quia filii filiorum non debent cumputari inter filios hereditatemque legitime cum filiis sortiri si forte patres eorum obissent, avis superstitibus. Unde exit edictum a Rege (a. 942) ut universalis populi conventio fieret apud villam quae dicitur Stela, factumque est ut causa inter arbitros iudica-*

La questione, regolata da Guido, deve essersi assai di frequente presentata nella pratica quotidiana e, date le norme precedenti in materia di rappresentazione, la risoluzione del problema sarà stata diversa secondo le diverse tendenze delle varie corti di giustizia; si potrebbe anzi argomentare che, presentandosi a un giudice di razza e costumi germanici un caso analogo a quello disciplinato dalla nostra legge, egli tendesse a risolverlo negando la rappresentazione dei nipoti, sia per il carattere della legislazione precedente, che limita le sue norme a casi speciali, i quali ben difficilmente si prestano a interpretazioni estensive (sempre per la ostilità del diritto germanico alla rappresentazione); sia pel modo stesso con cui è formulato il c. 7 di Guido che par proprio opporsi a una consuetudine contraria (1).

Ancora una osservazione in ordine a questa legge: e cioè che, reclamata dalla imperiosa necessità di provvedere al vitto dei nipoti superstiti, essa indica sufficientemente che le condizioni economiche generali non sono già quali le dipinge l'opinione dominante: non tutta la ricchezza è nelle mani dei feudatari e dei chierici, ma, essendo certo questa norma dettata per una grande maggioranza, dobbiamo ritenere che anche alla fine del IX secolo, vi deve esser stata una non indifferente quantità di liberi possidenti e nelle città e forse anche in campagna. Si ha così un'altra prova, anche a traverso l'aridità di una disposizione di diritto ereditario (ciò è significativo), di quanto ebbe tempo fa ad ammettere il Checchini a proposito dell'origine dei comuni rurali, che non è assolutamente vero che proprio tutti i minori possidenti siano stati asserviti ai più potenti in una condizione di dipendenza, ma doveva sussistere anche una classe di possidenti piuttosto numerosa e tale da avere una certa consistenza nell'ambiente sociale (2).

---

retur, debere examinari. Rex autem, meliori cunsilio usus, noluit viros nobiles ac senes populi inhoneste tractari, sed magis rem inter gladiatores discerni iussit. Vicit igitur pars qui filios filiorum computabat inter filios et firmatum est ut aequaliter cum patruis hereditatem dividerent pacto sempiterno.

(1) Non occorre ripetere come questo momento storico segni il prevalere della consuetudine sulle fonti scritte. BRANDILEONE, *Studi preliminari sullo svolgimento storico dei rapp. patrim. fra coniugi.* Arch. Giur. N. Ser. Vol. 8 (1901) p. 268.

(2) CHECCHINI, *Comuni rurali padovani.* Nuovo Arch. Veneto, 1909 p. 136, 139, 140. Contro il CAGGESE, *Classi e comuni rurali nel Medio Evo Italiano,* 1907, pag. 73-74, il quale invece sostiene che i piccoli

II°

L'esame dogmatico del testo di Guido si ricollega al diritto ereditario longobardo. Non ripetiamo qui le disamine e le dispute degli autori circa i principî che regolano l'ereditarietà nel diritto germanico e langobardo in ispecie. Noi sappiamo come, in misura limitata, ben presto il diritto di rappresentazione dei nipoti si sia fatto strada presso i Visigoti, i Burgundi, e i Langobardi (1).

Grimoaldo al c. 5 riconosce la rappresentazione dei nipoti *quia inhumanum et impium nobis videtur ut pro tali causa exhaereditentur filii ab haereditatem patris sui pro eo quod pater eorum in sinu avi mortuus est; sed ex omnibus ut supra aequalem cum patruis suis in locum patris post mortem avi percipiant portionem.*

Stabilito il principio, gli altri legislatori vi apportarono modificazioni dirette sempre a rendere l'istituto più perfetto. Veniamo così al c. 14 di Aistolfo: *Si quis Langobardus decidens uxori suae usumfructum de rebus suis iudicare voluerit et filius vel filias ex ea reliquerit, non amplius ei pro usumfructum iudicare possit quam medietatem ex sua substantia super illut, quod ei in morgincap et metam secundum legem datam fuerit* (2).

Il testo prosegue con altre disposizioni che non ci riguardano direttamente. Evidentemente questo capitolo richiedeva la dilucidazione portata da Guido, la cui legge è proprio la conseguenza diretta del c. 14 Aistolfo e il suo completamento.

---

proprietari liberi furono come inghiottiti da una immane voragine aperta sotto i loro piedi. Cfr. anche le riserve del SOLMI a questa teoria che egli però in massima non nega in Riv. Ital. di Sociologia 1911, fasc. 6 p. 12 e segg. dell'estratto.

(1) SCHRÖDER, *Lehrbuch der deutschen R. Gesch*, Leipzig 1907 (V edizione) p. 341. CICCAGLIONE, *Op. cit.*, p. 296.

(2) Analoga disposizione abbiamo nella lex Baiuwariorum (XV. 7) Vidua quae post mortem mariti sui in viduitate permanet, aequalem inter filios suos id est qualem unus et filiis usufructuario habeat portionem, usque ad tempus vitae suae usufructuario iure possideat. Cfr. HEUSLER, *Institutionen*, II pag. 342-343. Il TAMASSIA fece oggetto di un geniale e dotto studio questo capitolo di Aistolfo le cui influenze romanistiche, già messe in luce dal Del Giudice, sono largamente studiate con un grande corredo e sussidio di documenti (*Il testamento del marito, cit.*, p. 60 e segg.)

La legge di Guido è un'applicazione del diritto di rappresentazione dei nipoti nel caso che l'ava sia rimasta vedova e usufruttuaria dei beni del marito. Generalmente la vedova nell'antico diritto permaneva nel godimento comune dei beni insieme coi figli; era un caso eccezionale che la madre venisse esclusa da questa comunione, nella quale ipotesi i figli in diritto germanico dovevano costituirle una rendita (1) e nella tarda legislazione langobarda noi vediamo che buona condizione le è fatta. La comunione domestica è frequente nel M. E., anzi è, si può dire, la regola e i documenti di divisione che incontriamo durante tutto l'alto M. E. sono una prova indiretta della frequenza di tali comunioni. Spesso in queste divisioni intervengono zii e nipoti perchè le comunioni durano parecchi anni e i condomini originari lasciano il posto agli eredi, i quali alla lor volta rimangono in comunione fin quando non intervenga una circostanza domestica che costringa i condomini a rinunciare alla comunione medesima (2).

A volte assistiamo a negozi giuridici compiuti da comunisti che compaiono tutti insieme come contraenti da un lato, mentre dall'altro v'è una parte sola o un monastero o una chiesa (3).

---

(1) HEUSLER, *Op. cit.*, II 302, 343. SCHRÖDER, *Lehrbuch cit.* p. 334 e 339. Ma si tengano presenti sopratutto le savie parole del TAMASSIA che la famiglia si stringe attorno alla vedova, quasi rappresentante di chi non è più. Sorge un vero condominio famigliare, una comunione di beni tra figli e madre; ed i primi non diventano eredi, se non dopo la morte della madre, e se questa non avrà ragione di diseredarli. Ricordiamo questa figura della proprietà familiare che rivedremo riapparire per uno svolgimento spontaneo e parallelo, nel diritto consuetudinario greco-romano, consacrato dall'Ecloga isaurica del 740.

S'intende che l'usufrutto generale spettante alla madre è anche nell'interesse dei figli: così il centro di gravità della famiglia, secondo le nostre tradizioni italiane, delle quali anche oggi dobbiamo essere alteri, poggia sulla tenerezza e sulla vigilanza del cuore materno quando scompare il padre. (*Il testamento del marito cit.* p. 34). Cfr. pel diritto Bizantino SICILIANO VILLANUEVA, *Diritto bizantino*, Milano 906 p. 26 e n. 6.

(2) FUMAGALLI, *Il diritto di fraterna*, Torino 1912 pp. 50 e segg. cfr. anche LEICHT, *Ricerche sul diritto privato nei documenti preirneriani* Bullettino Senese di Storia patria 1913 II p. 186, 187. Padre e figli maggiori di età vivevano sotto lo stesso tetto, ciò data la completa personalità del figlio, deve condurre il regime giuridico della famiglia verso la comunione.

(3) *Codex Diplom* Laudense Vol. II doc. 47 anno 1090. Sett. 21, Benedetto, Giovanni e Pietro, zio e nipoti donano alla Chiesa di Rivolta alcune terre. Mon. *Hist Patriae* Serie II T. XXI. Codex

A volte infine può essere lo stesso testatore che manifesta la sua volontà, sopratutto se vi son figlie non ancora maritate, perchè la famiglia si mantenga dopo la sua morte ancora unita: *Filias vero meas nomine Hadelberga et Ragirenda volo ut vivat insimul cum filiis meis usque ad maritum ambolaverint* etc. (1).

Ritornando ora alle nostre leggi, Aistolfo stabilisce che se il marito voleva dare in usufrutto alla moglie il suo patrimonio non poteva assegnargliene una quota maggiore della metà del patrimonio stesso, nel caso di esistenza di figli, *super illud quod ei in morgincap et metam secundum legem datum fuerit.*

Il re langobardo in sostanza si preoccupa della condizione dei figli più che della vedova. Egli vede che la tendenza del marito nel suo testamento è di lasciare la vedova usufruttuaria generale. Ma se avviene che la comunione si sciolga, che cosa rimarrà ai figli proprietari idealmente della nuda proprietà mentre l' usufrutto spetta tutto alla madre per testamento? Aistolfo allora limitò per legge l' usufrutto materno alla metà.

La questione si deve esser subito presentata quando fossero morti uno o più figli e fossero rimasti dei nipoti (figli dei figli). Si comprende come, col prevalere dei criteri germanici contrari alla rappresentazione, la giurisprudenza tendesse a limitarsi alle disposizioni tassative di legge senza estenderne l' interpretazione ai casi analoghi. Erano queste massime *stricti iuris* per dire con una frase romanistica. Da qui scaturiva la conseguenza che i nipoti, durante il periodo in cui l' ava era in vita, venivano privati dell' usufrutto paterno non essendovi per loro alcun diritto di rappresentazione nell' usufrutto stesso.

E qui mi si conceda osservare che tutto quanto io ho fin qui detto non è per nulla in contraddizione con ciò che è la tesi fondamentale del Tamassia nel suo libro *Il testamento del*

---

diplom. Cremonensis 1006 Giovanni presbiter vende alcune terre a Benedetto e Andrea suoi fratelli e a Pietro e Benedetto suoi nipoti. Qui si assiste a un caso in cui la comunione perdura fra i nipoti e due fratelli, mentre il terzo, cioè il venditore, appare, probabilmente da tempo, fuori della comunione *per separatam oeconomiam*. Difatti questo Giovanni era prete dell'ordine di S. Lorenzo nella Pieve di Giovenalta. Cfr. STOBBE, *Beiträge zur Geschichte des Deutschen Rechts* Leipzig 1865 pp. 19-20 sulla emancipaz. per separata economia.

(1) Mon. Hist. Patr. *Codex Langol. diplom.* col 306 doc. 181 anno 853 Gennaio; cfr. SCHUPFER, *Diritto ereditario cit.* p. 239. TAMASSIA, *Op. cit.* p. 83.

marito. Egli in sostanza vuol dimostrare, e vi riesce egregiamente, che l'organizzazione romana della famiglia, penetra anche nel rigido ambiente famigliare germanico. « Nonostante i vincoli del mundio, son sue parole, la perpetua pupilla che è la donna tedesca, vien tramutata quasi nell'altera *domina* romana » (1). E su questo non v'è dubbio: le testimonianze dei documenti sono assolute. Ma la vita germanica ha molteplici lati, infiniti rapporti e se in un punto l'infiltrazione romana è facile, in un altro s'arresta o incontra maggiori difficoltà. Un esempio tipico è certamente questo della rappresentazione dei nipoti.

Il *casus* della legge di Guido pare, in sostanza, sia questo: Un tale lascia usufruttuaria la moglie dei suoi averi. È un caso comune nel medio evo: lo ha dimostrato il Tamassia con tanti esempi di documenti del nord e del sud d'Italia. Si intende che in tal modo la madre diventa *domna et domina* in quanto i figli, vivendo in casa, fan parte della comunione domestica. Ma *quid iuris* pei nipoti *ex filio* quando cioè morto uno dei figli rimangono superstiti i figli dei figli? Essi, per essere eredi della nuda proprietà, sarebbero restati esclusi di fatto dalla comunione domestica. Il legislatore allora, per ragioni evidenti di umanità, avrebbe ammesso i nipoti a godere la parte di usufrutto che avrebbe goduto il padre se fosse rimasto in vita.

Un'altra questione che sorge intorno al capitolo di Guido riguarda la quantità di usufrutto lasciata dal marito alla moglie. La legge dice: *si quilibet homo legitimae uxori suae dum vixerit, res suas per scriptum ad usumfructum dederit.* Il *liber papiensis* richiama a questo proposito la legge 14 di Aistolfo: *si quis liber Langobardus per legem Aistulfi.* Nel Commento alla legge d'Aistolfo lo stesso libro richiama il capitolo di Guido con le parole; *Legem istam memoriae reducit Widonis capitulum quod est: « Volumus praeterea ».*

Nonostanti i richiami del lib. Papiensis, potrebbe sembrare che fra questi due testi vi debba essere un'antinomia in quanto il cap. di Aistolfo limita la concessione dell'usufrutto per la moglie alla sola metà delle sostanze; mentre pare che Guido col termine generico *res suas* abbia derogato alla disposizione di Aistolfo.

Sembra però che da tutto il contesto del capitolo di Guido si debba escludere questa interpretazione; perchè si vede che

(1) TAMASSIA, *Op. cit.* p. 63.

implicitamente i figli sono ammessi al godimento della loro parte d'usufrutto; e lo scopo di Guido era quello di chiarire la posizione dei nipoti *ex filio* e non di fermarsi ancora a ribadire quanto già aveva chiaramente disposto Aistolfo.

A favore dell'interpretazione, che cioè Guido non abbia affatto derogato alla legge del re langobardo, sta il commento del *Liber papiensis* il quale si limita a far dei semplici richiami ai due testi senza rilevare l'antinomia, ma anzi ritenendo l'uno il completamento dell'altro.

I due testi si conciliano perfettamente. Aistolfo al c. 14 restringe l'usufrutto alla metà della sostanza del marito: cioè, come scrive il Tamassia, Aistolfo viene a dirci che qualche ottimo marito langobardo lasciava l'usufrutto dell'aver suo, anche avendo figli, alla moglie (1). Ma la limitazione di Aistolfo ha valore nel caso in cui si sciolga il condominio famigliare, in quanto alla vedova rimane sempre la libera disposizione di metà dell'usufrutto. Però se la comunione domestica perdura, la madre, di fatto, ha il governo della casa e del patrimonio lasciato dal marito. Per conseguenza quando Guido promulgò la sua legge si preoccupò della condizione dei nipoti, precisamente nel caso di comunione domestica, quando la madre, ossia rispetto ai nipoti l' ava, è nella casa *domna et domina*. E noi sappiamo come in quei tempi, e in quali termini, fosse redatto il testamento del marito. Dunque Guido non derogò affatto al c. 14 di Aistolfo, ma lasciò le cose come in pratica si trovavano. Infatti, se la comunione domestica è sciolta, i nipoti *ex filio* succedono come eredi del padre e non vi è più questione. La difficoltà appare quando invece sopravvive la comunione domestica. Il padre muore *in sinu avi*: ma la stessa disposizione di Grimoaldo sarebbe diventata praticamente inutile, e lo si vede subito, se ai nipoti, i quali avevano diritto alla quota dei beni paterni, fosse stata data bensì la proprietà, ma non l'usufrutto che una disposizione testamentaria del marito concedeva invece alla moglie. In altri termini i nipoti, mentre attendevano, venivano in pratica a trovarsi privi del neccessario perchè il godimento del patrimonio domestico era tutto conferito alla comunione formata esclusivamente dalla madre e dai figli superstiti. In fondo l' Imperatore Guido allargò il cerchio di questa comunione con l' ammettervi anche i nipoti *ex filio* prima esclusi e costretti forse a privazioni in attesa di esercitare il loro diritto di eredità, o alla cessazione del condominio famigliare, o alla morte dell' ava.

---

(1) Tamassia, *op. cit.*, p. 62.

Potrebbe però fare ostacolo a questa interpretazione il *dividant* del capitolo di Guido, che, secondo noi, deve riferirsi tanto alla frase *sicut caeterum hereditatem*, quanto all'*ita ipsum usufructuarium*. Questo verbo avrebbe grammaticalmente un significato pregnante, cioè avrebbe il significato di *dividere* riferito alla *hereditas* intesa come *universitas;* e ciò per richiamare all'osservanza il diritto di rappresentazione dei nipoti, che non subisce alcuna alterazione in virtù delle nuove disposizioni legislative; e un significato di *partecipare* riferito all'usufrutto. In altre parole il passo s'interpreterebbe così: *come possono dividere tutta quanta l'eredità, così partecipino dell'usufrutto.*

Se noi poi spingiamo lo sguardo nel diritto consuetudinario lombardo, codificato in tempi tardi, ma formatosi in epoche storiche lontane, che si riannodano al periodo, che noi stiamo studiando, ininterrottamente per una pratica costante, noi troviamo ancora che la vedova, la quale non passi a seconde nozze, continua ad esser *domna et domina.*

Il Lattes scrive infatti che le consuetudini milanesi fanno menzione di questa clausola comune nei testamenti, clausola che diede grande occasione ad ampie discussioni tra i giureconsulti, quando cioè il marito istituiva la moglie *domina, massaria et usufructuaria* di tutto il suo patrimonio. È facile comprendere che durante la prevalenza della corrente contraria ai diritti successori della donna, quando limitavasi la quantità di usufrutto che il marito poteva legarle, non si potesse lasciare illimitata una clausola che per la sua estensione apparente avrebbe contraddetto a tale divieto ed esclusi tutti i parenti a beneficio della vedova. Nonostante l'ampiezza della espressione, sia che il marito avesse usato tutte e tre queste parole od una sola, l'interpretazione è una; la vedova non può avere che gli alimenti in misura conveniente: così dichiara esplicitamente il *Liber Consuetudinum* di Milano (37. f.) e confermano gli statuti milanesi. Negli statuti di Como, sancito il divieto di istituire la moglie erede o legataria per somma maggiore di L. 50, si ammette in via d'eccezione che il marito la nomini *domina et massaria bonorum suorum* quando vi sono figlie, purchè ella custodisca il letto vedovile: dato lo spirito restrittivo degli statuti comaschi e la condizione relativa ai figli, non può trattarsi che di un usufrutto limitato (1).

---

(1) LATTES, *Diritto consuetudinario delle città Lombarde.* Milano 1899, p. 254.

Queste tarde testimonianze servono a corroborare l'ipotesi che nella consuetudine medievale alla vedova si facesse dal marito testatore la condizione dell'usufrutto, che andava poi soggetto a limitazioni più o meno gravi quando avveniva lo scioglimento della comunione domestica. E noi sappiamo che nel tardo medio evo son potenti le tendenze disgregatrici del consorzio famigliare, tanto che Odofredo esclama: *vix invenietis hominem in civitate ista, qui dicat in testamento uxoris, si uxor moratur cum filiis. Aliquando non vult, aliquando non potest!* (1).

Pertanto noi possiamo concludere che la norma di Guido non innova affatto il diritto precedente, ma regola, con una sanzione legale un punto, per quei tempi, oscuro e incerto quale è quello del diritto di rappresentazione dei nipoti *ex filio*.

III°

Non ci resta altro che esaminare brevissimamente il nostro testo dal punto di vista esegetico. Quale sia la provenienza, o meglio, l'officina in cui il testo, come del resto tutto il capitolare, venne compilato, si può con tutta probabilità ritenere sia stata la stessa cancelleria di Guido. Gli ufficiali di questa cancelleria, composta e di ecclesiastici e di notai, erano persone scelte per valore e dottrina (2) e può darsi che la redazione di tutto il capitolare, sia opera di tali ufficiali.

Si noti che parlo solo di redazione formale, perchè l'ispirazione è dell'imperatore, cioè dei consiglieri che l'attorniavano, dei giudici e delle persone influenti del regno.

Come già implicitamente abbiamo accennato nel corso di questo nostro breve studio, l'influenza romana nel testo è palese; in quanto anche tale capitolo è una conseguenza del c. 14 di Aistolfo la cui struttura romana ha già perfettamente posto in luce il Del Giudice (3).

---

(1) Tamassia, *op. cit.*, pag. 89.

(2) L. Schiaparelli, *I diplomi di Guido e Lamberto*. Bollettino dell'Istituto Storico Italiano n. 26 (1905) pag. 13. Il capo della cancelleria era Elbunco che fu poi vescovo di Parma; Moronzio che era chierico esso pure e quattro notai laici Goderado, Divo, Eglino e Eimerico. Cfr. pure pag. 75 e segg., 80 e segg.

(3) Del Giudice, *Studi di Storia e Diritto*. c. le traccce del dr. Romano nel dir. langob. p, 463. Cfr. la l. l. cod. V., 10 dove vi son frasi intere che Aistolfo adattò nella sua legge.

La novella XVIII. c. 3, è forse quella disposizione che fu tenuta presente non solo da Aistolfo, ma che diede pure lo spunto all'imperatore Guido. La novella giustinianea non si limita infatti solamente a disciplinare le disposizioni testamentarie del marito, ma le estende anche alla madre *agli avi e proavi:* cioè in sostanza viene a proteggere anche i diritti dei nipoti che in tal modo possono godere dell'usufrutto dei beni domestici. Ecco il passo:

Prohibemus autem et illud grave existens, et habens quidem aliquam legalem occasionem, in duram tamen incidens crudelitatem et amaritudinem.

Novimus enim aliqua testamenta, secundum quae, morientes, non paterne, nec ut viros oportebat sed nimis molliter atque remisse fecerunt institutiones uxoribus, siquidem illis omnem reliquerunt suarum rerum usumfructum, filiis autem proprietatem nudam. Quam ob rem arbitror studium esse huiusmodi testamentis, uxores etiam proprietatem acquirere, filiis forte fame peremptis. Unde enim et in medio gubernentur et quotidianum habeant cibum, nihil eis derelicto, uxoris ira, forsan et irrationabili, intercedente, quae eis etiam quotidianam gubernationem abrpiat? Non licebit igitur de cetero nulli omnino filios habenti, tale aliquid agere, sed modis omnibus eis huius legitimae partis, quam nunc deputavimus et usufructum insuper et proprietatem relinquat, si vult filiorum non repente fame morientium, sed vivere valentium vocari pater. *Et haec omnia dicimus non in patre solo, sed et in matre et avo et proavo,* et adiunctis unicuique feminarum personis, id est, avia et proavia, sive paternae sive maternae sint.

Forse questo testo, che fu sott'occhio anche di Aistolfo (1), può aver dato, come dicemmo, la spinta a regolare la posizione giuridica dei nipoti di fronte all' usufrutto dell'ava: peraltro la ragione prima della disposizione di Guido la dobbiamo trovare nella consuetudine e nelle neccessità del tempo. Ricercare poi, come si fa negli editti dei re Langobardi, influenze materiali cioè frasi tolte dai testi romani, sarebbe, credo, opera fuor di luogo. La coltura ormai non è così deficiente come nel

---

(1) Nella legislazione di Aistolfo non é infrequente il caso di trovare evidenti influssi del diritto delle Novelle giustintanee. Cfr. LEICHT *Le commutazioni ecclesiastiche nella l. 16 di Astolfo*. Estr. dagli Atti del R. Istituto Veneto di Scienze, Lettere ed Arti 1911-912 T. LXXI pag. 1293 (5 dall'Estr).

sec. VII: anche il legislatore vuol dirigersi da sè e il suo stile, non è più così stentato e imbarbarito dove non lo regga la diretta reminiscenza romana: nel capitolare di Guido lo stile, se non elegante, è proprio: ancora una volta la cultura latina accenna a una sua novella ressurezione (1).

(1) Non conviene in questa sede dilungarsi sopra un fatto, noto ormai nelle sue grandi linee, quale è quello del rinnovamento della coltura che dall'epoca carolingia, specialmente col capitolare olonnese, dà segni di una vigoria e una vivacità veramente maravigliose. Cfr. Salvioli, *L'istruzione pubblica in Italia nei sec. VIII, IX e X.* in Riv. Europea 1879 vol. XIII, XIV, XV. Tamassia, *Raterio e l'età sua in studi in onore di Shcupfer*, Torino 1898. Novati, *L'influsso del pensiero latino sopra la civiltà italiana nel M. E.*, Milano 1897. Dümmler, *Gesta Berengarii imperatoris etc.*, Halle 1871.

UN EPISODIO DELLE GUERRE RELIGIOSE DI FRANCIA IN ALCUNI CARMI LATINI CONTEMPORANEI

Nota del S. C. CARLO PASCAL

(Adunanza del 26 febbraio 1914)

Tra gli episodi più famosi delle stragi di S. Bartolomeo è l'assassinio di Gaspare di Coligny, (1) ammiraglio francese, nato a Châtillon-sur-Loing il 16 febbraio 1517.

Gaspare di Coligny aveva un passato di gesta gloriose e di grande coraggio. Nel 1557 dopo la funesta giornata di S. Quintino, incaricato della difesa di quella fortezza, vi fece prodigi di valore. Caduto nelle mani dei nemici, potè riscattarsi con una grossa somma; ma dopo d'allora ritiratosi a vita meno agitata cominciò a pensare seriamente alle nuove idee religiose, che i protestanti cercavan diffondere, e se ne invaghì, e dette opera assidua a formar colonie di protestanti nel Nuovo Mondo. Solo però dopo la morte di Enrico II, Gaspare di Coligny si mise apertamente alla testa degli Ugonotti, insieme col vescovo di Beauvais.

Io non istarò a raccontare tutte le travagliose vicende di quelle lotte religiose: il complotto ordito per arrestare i Ghisa; il viaggio della Corte a Blois, per mettersi al sicuro da ogni attentato, e poi, dopo la scoperta del complotto, al castello di Amboise, che si prestava ad energica difesa; l'avvento al trono di Carlo IX, che parve esser favorevole al Coligny, ma che era impedito di far troppo aperte adesioni dalla madre Caterina de' Medici; il disegno fatto dal Coligny, ed al quale il re non si mostrò in principio sistematicamente avverso, di una lega contro la Spagna; la fiera opposizione di Caterina de' Medici a tal disegno, l'allontanamento del Coligny dalla Corte.

(1) Coligny, Coligni, Colignac, Colini ecc.

Gli eventi precipitavano: il 18 agosto 1572 agli amici che lo esortavano a non aver cieca fiducia nel Re, ed aver riguardi per la propria persona, il Coligny rispondeva: « Io preferisco morire ed esser trascinato per le vie di Parigi, che ricominciare la guerra civile e dar occasione a pensare che io abbia la minima sfiducia per il mio Re ». Quattro giorni dopo, mentre egli usciva dal Louvre e ritornava lentamente a casa sua nella via Bethisy, fu colpito da parecchie palle, che gli portaron via di netto un dito della mano destra e gli ruppero il cubito del braccio sinistro. L'assassino fuggì aiutato dai Ghisa; ma se ne fece gran rumore e si sparse il terrore per tutta Parigi. Il re stesso, dopo aver giurato che il delitto non rimarrebbe senza punizione, si recò con tutta la sua Corte al letto del ferito. Ma Caterina de' Medici collocatasi accanto al letto, tra il malato ed il re, impedì tra i due ogni spiegazione ed ogni confidenziale parola.

Nella notte del 24 agosto avvenne l'assalto tremendo alla casa dell'ammiraglio, l'assassinio di lui e lo scempio miserando del suo cadavere.

Di questi ultimi fatti sono molteplici le relazioni di testimoni oculari, o almeno di contemporanei; ed appunto per tale molteplicità è difficile ricostruire con esattezza la serie degli avvenimenti. Il sig. Pierre de Vaissière (1) studiò recentemente le varie relazioni contenute nelle lettere o nei racconti contemporanei, e cercò, per quanto gli era possibile, di ricostituire quel fosco dramma (2). Dal suo lavoro riassumiamo le

(1) Nell'articolo *Jean Yanowitz dit Besme*, in *Mercure de France*. 1 Juin 1911 (Tome XCI, n. 335, p. 514-538).

(2) De Thou, *Histoire universelle*, trad. franç. del 1734, t. VI; *Memoires de l'éstat de France*, t. 1, p. 381; R. Reuss, *Un nouveau récit de la Saint-Barthélemy par un bourgeois de Strasbourg* (*Bulletin de la Société du protestantisme français*, t. XXII); Léon Marlet, *Notes critiques sur la Saint-Barthélemy d'après les mémoires inédits de Jules Gassot* (*Bulletin* ora citato, 1903, p. 364 sgg.); Lettera di Cavriana al Concini 27 Agosto 1572 (in Desjardins, *Négociations de la France avec la Toscane*, t. III, p. 816); Capilupi, *Le stratagème de Charles IX contre les huguenots* (*Archives curieuses de l'histoire de Francie*, 1 série, t. VII, p. 438); [Hotman], *Vita Colinii*, 1575; Lettera di G. M. Petrucci a Francesco de' Medici, 16 sett. 1572 (in Desjardins, *op. cit.* III, 838); Lettera di Ioachim Opser all'abate di Saint-Gall, 26 Agosto 1582 (*Bulletin de la Soc. du protestant. franç.* 1859, p. 288); *Récit et rapport sommaire des faits qui se sont passés en France* del capit. Josué Studer di Winkelbach (*Archiv für schweizerische Geschichte*, Zürich,

poche notizie che qui seguono. Gli assalitori dopo una serie di resistenze, che essi riuscirono ad espugnare uccidendo di volta in volta le guardie, giunsero sino alla porta della camera dell'ammiraglio. Vi erano tra essi Caussens, Besme, Attin, Goas, Sarlabous, Petrucci, Tosinghi, Josuè Studer capitano svizzero e tre dei suoi soldati Moritz Grünenfelder, Martin Koch e Conrad Bürg.

Svegliato dal tumulto l'ammiraglio credette primamente che si trattasse di una rivolta contro il Re. « Bisogna subito avvertirne il Re! » egli disse. Egli era naturalmente ancor molto malato per le ferite riportate due giorni prima: alle 8 del mattino i medici avevano riscontrato infiammazione alla spalla sinistra, al collo e all'occhio sinistro; avevano tolto il primo apparecchio ed avevano visto che v'era pericolo di cancrena e che la febbre era alta. L'infermo si accorse ben tosto che l'assalto era diretto contro la sua casa e ordinò di chiamare aiuto dalla finestra e di far venire a difesa le truppe che la Corte gli aveva assegnato per guardia. Nel medesimo tempo chiese al pastore Merlin di far la preghiera con lui, o forse di riprendere la lettura, che quegli aveva cominciato a fare, dei commentari di Calvino su Giobbe. Ma ad un tratto risuonò il primo colpo d'archibugio. I famigliari che eran presso la finestra avvertirono l'ammiraglio, che essi scorgevano casacche

---

1829, t. II); *Récit véridique et description de l'assassinat commis en France* en 1572 (*Archiv* citato, ivi; gli ultimi due racconti anche in Ed. Forestié, *Un capitain gascon du XVI siècle, Corberan de Cardaillac Sarlabous*, Paris, 1897, p. 139-145); H. A. Layard, *Account of te murdee of Admiral of Coligny, from the archives of Simancas* in *Proceedings of the huguenot society*, Londres, 1889, t. II, p. 346; Lettera di Iacopo Corbinelli a Giovan Vincenzo Pinelli, Parigi 8 ottobre 1572 (Pio Raina, *Iacopo Corbinelli e la strage di S. Bartolomeo*, in *Archivio Storico italiano*, 1898, t. XXI, p. 76); *Le Réveil-matin des François*, 1574 (*Archives curieuses de l'histoire de France*, 1 série, t. XII, p. 181); *Le Tocsin contre les massacreurs*, 1759 (*Archives* ora citati 1 série, t. VII, p. 50); *Effroyable et pitoyable description* ecc., relazione di fonte tedesca, in *Bulletin de la societé du protestantisme français*, t. 51, 1902, p. 396); *Intiera relazione della morte dell'Ammiraglio ed altri suoi complici*, Lione 31 Agosto 1572, stampata a Roma, presso Antonio Blado, s. d.; Relazione pubblicata dal Gachard in *Bulletins de l'Académie de Bruxelles*, t. IX, 1842, 1 partie, p. 561-564; *Nouvelles de France en 1572 transcrites par le sécretaire d'état lucernois Reunward Cysat* (Liebenan, *Indicateur d'histoire suisse*, 1876, 5 cahier, p. 249-260). Cfr. anche Henri Bordier, *La Saint-Barthélemy et la critique moderne*, 1871, in 4.

bianche. « È finita! » gridò l'ammiraglio, ed uscendo dal letto e vestitosi si addossò contro il muro, sentendosi molto debole. A questo punto uno dei famigliari lo avvertì: « È Dio che ci chiama a sè; sono state forzate le porte; non v'è più modo di resistere ». E Coligny rispose: « Da lungo tempo io sono disposto a morire. Salvatevi voi, se vi è possibile, giàcchè voi non potreste difendermi: io raccomando la mia anima alla misericordia di Dio ». O secondo altri: « Amici miei, io non ho più che fare dei soccorsi umani; io ricevo volentieri la morte dalla mano di Dio! Salvatevi! » Ed egli avrebbe rifiutato che fosse sbarrata la porta della sua camera. Incerte sono le versioni su quelli che cercarono lo scampo e quelli che rimasero presso l'ammiraglio. E da questo momento le divergenze tra le varie relazioni del fatto diventano più numerose e più gravi. Con ogni probabilità il primo colpo gli fu scagliato contro dal Besme. Entrato nella camera questi dimandò al Coligny: « Sei tu l'ammiraglio? » « Si » rispose questi, soggiungendo: « Giovanotto, tu dovresti aver rispetto alla mia vecchiezza e alla mia infermità; ma tu non farai più breve la mia vita ». E l'altro gridandogli: « Traditore, rendimi il sangue del mio signore e padrone, che m'hai si crudelmente tolto! » lo ferì con un gran colpo di spada o di daga o di spiedo nella pancia; al che l'ammiraglio toccandosi la barba avrebbe detto: « Almeno questa barba bianca fosse stata disfatta da un uomo, non da un ragazzo! » e l'altro raddoppiando i colpi: « Sciagurato, osi parlare ancora? » e giù un altro colpo alla testa. Le varianti di tutta questa narrazione possono essere lette nel lavoro del de Vaissière (1). In tutte le varianti però i particolari son parimenti orribili e pietosi. Il misero corpo fu poi precipitato dalla finestra ai piedi del duca di Ghisa. Secondo alcuni il Coligny era già morto, quando il suo corpo fu gettato giù; secondo altri non solo non era morto, ma si aggrappò con le mani alla finestra e nello sforzo supremo ne fece cadere alcuni pezzi di pietra. Il povero miserabile — riferisce l'italiano Capilupi — non ancora interamente morto, si aggrappò colle mani alla finestra, e ciò fu causa che tosto si finisse di ucciderlo. Secondo altri, il corpo, conservando ancora un pò dell'antica energia, resistette, avvolgendo le gambe alle pietre della finestra. Alcune fonti aggiungono un altro particolare pietosissimo. Avendo egli sentito gridare: « Gettatelo dalla fi-

(1) *Mercure de France*, 1 Juin, 1911, p. 520-531.

nestra! » avrebbe mormorato: « Eh, no, abbiate rispetto all'età ». Un autore riferisce altresì che, per vincere la resistenza dell'ammiraglio, gli assassini lo sollevarono di peso per i piedi, e lo precipitarono con la testa in giù, per modo che la testa andò a fracassarsi contro il suolo. Ed infine, a tacere di altre varianti di minore importanza, uno scrittore riferisce che egli precipitato giù viveva ancora, e ravvisò il Ghisa, e gli disse: « Uccidimi! ».

L'atroce fatto destò dappertutto raccapricio e stupore e fu anche preso a soggetto di parecchi componimenti poetici, nei quali secondo l'umore e le tendenze dello scrittore il Coligny fu esaltato o vituperato. Un carme latino di alto elogio, dovuto a Pietro di Montor (Petrus Montaureus) è contenuto nelle *Delitiae Gallorum* II, 716-718; un carme anche latino, di feroce invettiva, intitolato *De obitu Gasparis Latronis* fu scritto da Giovanni Doré (*Ioannes Auratus*); cfr. *Aurati carmina*, Lutetiae, 1586, I, p. 291. Altri componimenti poetici sono in francese, e il loro titolo già ne rivela le tendenze. Citiamo:

Mort prodigeuse de Gaspard de Coligny, Paris, 1572 (in versi).
Complainte et regrets de Gaspard de Coligny, 1572 (in versi).
Allégresse chrètienne de l'heureux succes des guerres de ce royaume. Ensemble le tombeau de G. de Coligny, 1572, (in versi).

Una serie di componimenti poetici in latino, e tutti favorevoli al Coligny, è contenuta nel raro volumetto: *Illustrium aliquot Germanorum carminum liber De immanissima summeque miseranda christianorum laniena ab impiis et crudelissimis Galliae Tyrannis ...... patrata, Anno salutis MDLXXII. Una cum Epicediis et Epitaphiis quibusdam praestantissimi herois D. Casparis Colignii Comitis, Castilionaei, Amiralii Franciae .....* Vilnae, MDLXXIII (1). Questo volumetto ribocca di vilipendii contro il re di Francia, e Caterina Dei Medici, ed i poeti prezzolati che ne esaltavano la empietà; ed a pag. 23 e segg. è tutta una serie di carmi ed epigrammi latini in lode del Coligny, di cui si elevano a cielo l'indomita virtù, e il coraggio e la sincerità di animo e la fede religiosa, e si lamenta continuamente con parole di obbrobrio l'orribile morte ed il miserando scempio del cadavere. Vi si legge anche (a p. 31 sgg.) un elogio funebre in prosa latina, che si dice « *ex italico idiomate in latinum conversa* ».

---

(1) Copia della Biblioteca Ambrosiana: G. VII. 26.

I componimenti latini che qui pubblichiamo anche trattano di quell'orrido scempio. Essi sono nel cod. Ambrosiano D. 197 Inf. del sec. XVI, contenente una miscellanea di vari versi latini e qualcuno anche italiano. Il primo è a foglio 95, recto, dopo la poesia di Giovanni Doré (Auratus) che, come abbiamo visto, è già edita e che ad ogni modo qui si ripubblica insieme con le altre, secondo la lezione del codice. L'autore non è nel manoscritto indicato: da altra mano è scritto *Mald* (1). A foglio 98, recto si legge altro carme latino sul medesimo argomento di « Mon. Ill.mo Card.le Bobba » (2); a foglio 98 b altro carme di « Mons. Simon Cecchini ». Tutti questi carmi non brillano certo per carità cristiana: fa anzi disgusto la gioia selvaggia di vittoria che vi si manifesta. Ma son notevoli quà e la alcuni particolari, sulla veridicità dei quali è da fare però ogni riserva. Secondo l'Auratus a Gaspare fu mozzato il capo, furon tronche le mani, tagliate altre membra; egli che torturava coll'acqua e col fuoco si ebbe pari tormenti, egli che faceva precipitare dall'alto i corpi dei credenti fu dall'alto precipitato, egli che odiava la croce fu confitto alla croce e i chiodi gli passaron le piante dei piedi da parte a parte, egli che per dispregio soleva « superis oppedere », fu messo col tergo voltato contro il cielo.

Non è più pietoso l'altro epigramma segnato *Mald.* Vi si immagina una serie di domande e di risposte fatte davanti a un cenotafio. Chi giace in questo tumulo? Nessuno. Chi pende nell' aria? Quel famoso ladrone Gaspare, noto dovunque per i suoi delitti. Chi sono gli altri sospesi? La turba dei suoi seguaci. Perchè è tronco il capo, le mani e le membra vergognose? Perchè peccò in quelle tre parti. Perchè è legato con una fune ai piedi? Perchè non fugga.

Il Card.le Bobba dopo aver rammentato al morto Coligny tutte le offese alla religione e le stragi e le ruine seminate, gli dice in tono di trionfo: « Ora tu cadi e nulla ti giova la

---

(1) Non so dare alcuna indicazione. Fu famoso in quei tempi il gesuita Giovanni Maldonado (Maldonato), nato a Las Casas nel 1534. Si hanno di lui alcune opere teologiche latine a stampa.

(2) Un carme latino del Cardinal Bobba vedi pubblicato in *Delitiae Italorum Poetarum huius superiorisque aevi illustrium.* Collectore RANUNTIO GHERO MDCVIII; p. 441: CARDINALIS BOBAE, *Ad Carolum Sabaudiae Principem in obitu matris* ». Vedi anche *Carmina illustrium Poetarum Italorum.* Tom. II. Florentiae, 1719, p. 255: *Marci Antonii Bobae Casalensis S. R. E. Cardinalis, Ad Carolum* ecc.

sommossa, nulla la pietà simulata, e non hai neppur l'onore di un sepolcro, ma giaci preda ai lupi ed agli augelli. A buon diritto la Francia ti nega il sepolcro: essa basta appena a contenere quelli che furono uccisi per la patria ».

Infine Mons. Cecchini rammenta come nel momento supremo l'infelice chiedesse pietà, ma l'uccisore, *fortissimus ultor*, gliela rifiutasse e troncandogli il capo e restituendo ai popoli la pace, dicesse: « Così visse nelle armi, così meritò di morire, chi ingannò la patria e l'antica fede ed il Re! ».

Pubblichiamo ora i quattro carmi del codice Ambrosiano.

I.

Carme di Giovanni Aurato (Dorè)

(de obitu Gasparis latronis)

Qui caput ante fuit populantum templa latronum
Gaspar habet nullum mortuus ipse caput.
Cuius sacra profana manus rapuere rapaces
Nunc habet is nullas truncus utrasque manus.
Parte sacerdotes solitus mutilare pudenda
Cuncta pudenda ferens nulla pudenda gerit.
Qui mergebat aquis, urebat et ignibus olim
Innocuos et aqua est tactus et igne nocens.
Miserat in praeceps qui corpora multa piorum
Illum praecipitem celsa fenestra dedit.
Impius in vacuas animam sic expuit auras,
Ne premeret patriam quam violarat humum.
Pendet ab infami crucis hostis nunc cruce loris
Traiectam plantam dirus ut Oedipodes;
Et quia gaudebat superis oppedere vivus
Mortuus in caelum terga supina tenet.

(Cod. Ambros. D. 197. Inf., f. 95 r.).

II - (1)

Quidnam hoc est? tumulus. Cur tot sublime columnis
Multiplici positis ordine surgit opus?
Est mausoleum, quondam quale inclyta regi
Mausolo coniunx est fabricata viro.

(1) Questo componimento è un dialogo tra un *hospes* e un *incola*. Io credo che sia da mettere in relazione con un altro componimento, in

Quis iacet hic? nemo. vacuo quis in aere pendet?
Flagitiis Gaspar notus ubique suis.
Pendentes alii qui sunt? est turba latronum,
Quae simili sequitur funere fida ducem.
Cur caput atque manus verecundaque membra resectus?
His quia peccarat partibus ille tribus.
At vinctus cur fune pedes? quia fugerat ante,
Hic dum penderet nunc quoque ne fugiat.

(f. 95 r. Da altra mano *Mald.*).

III.

Di Mons. Ill.mo Card.le Bobba

In mortem Gasparis Colligniacii (1).

Infelix, qui te tandem circumstetit horror,
Cum lateri instarent tela inimica tuo?
Non subigit toties violatae iniuria pacis,
Et spretus Priscae Religionis honos,
Et dirae strages desolataeque ruinis
Urbes et manibus templa cremata tuis?
Infensus Christo et regi cadis, Improbe, nec te
Seditio, pietas nec simulata iuvant,
Quinetiam sacro tumuli haud dignatus honore

---

lode del Coligny, che si legge a p. 23 del volumetto sopra ricordato *Illustrium aliquot Germanorum carminorum liber* ecc., a cui serva di risposta. Il carme contenuto in questo volumetto è intitolato: *Hospes et incola colloquuntur.* Lo riportiamo:

H. Quis situs hic? *I.* Christo et patriae charissimus heros
Maximus invicto pectore, mente, manu.
Cuius non animum vis aut fortuna subegit,
Victus inaudita fraude doloque incet.
H. Qui iacet? *I.* Incautum lethali vulnere laesit
In scelus a furiis exagitata manus.
H. Quae divae assistunt tumulo? *I.* Prima optima rerum,
Relligio scissas dilaniata comas.
H. Altera quae? *I.* Nemesis, qua vindice criminis auctor
Ibit ad infernas sanguinolentus aquas.
H. At, generose heros, laus vita et gloria parta est
Non occidendo, sed moriendo tibi.

Il carme è firmato N. C. M. Abbiamo naturalmente riprodotto la grafia della stampa originale.

(1) Nell' indice: Cardinalis Bobbae in mortem Gasparis Colinaei.

Saevis praeda lupis alitibusque iaces:
Perfide, iure negat tibi Gallica terra sepulchrum:
Ob Patriam caesos vix capit illa viros.

(f. 98 r).

IV.

Di Mons. Simon Cecchini
In eundem

Quem non hostiles debellavere phalanges,
Nec potuit Mors ipsa (1) ferox abrumpere ferro,
Clandestina virum perimit vis plumbea: virtus
Fracta solum tetigit, clades sensitque futuras.
Supplice voce rogat veniam: negat ille roganti,
Qui capite abscisso sceleris fortissimus Ultor,
Restituens populis pacem sic ore locutus:
Sic meruit de luce rapi, sic vixit in armis
Qui patriam priscamque fidem regemque fefellit.

(f. 98 v.).

(1) Ms. *ipse*.

SUR QUELQUES TRANSFORMATIONS PLANES BIRATIONNELLES INVOLUTIVES DE LA CINQUIÈME CLASSE

par P. A. Okken (à Assen)

(lettre adressée à M. L. Berzolari, *à Pavie).*

(Adunanza del 26 febbraio 1914)

Qu' il me soit permis de vous soumettre quelques observations sur vôtre beau mémoire « *Ricerche sulle trasformazioni piane, univoche, involutorie, e loro applicazione alla determinazione delle involuzioni di quinta classe* » (1), que pour mes recherches concernantes les transformations involutives de la 6ième classe (2) j'ai étudié avec un vif intérêt (3).

En parcourant la seconde partie de ce mémoire, où, par l'application des théorèmes généraux établis dans la première partie, vous faites la recherche des transformations de la 5ième classe, j' ai remarqué qu' il faut en adjoindre une nouvelle espèce et en éliminer deux.

Votre argumentation de la page 236, ayant pour but de démontrer que le réseau des courbes isologues

$$\Omega \equiv (1^5_2\ 2^5_2\ 3^5_2\ 4^3\ 5^2\ 6^2\ 7^2\ 8^2\ 9\ 10\ 11\ 12\ 13)_{11}$$

ne peut pas donner lieu à une transformation birationnelle en involution dans laquelle (nous restreignant au cas le plus

(1) Annali di Matem., ser. II, tomo XVI (1888), p. 191-275.

(2) Voir ma thèse « *Involutorische transformaties van de zesde Klasse in het platte vlak* ». (Groningen, 1913).

(3) Voir en outre E. Caporali, *Sulle trasformazioni univoche piane involutorie*, Rend. della R. Accad. di Napoli, 1879, p. 212-219; E. Bertini, *Sopra alcune involuzioni piane*, Rend. del R. Ist. Lomb., ser. II, tomo XVI (1883), p. 89-101, 190-208; V. Martinetti, *Le involuzioni di 3ª e 4ª classe*, Annali di Matem., ser. II, tomo XII (1884), p. 73-106; *Sopra alcune trasformazioni involutorie del piano*. Idem, ser. II, tomo XIII (1885), p. 53-80.

général : $\varphi = 3$) aux points 1, 2, 3 correspondraient les courbes

$$(1^3\ 2^3\ 3^3\ 4^2\ 5\ 6\ 7\ 8\ 9\ 10)_6 \quad , \quad (1^3\ 2^3\ 3^3\ 4^2\ 5\ 6\ 7\ 8\ 9\ 11)_6 ,$$
$$(1^3\ 2^3\ 3^3\ 4^2\ 5\ 6\ 7\ 8\ 10\ 11)_6$$

n' est pas exacte.

Au contraire on peut facilement démontrer comment cette involution se produit.

On n' a qu' à se servir de l' une des paires suivantes de faisceaux correspondants

$$\begin{array}{lcl} (1\ 2\ 3\ 5)_2 & - & (1^2\ 2^2\ 3^2\ 4\ 5\ 7\ 8)_4 \\ (1\ 2\ 3\ 6)_2 & - & (1^2\ 2^2\ 3^2\ 4\ 6\ 7\ 8)_4 \\ (1\ 2\ 3\ 7)_2 & - & (1^2\ 2^2\ 3^2\ 4\ 5\ 6\ 7)_4 \\ (1\ 2\ 3\ 8)_2 & - & (1^2\ 2^2\ 3^2\ 4\ 5\ 6\ 8)_4 \end{array}$$

dont on peut déterminer dans chacun des cas la correspondance par la « curva punteggiata unita » $\Gamma \equiv (1\ 2\ 3\ 4)_2$, parce que cette courbe est coupée au même point par deux courbes correspondantes.

Le point conjugué au point quelconque P paraît p. e. le point d' intersection des courbes qui correspondent à

$$(1\ 2\ 3\ 5\ P)_2 \quad \text{et} \quad (1^2\ 2^2\ 3^2\ 4\ 5\ 7\ 8\ P)_4 ;$$

le point 6 paraît se présenter comme le point d' intersection des courbes qui correspondent à

$$(1\ 2\ 3\ 5\ 4)_2 \quad \text{et} \quad (1\ 2\ 3\ 7\ 8)_2 \ \ (1\ 2\ 3\ 4\ 5)_2$$ (1).

On doit considérer en outre que les coniques

$$(1\ 2\ 3\ 5\ 7)_2 \ \ (1\ 2\ 3\ 5\ 8)_2 \ \ (1\ 2\ 3\ 6\ 8)_2 \ \ (1\ 2\ 3\ 6\ 7)_2$$

sont des « coniche unite », de sorte que les points 12 et 13 se produisent comme points d' intersection des courbes précédentes

$$12 \left\{ \begin{array}{l} (1\ 2\ 3\ 5\ 7)_2 \\ (1\ 2\ 3\ 6\ 8)_2 \end{array} \right. \qquad 13 \left\{ \begin{array}{l} (1\ 2\ 3\ 5\ 8)_2 \\ (1\ 2\ 3\ 6\ 7)_2 \end{array} \right.$$

Puisque entre les coniques $(1\ 2\ 3\ 4)_2$ il y a une correspondance harmonique, dont Γ est un des élements doubles,

---

(1) La courbe qui correspond à $(1\ 2\ 3\ 5\ 4)_2$ est tangente à Γ en 4.

les points 12 et 13 devront être situés sur l'autre, qui est une « conica unita ».

Si nous y appliquons une transformation quadratique dont les points 1, 2, 3 sont les points fondamentaux,

$(1\ 2\ 3\ 5)_2$ se transforme dans un faisceau $(5')_1$
et $(1^2\ 2^2\ 3^2\ 4\ 5\ 7\ 8)_4$ se transforme dans un faisceau $(4'\ 5'\ 7'\ 8')_2$

tandis que Γ se transforme dans une droite par 4'.

Le degré de la transformation qui en resulte est 3, la classe 1. Elle a été déjà traitée par BERTINI qui l'a nommée l'espèce VIII. Elle peut donc, en observation des alinéations

$$4'\ 12'\ 13' \ ,\ 5'\ 8'\ 13' \ ,\ 6'\ 7'\ 13' \ ,\ 6'\ 12'\ 8' \ ,\ 7'\ 12'\ 5',$$

se produire aussi par le réseau

$$(4'\ 5'\ 6'\ 7'\ 8'\ 12'\ 13')_3 .$$

Nous voyons donc que les courbes du réseau

$$(1^3\ 2^3\ 3^3\ 4\ 5\ 6\ 7\ 8\ 12\ 13)_6$$

se correspondent à elles mêmes et qu'elles peuvent produire, en observation de la configuration

$$(1\ 2\ 3\ 5\ 7\ 12)_2 \quad (1\ 2\ 3\ 5\ 8\ 13)_2$$
$$(1\ 2\ 3\ 6\ 8\ 12)_2 \quad (1\ 2\ 3\ 6\ 7\ 13)_2$$
$$(1\ 2\ 3\ 4\ 12\ 13)_2 ,$$

la transformation dont il s'agit (1).

L'équation mentionnée à la page 240

$$2 \sum_{i=1}^{i=2} r_i + r_3 = 2n - 2 + 2\varphi$$

n'est pas tout à fait exacte. On trouve, vues les équations

$$5 \sum_{i=1}^{i=2} r_i + 4 r_3 + 3 \sum_{i=4}^{i=6} r_i + 2 \sum_{i=1}^{i=9} r_i + \varphi = 11 (n - 1)$$

et

$$\sum_{i=1}^{i=9} r_i + \varphi = 3 (n - 1),$$

(1) Cf. ma thèse, pag. 68, note 2.

l' équation

$$2\sum_{i=1}^{i=2} r_i + r_3 = 2n + 4 + 2\varphi .$$

Il s' ensuit

$$r_1 + r_2 = 12 + 2\varphi \quad , \quad n = 13 + \varphi \quad , \quad r_3 = 6 .$$

Au point 3 ne peut donc correspondre que la courbe

$$(1^3\ 2^3\ 3^2\ 4^2\ 5^2\ 6^2\ 7\ 8\ 9)_6 .$$

Si 10 est un point fondamental, c. à d. $\varphi = 1$, nous trouvons pour les courbes fondamentales correspondantes aux points 1 et 2

$$(1^4\ 2^3\ 3^3\ 4^2\ 5^2\ 6^2\ 7\ 8\ 9\ 10)_7 \ , \ (1^3\ 2^4\ 3^3\ 4^2\ 5^2\ 6^2\ 7\ 8\ 9\ 10)_7 .$$

Si cependant 10 est un point de coïncidence, ces courbes ne peuvent avoir que la caractéristique

$$(1^3\ 2^2\ 3^3\ 4^2\ 5^2\ 6^2\ 7\ 8\ 9)_6 \quad , \quad (1^2\ 2^3\ 3^3\ 4^2\ 5^2\ 6^2\ 7\ 8\ 9)_6 .$$

La droite (1.2) en ce cas est une « retta unita » passant par 10.

Ces deux transformations donc, si elles existaient, devraient pouvoir être engendrées par chaque couple des faisceaux de « curve unite »

$$(1^2\ 2^2\ 3^2\ 5\ 6\ 7\ 8)_4 \quad (1^2\ 2^2\ 3^2\ 4\ 6\ 7\ 9)_4$$
$$(1^2\ 2^2\ 3^2\ 4\ 5\ 8\ 9)_4 .$$

Les points 1, 2, 3, 7, 8, 9 sont situés sur un même « conica unita ».

En outre, les droites (1.3) et (2.3) n' etant pas des droites fondamentales, se correspondent mutuellement de sorte qu' il faut admettre l'existence des « coniche unite »

$$(1\ 2\ 5\ 6\ 7\ 8)_2 \quad (1\ 2\ 4\ 6\ 7\ 9)_2 \quad (1\ 2\ 4\ 5\ 8\ 9)_2 .$$

La classe cependant de la transformation engendrée par les deux premiers faisceaux p. e. n'est pas 5 mais 6 (1), puisque

(1) Cf. ma thèse, § 36.

d'autres configurations entre les points fondamentaux peuvent être à priori exclues.

De même, la transformation que vous avez appelée de l'espèce 9 (voir p. 245 et 246), dont le réseau

$$\Omega \equiv (1^5_2\ 2^4_2\ 3^4_2\ 4^8\ 5^3\ 6^3\ 7^3\ 8^8\ 9\ 10\ 11)_{11}$$

est le point de départ, en considération de sa production par les « curve unite » doit être éliminée. En effet, ces faisceaux ne sauraient engendrer quelle que soit la position des points fondamentaux une transformation birationnelle en involution dont le réseau des courbes isologues ait des tangentes fixes aux points 1, 2, 3.

On trouve facilement qu'avec une position arbitraire des points fondamentaux il se produit une transformation de la classe VIième que j'ai appelée de l'espèce 16.

Si les points 2, 3, 4, 5, 6, 7 se trouvent sur une même conique, la transformation est de la Vième classe, espèce 6, n. 3.

Si en outre la conique $(1\ 2\ 3\ 7\ 8\ 9)_2$ existe nous avons affaire à la transformation que MARTINETTI a nommée de l'espèce VI, n. 5, classe IV.

Si enfin les points 1, 2, 3, 5, 6, 9 sont situés sur une même conique, la transformation est identique à celle de la classe IIIième, espèce IV, n. 4.

GENNAIO 1914

TEMPO MEDIO CIVILE DI MILANO

Giorni del mese	Alt. barom. ridotta a 0° C				Temperatura centigrada						Quantità della pioggia neve fusa e nebbia condensata
	9h	15h	21h	Media	9h	15h	21h	Mass.	Min.	Media mass.min. 9h 21h	
	mm	mm	mm	mm	o	o	o	o	o	o	mm
1	752.7	754.2	756.6	754.5	− 1.4	+ 1.7	− 0.4	+ 2.0	− 3.1	− 0.7	—
2	57.9	56.4	56.4	56.9	− 2.6	+ 1.9	+ 0.4	+ 1.9	− 4.4	− 1.2	—
3	54.9	54.1	55.5	54.8	− 0.8	+ 3.9	+ 2.0	+ 4.2	− 2.6	+ 0.7	—
4	56.2	54.0	54.1	54.8	− 0.8	+ 3.1	+ 0.4	+ 3.1	− 2.5	+ 0.1	—
5	51.7	48.8	47.8	49.4	− 2.0	+ 0.7	− 2.0	+ 1.0	− 3.3	− 1.6	—
6	741.5	737.7	739.2	739.5	− 4.2	− 0.6	− 0.9	− 0.5	− 5.3	− 2.7	—
7	42.9	44 4	49.8	45.7	+ 3.2	+ 8.0	+ 4.5	+ 8.2	− 4.6	+ 2.8	—
8	54.4	54.4	55.5	54.8	+ 2.5	+ 5.6	+ 2.0	+ 5.6	− 0.5	+ 2.4	—
9	53.0	48.6	46.6	49.4	+ 0.0	+ 8.0	+ 6.3	+ 8.1	− 2.3	+ 3.0	—
10	46.7	46.9	48.7	47.4	+ 0.8	+ 4.2	+ 1.9	+ 4.4	− 1.2	+ 1.5	—
11	750.5	749.7	750.3	750.2	+ 3.0	+ 2.7	+ 1.6	+ 3.3	+ 0.7	+ 2.1	0.2
12	51.4	52.0	53.5	52.3	− 1.0	− 0.4	− 1.8	+ 1.3	− 2.8	− 1.1	0.7
13	53.2	51.2	50.0	51.5	− 1.0	+ 0.9	− 1.2	+ 1.2	− 3.2	− 1.0	—
14	44.0	43.5	44.0	43.8	− 2.9	− 1.4	− 2.4	− 0.4	− 4.3	− 2.5	5.5
15	45.3	47.4	50.1	47.6	− 1.3	+ 1.0	− 0.2	+ 1.0	− 3.6	− 1.0	3.6
16	749.7	746.1	743.0	746.3	− 4.8	+ 1.6	− 0.4	+ 2.5	− 5.6	− 2.1	—
17	37.5	35.6	37.1	36.7	+ 1.0	+ 2.3	+ 1.8	+ 2.6	− 1.9	+ 0.9	1.1
18	41.8	42.6	44.7	43.0	+ 1.0	+ 4.8	+ 2.8	+ 4.9	− 0.2	+ 2.1	—
19	45.4	44.2	43.8	44.5	+ 1.8	+ 3.3	+ 2.2	+ 3.5	+ 1.0	+ 2.1	—
20	43.0	42.2	43.6	42.9	+ 1.2	+ 4.0	+ 1.9	+ 4.1	+ 0.2	+ 1.9	—
21	745.1	744.1	744.9	744.7	+ 0.7	+ 3.4	+ 0.8	+ 3.5	− 0.2	+ 1.2	—
22	46.5	46.3	48.4	47.1	− 3.5	+ 1.6	− 1.0	+ 2.0	− 4.2	− 1.7	—
23	51.1	52.5	54.5	52.7	− 4.2	+ 1.0	− 2.4	+ 1.0	− 4.8	− 2.6	—
24	57.6	58.2	60.4	58.7	− 5.6	− 2.2	− 4.4	− 1.8	− 7.3	− 4.8	—
25	63.2	62.3	62.6	62.7	− 7.2	+ 0.4	− 1.0	+ 0.7	− 8.6	− 4.0	—
26	761.3	758.7	758.5	759.5	− 4.5	+ 3.8	+ 1.2	+ 4.7	− 6.2	− 1.2	—
27	55.5	52.9	52.3	53.6	+ 1.3	+ 2.0	+ 1.2	+ 2.6	− 1.3	+ 0.9	1.0
28	53.1	53.2	56.1	54.1	+ 1.2	+ 3.8	+ 2.6	+ 3.9	− 0.8	+ 1.7	—
29	56.2	55.6	55.6	55.8	+ 0.4	+ 5.0	+ 1.8	+ 5.1	− 0.9	+ 1.6	—
30	56.9	56.8	57.5	57.1	− 2.2	+ 3.8	+ 0.6	+ 3.9	− 4.0	− 0.4	—
31	58.4	58.1	59.4	58.6	− 1.1	+ 5.0	+ 2.7	+ 5.1	− 4.4	+ 0 6	—
M	750.92	750.09	750.98	750.66	− 1.06	+ 2.67	+ 0.66	+ 2.99	− 2.97	− 0.10	12.1

Altezza barom. mass.	mm 763.2	g. 25	Temperatura mass.	+	8°.2	g.	7
" " min.	735.6	" 17	" min.	−	8°.6	"	25
" " media	750.66		" media	−	0°.10		

Nebbia il giorno 5-6-13-14-15-16-17-18-20-21-22-23-24-25-27-31
Neve " 11-12-14-15

I numeri segnati con asterisco nella colonna delle precipitazioni indicano neve fusa, e nebbia condensata, o brina, o rugiada disciolte.

GENNAIO 1914

TEMPO MEDIO CIVILE DI MILANO

Giorni del mese	Tensione del vapor acqueo in millimetri				Umidità relativa in centesime parti				Nubulosità relat. in decimi			Provenienza del vento			Velocità media del vento in chilom. all'ora
	9h	15h	21h	M. corr 9.15.21.	9h	15h	21h	M. corr 9.15.21.	9h	15h	21h	9h	15h	21h	
	mm	mm	mm	mm											
1	2.7	2.4	2.8	2.5	64	47	63	58.6	2	3	8	E	SW	NE	3
2	2.6	3.8	3.2	3.2	68	73	67	69.9	1	2	3	CALMA	SW	W	3
3	3.3	3.5	4.0	3.5	77	60	75	71.3	7	3	8	CALMA	SW	N	2
4	3.5	3.9	3.9	3.8	80	67	81	76.6	2	1	2	CALMA	CALMA	CALMA	0
5	3.5	4.1	3.7	3.7	90	85	94	90.3	3	2	10	NW	CALMA	NW	1
6	2.3	4.0	4.0	3.7	95	90	94	93.6	10	10	8	CALMA	CALMA	NW	1
7	2.8	1.3	1.9	1.9	49	17	30	32.6	0	1	0	NW	NW	NW	13
8	3.3	2.5	2.9	2.9	60	37	54	50.9	0	0	0	NW	SW	E	7
9	3.1	2.2	3.7	2.9	67	28	52	49.6	2	3	4	SW	NW	NW	6
10	3.2	3.5	3.8	3.5	64	57	71	64.6	4	7	6	NE	SE	NE	8
11	3.9	4.5	4.6	4.2	69	81	89	80.4	10	10	10	E	NE	SW	6
12	3.8	3.3	3.2	3.4	90	74	79	81.7	10	10	10	E	SE	NE	9
13	3.1	3.3	3.0	3.1	73	66	71	70.7	10	5	7	CALMA	SW	SE	3
14	3.4	3.6	3.5	3.4	91	88	92	91.0	10	10	10	CALMA	CALMA	NW	3
15	3.8	4.4	4.2	4.1	92	89	92	91.7	10	10	10	E	CALMA	N	2
16	3.1	4.0	3.8	3.6	97	79	85	87.7	10	4	10	CALMA	N	SW	2
17	4.2	4.7	4.8	4.5	85	87	93	89.0	10	10	10	SW	NW	E	4
18	4.6	4.6	5.0	4.7	94	71	89	85.4	9	8	8	W	CALMA	NE	2
19	4.5	4.0	3.7	4.0	85	68	68	74.4	10	8	7	E	E	SE	4
20	3.8	4.3	3.9	3.9	75	70	74	73.7	8	8	10	CALMA	SE	SE	3
21	3.5	3.1	3.5	3.3	73	53	72	67.0	7	0	3	NW	W	N	3
22	3.0	3.8	3.8	3.4	87	74	88	84.0	2	3	2	CALMA	CALMA	E	1
23	2.9	3.9	3.3	3.3	86	80	87	85.3	6	1	5	CALMA	E	NW	1
24	2.9	3.6	3.0	3.2	97	92	90	94.0	10	2	10	CALMA	CALMA	W	2
25	2.5	3.9	3.9	3.3	94	81	92	90.0	3	1	1	W	W	NW	1
26	2.9	3.6	4.4	3.5	88	61	87	79.7	0	0	0	CALMA	W	E	2
27	4.2	3.7	4.4	4.3	83	89	89	88.0	10	10	10	CALMA	SE	SE	2
28	4.3	3.5	4.4	4.1	87	58	79	75.7	10	6	10	CALMA	SW	SW	2
29	4.5	4.1	4.3	4.2	94	63	82	80.7	0	0	0	CALMA	SW	NE	3
30	3.4	4.0	4.4	3.8	88	67	92	83.3	4	0	3	SW	CALMA	NW	1
31	3.4	4.5	4.6	4.2	80	69	83	78.3	3	1	3	CALMA	SW	NW	1
M	3.45	3.70	3.79	3.58	81.35	68.42	79.16	77.09	5.9	4.5	6.1				3.2

Ten. del vap. mass. 4.8 g. 17
" " " min. 1.9 " 7
" " " media 3.58
Umid. mass. 97 % g. 24
" min. 17 % " 7
" media 77.09 %

Proporzione dei venti nel mese

N	NE	E	SE	S	SW	W	NW	CALMA
4	7	11	8	0	14	7	16	26

Media nebulosità relativa del mese 5,5

Adunanza del 12 Marzo 1914

PRESIDENZA DEL M. E. PROF. TORQUATO TARAMELLI

MEMBRO ANZIANO

Sono presenti i MM. EE.: ARTINI, BERZOLARI, BUZZATI, DE-MARCHI A., GABBA B., GABBA L. sen., GOLGI, GORINI, JUNG, MURANI, NOVATI, PALADINI, SALA, SALVIONI C., TARAMELLI, ZUCCANTE.

E i SS. CC.: ARNÒ, BORDONI-UFFREDUZI, DE MARCHI M., FANTOLI, GABBA L. jun., JONA, LIVINI, MARIANI, SUPINO F., SORDELLI, VOLTA.

Sono assenti, per motivi di salute, i MM. EE. DEL GIUDICE, presidente, CELORIA, vice-presidente, CERUTI, FORLANINI, GORRA, VIDARI E., e VIGNOLI.

La presidenza, in assenza del presidente e del vice-presidente, viene assunta dal Membro anziano prof. Torquato Taramelli.

Alle ore 13.50 il presidente dichiara aperta la seduta e invita il M. E. segretario prof. Zuccante a dare lettura del processo verbale dell'adunanza del 26 febbraio u. s. Il processo verbale è approvato.

Lo stesso segretario comunica poi gli omaggi pervenuti all'Istituto i quali sono i seguenti; per la Classe di scienze:

Archivo de anatomia e de anthropologia de l'Instituto de anatomia (Faculdade de medicina da Universidade de Lisboa). N. 1 (1912). Lisbona, 1913.

CUNNINGHAM A. A binary canon, showing residues of powers of 2 for divisors under 1000, and indices to residues. London, 1900.

E, per la Classe di lettere:

Beschreibung der griechischen autonomen Münzen im besitze der kön. Akademie der Wissenschaften zu Amsterdam. Amsterdam, 1912.

Biblioteche (Le) milanesi; con un elenco di riviste e di pubblicazioni periodiche che si trovano nelle biblioteche di Milano; pubblicato a cura del Circolo Filologico Milanese per commemorare il XL anno della sua fondazione. Milano, 1914.

Si passa quindi alle letture poste all'ordine del giorno. Pel primo prende la parola il S. C. prof. Felice Supino che legge *un cenno necrologico su Pietro Pavesi.*

Il presidente si compiace del tributo che l'egregio collega prof. Supino offrì alla memoria del compianto prof. Pavesi, le cui benemerenze verso la scienza saranno sempre apprezzate dell' Istituto Lombardo, il quale ebbe la fortuna di contarlo fra i suoi membri più attivi.

Non avendo potuto intervenire all'adunanza d'oggi l'Ing. B. Galdi, la di lui nota: *Su di una zona del reggiano fra la valle del Crostolo e quella del Tresinaro*, viene rimandata alla prossima seduta del 26 marzo p. v.

La nota del dottor Alfonso Gallo, ammessa alla lettura pubblica dalla Sezione di scienze politiche e giuridiche e portante il titolo: *Un ignoto frammento palinsesto del « Liber Lombardae »*, venne presentato all' adunanza dal M. E. prof. Francesco Novati.

Per ultimo prende la parola il prof. Carlo Airaghi per comunicare la sua nota, ammessa alla lettura pubblica dalla Sezione di scienze naturali, portante il titolo: *Sull'andamento delle acque freatiche nei dintorni di Magenta.*

Alle 14.30 essendo esaurito l'ordine del giorno il presidente dichiara sciolta l'adunanza.

Presidente

T. Taramelli, Membro anziano

Il Segretario

L. GABBA

LA DENUNCIA DI NUOVA OPERA PER *IACTUM LAPILLI*

Nota del prof. Alessandro Lattes

(*Adunanza del 26 febbraio 1914*)

Quando taluno intraprende su fondo proprio od altrui un lavoro che altera lo stato attuale delle terre e che il possessore d' un altro fondo considera lesivo delle sue ragioni, l' opposizione che quest'ultimo può fare, e che deve fare prima del compimento dell'opera, se vuole ottenerne almeno la sospensione in attesa del giudizio sulle ragioni dell' avversario, assume talora sia nel diritto romano che nel medievale una forma speciale di fatto, *per iactum lapilli* o *lapillorum*. Già ne trattarono molti romanisti e per la parte medievale lo Zdekauer e il Glasson (1), ma l' argomento può esser ripreso in esame col sussidio di nuove ricerche e documenti.

Quattro passi (2) ne fanno menzione nei Digesti, due non contestati nel titolo *Quod vi aut clam* (XLIII 24 § 6 e 20 § 1), tratti uno da Ulpiano *Ad Edictum*, l' altro da Paolo *Ad Sabinum*, e due molto controversi nei titoli *Si servitus vindicetur* e *De operis novi nunciatione* (VIII 5.6 § 1 e XXXIX 1.5 § 10), pur tratti dalla stessa opera d' Ulpiano, nei quali le parole relative al *iactus lapilli* sono dai migliori commentatori e trattatisti reputate glossemi. In tutti due o quattro che vogliano considerarsi, il *iactus* è solo accennato e ricordato in modo

---

(1) Zdekauer, *La operis novi nunc. per iactum lapilli*, in Riv. ital. per le scienze giuridiche XXII 381 e segg. — Glasson, *De la possession et des actions possessoires au moyen âge* § 7, in Nouv. Revue histor. du droit 1890, 630 e segg. — Cfr. anche Chassan, *Essai sur la symbolique du droit*, 74 e segg.

(2) Zdekauer, *l. cit.*, 384 dice che sono cinque, ma di un quinto nessun autore dà la citazione.

transitorio; anche i due primi bastano per dedurne che il *iactus vel minimi lapilli*, purchè compiuto *prohibendi gratia*, cioè con tale preciso intento, è sufficiente per *prohibere* ad alcuno di compiere qualche lavoro, per dar carattere di *vis* ad ogni atto eseguito contro l'interdizione, per attribuire al *prohibens* la facoltà di chiedere l'*interdictum quod vi* (*aut clam*) e la demolizione della parte aggiunta contro colui che continui il lavoro malgrado la proibizione. Sotto questo particolare riguardo dell'uso del *iactus lapilli* nulla di più aggiungono gli altri due passi, anche se si potessero accettare in tutto il loro contenuto e spiegare in modo soddisfacente.

Intorno alla forma e al modo del *i. l.* manca ogni notizia e dai testi de' giureconsulti romani non apprendiamo se dovesse farsi innanzi a testimoni specialmente rogati almeno a scopo probatorio come la denuncia verbale (Dig. XXXIX 1.8 § 1, o se dovesse esser accompagnato a parole solenni. Solo i commentatori più antichi, a cominciare dai glossatori Giov. Bassiano e Azone (1), discutono se tali parole fossero necessarie od utili e i più concludono che espressioni solenni e determinate non erano richieste, ma la volontà di interdire la continuazione dell'opera doveva chiaramente esser manifestata, per lo più coll'aggiunta di parole qualsiasi, affinchè non rimanesse equivoco l'intento del *i. l.*, che avrebbe potuto anche farsi solo per ingiuria personale contro i lavoratori o per richiamarne a qualsiasi scopo l'attenzione.

Giureconsulti più recenti discutono se l'*i. l.* debba intendersi come scagliamento di sassolini dovunque presi sopra il lavoro incominciato o come getto e dispersione di sassolini presi dal lavoro stesso o dai materiali raccolti per continuarlo. La prima è l'opinione più comune che vede nel *i. l.* l'intenzione d'opporsi al lavoro e turbare gli operai; la seconda ipotesi, per la quale vi si scorgerebbe lo scopo di metter mano al lavoro iniziato per demolirlo, fu ripresa di recente dal Voigt e dal Maynz, ma apparve già nel sec. XIV ricordata da Bartolo e dal Ferrari, fortemente sostenuta dal Bolognino, dal Raudense (che a quest'ultimo l'attribuisce come espressa per la prima volta) e da qualche tedesco sulle tracce di questo (2). L'una e l'altra possono convenire sia al-

(1) AZONE, *Summa in rubr. Dig. novi*, *Ad tit. de o. n. n.* n. 8, ove cita il suo maestro Giov. Bassiano. — ZDEKAUER, *loc. cit.*

(2) BARTOLO, *Comment. ad tit. De op. n. n.* § In operis — IOH. DE FERRARIIS, *Pract. aurea*, v. più innanzi p. 237. — LOD. BOLOGNINI, *Repe-*

l'uso generale di *iacio*, *iacto* negli autori latini, sia all'uso particolare delle Pandette, dove incontriamo *iacere terram*, *saxa* entro uno spazio determinato e *iactus mercium* via dalla nave (1): la seconda ipotesi appare tuttavia alquanto più artificiosa della prima e non può applicarsi nè a lavori di scavo, piantagione ecc., in cui non vi siano materiali agglomerati e pronti per esser adoperati, nè a lavori fatti in fondi non appartenenti a chi interdice e getta i sassi, poichè egli dovrebbe recarsi sul fondo altrui a prendere i sassolini raccoltivi e commetterebbe in tal modo una violazione del diritto di altri. Inoltre nei Basilici si nota qualche differenza di traduzione, poichè il gettar via cose che si vogliano abbandonare è *ῥίπτω*, il *iactus mercium* è *ἀποβολή ἐκβολή*, e il *iactus lapilli* è soltanto *βολή*, *λίθου βολή*, senza i prefissi che richiamano l'idea dello scagliar lontano da sè (2).

Anche intorno al significato del *i. l.* varie interpretazioni furono date dai commentatori, e taluni lo considerano come finzione di atto violento di resistenza all'opera intrapresa, quasi paragonabile alla *manus consertio* nella rivendicazione, altri quale turbamento di possesso, come il prendere una pietra o zolla di terra rappresenta in modo inverso l'apprensione del possesso medesimo, altri ancora come atto di minaccia paragonabile al getto dell'asta in territorio nemico per dichiarazione di guerra o del guanto nel campo quale atto di sfida (3). Meno accettabile fra tutte, malgrado il parere dello Stölzel (4), sembra l'opinione che i lapilli, come si adoperavano dagli agrimensori per segnare i confini, si gettassero per determinare i limiti, sino ai quali il *prohibens* voleva estendere la sua interdizione: i passi delle Pandette citati dallo Stölzel hanno un significato

---

titio super l. qui viam (D. 39. 1. 14) n. 50 e segg. in *Repetitt. in varias iuris civilis leges*, V 121, 122. — ALEXANDER RAUDENSIS, *De analogis, univocis et equivocis*, I c. VII § 13. — CARPZOV, *Responsa* ap. SCHILTER, *Praxis iuris romani*, exercit. XLII § 16. — MAYNZ, *Cours de dr. romain* II § 283 not. 31 e WINDSCHEID, *Pandette* (ital.) § 465 not. 18.

(1) Dig. VIII 4. 11. 1 e XIV 2 passim.

(2) Basil. LVIII 10.6 e 23.1 (*βολή*), LIII 3.22 e 8.9, 43 (*ἀποβ. ἐκβ.*), LX 4.5 e 12.43 (*ῥίπτω*).

(3) OTTO (EVER. OTTONIS), *De jurisprud. symbol. Exercit.* II c. 9. — DU ROI, *De iactu lapilli*, p. 32. — WINDSCHEID, *loc. cit.* — BUONAMICI, *St. della proced. civ. rom.* I 526. — FERRERO, *I simboli in rapporto alla storia* ecc. 30.

(4) STÖLZEL, *Die Lehre von der o. n. n. und dem interdictum quod vi aut clam* 335.

particolare molto lontano dalla denuncia di nuova opera e si riferiscono a pietre tolte da un fondo per dissodarlo e gettate altrove o al *centesimus lapis* quale termine di distanza dalla *Urbs* e limite di giurisdizione.

A mio giudizio si dimenticarono due punti importanti: i testi compresi nei Digesti fanno menzione del *iactus lapilli* nel modo più semplice e transitorio e non offrono il minimo argomento od appiglio per qualsiasi ipotesi: nella letteratura latina manca ogni altro accenno a tale pratica e, come non seppero citarne alcuno gli eruditi giureconsulti del Rinascimento, non ne trovarono alcun esempio neppure i diligentissimi compilatori contemporanei del grande *Thesaurus linguae latinae* (secondo una cortese risposta del redattore capo Dr. Dittmann da me espressamente richiestone, mentre ancor mancano le relative pagine dell'opera). Si affermò nella Glossa che l'uso del *i. l.* risale alle XII tavole, ma non se ne riscontra la minima traccia esplicita, quantunque ormai dai migliori storici si ammetta che l'*o. n. n.* è istituto molto antico, appunto perchè il suo principale effetto è di far sospendere il lavoro per autorità privata del *nuntians;* anche il Voigt, che pure del *iactus* fa menzione due volte, nella parte generale come una forma dell'atto designato col nome comune di *denuntiatio*, e nella parte speciale ove espone il diritto civile e penale delle XII tavole, non può citare che i noti passi dei Digesti, coi quali si risale a Pedio e Pomponio, cioè al periodo Adrianeo (1). A mio giudizio la brevità degli accenni transitorii di Ulpiano e Paolo nei titoli *De operis novi nuntiatione* e *Quod vi aut clam*, il silenzio assoluto degli scrittori di ogni specie, i quali pur ci offrono notizia di altre forme di getto di sassolini (v. p. 246), sono argomenti sufficienti per escludere ogni interpretazione veramente simbolica e cercare la più semplice e piana. La *prohibitio* si poteva fare con mezzi legali o civili (*operis novi nunciatio*, quando concorrono i requisiti speciali di essa, ricorso al pretore, protesta verbale innanzi a testimoni) e poteva compiersi di fatto in via materiale, e certo un mezzo facilmente applicabile era il lanciar sassi contro gli operai e contro l'opera per turbare e guastare il lavoro, come l'*opponere manum*, azione personale di resistenza. I giureconsulti romani notano che per una efficace *prohibitio* basta anche il getto d'una pietruzza, pure del minimo lapillo, quando ne sia chiaro lo scopo

---

(1) Voigt, *Die XII Tafeln* I 191, II 630.

e manifesto il significato, e certo pensarono che in tal modo si diminuisce il pericolo delle violente reazioni e il turbamento dell'ordine pubblico (come nota pure l'Otto, v. p. 233 n. 3). Si tratterebbe dunque non d'un vero simbolo, a cui forse nessun romano, giurisperito o laico, volse mai la mente, ma piuttosto d'una riduzione al minimo mezzo e al minimo segno che desse indizio della volontà; mi sia lecito aggiungere che forse la stessa osservazione può valere pel *defringere surculum*, rompere un ramoscello, che si ricorda insieme col *i. l.* per analogia quale atto simbolico e gesto solenne per acquistare o riacquistare il possesso in via di *usurpatio*. Anche per l'espressione *defringere surculum* un solo esempio tratto da Cicerone che ne usa a mo' di paragone contro certi filosofi che si appagano di studi minimi col minimo risultato, anche la rottura del ramoscello ci appare indicata in via oratoria solo come un atto d'importanza lievissima contrapposto al *recuperare amissam possessionem* per intero (1).

I commentatori delle Pandette nel medio evo e nel moderno parlano tutti del *i. l.*, ma non ne determinano nettamente il carattere giuridico. Mentre nel diritto romano, come ammettono concordi i trattatisti del tempo nostro, la *prohibitio* si distingue sotto parecchi punti di vista dall'*operis novi nunciatio*, per la natura e l'importanza, per la qualità delle persone che possono valersene, per la forma e per gli effetti, molti commentatori anche di tempi vicini a noi tendono a confondere i due atti e notano soltanto tre forme di *o. n. n.*, l'una per mezzo del magistrato, l'altra reale coll'*i. l.*, la terza verbale per semplice protesta. E di uno tra quegli effetti giova fare speciale menzione, quello che mediante la *o. n. n. adversarium possessorem facimus* (D. XXXIX 1,5 § 10), poichè intorno ad esso avviene una singolare modificazione per le insufficienti notizie che i giuristi medievali avevano sulla procedura romana: mentre i giureconsulti classici vogliono con tali parole affermare che l'atto da essi chiamato *o. n. n.* attribuisce all'avversario la posizione di *possessor* coi benefici inerenti specialmente quanto all'onere della prova e che la *prohibitio* non altera invece la condizione giuridica di *possessor* in chi la fa, se già la possiede, i commentatori affermano senz'altro che perde il possesso chi protesta

(1) Voigt, *ibid.* I 191 II 232. — Cfr. Cicer. *De Orat.* III 28: la citaz. del Voigt (*De offic.* III 28) è errata. — Chassan, *Essai sur la symb. du droit*, 83, 389. — Cujacio, *Ad tit. 1 Lib. XXXIX Dig.* (Opere, ediz. Napoli, 1722, vol. X, p. 1175). — Ferrero, *loc. cit.*

colle sole parole, lo conserva chi ricorre al giudice o alla violenza materiale. Di tale differenza si danno varie spiegazioni; secondo la Glossa, Azone e Cuiacio, chi si appaga delle parole si addimostra timido e malsicuro delle sue pretese, mentre apparisce invece forte di buone ragioni, possessore convinto del suo diritto e capace di menar le mani per sostenerlo chi domanda subito l'intervento del magistrato o usa senz'altro i mezzi energici, siano pure rappresentati da un solo sassolino (1). Altri pensano che l'autore dell'opera nuova su fondi altrui ha già preso possesso corporale del suolo e non può esserne privato senza intervento di giudice o materiale opposizione, colla mano o coi sassi (2).

Un punto essenziale va qui messo in rilievo, ed è questo che diede occasione al presente scritto, che nella maggior parte dei commentatori del Corpus Iuris e dei trattatisti del diritto comune, specialmente negli italiani, manca ogni accenno ad un uso continuato del *i. l.* nella pratica e la menzione di esso è fondata soltanto sui testi romani ricordati: lo Stölzel asserisce che gli scrittori prudenti lo dicono raro, i più audaci senz'altro caduto in disuso (3). Invece una serie ormai notevole di documenti, solo in parte già conosciuti, permette di affermare che l'uso del *i. l.* per denunciare e interdire un'opera nuova dura in Italia, sia nella settentrionale che nella centrale, per tutto il medio evo sino agli inizii del moderno, e che se ne hanno in altre parti d'Europa esempi non meno antichi e più recenti.

Ecco intanto l'elenco per l'Italia.

Piemonte.

* Piverone (Ivrea): 1210. Mon. hist. patr. I 1166.

Lombardia.

* S. Benedetto in Polirone (Mantova): 1186. Cartulario posseduto dal prof. Patetta, ap. ZDEKAUER, *loc. cit.* p. 382.

Manerbio (Brescia): 1192. ODORICI, *Storie Bresciane* VII 17 n. 230. Dalle schede di quel diligentissimo e cortesissimo ricercatore degli archivi milanesi che è il comm. Gerolamo Biscaro, risulta che il documento originale si trova a Milano nell'Arch. di Stato: Fondo di religione, Pergamene di S. Cosma e Damiano n. 23.

(1) AZONE, *l. cit.* n. 10. — CUJACIO, *l. cit.*

(2) VOET, *Comm. in Pand.* ad tit. *De o. n. n.* — DU ROI, *op. cit.* 48.

(3) STÖLZEL, *op. cit.* 543.

* Brescia: 1253. Arch. di St. di Milano: Fondo di religione, Pergam. di S. Giovanni n. 17 (Schede Biscaro).

* Ivi: 1305. Ivi, Pergam. di S. Cristoforo di Pavia n. 192 (Schede Biscaro).

Casorate e Morimondo (Milano): 1199. Arch. di Stato di Milano: Fondo di relig. Monast. Morimondo (Schede Biscaro).

Voghera: 1268. Ivi, Pergam. del Monast. del Senatore di Pavia n. 202 (Schede Biscaro).

* Chiaravalle (Milano): 1296. Osio, *Docum. diplomat. tratti dagli Arch. milanesi* I n. 49 (1).

Cremona: 1387. Statuti civili c. 437 (2). *Denunciantes novum opus per lapilli iactum vel per iudicis praeceptum.*

Pavia: I. P. de Ferrariis, *Aurea practica (papiensis)* composta secondo il proemio nell'a. 1400. Par. II. *Forma libelli in actione novi operis.* Chi vuol impedire l'opera nuova, deve dire agli operai che vi lavorano *prohibeo, et his dictis accipiet secundum aliquos unum lapidem quem in opus dejiciet, vel secundum alios ex ipso opere lapidem unum vel plures auferat et deponat.* — Anche Alessandro Raudense, patrizio lombardo e professore a Pavia, nell'opera citata (p. 233 not.) e scritta nel 1586 accenna all'uso pratico del *i. l.* a lui noto colle parole: *cum quo Bolognino concordat ratio naturalis et ipse hominum usus, licet vulgo ignoretur ubinam fundetur.*

Veneto.

* Padova: 1223. Roberti, *Un formulario inedito d'un notaio padovano* (Corradino) *del 1223* nelle Mem. dell'Ist. Ven. vol. XXVII p. 91. La parola *actum* (per actum lapidem n. o. den.) va probabilmente corretta in *iactum*. V. a p. 241 per la carta successiva. Il consiglio di Baldo citato più oltre potrebbe riferirsi ad un altro esempio padovano del sec. XIV (v. pag. 240 not. 3).

Giova notare invece che Jacopo Bertaldo in principio del sec. XIV non fa parola del *i. l.* per Venezia, dove tutte le denunce di nuova opera, i *clamores supra laborerio*, si facevano sempre mediante i pubblici ufficiali, e che la formula della *o. n. n.* manca nel formulario tuttora inedito del notaio Ventura di Verona del sec. XIII di cui diede notizia il Besta, come ebbe a rispondermi cortesemente il bibliotecario comunale prof. Biadego (3).

(1) *Cfr.* Lattes, *Dir. consuetudin. delle città lomb.* 302, 406.

(2) *Statuta civitatis Cremonae*, ed. 1578 p. 134.

(3) Bertaldo, *Splendor Venetorum civitatis consuetudinum* 47, in Biblioth. iurid. Medii aevi III 139 e segg. — Besta, *Un formulario notar. veron.* in Atti dell'Istit. Veneto vol. LXIV.

Emilia.

Parma: * pergam. 5 febbr. 1219 e 24 settembre 1234 tra le carte del monast. di S. Paolo alla Bibliot. Palatina, buste 3653 e 3654; * pergam. 14 giugno 1438 tra le carte del monast. di S. Quintino all'Arch. di Stato, fascic. D.

Bologna: della persistenza dell'uso del *i. l.* fanno prova alcuni giureconsulti che vissero e scrissero in quella città. Ranieri da Perugia in una formula della *Ars notaria* (1211-1227) introduce esplicitamente quella pratica colle parole: *Iohannes denuntiavit Petro et per iactum lapilli ei penitus interdixit ne opus novum* ecc. (1): Odofredo († 1265) parla nella *Lectura in Dig. novum.* sul titolo *De o. n. n.* del *i. l. quem sciunt facere omnes laici et rustici* (2): Rolandino dei Passageri († 1300) nella *Summa artis notariae* (compilata 1255) ne fa menzione come uno dei casi in cui può essere applicato l'*instrumentum denunciationis*, e il suo commentatore Pietro de' Boattieri (morto poco dopo il 1321) vi accenna pure in modo che manifestamente risponde alla pratica: *Si vult denunciare per novam operam, rem habet denunciare cum trino iactu lapilli proiciendo in operam: si non potest appropinquare hec habet iudici denunciare* (3). Anche Bartolo nota che alcuni gettano tre sassolini, quantunque secondo i Digesti basti uno solo, e due secoli dopo il Bolognino († 1508) ricordava ancora *istam communem practicam quam ego alias etiam vidi in hac regia nostra civitate Bononiae* (4).

Toscana.

* S. Martino (Lucca): 1107. Memorie e docum. per servire alla storia di Lucca, vol. IV par. II append. p. 126.

Ponte Caliano (Arezzo): 1217. Lettera di Onorio III all'abate del convento di S. Flora Aretina, compresa nel Corpus iuris canonici, c. 30 Ex parte vestra X De verb. signif. V 40. L'iscrizione della lettera, errata nelle più antiche edizioni,

---

(1) Biblioth. iuridica Medii aevi II 64 c. XXXV.

(2) TAMASSIA, *Odofredo*, in Atti Deputaz. st. patr. Romagna XII 341. — Cfr. pure ODOFREDO, *De libellis formandis* c. 19 in Tractat. illustr. iurisc. t. III par. II.

(3) *Summa artis notariae*, par. I c. VI. De compromissis, Instrumentum denunciationis.

(4) BARTOLO, *Comm. ad Dig.* Tit. *De o. n. n.* § *Meminisse.* — BOLOGNINI, *Repetitio, loc. cit.*

fu corretta dal Cironio e viene confermata dal regesto di quelle lettere pontificie recentemente pubblicato (1).

* Arezzo: 1240-43. *Summa notariae Aretii composita* in Bibliotheca iuridica medii aevi vol. III 317 n. 129 (2).

Va citato qui anche Roffredo di Epifanio beneventano († poco dopo il 1243), che nel *Tractatus de ordine iudiciorum*, incominciato in Arezzo intorno al 1230, descrive minutamente il *i. l.* e il modo pratico di compierlo, accennando a due controversie, l'una del monastero di S. Fiora, l'altra dell'abate di S. Procolo (3).

Gli statuti d'Arezzo riformati nel 1536 accennano al *i. l.* nel modo consueto: se a chi edifica od agli operai *interdictum fuerit ne aedificetur per iactum lapidis vel alio modo* (II 32). Da ricerche cortesemente eseguite a mia richiesta negli archivi fiorentini apparisce che il capitolo si legge anche negli statuti precedenti del 1503 (II 17 *per iactum lapilli*), non nelle compilazioni più antiche, cosicchè è lecito supporlo inserito fra il 1337, data della seconda redazione, e il 1503.

* Rifredi (Firenze): 1243. SANTINI, *Docum. dell'antica costituz. del comune di Firenze* p. 301 n. 73.

Siena: 1262. Nel codice degli statuti di quell'anno, in margine presso alla rubr. *De op. no. nunc. et eius ordine* (II 146), dove si provvede alla sospensione del lavoro e non si parla dei modi della *nuntiatio*, lo scrittore disegnò tre cerchietti, che secondo una geniale interpretazione dell'editore prof. Zdekauer rappresentano le tre pietruzze (4).

Monte Amiata: 1434. Statuti, lib. II (Arch. di Stato, Siena) ap. ZDEKAUER, *l. cit. Si cui edificanti vel magistris per iactum lapilli vel alio modo interdictum fuerit ne* ecc.

---

(1) CIRONIUS, *Quinta compil. epistularum decret. Honorii III*, l. V. tit. 19 c. 2. — *Regesta Hon. III papae* ed. PRESSUTTI, I 136 n. 797. Cfr. pure la glossa di Bernardo *Duobus modis* ad v. *lapillum* in Decretal. l. cit. e la glossa ad c. 2 X De o. n. n. V 32.

(2) Cfr. BRANDILEONE, *Sull'opera ined. di Ran. da Perugia* in Rendiconti dell'Istit. Lomb. 1898. 1128 e segg., dove fu già pubblicata a pag. 1143 not. 29 la formula relativa al *i. l.*

(3) ROFFREDO BENEVENT., *Tract. iudic. ordinis*, par. II De interdictis, cap. De interd. de n. o. n., § 2, 14, 16 (ediz. Colonia 1591, p. 104, 106).

(4) *Constituto del Comune di Siena del 1262*, pag. IX.

Umbria.

Visso (Macerata): 1461. Statuti II 13 *Si quis per iactum lapilli vel aliter numptiaverit alicui novum opus* (1).

Giova inoltre ricordare che nella seconda metá del sec. XIII Guglielmo Durante scrive senz'altro nel suo *Speculum: Libellus concipitur: Nunciavi novum opus in aedificio tali per iactum lapilli*, (2), in forma generale che può usarsi dovunque e non si può attribuire ad alcuna regione determinata. Anche Baldo in un suo consulto discute di una denuncia che era stata fatta *per iactum lapilli pro consueto (ut asserunt) iure ipsorum nuntiantium*, ma non si può determinare a qual luogo si riferisca lo scritto, ov'è detto solo che la denuncia erasi compiuta a danno di certi *nobiles de comitibus* (de' Conti? padovani?) (3).

Queste memorie del *i. l.* cominciano dunque in documenti lucchesi e lombardi del sec. XII e continuano nei secoli successivi, da Piverone a Visso, dall' Alpi all' Appennino umbro, e in qualche luogo si incontrano ripetute a notevole intervallo di tempo. Una diffusione tanto larga e dispersa vieta di trarre conclusioni negative dal silenzio di molti statuti che provvedono agli effetti della *o. n. n.* senza indicare la forma: p. es. a Milano in un capitolo che passa inalterato dal *Liber consuetudinum* agli statuti del sec. XVI è detto soltanto *denunciatum fuerit novum opus* (4), e il Carpano, il commentatore dell'ultima riforma, nota solo che per antica consuetudine si ricorre al magistrato, al vicario di provvisione (sec. XIV), quantunque per esplicito divieto degli statuti fosse a lui vietato intromettersi di regola nelle contestazioni fra privati, ma questa affermazione non basta per dedurre se nel sec. XIII si usava o no il *i. l.*

Fra i documenti citati alcuni accennano solo all'uso del *i. l.*, altri (segnati nell'elenco coll'asterisco) contengono veri processi verbali della *nunciatio* per mezzo di quello, o in formulari notarili, o in istrumenti veramente rogati da notai. Si parla sempre

---

(1) *Statuta comunis et populi civitatis Vissi* (Camerino 1884) 34.

(2) DURANTE, *Speculum iuris* IV par. 4 tit. De n. o. n. § 1.

(3) BALDO, *Consilia* II n. 245. Nei Tract. univ. iuris I 192 v'è uno scritto di Prosdocimo de Comitibus padovano.

(4) BERLAN, *Lib. consuetud. Mediol.* p. 19 e 61 — PORRO in *Mon. hist. patr.* Leg. munic. II par. I p. col. 918 — LATTES, *Dir. consuetudin. delle città lomb.* 301 — Stat. 1396 IV 159 — Stat. 1502 c. 340 coi commentari del Carpano.

di sassolini, *lapilli*, e solo Ranieri da Perugia scrive *iactum quorundam lapillorum seu quarundam fabarum:* il getto è spesso ripetuto più volte, di solito tre, con parole molto esplicite, quasi sempre *nuntio vobis opus novum:* l'atto si compie sul luogo in presenza dell'avversario o degli operai, oltre al notaio e testimoni; le pietruzze si gettano contro il lavoro. Qualche volta s'indicano i motivi, e si hanno esempi in cui il denunciante pretende un diritto di proprietà sul terreno, altri in cui si allega solo il timore di danno minacciato dall'opera, secondo la distinzione Ulpianea *iuris conservandi* o *damni depellendi gratia.* Il divieto di continuare non manca mai, la richiesta che si distrugga il già fatto è più rara; quasi sempre si notano le misure della parte costruita o scavata (cfr. Dig. XXXIX 1. 8 § 5), per poter verificare se la proibizione fu violata e per chiedere la demolizione della parte aggiunta secondo la norma romana accettata dai commentatori. Nessuna traccia di partecipazione di magistrati, messi, uscieri, o pubblici ufficiali qualsiasi all'atto, e il notaio interviene soltanto per redigere la carta che prova la denuncia. Nessun cenno di rinvio al giudice o citazione innanzi ad esso: solo nel documento bresciano del 1305 il denunciante si dichiara pronto a provare *quando et coram quo debuerit* il pregiudizio arrecatogli dall'opera nuova. Quanto alla cauzione che il *nuntiatus* può offrire per poter continuare il lavoro, non se ne fa mai parola nell'atto della *nuntiatio*, il formulario padovano e la Summa di Rolandino contengono la formula per l'atto di malleveria *de demoliendo*, *si iniuste aedificaverit*, e una carta piacentina del 1228 accenna ad una *securitas* data per lo stesso scopo, seguita dall'invio di un perito *magister aquarum* sul luogo per esaminare e riferire al giudice (1). La formula padovana contiene la dichiarazione del *nuntiatus* che si costituisce possessore per l'altro, obbligando tutti i suoi beni, e questa, se non è clausola tralatizia, corrisponde alla differenza suaccennata tra le varie forme di *nuntiatio* e riconosce che il denunciante non perdette per il *iactus lapilli* il possesso del terreno occupato.

Dissi già che l'uso del *i. l.* non è esclusivamente italiano

(1) ROBERTI, *op. cit.* 92 (dove la forma scorretta è da attribuire al trascrittore del codice, cfr. p. 9) — ROLAND. PASSAGERII, *Summa artis notariae* par. III c. 9 De iudiciis, Satisdatio de opere demoliendo — Perg. 1228, 3 marzo in Arch. di Stato di Parma, Sez. diplomat. busta XI.

e ve ne sono tracce manifeste in Francia, in Germania e nell'Olanda.

Il Glasson ricorda alcuni trattati pratici di diritto e procedura, il *Grand Coutumier de France* e il *Livre des droits et commandemens*, composti nella seconda metà del secolo XIV, e le *Anciennes coutumes de l'Anjou et du Maine* raccolte nel XV (1). Il Bouteiller († poco dopo il 1417) descrive minutamente la *o. n. n.* per *i. l.*, mentre il suo annotatore del 1600, il Charondas, afferma che essa ormai in Francia si compie soltanto per mezzo del giudice (2). Il Ducange cita nel Glossario (s. v. *Nuntiatio)* un documento del 1407 contenente un processo verbale di denuncia per un monastero di Montesquivum in Linguadoca (Montesquieu nel dipart. Haute Garonne capoluogo Tolosa, o Montesquiou nel dipart. finitimo Gers): il Cironio ricorda un atto rogato a Tolosa e conservatovi nell'archivio capitolare, probabilmente del sec. XV, perchè l'autore scrivendo nel successivo usa le parole *vetus istrumentum* e forse avrebbe adoperato un aggettivo diverso più esplicito per una carta molto più antica (3). Le antiche consuetudini di Tolosa (confermate nel 1285) dispongono intorno alla *o. n. n.* e provvedono specialmente agli interessi del soggetto passivo che intraprese il lavoro, ma non accennano con alcuna parola al modo in cui fu fatta la proibizione (4). Anche Pietro Gregorio il tolosano (sec. XVI) si riferisce colle parole citate in nota all'antica pratica del triplice getto che ormai non si usa più in Francia (5); egli, forse il solo tra i giureconsulti, vi raffronta la trina citazione del contumace nel diritto giustinianeo (e nell'italiano medioevale) e la trina ammonizione del chierico (e del laico) nel diritto canonico (6), ma non è da credere che l'uso dei tre sassolini possa collegarsi veramente a tali norme positive e si tratta piuttosto dei consueti sforzi dei giureconsulti per trovare l'*argumentum* e il sostegno di ogni fatto e

(1) Glasson, *loc. cit.* 631.

(2) Bouteiller, *Somme rural*, l. I tit. 20 c. 8 e l. II t. 32.

(3) Cironius, *Paratitla in quinque libros Decretalium*, ad l. V 32 c. 6.

(4) Bourdot de Richebourg, *Nouveau coutumier general*, IV 1044.

(5) Petri Gregorii Tholosani, *Syntagma iuris universi* p. I l. IV. c. 29. Nec simplex i. l. prohibitionem facit: quinimo quidam tradunt et triplicem lapillum proiciendum: modestior et firmior est per praetorem facta denunciatio qua in Gallia ut plerumque utimur.

(6) Dig. XLII l. 53 § 1 e c. 25 In audientia nostra X De sent. excomm. V 39. — Cfr. Pertile, *Storia del diritto it.*[2] VI par. II. 35, 36.

rapporto giuridico nei testi romani o canonici. D'altri scrittori francesi, che affermano usato il *i. l.* a Parigi e altrove nei sec. XIV e XV, non potei verificare le citazioni (1).

In Germania alcuni autori dichiarano che il *i. l.* non è più in uso (2) e lo Schilter scrive che sarebbe una *ridicula quiritum aemulatio* il rinnovarlo, altri evidentemente appartenenti ad altre regioni ne ricordano la forma precisa come tuttora praticata. Il Grimm ne adduce un esempio del 1278-82 a Lubecca (3), un altro il Du Roi del 1559 a Brunswick (4), e per la Germania del N. E. (Pomerania ed isola di Rügen) si hanno documenti del 1299 e del sec. XVI (1558-1600-1604) (5); il Fridero descrive minutamente l'atto proibitivo e il Volkmann dà la formula completa dell'atto notarile da redigere per siffatta denuncia (6) (sec. XVII). Dalla stessa Germania ci venne pure l'unico lavoro speciale che sia stato scritto sul *iactus lapilli*, il *De iactu lapilli Liber singularis* di I. G. P. Du Roi, edito a Helmstad nel 1782.

Infine il Groenewegen (sec. XVII) fa menzione dell'uso tuttora vigente che *a nostratibus observatur* nel Brabante (7).

Quanto alle particolari forme dell'atto, non vi sono differenze tra questi esempi transalpini e gli italiani sopraccennati: soltanto alcuni autori, l'Hahn e lo Schwanmann (8), parlano di

---

(1) ROBERTUS ap. STRAUCH, *De op. n. n.* n. 18. — POLIS ap. ZIMMERMANN in Arch. f. civil. Praxis XXXVII 221 not. — AUTUMNUS ap. GROENEWEGEN (v. qui not. 7) e DU ROI, *op. cit.* p. 56.

(2) SCHILTER, *Praxis iuris romani*, Exercit. XLII § 17. Cfr. LEYSER, not. 6.

(3) GRIMM, *Deutsche Rechtsalterth.*[4] I 250.

(4) DU ROI, *op. cit.* 60 e segg.

(5) VON MEDEM, *Zur Rechtskunde des Mittelalters* in Zeitschr. für Archivkunde (1834) I 319 e segg.

(6) FRIDERUS MINDANUS, *De process. mandatis et monitor. iudic.* ap. DU ROI *op. cit.* 43. — VOLCKMANN, *Informatio notariorum* o *Notariatkunst* p. II. LXXXI n. III. — Cfr. pure LEYSER, *Meditationes ad Pandectas* VI. 1134.

(7) GROENEWEGEN, *Tract. de legib. abrogatis et inusitatis in Hollandia*, ad Dig. De op. n. n. § 10 Meminisse. Per la trascrizione dei passi di Von Medem, Volckmann, Groenewegen ringrazio vivamente il cortesissimo prof. Benvenuto Terracini.

(8) HAHN, *Adnotatt. in Wesenbecium* ad Dig. de op. n. n. — SCHWANMANN, *Proc. cameralis*, ap. LAUTERBACH, *Colleg. theoret. pract. Pandectarum*, III 3.

pietre prese dalla costruzione e gettate sopra di essa, e nel Fridero si legge *lapillum unum vel, si placet, et alterum, ex opere vel aliunde assuntum.*

***

Qui si presenta ancora una volta il quesito che si suole ripetere innanzi ad ogni fenomeno giuridico grande o piccolo, il quale si riscontri in luoghi e tempi varii, in regioni che hanno diritti diversi ispirati a differenti principii: vi fu influenza od imitazione da un luogo o da un tempo all'altro, o si tratta di manifestazioni sorte contemporaneamente o successivamente in modo indipendente, quindi per rispondere agli stessi bisogni, sotto l'azione di uguali stimoli? Tali parole potranno esser troppo grosse in questo caso per un atto formale di poco rilievo, ma il fatto della sua diffusione è innegabile e gli elementi sicuri per una risposta precisa alla domanda ci mancano.

L'ampio territorio, in cui s'incontra il *i. l.*, fu variamente dominato dal diritto romano e dal longobardo, e nel medio evo più fortemente prima da questo, poi da quello nei tempi successivi. Non si può affermare a mio giudizio che vi sia stato veramente un antico uso romano continuato e tramandato al medio evo, sia perchè sono tanto scarsi e fuggevoli gli accenni dei giureconsulti romani e il *iactus vel minimi lapilli* mi sembra tanto significativo, sia perchè la tradizione italiana dell'atto, quale si presenta in molte carte nella forma di triplice getto accompagnato da parole manifeste ed espressive, discorda dal *iactus lapilli* (al singolare) di Ulpiano, di Paolo, dei commentatori che fedelmente li seguono discutendo se le parole siano necessarie od utili. Il più antico documento lucchese, quantunque anteriore all'ampio risorgimento degli studi romanistici, proviene però dalla Toscana, dove si hanno di questi le ben note e notevolissime tracce, e contiene l'espressione *interdictio per lapilli iactum* che risponde a puntino alla *prohibitio* dei giureconsulti classici, mentre nelle carte posteriori si usa quella formula più generale e indeterminata di *operis novi nunciatio* secondo la confusione introdotta dai commentatori posteriori. Ma l'intervallo fra i tempi di quei maestri del romano diritto e il sec. XII non si può colmare in alcun modo: il desiderio espresso dallo Zdekauer non fu soddisfatto e quel valoroso indagatore dei documenti dell'alto medio evo, che è il Leicht, non trovò nelle carte preirneriane alcun esempio

di *iactus lapilli* (1). Una diffusione così larga e dispersa del fenomeno, quale abbiamo veduta, contrasta con una origine in tutto spontanea, le differenze notevoli di forma e il silenzio assoluto della glossa stanno contro un'origine in tutto tradizionale e dottrinale, contro l'ipotesi che l'introduzione del *i. l.* sia dovuta alla influenza della scuola bolognese. E che dire della Francia dove il *i. l.* s'incontra in paesi di diritto scritto come in quelli di diritto consuetudinario, e della Germania dove lo troviamo due secoli prima della recezione del diritto romano e molto al nord?

Forse bisogna ammettere che le due correnti, la dottrinale e la spontanea, operarono insieme confondendo i loro effetti, senza che sia possibile determinare quale parte spetti a ciascuna di esse. I documenti ci mostrano il *iactus* praticato quasi sempre nelle campagne e Odofredo lo dice noto ai rustici ed ai laici (ignoranti del diritto), quantunque più tardi Giovanni da Nevizzano (sec. XVI) affermi che è *materia praticabilis in civitatibus et etiam quandoque in villa* (2): certo nelle campagne sono molto più frequenti le opere di costruzioni e scavi e meno facile l'adito al magistrato perchè le interdica. Il getto di pietre può essere stato usato qua e là insieme colla denuncia quale modo energico di richiamar l'attenzione di coloro che si trovano sul lavoro e minacciarne la demolizione o il guasto, può essersi ripetuto più volte a tale scopo, anche senza venir spinto all'eccesso narrato da Roffredo (3), di quel monaco che col sasso ruppe quasi la testa al lavoratore. Ma senza dubbio contribuirono a diffonderne l'uso i notai che lo trovarono nei loro formulari e apprendevano in modo grossolano nelle loro scuole che la sola *nunciatio* reale conserva il possesso al nunciante, mentre la verbale lo dà all'avversario: qualche giureconsulto, che vide il *iactus lap.* usato intorno a sè, ne trasse occasione per farne particolar menzione nei commentari e nelle lezioni.

Il getto poteva avere anche un altro significato e compiersi con intenti diversi che si associavano al primo, p. es. quale atto di disprezzo, e come il Grimm lo collega colla norma della legge salica che punisce chi butta sassi contro la casa

(1) LEICHT, *Ricerche sul diritto privato nei docum. preirneriani*, nel Bollett. senese di storia patria 1913.

(2) Annotaz. alla Summa di Rolandino, dopo il § citato a p. 241 not. 1 sulla *Satisdatio de opere demoliendo*.

(3) ZDEKAUER, *loc. cit.* 381.

altrui a solo scopo di contumelia, noi dobbiamo ricordare che parecchi fra i nostri statuti ci offrono esempi più recenti della stessa ingiuria reale (1). E taluno potrebbe anche volger la mente ad uno scongiuro deprecativo o imprecativo, specialmente avuto riguardo al numero fatale tre, e troverebbe qualche punto d'appoggio nel mondo romano e nel medievale. Antichissimo e solenne a Roma il giuramento *per Iovem lapidem* e consisteva nell'invocar Giove che scacciasse, perdesse, buttasse via il giurante, come egli gettava via il sasso che teneva in mano: Polibio e Festo ce lo descrivono, ne parlano Aulo Gellio e Cicerone (2). Nella stessa città in periodo posteriore Petronio Arbitro ricorda come giovasse a rinvigorire gli incantesimi lo sputare ed insieme il gettarsi in seno tre sassolini avvolti in porpora da una maga (3). Così ad Augusta nel sec. XV per la esecuzione della scomunica solenne si gettano tre pietre dalla soglia della chiesa verso le case degli scomunicati *ad terrorem in signum maledictionis eterne quam Deus dedit Dathan et Abyron quos terra vivos absorbuit* (4).

Più cause adunque, più ricordi tradizionali, più esempi attuali possono aver contribuito a far risorgere l'uso e diffonderne la notizia fra popolani, notai e giureconsulti; soltanto in Germania fu probabilmente di pura origine dottrinale quella forma speciale che venne accolta in qualche documento, la dispersione di sassolini presi dai materiali preparati per la costruzione, poichè qualche giureconsulto tedesco accettò siffatta interpretazione dei testi romani proposta da alcuno dei nostri.

La sparizione definitiva del *iactus lapilli* si connette ad una altra trasformazione giuridica, sotto un punto di vista molto diverso. Tanto la denuncia d'opera nuova colle sole parole quanto il getto di sassolini erano atti di autogiustizia, coi quali il privato poteva intimare da sè la sospensione del la-

(1) Lex salica, c. (XCVII) nell'ediz. di Geffcken, p. 77. — Grimm, *l. cit.* — Del Giudice, *Dir. penale german. rispetto all' Italia,* 150. — Pertile, *Storia cit.* V 618 not. 15.

(2) Polibio, *Hist. Rom.* III 25. — Festo, *De verb. sign.* ap. Bruns, *Fontes iuris antiqui* (VII ediz.) Scriptt. 12. — A. Gellio, *Noct. att.* I 21, 4. — Cicerone, *Ep. ad Famil.* VII 12.

(3) Petronio Arbitro, *Satyricon* c. 131; cfr. Boni, *Superstitio* in Nuova Antol. CLXI (1913), 356.

(4) Monum. Boica vol. 34 par. I, 248 an. 1418, e vol. 35 par. II 83 an. 1468. Cfr. Grimm *loc. cit.*

voro che reputava lesivo delle proprie ragioni e acquistava il diritto di pretendere la demolizione della parte compiuta dopo la protesta: se l'attribuzione di tanta efficacia ad un atto privato poteva corrispondere allo spirito del diritto romano e al sentimento individualistico, doveva naturalmente scemare quando l'autorità dello Stato riprese forza e vigore per combattere la giustizia privata, e tanto a Roma come in Italia, in Francia, in Germania fu ammesso soltanto il ricorso al magistrato perché ordini la sospensione dopo un'ispezione de' periti sopra luogo, così da evitare altresì ogni pericolo per la pubblica quiete nello svolgimento libero delle istituzioni civili.

NOTA

Secondo una assai cortese comunicazione del prof. Leicht, nella terza parte delle sue *Ricerche sul dir. priv. nei doc. preirner.*, non ancora edita, si notano buone ragioni per dubitare della data 1106 del documento lucchese più antico: l'indizione non corrisponde all'anno e una espressione della sottoscrizione notarile si attaglia ad epoca più tarda.

PROF. FELICE SUPINO

PIETRO PAVESI

CENNO NECROLOGICO

(Adunanza del 12 marzo 1914)

Pregato dall'onorevole Presidenza del R. Istituto Lombardo di scienze e lettere di commemorare il compianto prof. Pietro Pavesi, membro effettivo di questo Istituto, ho accettato ben volentieri pur pensando che la mia modesta parola, non potesse essere all'altezza del compito. Nel suo testamento Egli tra l'altro scrisse: « La mia salma dev'essere trasportata al cimitero direttamente, in carro modesto, senza preti, senza fiori, senza discorsi. Ove si facesse sostare nell'Università, secondo l'uso per i professori, permetto soltanto il semplicissimo saluto di un amico naturalista; di commemorazioni quella all'Istituto Lombardo ».

Rileggendo queste righe, penso tanto più che altri più degno di me, avrebbe dovuto dire di Pietro Pavesi; tuttavia poichè conosco ed apprezzo la vasta e multiforme opera sua, ed ebbi la fortuna di avvicinarlo più volte, ammirandone le speciali doti, spero di potere, sia pure modestamente, esaurire il mio compito.

Pietro Pavesi nacque in Pavia il 24 settembre 1844, ed in quella Università conseguì nel 1865 la laurea in scienze naturali. Poco prima di esser proclamato dottore, ottenne, in seguito a concorso per esami, il posto di professore di storia naturale nel Liceo cantonale di Lugano, posto che occupò fino al 1871 e che lasciò in seguito alla sua nomina a coadiutore di anatomia comparata presso la R. Università di Napoli. Ebbe pure la nomina a professore di storia naturale nell'Istituto provinciale di agricoltura di Caserta, ma nel 1872 fu nominato in seguito a concorso, professore straordinario di zoologia e anatomia comparata presso la R. Università di Genova, e di qui passò nel 1875 come professore straordinario di zoologia nella R. Università di Pavia, dove conseguì l'ordinariato nel 1878.

La sua attività scientifica fu oltremodo intensa; varî sono gli argomenti da Lui trattati, e in tutti si rivela l'impronta del sottile ricercatore, della mente dalle vaste e profonde idee.

I suoi numerosi studi sugli Aracnidi, lo resero una vera competenza su questo argomento, ed a Lui furono affidate per lo studio importanti collezioni e raccolte fatte in varie regioni e sopratutto in Africa.

Si occupò pure di elminti intorno ai quali pubblicò alcuni pregevoli studi; e durante il suo soggiorno a Napoli fece, fra l'altro, due interessantissimi lavori intorno alla circolazione del sangue nel Pyrosoma studiato specialmente negli embrioni, e sul ritmo delle pulsazioni del cuore nelle salpe e annoverazione delle specie che frequentano il golfo di Napoli.

Si dedicò poi con attività agli studi ornitologici e si hanno di Lui numerose pubblicazioni in proposito e sopratutto importanti i calendarî ornitologici per la provincia di Pavia. Le vaste cognizioni acquistate con questi studi, gli permisero di occuparsi attivamente e con profitto anche di cose pratiche relative alla caccia, per cui fu ricercato il suo consiglio e fece parte quale Presidente onorario ed effettivo di varie Società della caccia.

L'attività di questo illustre naturalista, si portò poi allo studio dei pesci d'acqua dolce e marina nonchè ai problemi relativi alla pesca e all'acquicoltura in genere.

Studiando le migrazioni dei tonni, il Pavesi sostenne in una dotta comunicazione fatta a questo Istituto, che i tonni che vengono in primavera catturati nelle nostre tonnare non provengono già dall'Atlantico, bensì dalla profondità del mare, poichè appunto i tonni sono pesci che vivono ordinariamente nelle profondità marine e migrano solo all'epoca della riproduzione.

E a proposito del tonno, bella ed importante è la sua relazione alla Commissione reale per le tonnare, sull'industria del tonno; è un volume di ben 354 pagine con 6 tavole e carte.

Interessantissimi sono inoltre i suoi studi sulla Selache maxima.

Circa le acque dolci Egli ci ha lasciati numerosi scritti sui pesci e sulla piscicultura, nonchè sulla fauna pelagica. La scoperta e illustrazione da Lui fatta nei nostri laghi della fauna pelagica, è di grande valore ed ha gettato le basi della idrobiologia. Egli ebbe inoltre il merito di riconoscere subito l'importanza che gli studi planctonici potevano avere anche nelle applicazioni. Studiò con cura la maggior parte dei bacini la-

custri dell'Italia superiore e media, e trasse importanti conclusioni generali sull'origine dalle faune lacustri, che non sarebbero, come voleva Forel ed altri, dovute all'opera di dispersione per parte degli uccelli acquatici, bensì debbono essere considerate come relicti marini. Le sue osservazioni su tali argomenti si trovano riassunte nel suo dotto discorso in occasione dell'inaugurazione dell'anno accademico 1889-90 presso la R. Università di Pavia.

Al Pavesi si deve se nel nostro lago di Como, e poi negli altri laghi, fu fatta l'immissione del coregone, immissione che ha dato, come ognuno sa, ottimi risultati; e a lui pure si deve la diffusione delle pratica piscicola in Italia.

La sua bella conferenza sulla *Distribuzione geografica dei pesci in Lombardia*, dimostra l'esattezza scientifica e l'acume critico che possedeva questo insigne naturalista. Agli studi ittiologici e alla pesca il Pavesi dedicò gran parte della sua attività e l'ultimo suo lavoro fu appunto un argomento relativo ai pesci e cioè agli Acipenseri nostrali, lavoro da Lui presentato a questo Istituto nell'adunanza del 7 Marzo 1907.

La sua speciale competenza in fatto di pesca, fece sì che Egli fosse chiamato a far parte di Commissioni e Società che si occupavano di tale oggetto. Così fu nel 1877 nominato dalla Deputazione provinciale di Pavia a delegato della Giunta per la compilazione del regolamento di pesca; fu delegato dal governo italiano quale commissario per la convenzione italo-svizzera ed italo-austriaca per la pesca nelle acque promiscue con questi stati; fu più volte membro della Commissione consultiva per la pesca e presidente della Commissione provinciale di pesca di Pavia. Molte Società lo ebbero quale socio onorario come la Società lombarda per la pesca e l'acquicoltura, la Società benacense, l'Unione pescatori di Torino.

Il Pavesi si occupò infine anche di ricerche storiche riguardanti la città di Pavia. Fu Rettore e Preside della Facoltà di Scienze nella R. Università di Pavia, prese parte attiva alla vita cittadina quale Consigliere comunale, Assessore per l'istruzione, Regio Commissario, Sindaco, e dappertutto fu amato ed apprezzato.

Fu insignito di molte onorificenze; Grand'Ufficiale della corona d'Italia, Ufficiale dei SS. Maurizio e Lazzaro, ecc. e meritò medaglie e diplomi per collezioni e pubblicazioni che presentò a varie esposizioni.

Faceva parte di numerose Società e Accademie, fra le quali di questo R. Istituto Lombardo di scienze e lettere, di cui fu

nominato socio corrispondente il 27 Gennaio del 1876 e membro effettivo il 22 Febbraio 1883.

E largo contributo di attività scientifica portò in questo Istituto e ne fanno fede le numerose pubblicazioni che si trovano e nei Rendiconti e nelle Memorie dell'Istituto stesso e delle quali è riportato più sotto l'elenco.

Fu parlatore chiaro, piacevole ed arguto; le sue lezioni erano ascoltate con vivo interesse e per la densità dei concetti e per il modo col quale erano svolte.

Pietro Pavesi morì dopo breve malattia, il 30 Agosto 1907. Egli lascia grande rimpianto sia in coloro che hanno avuto la fortuna di avvicinarlo e di apprezzarne le rare qualità, sia in coloro che lo conoscono attraverso la sua opera scientifica.

I colleghi e i discepoli vollero rendere omaggio all'illustre estinto, commemorandolo ed erigendogli, lo scorso anno, un busto in bronzo nella R. Università di Pavia. Oggi lo ricorda il R. Istituto Lombardo di scienze e lettere, a mezzo di uno tra i più modesti suoi soci, ma non perciò meno profondo ammiratore dell'opera del grande naturalista pavese.

Elenco delle pubblicazioni del prof. PIETRO PAVESI apparse nel R. Istituto Lombardo di scienze e letttere

1. Sugli Aracnidi di Grecia — Rendiconti 1877.
2. Di una Selache presa recentissimamente nel Mediterraneo ligure — Ibid.
3. Spigolature nel Museo Zoologico di Pavia — Cobitis larvata. Ibid.
4. Sulla prima e recentissima comparsa in Lombardia del Beccafico di Provenza — Ibid.
5. Spigolature nel Museo Zoologico di Pavia — Il Triton Blasii. — Ibid.
6. Osservazioni alla lettura del prof. Maggi sugli studi intono all'Anchilostoma duodenale — Ibid., 1878.
7. A proposito di un uccello nuovo per la fauna lombarda — Ibid., 1879.
8. Nuova serie di ricerche della fauna pelagica nei laghi italiani – Ibid.
9. Ulteriori studi sulla fauna pelagica dei laghi italiani — Ibid.
10. Sull'albinismo nei batraci — Ibid.
11. Sulla istituzione di due nuovi generi di Aracnidi — Ibid., 1880.
12. Cenni intorno ai pesci vivi e freschi ed in particolare sui maschi d'anguilla, osservati all'esposiz di Berlino — Ibid.

13. Sopra due elminti rari di rettili — Ibid., 1881.
14. Trematode nuovo parassita d'un pesce fluviatile — Ibid.
15. Di una spugna d'acqua dolce nuova per l'Italia — Ibid.
16. Dalle mie annotazioni zoologiche: Uccelli rari occorsi ultimamente nel pavese — Ibid.
17. Larva curiosa di insetto in alto lago — Ibid.
18. Considerazioni sopra nuovi casi di cecità parziale negli Aracnidi — Ibid.
19. Toradelfia di uno scorpione — Ibid.
20. Prime linee di uno studio zoologico delle nostre acque minerali — Ibid.
21. L'ultima sementa di pesci nei nostri laghi — Ibid.
22. Ancora sulla sementa di pesci nei nostri laghi — Ibid.
23. Considerazioni sull'aracnofauna dell'Abissinia — Ibid. 1883.
24. Brani biologici di due celebrati pesci nostrali d'acqua dolce — Ibid. 1884.
25. Notizie batimetriche sui laghi d'Orta e d'Iseo — Ibid., 1885.
26. Intorno ad una rarità ornitologica italiana — Ibid., 1886.
27. Le migrazioni del tonno — Ibid., 1887.
28. Rapporto della Commissione del premio Cagnola sul tema: La fauna nivale, ecc. — Ibid. 1889.
29. La 72ª riunione della Società elvetica di scienze naturali — Ibid., 1890.
30. Rapporto della Commissione del premio Cagnola sul tema: Monografia fisica e biologica d'uno dei maggiori laghi insubrici — Ibid., 1891.
31. Ordini e statuti del paratico dei pescatori di Pavia — Ibid. 1894.
32. Curioso metacromatismo in anguilla — Ibid.
33. Rapporto sul concorso 1894 alla medaglia triennale per l'agricoltura — Ibid., 1895.
34. Il bordello di Pavia dal XIV al XVII secolo ed i soccorsi di S. Simone e S. Margherita — Memorie 1897.
35. Un coregono nel Ticino — Rendiconti 1898.
36. Necrologia del dott. Eugenio Bettoni — Ibid.
37. Un nuovo nemastomide americano — Ibid. 1899.
38. Il crimine scientifico Spallanzani giudicato — Ibid.
39. Il settimo calendario ornitologico pavese (1898-1902) — Ibid., 1902.
40. E sempre il merlo bianco — Ibid. 1903.
41. Fauna augustana — Ibid.
42. Vittor Fatio — Necrologio — Ibid. 1906.
43. Gli Acipenseri nostrali — Ibid. 1907.

UN IGNOTO FRAMMENTO PALINSESTO

DEL « *LIBER LOMBARDAE* »

Nota del dott. ALFONSO GALLO

(*Adunanza del 12 marzo 1914*)

Il Novati, or non è molto, ritornava sulla questione relativa al compilatore del « Liber Lombardae », la più grande silloge legislativa che il Medio Evo ci abbia serbata, e agl'influssi monastici sulla letteratura giuridica prebolognese (1). E, dopo aver dimostrato che a Montecassino dovè essere redatto e non importato il famoso codice, pubblicato prima dal Goldasth e assai più tardi dal Blhüme (2), rivendica al Mezzogiorno d'Italia una « non trascurabile » partecipazione, per quanto prima negatagli, a quel movimento di studi giuridici. Montecassino sarebbe stato, secondo lui, il centro più adatto ad accogliere « una feconda elaborazione del diritto così romano come barbarico » e ad irradiarla in tutta la zona circostante (3). Aversa, compresa in quella sfera d'influenza, dovè anch'essa partecipare a quel movimento, sopratutto per le relazioni che i monaci locali avevano con la gloriosa badia (4). Anche a volere escludere che un testo legislativo fosse nato nelle mura del castello normanno a tutelare i rapporti dei privati e per

(1) NOVATI, *Il compilatore della Lombarda e gl'influssi monastici sulla letteratura giuridica prebolognese* in *Rendiconti del R. Istituto Lombardo di scienze e lettere.* Serie II, vol. XLV, fasc. III Milano 1912.

(2) MONUMENTA GERMANIAE HISTORICA *Legum* t. IV, Hannoverae 1868 *Praefatio*, pg. 98.

(3) NOVATI, op. cit. pgg. 108 e 113.

(4) Ad Aversa esistevano due monasteri benedettini, dei quali uno maschile dedicato a s. Lorenzo (PARENTE, *Origine e vicende ecclesiastiche della città di Aversa.* Vol. II, Napoli 1858 pg. 289) e uno femminile dedicato a s. Biagio (*ivi* pg. 114).

essere studiato in qualche scuola, non si potrebbe negare l'esistenza in quella regione d'una piena conoscenza del diritto così romano come barbarico, a cui si uniforma tutta la documentazione ginata fino a noi (1) e le stesse « consuetudines » aversane (2).

La necessità quindi di applicare le disposizioni punitive statuite dalla precedente legislazione come la opportunità di avere sotto mano il materiale già per lo innanzi raccolto, con una distinzione concettuale di rubriche giovevole sopratutto alla pratica del foro, dovè probabilmente influire a far nascere anche in quella terra un nuovo ordinamento degli editti longobardi e dei capitolari franchi.

Pubblicare perciò quello che della « Lombarda » ci avanza in una redazione aversana, tenendo presente, da una parte, la sfera d'influenza giuridica e culturale che la produsse, e, dall'altra, le sue notevoli varianti col codice archetipo è cosa non inutile alla storia e alla tradizione del testo, specialmente per lo sviluppo della glossa, dovuta all'opera di commentatori locali, e così profondamente diversa dalle altre già note da far riconoscere a stento il rapporto del nostro frammento con gli altri manoscritti della classe.

Rilevanti sono qui infatti le differenze nell'ordinamento del materiale, rispetto al codice cassinese, e fatte in modo che la rubricazione disperde o raccoglie le disposizioni relative ad un determinato crimine, facendo cambiare di posto e di titolo ai capitoli (3).

---

(1) Nei documenti di Aversa troviamo accanto all'istituzione del « mundium » (*Cartario di s. Biagio di Aversa* ms. XXX-B, 13 della Società napoletana di storia patria, doc. n. XXIII) e della « guadia » longobarda (*ivi*, doc. n. XXXVI), il ricordo del « mos francorum » (*ivi* doc. n. X) e della « consuetudo in his ligure partibus » (*ivi* doc. n. XI), nonchè usi, leggi e perfino unità di misura bizantini (*ivi* doc. n. XI, XIV, XVI ecc.).

(2) Confrontando, per es., i due capitoli qui sotto notati, si vedrà quanta affinità abbiano fra loro: PELLICIA, *Commentaria ad consuetudines aversanas*, Venetiis 1605 cap. V, pg. 109; MON. GER. HIST. t. c. pg. 335 cap. 183 dell'Editto di Rotari.

(3) Si trovano mutazioni di questo genere:

ARCHIVIO VESCOVILE DI AVERSA, *Pergamene sciolte* n. V, (frammento della Lombarda): *De his qui ad mortem iudicati fuerint* precede immediatamente *De Culpis servorum* (fol. 1 a).	ARCHIVIO DI MONTECASSINO codice 328: *De his qui ad mortem iudicati fuerint* si trova a fol. 31, mentre la rubrica *De culpis servorum* si trova a fol. 2.

Se non che, mentre questo diverso orientamento delle norme punitive si trova identicamente nella sola compilazione pubblicata dal Boretius (1) e lascia suppore un rapporto di filiazione fra i due testi, la glossa non ritrae nulla dagli altri commenti (2). Ed è concepita, anche rispetto alla forma, in maniera nuova e tale da rendere assai importante il nostro frammento, che, scampato alla rovina del codice, cui appartenne, restò per circa cinque secoli a ricovrire prima un volume cartaceo di s. Visita del vescovo Antonio Scaglione e poi un altro di Fabio Colonna, giacente ancora nel polveroso fondo dell' Archivio di quella città (3).

Rosa dai tarli e dal lungo uso che si fece del libro, la copertina pergamenacea si ridusse a proteggere strettamente aderendovi, uno solo dei cartoni piatti dell' involucro, distaccandosi slabbrata ed informe dal dorso, sul quale si raccoglieva in un ammasso di minutissime grinze, che rendeva penoso e vano ogni sforzo per distendere i lembi e leggere nelle pieghe. La facciata esterna più soggetta a deterioramento, aveva quasi interamente cancellate le righe di scrittura, oscurate anche più dai ghirigori di un ignorante curialista di epoca posteriore (4).

Nella rubr. *De maleficiis servorum* il capitolo *Nemini liceat* precede l'altro: *Iubemus* (fol. 2 a).	Il capitolo *Iubemus* precede *Nemini* (fol. 22 b).
Nella rubr. *De culpis servorum* i capitoli sono cosi disposti: 1º *si servus regis*; 2º *De aliis vero causis* (fol. 1 b)..	Dopo il cap. *Si servus regis* viene invece l'altro: *si quis longobardus* etc. (fol. 25).

(1) M. G. H. t. c. pg. 607.

(2) Siegel, *Die Lombarda-Commentäre* in *Berichte Akademie* di Vienna, vol XL Wien 1862; Anschütz, *Die Lombarda-Commentäre des Ariprandus und Albertus*. Berlin, 1855; *Codice Eporediano* in M. G. H. t. c. pg. 648; *Glossarium Matritense* ivi pg. 651; *Glossarium Cavense et Vaticanum* ivi pg. 652; *Adnotatio et memoratoria codicis cavensis* ivi pg. 657. È differente anche dalla glossa di Biagio da Morcone: v. Abignente, *De differentiis inter ius longobardorum et romanorum tractatus* in *Monumenti della Società napoletana di storia patria*. Serie II, (Leggi) Napoli 1912, pg. LXVII e sgg.

(3) Arch. Vesc. di Aversa, Perg. cit.

(4) Il nostro palinsesto è di quelli in cui l' antica scrittura, non raschiata, rivive sotto i caratteri più recenti, che qui però non fanno parte di un altro testo, ma delle molteplici intitolazioni del libro car-

Quella interna invece, quando potè essere distaccata dal cartone, conservava nella sua integrità una colonna fitta di testo e di note, sulla quale i processi degenerativi dell'empiastro che vi aderiva non hanno prodotto alcun danno.

Restaurato il frammento e perfettamente disteso, misura le proporzioni massime di mm. 240 × 250 e presenta, tra i fori delle suture e delle tenie membranacee, che servirono in primo tempo a legarlo al dorso del volume, delle larghe macchie d'inchiostro e degli oscuramenti bruschi (1). Il testo è scritto in una sola colonna sulle facciate di ciascuna pagina, di cui una esiste intera e un'altra è ridotta ad una semplice orlatura del lacerto pergamenaceo, che si può integrare assai facilmente. Il retto del foglio intero è un palinsesto semisepolto, anch'esso ricostruibile col sussidio dei testi già editi, che non ci danno però nulla per la glossa, qui addiritura scomparsa (2). Il carattere è quel bel gotico nascente che s'incontra nei codici del secolo XIII, dalle lettere piene di minio e dalle frequenti tracce di onciale, rivelanti un avanzo di consuetudine grafica dei manoscritti in longobardo e concorrenti a farci attribuire la nostra compilazione al periodo iniziale di questa forma di scrittura (sec. XIII) (3). A determinare ancora meglio l'arcaicità del frammento basterà notare l'interpunzione, ri-

---

taceo. A cominciare dall'alto, si leggono le seguenti rescrizioni: *1512 V[escovo] Fabio Colonna;* e su quest'ultima parola in nero più vivo: *Scaglionus.* Più giù: *Fabius Colonna Epis[copus] Aversanus:* e in margine, sotto una cancellatura: *Antonius.* Scendendo vi sono quattro righi di scrittura fatti con una penna spuntita, e grossolanamente cancellati con non meno di venti tratti verticali. Nel primo rigo leggesi: *Ill[ustrissi]m[u]s;* sul secondo; *Visitatio episcopi;* sul terzo *Episcopus Scaglionus,* sotto cui s'intravedono altre lettere (*usang....*); sul quarto: *Antonius Scaglionus.* In inchiostro più vivo è scritto poi: *sub anno 1512,* e in margine *Agilella Gi...*; e poi ancora: *Ep[iscop]o Fabio Colonna* per due volte e moltissimi altri sgorbi nei margini e fra i righi che si confondono, e si aggrovigliano nel testo.

(1) Il frammento fu restaurato nell'officina del R. Archivio di Stato di Napoli dal cav. Cristofaro Marino.

(2) Per i palinsesti v. WATTEMBACH, *Das schriftwesen in Mittealters.* Leipzig, 1871, pg. 180.

(3) WATTEMBACH op. cit. pag. 344; STEFFENS, *Lateinische paleographie.* III Band; (*Entwiklung der lateinischen Schrift vom XIII bis zum XVIII Jahrhundert*); Freiburg-Universitäts Buchhandlung pg. XXI e sgg.; THOMMEN, *Schiftproben aus Handschriften in Mittealters.* Basel 1888 pg. 74; PISCICELLI TAEGGI, *Paleografia artistica di Montecassino.* Montecassino, 1876, pg. 6.

dotta all'uso del punto fermo per le pause maggiori e del punto e virgola per le pause minori (1). Così anche per la preparazione del foglio di scrittura nulla si ha da rilevare oltre l'uso che si fece dello stilo nel *sulcare* a secco margini e righi, seguendo una consuetudine che durò fino al secolo XIII (2).

Meno antiche del testo sono le glosse, scritte in un gotico angoloso e decadente, che non si saprebbe in nessun caso far risalire all'epoca in cui fu vergato il codice. Anzi quelle marginali, il cui segno di richiamo è rappresentato da un piccolissimo triangolo, unito talvolta con la sigla *v*[*idelicet*], per le deformazioni che ha subito il carattere, si possono ritenere eseguite nel secolo XV e quindi più recenti di quelle testuali (sec. XVI), indicate da una specie di *c* o di *r* maiuscola, o anche da una *s*, attraversata o sormontata da un trattino.

§. Si quis gastaldius aut actor regius

REX LIUTRANDUS (3).

[Si quis gastaldius vel actor curtem regiam habens ad gubernandum ex ipsa curte alicui sine iussione regis casa tributariam vel terram, silvam, vites vel prata ausus fuerit donare, aut si amplius quam iussio regis fuerit dare presumpserit, vel si requirere neglexerit quod per fraudem tultum est, omnia ipse quod hoc contra iussionem regiam facere ausus fuerit duplum in octogild componat, sicut qui res regias furatus fuerit. Et si ipse antea mortuus fuerit quam fraus ipsa appareat, heredes eius componant sicut supra legitur. Nam si per actorem fraus facta fuerit, et antequam ad nostram perveniat noticiam fraus ipsa per gastaldium inventa fuerit, habeat ipse gastaldius de compositione quam actor componere debet partem terciam, et due partes sint in curte
fol. 1a 1. regia] || et si prius per qualemcunque hominem ad nostram pervenerit noticiam quam per gastaldium

(1) WATTEMBACH, o. e l. c. STEFFENS o. e l. c.

(2) PROU, *Paleografie latine et française du VII au XVII siecle*. Paris 1898 pg. 38. Questo uso durò, secondo alcuni, fino al sec. XII; WATTEMBACH op. cit. pgg. 129 e 251.

(3) WATTEMBACH ivi; STEFFENS ivi.

(4) M. G. H. *Leg.* IV, pg. 628 tit. XXXIV della *Lombarda* § 1; ivi *Liber papiensis*. Liutpr. § 58, pag. 431.

2. inventa sit tunc compositio ipsa || ... integrum nobis
3. et curti nostre pertineat. Quod si iudex aut actor || vel heredes eorum pulsati a nobis fuerint quod ne-
4. glectum fecissent || ad exquirendas res nostras et
5. ipsi dixerint quod ipsam fraudem || nescissent et
6. nullum neglectum fecissent prebeant in tali ordine
7-8. || sacramentum et dicant « quia pater noster frau || dem ipsam nunquam scivit nec consensit nec negle
9. || ctum posuit ad exquirendum nec nos culpabiles
10. per legem || esse debemus » et sint postea absoluti.
11. Hoc enim capitulum || amodo statuimus ut firmum
12. sit. Nam quicquid antea || actum est in nostro ar-
13. bitrio reservamus. Et hoc proinde statuere || previ-
14. dimus pro eo quod multas fraudes a gastaldiis... || vel actoribus nostris factas invenimus unde iam
15. multas fatigatio || nes habuimus. Nam quod a nostris
16. predecessoribus cuicumque datum || est stabili or-
17. dine volumus permanere sicut et illud quod || vos dedimus aut in antea dederimus.

REX KAROLUS (1).

18. Si quis prepositus aut ministerialis aliquas res ec-
19. clesie quas || previdere debet per aliquem conces-
20. sionis titulum cuiquam || dederit vel concesserit
21. quod ad damnum ipsius ecclesie || pertineat pro sa-
22. crilegio computetur. Similiter de rebus || que ad
23. rem pubblicam pertinent. Si comes aut mini || steria-
24. lis reipublice cuiquam concesserit pro infedelita || te computetur.

25 REX LUDOVICUS || (2).

26. Si quis proprium nostrum quod in vestitura geni-
27. toris nostri fuit alicui tantum || nobis proprio cum
28. lege sua componat et quicumque || scienter per ma-
29. lum ingenium illud adquirere temp || taverit pro
30. infideli teneatur quia sacramentum fidelitatis || quod nobis promisit irritum fecit et ideo secundum no-
31. stram vo || luntatem et potestatem diudicandus est.

(1) ivi *Lomb.* l. c. § 2, *Lib. pap.* Kar., § 121 pag. 509.
(2) ivi *Lomb.* l. c. § 3; *Lib. pap.* Lod. § 26, pag. 534 e sg.

§. De his qui ad mortem iudicati sunt

IMPERATOR KAROLUS (1).

32-33. De illis hominibus qui propter eorum || culpas ad
34. mortem iudicati fuerint et postea eis fuerit vi || ta concessa si ipsi iustitiam ab aliis requisierint aut
35. alii ab eis iustitiam querere voluerint || equaliter inter illos iudicium terminetur. Primum omnium de ||
fol. 1b 1. illis (a) causis pro quibus iudicati fuerint ad mortem
2. nullam (b) postea || petitionem facere possunt quia
3. omnes res sue sue (*sic*) secundum iudi || cium (c) francorum (d)
4. in puplicum sunt revocate et si aliquis post || quam in eis vita concessa est, (e) cum iustitia adquirere
5. potuerint (f) || in sua libertate teneant et defendant,
6. se in testimonio non (g) || suscipiant. nec inter sca-
7. binos ad legem iudicandum locum || teneant et si sa-
8. cramentum ei aliquod iudicatum fuerit || quod iurare
9. debeant si quis ipsum sacramentum falsum (h) || dicere voluerit cum arinis (i) contendat.

REX KAROLUS (2).

10. Si alicui post iudicium scabinorum (k) vita fuerit (l)(A)

---

(1) ivi *Lomb.* l. c. tit. XXXV § 1; *Lib. pap.* Kar. § 45, pag. 494.
(2) ivi *Lomb.* l. c. § 2; *Lib. pap.* Kar. § 46, pg. 497.

(a)*... exactione ex utraque parte bonis omnibus puplicans altera
(b) videlicet ad instar capite minutorum causis pro quibus iudicati sunt ad mortem ulterius non accusabuntur.
(c) videlicet inde secundum hanc legem.
(d) qui francus fuit. et hoc ad removendum hanc legem esse solet. immo ubi lex specialiter dicit.
(e) videlicet etiam si ad idoneas facultates devenerit eum.
(f) in cessione bonorum aliud sit.
(g) videlicet suscipiantur quasi infames; set post penitentiam suscipiantur.
(h) videlicet etiam priusquam iuret quod non est in aliis.
(i) videlicet sicut cum loricis et scutis et similibus.
(k) videlicet mortis condempnatione.
(l) videlicet a principe.

(A) Durius enim cohercendus est qui in potestate veteris admissi non emendationi set potius consuetudini deputavit alium § penam vel

---

* Le note contrassegnate con lettera minuscola corrispondono alla glossa del testo, quelle con lettera maiuscola alla glossa marginale

11. concessa et ipse || post modum aliquod modum per-
12. petraverit et iustitiam reddere || noluerit dicendo quod mortuus sit et immo iustitiam non reddere de-
13. beat || statutum est ut superius (m) iudicium sustineat
14. quod antea || sustinere debuit, et si aliquis adversus
15. eum aliquod malum || fecerit secundum equitatis or-
16. dinem licentiam habeat suam iusti || tiam requirendi
17. de causis perpetratis post quam ad mortem || iudicatus fuerit. de preteritis vero maneat (n) ut supra dictum est.

§. De culpis servorum

REX ROTHARIS (1).

18-19. Si servus regis (B) || morhe (o) fecerit. Ita decernimus
20. ut componat ipsam personam || sicut appretiata et
21. servus super fossam ipsius appenda || tur ut in eo vindicta detur et sit (p) causa finita (C).

---

(1) ivi *Lomb.* l. c. tit. XXXVI § 1, *Lib. pap.* Roth. § 371, pg. 392.

(m) videlicet secundum si iudicium sit illius mori inde moriatur
(n) videlicet sicut nullam habeat repetitionem set equale iudicium inter eos terminetur.
(o) videlicet inde homicidium in absconso.
(p) videlicet inde dcccc. solidi non requirantur.

diem de debito ubi respondere debeat et conveniri possit ad instar servi iugum servitutis exuti dedicatum ad pristinam vitam redeuntis vel secularis iugum eidem subdendi set aldii condicioni huic sententie alibi §. In superiori sententia de his omnibus dubietas est cum dictis equiter vero utrum debeat emendare inter se vel namque hic possumus nocere cum dictis de causis perpetratis post quam ad mortem iudicatus fuerit de preteritis non maneat sicutque supra iudicatus est immoque possumus videre quod de illis causis unde ad mortem iudicatus fuerit... non alium... nisi caput... anum emendat.

(B) Si de malis liberorum modo vero servorum regis et aliorum set prius regis.
(C) Si de iniuriis mulierum libram j. de debitis igitur libras v. si de y. dimidium librarum jjjj. Si de scadentiis et compositione libram j. componat. Si hoc edictum hic obviat vel inferior.

REX ROTHARIS (1).

22. De (q)(D) aliis vero causis unde liberi et servi ho-
23. minum dcccc. solidis sint (r) || culpabiles inde de
    muliere libera si ei in viam antesteterit. aut in cu-
24. || riam fecerit. seu de gregibus; equarum aut por-
25. corum pignoratis || aut similibus aliquibus causis
26. unde prephati dcccc. solidi que || runtur de quibus
    in hoc edictum constituimus.

REX ROTHARIS (2).

27-28. Si servus regis || fecerit. anime sue incurrat periculum. et dcccc. solidis non requirantur a curte regis.

REX ROTHARIS (3).

29-30. Si servus regis furtum fecerit || et deprehensus fuerit reddat in actigild et non sit fingangit.

REX ROTHARIS (4).

31. Si (E) servus regis oberos (s) aut vechorin (t) vel
32. momorsin (n). aut quam || libet culpam talem (v) vel
33. minorem fecerit componat sicut de || servis alio-
    rum (z) exercitalium decretum est.

---

(1) ivi *Lomb.* l. c. § 2; *Lib. pap.* Roth. § 372, pg. 393.
(2) ivi *Lomb.* l. c. § 3; *Lib. pap.* Roth. § 373, pg. 393.
(3) ivi *Lomb.* l. c. § 4; *Lib. pap.* Roth. § 374, pg. 393.
(4) ivi *Lomb.* l. c. § 5; *Lib. pap.* Roth. § 375, pg. 393.

(q) videlicet secundum quod de homicidio in absconso ut supra dictum est in titulo de homicidio.
(r) videlicet hoc dicit ad differentiam regis.
(s) videlicet inde curas rupierant.
(t) videlicet inde aliquem de equo deiecit.
(u) videlicet inde in via antesteterit libero.
(v) videlicet lex unde dcccc. solidis non sit culpabilis.
(z) videlicet immo privatorum.

(D) §.... de hoc... set dictum preter illam... super... dcccc solidos loquentis ad habendum... et dicendum est... de servo regis... preter quod dictum est servi aliorum... quam... § si de furto libras trecentum ibi enim legari servum. Si furtum tentum esse fengangi precipiat eum etiam occidendum. vel xl. solidos componat. set non est intelligendum illam de servo... loqui.

(E) Quotiens ibi incipiat generale est: si vero, si quis libras..., non est generale.

REX GRIMOALDUS (1).

34. Si (F) servus talem culpam fecerit unde dccc solidi
35. qui in hoc edicto ‖ scripti sunt iudicavit ut domino
36. pro servo debeat componere ‖ amputari iussimus

fol. 2a 1. hoc quod si factum fuerit. nichil aliud componat ‖
2. dominus eius nisi persona ipsa tradatur ad occi ‖ dendum et componat pro illicita causa quam servus
3. perpetravit ‖ solidos lx. amplius non requiratur. Et
4. si ipse servus fuga lap ‖ sus fuerit et non potuerit
5. dominus eius eum invenire det pro ipso servo ‖ qui fugam petiit aut se dilatavit solidos xx et prebeat
6. sacramen ‖ tum dominus eius quod non potuisset
7. ipsum servum invenire. Et si quando ‖ cumque inventus fuerit tradat eum ut supra ad moriendum et
8. re ‖ cipiat solidos xx quos pro fuga ipsius dedit;
9. nam lx solidos ‖ componat pro culpa quam servus
10. fecit. Et si spolia hominis se ‖ pulti servus de se-
11. pultura tulerit, de quanto tulit do ‖ minus eius red-
12. dat et componat ut dictum est solidos lx ‖ et persona tradatur.

REX LIUTPRANDUS (2).

13. Si (G) quis alium pulsaverit de servo suo aut aldione,
14. quod fur ‖ tum aut homicidium aut aliquod malum

15-16. fecisset si ‖ vivente ipso servo aut aldione eum ‖ pulsavit. aut compellationem fecit faciat ei iusti-

17. tiam, quandocumque pulsatus fuerit. ‖ Nam si dum ipse servus advixerit, dominum eius non pulsaverit
18. ‖ nisi post mortem servi aut aldionis ipsius quesi-
19. verit a domino ‖ eius, et ei iusticiam faciat, decre-
20. vimus, ut nullam ‖ facundiam habeat raquirendi, si

(1) ivi *Lomb.* l. c. § 5; *Lib. pap.* Grim. § 3, pg. 398.

(2) ivi *Lomb.* l. c. § 6; *Lib. pap.* Liut. § 96 (97) pg. 448.

(F) ...omnes pre... utes vel quibus dominus... servo... cogebatur §... casu... ccliij... si quis igitur... de scadentia et compositione. Si de maleficiis... quis scandentia, si de homicidio cc. Si servus est. Si de iniuriis mulierum cc. vel. . si de sepulcro cclij. Si de eo qui pecunia inde vel ultra cc. Si de homicidio liberi... Si quis homini. De his qui... ob...

(G) de su... facto quandocunque conveniri possit ubi s... sensit alibi.

21. vivente servo aut aldione || non pulsavit dominum
22. eius; quia iniustum nobis apparet ut posquam ||
servum aut aldionem ipsum inquirere non potest,
23. ut ei aliquam || iusticiam faciat.

REX KAROLUS (1).

24. Nemini (H) liceat dimittere servum suum propter
25. damnum || ab illo cuilibet illatum, sed iuxta quali-
26. tatem dam || ni dominus eius pro illo respondeat,
28. vel eum (I) in com || positionem aut ad penam pe-
27. titiori offerat. || Si quis autem (L) servus perpe-
29. trato scelere fugerit, ita ut a domino || penitus (M)
inveniri non possit, sacramento se dominus eius ex-
30. cu || sare (N) studeat quod hoc sue voluntatis nec
31. consentiens fuisset || quod servus eius tale scelus
commisisset.

REX KAROLUS (2).

32. Iubemus (O) enim, ut propter ullam districtionem
33. quam nos || facere iubemus pro quibuslibet causis
34. servi non mittantur in || districtionem sed per mis-
35. sos nostros vel dominos eorum aut illorum || advo-
fol. 2b catos (P) ipsi servi distingantur, et ipsi sicut lex
1. iubet rationem pro servis reddant, u || trum culpa-
biles sint an non. Ipsi vero domini distringant et
2. inquirant servos suos sicut ipsos || amant.

---

(1) ivi *Lomb.* l. c. § 7; *Lib. pap.* Kar. § 26, pg. 489.

(2) ivi *Lomb.* l. c. § 8; *Lib. pap.* Kar. § 70 pg. 500.

(H)... debitum c... nullum. Si quis servus. Si de omni. Si servus aut ancilla. Si de iniuriis mulierum vel ultra. Si de furto. Si qui la...

(I)... dedisse dominus non habeat...

(L) Si quis non sit... Si de homicidio. Si quis ex levi causa. Idem ren... libre unius. Si de his que alius debeat defendere libram j. Idem qui... quis. cc. Si quis amodo. Si cc. illo additas... Idem de contemptoribus. Si de homicidio liberi. ho... is ab... Si quis...

(M)... vel exprimit set aliquis...

(N)... in mortem.

(O)... in salica.

(P)... servi ecclesia...

§. De faidosis et armis intra patriam non portandis

REX KAROLUS (1).

4. Si quis pro faida pretium recipere noluerit, tunc ad nos (2) sit trasmissus, et nos eum dirigamus, ubi
5. dampnum || minime facere possit. simili modo et qui pro faida precium solvere voluerit nec iusti-
6. ciam inde || facere, tunc ad nos sit trasmissus: in
7. tali loco || eum mittere volumus, ut pro eo maius damnum non accrescat.

REX KAROLUS (3).

8. De armis infra patriam non portandis idest scutis
9. et lan || ceis et loricis. Si faidosus qui fuerit, discu-
10. ciatur tunc is || qui ex duobus contrarius sit ut
11. pacificati fiant et di || stringantur ad pacem etiamsi
12. noluerint et si aliter pacifica || re noluerint, adducan-
13. tur in nostram presentiam. Et si aliquis || post pacificationem alterum occideret, componat illum et
14. manum || quam periuravit perdat et insuper bannum dominicum solvat.

REX LOTHARIUS (4).

15. De his qui discordiis et contentionibus studere so-
16. lent et in pace vivere nolunt et deinde convi || cti
17. fuerint similiter volumus, ut per fideiusso || res ad
18. nostrum palatium veniant, et ibi cum fidelibus || nostris consideremus, quid de talibus hominibus faciendum sit.

19. *Explicit Liber primus Legis Longobardorum.*
20. *Liber secundus* || §. De sponsalibus

REX ROTHARIS (5).

21. Si quis sponsaverit puellam liberam aut mulierem,
22-23. || et post sponsalia facta et fabulam || firmatam per

---

(1) ivi *Lomb.* l. c. tit. XXXVII § 1; *Lib. pap.* Kar. § 19 pg. 587.
(2) ivi *Lomb.* l. c. § 2; *Lib. pap.* Kar. § 30 pg. 487.
(4) ivi *Lomb.* l. c. § 3; *Lib. pap.* Loth. § 54 pg. 574.
(5) ivi *Lomb.* loc. t. I. del Lib. II, § 1, *Lib. pap.* Roth. § 178, pg. 330.

24. duos annos sponsus neglexerit eam tollere || et dilataverint nuptias exequi, post transactum biennium
25. || potestatem habeat pater aut frater vel qui mun-
26. dium || eius in potestate habet distringere fideius-
27. sorem, quatenus ad || impleat metam illam quam in
28. die sponsaliorum promisit; || postea liceat ei ipsam
29. ad maritum alium dare, liberum || tamen. Et me-
30. ta que exacta fuerit sit in potestate puelle || aut
31. mulieris eo quod sponsus intra prefinitum || tempus uxorem accipere neglexerit inevitabili causa.

SULL' ANDAMENTO DELLE ACQUE FREATICHE
NEI DINTORNI DI MAGENTA

Nota del prof. CARLO AIRAGHI

(Adunanza del 12 marzo 1914)

Solo una quarantina d'anni fa i dintorni di Magenta, come del resto tutto l'alto milanese, erano coltivati a vigneto e l'uva costituiva, se non l' unico, il più importante raccolto.

Ma l' invasione peronosporica si diffuse con tale virulenza e qui fu così completa che la vite, prima ancora che venisse suggerito il trattamento della soluzione al solfato di rame, dovette soccombere.

Ora della sua intensa coltivazione non rimangono, quali testimoni, che rari e mastodontici torchi in qualche casa patrizia e il nome di *vigna* dato ancora comunemente dai nostri contadini agli appezzamenti di terreno da essi coltivati.

I vegneti vennero trasformati in campi a frumento, a granoturco e a prato con numerosissimi gelsi.

Il grandioso canale Villoresi colle sue benefiche acque ne ha permesso e favorito la trasformazione ed ha sottratto così dalla miseria una grande regione.

Il canale Villoresi, come è ben noto, esce dal Ticino poco sotto Somma Lombardo, discende lungo la costa sinistra del fiume fino a Nosate, dove, volgendo verso oriente, entra nell' altipiano milanese. Attraversa i territori di molti comuni tra cui Castano, Arconate, Busto Garolfo, Parabiago, Garbagnate, Palazzolo, Monza, Cambiago, Groppello di Cassano dove termina sboccando nell' Adda dopo un percorso di ben 80 Km.

Il canale Villoresi estrae dal Ticino dalla metà di aprile alla metà di settembre 44 m^3. d' acqua al minuto secondo e la distribuisce per mezzo di molte ramificazioni dirette da nord a sud sopra tutto l'altipiano milanese sino alla zona dei fontanili delle risultive.

Una così grande quantità d'acqua riversata continuamente per sei mesi dell' anno sopra le permeabilissime alluvioni di questa regione non poteva non arrecare profonde modificazioni sull'andamento delle acque freatiche e quindi anche sulla portata dei fontanili.

Limitandomi a quanto ho potuto verificare nei dintorni di Magenta ricorderò che, mentre prima dell'irrigazione colle acque del canale Villoresi, gli *aves* erano nel territorio di Castellazzo de' Barzi, in quello di Corbetta, di Bareggio ecc. ad una profondità che poteva variare dai m. 3,50 ai m. 5, ora si sono di molto innalzati specialmente durante l' estate, nel periodo cioè dell' irrigazione, tanto da raggiungere talora la superficie del suolo e trasformare quà e là degli appezzamenti di terreno, perfino dell' estensione di una diecina e più di ettari in estesi specchi d' acqua o in vasti acquitrigni così da rendere necessaria la costruzione di canali fugatori o risanatori ripetendosi in tal modo lo stesso fenomeno già verificatosi sull'altra sponda del Ticino, in Lomellina, in seguito alla irrigazione colle acque del Canale Cavour.

Il Naviglio Grande che scorre a rilevante profondità dalla superficie del suolo appena a ponente di Magenta, i numerosi fontanili praticati tra la valle del Ticino e dell'Olona formanti colle loro teste quasi una linea parallela alla strada ferroviaria Magenta-Milano, (1) non riescono a raccogliere in breve tempo tutta quanta la grande quantità d' acqua che viene distribuita a monte.

Questi fontanili un tempo avevano una portata d' acqua assai piccola in confronto dell' attuale, pochi erano quelli che davano un centinaio di litri d' acqua al minuto secondo ed alcuni, specialmente durante la primavera, dopo le invernate poco

---

(1) Vedi in proposito: C. Airaghi, *Sulla temperatura dell' acqua di alc. fontanili della pianura milanese.* Rend. R. Ist. Lomb. Sc. Lett., Serie II, vol. XXXI, 1898.

Daubrée, *Les eaux souter. a l'ep. actuelle.* Paris, Dunod, Edit., 1887.

L. De Marchi, *Le sorgive nei terreni di trasporto.* Atti e Mem. R. Accad. Sc. Lett. e Arti di Padova, vol. VXV, Padova 1909.

P. L. Prever, *Alcune osservazioni sopra il quaternario della Brianza comparato a quello del Piemonte.* Rend. R. Ist. Lomb. Sc. Lett., vol. XLI, 1908.

Ing. Stella, *Sulla idrografia sotterranea della pianura del Po.* Boll. Soc. Geol. Ital., 1896.

T. Taramelli, *Carta geologica della Lombardia.* Id., *I tre laghi* Artaria Ed., Milano 1903.

piovose, diminuivano la loro già piccola portata e diventavano perfino completamente asciutti.

In allora erano alimentati dalle pioggie che cadevano sulla pianura più a monte e se si devono accreditare le tradizioni, ricevevano una maggiore influenza dalle piene dell' Olona che non dalle piene del Ticino, cosa del resto non del tutto improbabile stante la posizione più elevata della valle dell' Olona in confronto alla valle del Ticino (1). Un fatto simile si osserva anche pei fontanili del basso bergamasco colle piene del Serio. Verificare attualmente ciò è molto difficile perchè la portata dei fontanili è enormemente aumentata tanto che alcuni di essi, in certi mesi, danno più di mezzo metro cubo d'acqua al minuto secondo e perchè vanno soggetti a forti oscillazioni non solo in dipendenza colle precipitazioni atmosferiche, ma sopratutto in relazione colla più o meno intensa irrigazione dei terreni sovrastanti.

Per cura della Presidenza del Comprensorio di Magenta, per la distribuzione delle acque del canale Villoresi, già dal 1900 si fanno delle osservazioni sulle oscillazioni delle acque freatiche, misurando tutte le settimane, per lo più alla domenica mattina, la profondità a cui si trova l'acqua di alcuni pozzi nei paesi di Arconate, Inveruno, Mesero, Marcallo, Magenta lungo una linea cioè diretta da monte a valle compresa tra il canale Villoresi a nord e la zona dei fontanili a sud (2).

I pozzi presi in esame sono tutti in muratura e ricevono l'acqua tutti dalla stessa falda acquifera che da monte discende verso valle con una pendenza assai minore di quella del suolo tanto che mentre tra Arconate e Magenta si verifica un dislivello del suolo di circa m. 38, nella falda acquifera lungo lo stesso percorso si riscontrò nell' anno passato una pendenza di m. 20,20 durante la primavera e di m. 28,60 durante l'autunno.

Le misurazioni nei pozzi vennero fatte senza tener conto alcuno dell' acqua estratta poco tempo prima in quanto che, data la ricchezza della falda acquifera, quella quantità di acqua

---

(1) E. MARIANI, *Osservazioni geol. sui pozzi trivellati di Milano e sul pozzo trivellato di S. Vittore a Monza*. Atti Soc. It. Sc. Naturali, vol. XLVIII, 1909.

(2) All' On. Presidenza del Comprensorio di Magenta per la distribuzione delle acque del canale Villoresi e specialmente all' Ingegnere regolatore Signor L. Scotti sento il dovere di porgere vivi ringraziamenti per la cortesia usatami nel mettere a mia disposizione i dati raccolti.

che usualmente viene estratta non è sufficiente a determinare un abbassamento sensibile di livello. Inoltre si tratta per lo più di pozzi abbandonati ricorrendo ora per l'acqua potabile a quella somministrata da perforazioni che attingono in *aves* più profondi.

Delle misurazioni fatte durante i 13 anni, dal 1900 al 1913, ho creduto opportuno riportare solo quelle del 1900 del 1905, del 1910 e del 1913 poichè credo che sieno più che sufficienti per determinare l' andamento delle acque freatiche di questa regione.

Dall' esame loro risulta che dopo qualche giorno da che l' acqua del canale Villoresi entra nell' altipiano l' *aves* incomincia rapidamente ad innalzarsi.

Nel 1900 l' irrigazione incominciò il 6 aprile e due giorni dopo si riscontrava già un innalzamento nei pozzi di Arconate di Inveruno, Mesero e Marcallo.

Nel 1905 l'acqua del canale Villoresi entrava nell' altipiano il 17 aprile e, nella prima osservazione fatta di poi, cioè al giorno 23 dello stesso mese, veniva pure verificato un innalzamento nei pozzi citati.

Nel 1910 e nel 1913 l' irrigazione ebbe principio il 16 aprile e anche in questi anni alla prima osservazione fatta pochi giorni dopo veniva riscontrato un innalzamento.

L' ascesa continua quindi gradatamente per tutta l' estate, raggiungendo il suo massimo per lo più verso la seconda metà di settembre quando termina l' irrigazione.

Dopo il livello piezometrico incomincia ad abbassarsi gradatamente fino alla primavera successiva quando si ricomincia l' irrigazione.

Nel pozzo di Magenta invece, vicino allo scaricatore costruito per risanare i fabbricati della borgata, l' innalzamento si verifica molto più tardi verso la fine di maggio o al principio di giugno e così pure l' abbassamento che ne segue in autunno.

L' innalzamento di queste acque però non è uniforme. Se si prendono in esame le misurazioni di un pozzo è facile scorgere che non è uguale per ogni settimana. Questo fatto è in relazione colla diversa irrigazione dei campi durante lo stesso periodo di tempo (1). Un fatto analogo si osserva pure d' autunno quando le acque si abbassano.

Ma si fatte oscillazioni non sono nemmeno eguali in tutti

(1) Vedi E. ODDONE, *Osservaz. freatimetriche eseguite nell' Osser. geof. di Pavia e dintorni*. Pavia 1897.

i pozzi. Nel 1900 le oscillazioni ad Arconate e ad Inveruno raggiunsero l'ampiezza di m. 5, a Mesero quella di m. 4,73 a Marcallo m. 3,85 e a Magenta solamente m. 0,75, cioè furono più ampie a monte che non a valle, come venne già notato in altre regioni (1).

Per alcuni anni successivi si è sempre ripetuto lo stesso fenomeno. Di poi, coll'estendersi della coltivazione a prato che richiede una maggior quantità di acqua e specialmente dove la coltivazione di esso si è andata intensicando, gli *aves* si innalzarono sempre più durante il periodo della irrigazione e si abbassarono sempre meno durante l'inverno e la primavera, determinando così delle oscillazioni d'un'ampiezza diversa del modo sopra accennato.

Mentre che nel 1900 la massima profondità dell'acqua dalla superficie del suolo nel pozzo di Arconate, che è quello più a monte, fu di m. 21,30 in quello di Inveruno di m. 13,20, in quello di Mesero di m. 9,83, in quello di Marcallo di m. 6,55, in quello di Magenta di m. 2,75 e la minima fu rispettivamente di m. 16,30, m. 8,20, m. 5,10, m. 2,70, m. 2,00, nel 1913 la massima profondità ad Arconate fu di m. 20,00 ad Inveruno di m. 9,60, a Mesero di m. 9,20 a Marcallo di m. 5,65 e a Magenta di m. 2,20 e la minima fu rispettivamente di m. 11,30 m. 5,10, m. 2,05, m. 0,70, m. 1,90. Così, nel 1913, le oscillazioni verificatesi ad Inveruno riuscirono di un'ampiezza di m. 4,50, cioè meno ampie di quelle riscontrate ad Arconate (m. 8,70) che trovasi più a monte e a Mesero (m. 7,15) che trovasi più a valle.

Però in tutti i pozzi non si raggiunse mai la profondità massima verificatasi negli anni antecedenti.

Dalla gentilezza dell'Egregio Ingegnere A. Bossi, al quale invio sinceri ringraziamenti, che sovraintende alla distribuzione dell'acqua del canale Villoresi nella plaga immediatamente ad oriente, nel Comprensorio di Corbetta, ebbi pure dei dati riferentesi alla profondità dalla superficie del suolo dell'acqua di alcuni pozzi di Busto Garolfo, di Casorezzo, di Ossona, di S. Stefano, di Corbetta per gli anni 1907-08-09-10-11.

Anche in questi pozzi la massima profondità si verifica appena prima che incominci l'irrigazione e la minima appena prima che termini.

(1) H. Mager, *Hydrologie soutteraine: Les moyens de découvrir les eaux soutterraines et de les utiliser*. Dunot et Pinat. Ed., Paris 1912.

Nel 1907 la massima profondità raggiunta a Busto fu di m. 20,25, a Casorezzo di m. 12,89, ad Ossona di m. 8,82, a S. Stefano di m. 5,59, a Corbetta m. 3,81 e la minima fu rispettivamente di m. 14,72, m. 6,58, m. 3,10, m. 1,72, m. 2,01. Le oscillazioni quindi furono di m. 5,53, m. 6.31, m. 5,72, m. 3,87, m. 1,80, più ampie a monte e più piccole a valle.

Si debbono però escludere le oscillazioni verificatesi nel pozzo di Busto poichè trovasi non solo più a monte degli altri pozzi ma anche dello stesso canale Villoresi.

Negli anni successivi le oscillazioni, le massime e le minime profondità variarono di poco e quindi non si è verificato quel minore abbassamento dell' *aves* durante l' inverno come si è riscontrato nei pozzi di Arconate, Inveruno, Mesero, Marcallo dove la maggiore e grande quantità d' acqua distribuita durante l' estate non viene tutta quanta smaltita prima che incominci il nuovo periodo d' irrigazione nella primavera successiva.

Si potrebbe supporre che questo fatto dipendesse invece dalla maggiore precipitazione atmosferica, ma dalle osservazioni pluviometriche fatte nelle stazioni vicine di Gallarate, di Tornavento e di Casone di Marcallo non si trovano dati che possono convalidare una tale supposizione.

Gli effetti delle precipitazioni atmosferiche sulle oscillazioni di queste acque si possono rilevare dal confronto degli specchi che unisco coi bollettini metereologici specialmente durante il periodo in cui le acque si abbassano dopo terminata l' irrigazione, che allora possono arrestare per qualche tempo il normale abbassamento e, se molto abbondanti, determinare anche un innalzamento.

Così nel 1900 in seguito alla caduta di mm. 469 e mm. 372 di pioggia registrata in novembre negli osservatori posti più a monte e cioè di Gallarate e Tornavento (allora non esisteva ancora quello di Casone di Marcallo) ai primi di dicembre si verificò ad Arconate un innalzamento di cm. 59, ad Inveruno di cm. 70, a Mesero di cm. 45, a Marcallo di cm. 38.

Nel dicembre 1910 all'osservatorio di Casone di Marcallo, che trovasi nel mezzo della plaga presa in esame, caddero mm. 330 di pioggia che determinarono un arresto nella discesa del pelo d' acqua nei pozzi di Arconate e Inveruno e una ascesa nientemeno di cm. 96 a Marcallo e di cm. 100 a Mesero.

Nel 1913 allo stesso Osservatorio si misurarono dal 21 al 27 marzo mm. 152 di pioggia e dal 30 marzo al 13 aprile nei pozzi di Arconate e di Inveruno si verificò un arresto nell'ab-

bassamento e a Mesero e a Marcallo un innalzamento di cm. 18 e di cm. 15.

Gli effetti invece dell' acqua piovana durante il periodo della irrigazione sono meno evidenti, poichè essendo molto rilevante, continua e, in pari tempo, molto varia l'influenza determinata dall' irrigazione, anche una grande precipitazione atmosferica non basta a determinare un innalzamento tanto forte da essere poi seguito da un abbassamento.

Da tutto ciò si puo dedurre che le acque freatiche in questa regione continuano ad innalzarsi colla più intensa irrigazione pur andando soggetto a delle forti oscillazioni.

Gli acquitrigni quindi e gli allagamenti di cui ho fatto cenno in principio diveranno sempre più vasti e più numerosi specialmente dove mancano scaricatori e dove i fontanili per la troppa lontananza non possono esercitare molta influenza.

Per scongiurare tali danni si costruirono i canali emuntori di cascina S. Anselmo, di cascina Calderara, di Magenta, di cascina Malpaga, di cascina Pobbia, di Vittuone e di Castellazzo de' Barzi (1). Ma si numerosi canali scaricatori se hanno recato dei veri e grandi benefici prosciugando terreni e fabbricati e catturando dell' acqua che viene poi utilizzata per l' irrigazione dei terreni più a valle, riuscirono insufficienti a risanare la regione. Ciò è dovuto, in parte, al fatto dell' essere stati costruiti l' uno indipendentemente dall'altro cercando ogni Comune di por rimedio in quello che direttamente lo riguardava.

Questi scaricatori poi vennero per lo più praticati con una direzione diretta da monte a valle simile a quella delle acque freatiche, perciò catturano una quantità d' acqua limitata; inoltre quasi tutti dopo alcuni ettometri di percorso, trasformandosi da emuntori in canali distributori, talora determinano più a valle nuovi allagamenti come si verifica appunto nei dintorni di Castellazzo de' Barzi. Epperò volendo porre rimedio a danni tanto gravi sarebbe consigliabile di praticare dei canali con una direzione normale a quella delle acque freatiche.

Un canale profondo anche solamente dai 2 ai 3 metri, diretto da nord-est a sud-ovest collegato con ramificazioni di drenaggio opportunamente praticate secondo la pendenza del suolo, che incominciasse ad oriente di S. Stefano e si dirigesse verso Ponte Vecchio di Magenta potrebbe prosciugare i numerosi e vasti allagamenti che quivi si formano.

(1) Ing. A. Bossi, *Canale Villoresi*. Milano 1906.

Le acque raccolte, attraversato il Naviglio Grande, potrebbero essere di poi immesse nelle ramificazioni del canale Villoresi e distribuite nel territorio di Robecco sul Naviglio e di Cassinetta di Lugagnano senza il pericolo di produrre nuovi danni data la posizione topografica di tale territorio delimitato da una parte dal Naviglio Grande e dall' altra parte dalla profonda valle del Ticino.

Un simile canale troverebbe poi la sua attuazione facile anche per la grande pendenza del terreno, pendenza di circa m. 17 su un percorso di circa Km. 7.

I terreni posti tra Magenta, Robecco e Castellazzo de Barzi che durante l' estate sono un solo e vasto acquitrigno potrebbero essere pure risanati con un altro canale che, incominciando a monte di Castellazzo lungo la strada che da questo villaggio conduce a Magenta, si dirigesse verso Robecco e attraversato il Naviglio Grande si collegasse colle diramazioni del canale Villoresi.

L' acqua catturata da questi due canali non sarebbe certamente di troppo pel territorio di Robecco e Cassinetta, anzi, data la insufficiente acqua somministrata attualmente dal canale Villoresi, permetterebbe l' applicazione dei metodi più perfetti d' irrigazione.

Milano, Museo civico di Storia Naturale, Sezione di Geologia gennaio, 1914.

C. Air

Fo

FEBBRAIO 1914

TEMPO MEDIO CIVILE DI MILANO

Giorni del mese	Alt. barom. ridotta a 0° C				Temperatura centigrada						Quantità della pioggia neve fusa e nebbia condensata
	9h	15h	21h	Media	9h	15h	21h	Mass.	Min.	Media mass.min. 9h 21h	
	mm	mm	mm	mm	°	°	°	°	°	°	mm
1	760.8	760.4	761.5	760.9	— 0.6	+ 6.5	+ 3.6	+ 6.8	— 2.8	+ 1.7	—
2	61.3	59.8	60.0	60.4	0.0	8.4	4.5	8.5	— 2.0	2.8	—
3	58.9	57.4	58.2	58.2	+ 1.8	8.8	4.4	9.0	— 0.9	3.6	—
4	58.8	58.1	59.2	58.7	+ 1.6	8.5	4.6	8.7	— 0.7	3.5	—
5	58.7	57.4	57.7	57.9	+ 1.7	9.0	5.0	9.4	— 1.3	3.7	—
6	756.5	754.5	755.1	755.4	+ 1.9	+ 9.1	+ 5.0	+ 9.2	+ 0.2	+ 4.1	—
7	55.7	55.0	55.5	55.4	2.2	7.4	6.1	7.5	— 0.3	3.9	0.3*
8	56.5	55.6	56.8	56.3	4.0	6.8	2.8	6.9	+ 2.2	4.0	—
9	56.7	55.8	55.9	56.1	3.0	4.3	3.9	4.4	+ 0.1	2.8	—
10	55.8	55.1	56.6	55.8	3.8	6.9	4.4	7.3	+ 2.0	4.4	—
11	756.6	755.4	756.1	756.0	+ 1.9	+ 4.4	+ 2.6	+ 5.2	— 0.3	+ 2.3	—
12	54.6	52.7	52.0	53.1	3.6	5.3	4.8	5.4	+ 1.5	3.8	5.7
13	51.3	52.4	55.9	53.2	3.7	6.2	6.0	6.3	+ 1.4	4.4	11.3
14	58.4	57.7	58.8	58.3	4.5	12.0	8.3	12.2	+ 2.7	6.9	0.6
15	59.2	57.6	57.1	58.0	5.5	11.5	8.4	11.8	+ 3.1	7.2	—
16	756.8	755.6	755.2	755.9	+ 6.8	+11.6	+ 8.6	+11.7	+ 4.0	+ 7.8	—
17	53.5	52.2	52.6	52.8	5.1	11.8	9.6	11.9	3.2	7.5	0.3*
18	51.8	50.0	47.4	49.7	6.9	8.2	7.6	9.6	6.0	7.5	4.1
19	42.5	42.6	43.2	42.8	6.2	10.8	7.8	11.8	5.0	7.7	1.5
20	45.3	44.8	46.2	45.4	5.5	11.5	8.4	12.2	3.0	7.3	—
21	748.4	747.4	747.3	747.7	+ 6.4	+ 7.7	+ 6.6	+ 8.9	+ 4.1	+ 6.5	7.3
22	43.1	38.2	32.5	37.9	7.0	8.2	9.2	9.2	5.2	7.7	12.9
23	28.6	29.1	31.1	29.6	9.5	10.1	8.2	10.3	7.7	8.9	1.3
24	34.4	34.7	35.4	34.8	5.1	11.0	8.5	11.2	2.7	6.9	0.3
25	36.6	37.2	38.5	37.5	7.5	8.6	8.2	9.0	5.7	7.6	10.6
26	738.3	737.0	739.1	738.2	+ 8.7	+11.0	+ 9.8	+11.2	+ 6.4	+ 9.0	8.9
27	42.6	43.5	46.6	44.2	10.0	13.7	10.6	14.0	7.9	10.6	5.2
28	48.3	47.4	48.1	47.9	10.4	15.0	11.2	15.6	8.2	11.3	3.3
M	751.07	750.16	750.70	750.65	+ 4.77	+ 9.08	+ 6.74	+ 9.47	+ 2.64	+ 5.91	73.6

Altezza barom.	mass.	761.5 mm	g. 1		Temperatura	mass.	+ 15°.6	g. 28
» »	min.	728.6	» 23		»	min.	— 2°.8	» 1
» »	media	750.65			»	media	+ 5°.91	

Nebbia » » 4, 6, 7, 9, 10, 11, 12, 13, 16, 18, 19, 22, 26.

I numeri segnati con asterisco nella colonna delle precipitazioni indicano neve fusa, o nebbia condensata, o brina, o rugiada disciolte.

FEBBRAIO 1914

TEMPO MEDIO CIVILE DI MILANO

Giorni del mese	Tensione del vapor acqueo in millimetri				Umidità relativa in centesime parti				Nebulosità relat. in decimi			Provenienza del vento			Velocità media del vento in chilom. all'ora
	9h	15h	21h	M. corr. 9.15.21.	9h	15h	21h	M. corr. 9.15.21.	9h	15h	21h	9h	15h	21h	
	mm	mm	mm	mm											
1	3.5	4.6	4.8	4.2	80	64	82	76.5	2	3	2	CALMA	SW	NW	1
2	3.7	4.9	5.0	4.4	79	60	79	73.9	1	1	2	CALMA	W	W	2
3	4.1	5.2	4.9	4.7	79	62	77	73.9	2	1	3	CALMA	SW	NE	1
4	4.2	4.9	5.1	4.6	82	59	81	75.2	3	1	3	CALMA	W	CALMA	1
5	3.6	4.4	4.9	4.2	69	51	75	66.2	2	1	5	CALMA	CALMA	NE	1
6	3.9	4.6	4.9	4.4	73	53	75	68.2	3	3	5	SW	SW	N	2
7	4.4	5.0	5.6	4.9	82	65	79	76.5	3	7	10	CALMA	SW	CALMA	1
8	4.9	5.7	5.0	5.1	80	77	89	83.2	10	9	10	CALMA	CALMA	CALMA	2
9	5.5	5.7	5.5	5.5	97	92	90	94.2	10	10	10	SW	CALMA	NW	1
10	5.6	6.2	5.2	5.7	93	82	84	87.5	10	9	9	CALMA	CALMA	E	1
11	4.6	5.5	5.1	5.0	87	87	93	90.6	6	10	10	CALMA	W	W	3
12	5.4	6.1	5.9	5.7	91	92	92	93.3	10	10	10	W	W	E	3
13	5.4	6.6	6.8	6.2	90	92	97	94.6	10	10	10	NW	NW	NW	5
14	5.8	7.2	6.3	6.3	92	69	77	80.9	1	4	5	W	SW	NE	3
15	6.0	7.1	6.9	6.7	89	70	83	82.3	2	3	7	W	CALMA	N	1
16	6.5	7.5	7.2	7.0	88	73	86	83.9	8	8	7	CALMA	CALMA	SW	1
17	5.7	6.7	6.9	6.3	86	64	76	76.9	8	7	8	CALMA	W	W	2
18	6.9	7.5	6.9	7.0	93	92	89	93.0	10	10	10	E	E	S	8
19	6.6	6.2	5.7	6.0	92	64	72	77.6	10	3	3	NW	W	N	8
20	4.7	5.7	5.8	5.4	69	56	70	66.6	3	0	3	CALMA	SW	N	4
21	6.1	6.9	6.9	6.5	85	87	94	90.5	10	10	10	NE	NE	NE	4
22	7.1	7.7	8.0	7.5	94	94	92	95.1	10	10	10	SE	SE	SE	13
23	8.3	6.9	6.6	7.2	94	74	81	84.8	9	9	6	E	N	SW	10
24	5.9	6.6	7.0	6.4	89	67	85	82.1	1	9	10	SE	SE	N	4
25	6.4	7.2	7.0	6.9	83	86	86	86.8	10	10	10	E	E	NW	15
26	7.3	7.6	7.9	7.5	86	77	87	85.1	10	10	10	CALMA	SW	W	5
27	8.2	8.2	8.6	8.2	90	70	90	85.2	9	9	10	N	W	E	4
28	8.2	8.6	8.4	8.3	87	68	85	81.8	7	1	3	CALMA	SW	W	3
29															
30															
31															
M	5.66	6.32	6.24	5.99	85.7	73.1	83.8	82.37	6.4	6.4	7.2				3.9

Tens. del vap. mass. 8.6 g. 27-28
" " " min. 3.5 " 1
" " " media 5.99
Umid. mass. 97 % g. 9-13
" min. 51 % " 5
" media 82.37 %

Proporzione dei venti nel mese

N	NE	E	SE	S	SW	W	NW	CALMA
1	7	8	4	1	12	15	7	23

Media nebulosità relativa del mese
6,7

Adunanza del 26 Marzo 1914

PRESIDENZA DEL PROF. SEN. GIOVANNI CELORIA

VICE-PRESIDENTE

Sono presenti i MM. E.: ARTINI, BRIOSI, BRUGNATELLI, CELORIA, GABBA L. sen., GOBBI, GOLGI, GORINI, KÖRNER, MARCACCI, MENOZZI, MINGUZZI, PALADINI, RATTI, SALA, SALVIONI C., TARAMELLI, ZUCCANTE.

E i SS. CC.: ARNÒ, CARRARA, DE MARCHI M., GABBA L. jun., LIVINI, MARIANI, PORRO, GRASSI, SUPINO F.

Giustificano la loro assenza, per motivi di salute, i MM. EE. DEL GIUDICE, presidente, FORLANINI, JUNG, LATTES, VIDARI E., VIGNOLI.

L' adunanza è aperta alle ore 13.45.

Il M. E. prof. Luigi Gabba, segretario, legge il verbale della precedente adunanza. Il verbale è approvato. Lo stesso segretario dà comunicazione delle pubblicazioni giunte in omaggio all' Istituto. Esse sono, per la Classe di lettere e scienze morali e storiche, le seguenti:

BATTIATI G. Inaugurazione del nuovo anno accademico dell' Istituto di storia del diritto romano della r. Università di Catania. Catania, 1914.

PAVLOW A. Ode per il centenario della locomotiva, 1814-1914. Tiflis, 1914. (in lingua russa).

SACERDOTI A. Nuovo progetto di legge sulla responsabilità degli albergatori. Milano, 1914.

ZUCCANTE G. Diogene. Roma, 1914.

E, per la Classe di scienze matematiche e naturali, le seguenti:

AGAMENNONE G. La determinazione delle distanze a cui avvengono i terremoti in base alle osservazioni d' un solo Osservatorio. Torino, 1913.

COZZI C. Zoocecidi della flora milanese. Pavia, 1914.

NORSA B. Gli schemi dei quadri di alcune grandi centrali americane. Milano, 1914.

— Contributo allo studio della tariffiazione dell' energia elettrica. Milano, 1914.

Indi il presidente commemora il S. C. abate prof. Giuseppe Mercalli, or ora tragicamente scomparso, colle seguenti parole:

« Adempio al mesto dovere di annunziare all' Istituto la morte improvvisa e tragica dell' abate prof. Giuseppe Mercalli, avvenuta in Napoli la notte dal 18 al 19 del corrente mese di marzo. Era nostro socio corrispondente fin dal 24 gennaio 1884; a Milano, dove nato era il 20 maggio del 1850, aveva compito i suoi studi, vestito l' abito di sacerdote, e dall' abate Antonio Stoppani, che l' Istituto ricorda ancora come uno dei suoi uomini maggiori, stato era iniziato e avviato agli studî delle scienze naturali, della geologia in ispecie.

Dapprima insegnò egli infatti dette scienze nel Seminario liceale di Monza, e, costretto a questo abbandonare per preconcetti antirosminiani di avversari autorevoli, passò quale professore di scienze nel 1885 al Liceo Campanella di Reggio-Calabria, nel 1892 al Liceo Vittorio Emanuele di Napoli.

A Reggio e a Napoli con volontà tenace, con passione di uomo nato per la scienza, con mente preparata alle ricerche rigorose del metodo induttivo, diede tutto sè stesso allo studio di un capitolo speciale della geologia: terremoti e vulcani finirono per assorbire intera l' attività della sua mente; e fu ventura sua. Crebbe poco a poco la sua fama di scienziato specialista, e prestò la sua competenza indiscussa di sismologo e di vulcanologo fu riconosciuta così in Italia come all' estero.

Scrisse trattati ad uso dei licei, un volume sui vulcani attivi della terra, relazioni ufficiali apprezzate su gran parte dei principali terremoti del tempo nostro, note accuratissime sul Vesuvio, e dei minerali vesuviani fece le raccolte più complete che si possegano. Le opere sue gli valsero nel 1903 la libera docenza di mineralogia e geologia nell' Università di Catania, in seguito la cattedra di vulcanologia nell' Ateneo di Napoli, e nel febbraio del 1911 la direzione dell' Osservatorio vesuviano. Al riordinamento, all' ampliamento, al rimodernamento di questo, che fu la meta agognata della sua non breve vita di virtù e di lavoro, dedicava egli in questi ultimi anni le più assidue cure; ma pur troppo a mezzo dell' opera vagheggiata morte l' incolse.

Ironia del fato! Egli che aveva sfidato, incolume per lunghi

anni, le fumarole, i gas micidiali, le ceneri, i lapilli, le bombe infocate, le fiamme, le ire tutte del suo Vesuvio, morir doveva in anguste stanze, asfissiato, consunto, carbonizzato da piccolo e lento fuoco che serpeggiando morse agli abiti suoi, si estese alle suppellettili tutte dell'abitazione sua, fuoco eccitato dalla lampada a petrolio con cui usava studiare, e che deve, non può dirsi come, essersi rovesciata. Morte fra le più crudeli; a Napoli, a Milano, ovunque di essa la notizia pervenne, universalmente commiserata e rimpianta ».

Dopo le nobili parole del presidente, chiede di parlare il M. E. Torquato Taramelli, che in commemorazione dello stesso prof. Mercalli pronuncia questo discorso.

« Ho pregato il signor presidente perchè mi conceda di manifestare il mio cordoglio per la fine miseranda e raccapricciante del nostro socio abate Giuseppe Mercalli, e di affermare l'alta stima che io professava a lui quale cultore della geologia endogena, e per le doti morali che lo adornavano in grado eminente.

Io lo conobbi alle sue prime armi quando, or sono quasi quarant'anni, alla questione, allora accesa, del *mare glaciale* al piede delle Alpi, egli portava la importante notizia d'avanzi di marmotta trovati coi fossili marini pliocenici nelle morene di Bulgaro presso Como, e li interpretava giustamente oppugnando un'ipotesi cara al Maestro. Il che non tolse che, appunto per proposta dello Stoppani, il Mercalli fosse incaricato dal Vallardi di un viaggio in Italia e nelle isole, per raccogliere i materiali di quella monografia sui vulcani e terremoti italiani, che egli seppe così felicemente comporre, da potersi considerare quel volume, colle sue carte sismiche, la prima sintesi scientifica dei fenomeni endogeni del nostro paese; nella quale opera allo slancio dei concetti di altri vulcanologi, soltanto in parte accettati, si associano la paziente e critica disamina e la descrizione storica dei fatti ordinati in un primo schema, digià assai ricco, svoltosi dappoi in un corpo di dottrina altrettanto vasto quanto onorevole per la scienza italiana. Appunto in quel tempo che lo studio dei fenomeni endogeni era confuso in una *metereologia endogena*, basata sopra un'ipotesi per opera di un appassionato apostolo, che a differenza del Mercalli subordinava ai propri preconcetti l'interpretazione dei fenomeni, questi invece, sia come collaboratore allo studio delle eruzioni di Vulcano col Silvestri e col Riccò, sia da solo nelle

importanti monografie dei terremoti di Ischia, si atteneva in modo esemplare alla più obiettiva ricerca e valutazione dei fatti, astraendo dalle fantasie di interni vapori sbuffanti e di ipotetiche fratture, tanto facilmente ammesse da altri vulcanologi. Per tale ragione, allorchè nel 1884 la R. Accademia dei Lincei m' incaricava dello studio dei terremoti andalusi, io chiesi ed ottenni che mi fosse dato a compagno il Mercalli; è tutto merito di lui se la relazione su quel periodo sismico, posto in rapporto colle condizioni geologiche dell' Andalusia, sia stata giudicata assai favorevolmente anche dai competenti di altri paesi. Così avvenne anche per lo studio del terremoto ligure del 1887, compendiato in ampia relazione e continuato poscia dal Mercalli con quest' altro lavoro, di grande merito, sui terremoti di Piemonte e Liguria.

Era in quel tempo l' abate Mercalli insegnante nei Seminari di Milano e di Monza; ma fu invitato dalla curia a lasciare quel posto. Fu dal Governo nominato professore nel Liceo di Acireale, poi nei Licei di Reggio calabro e di Napoli. Tale modesta posizione egli tenne sino alla ben meritata nomina di Direttore dell' Osservatorio Vesuviano, il quale istituto egli stava ora ampliando e completando con altro Osservatorio presso Resina. Nel frattempo dal suo alloggio in Napoli, una modesta cameretta donde si prospetta il Vesuvio, egli continuava, come fece per tanti anni, ad osservare il vulcano, pronto ad accorrere ad ogni fenomeno che vi si manifestasse ed a seguirne le fasi interessantissime del lungo periodo stromboliano, precedente e conseguente all' ultima eruzione del 1906. Di questa eruzione egli fu l' interprete più sagace e coraggioso testimonio, fornendone i migliori ragguagli anche ai vulcanologi stranieri, che ne hanno ampiamente trattato. Col valido aiuto del dotto professor Alessandro Malladra, del quale sono note le ardimentose e dirò quasi temerarie discese nel cratere vesuviano, e coll'opera di chimici valenti, il Mercalli si accingeva allo studio sistematico delle emanazioni vulcaniche, dell' importanza del quale studio ho trattato in una mia precedente lettura. Da una lettera, che l'amico mi scriveva in quell' occasione, risulta come egli avesse ben compreso il profondo mutamento che si va compiendo nei concetti fondamentali dell' attività vulcanica, e come intendesse di ordinare i lavori di quell'Osservatorio così da non temere la concorrenza di altro istituto, che la munificenza del Sig. Friedländer ha testè fondato in Napoli. Era il suo sogno che l' inevitabile confronto non riuscisse indecoroso per l' Italia; ma del tutto corretto fu

il contegno di lui verso lo scienziato straniero, ospite nostro, animato egli pure da sincero amore per gli studi vulcanologici.

Se la fine orribile di un così insigne studioso fu causata da distrazione, come pare accertato, questa è da riconoscersi come conseguenza della continuità di pensiero con cui il Mercalli attendeva agli studî prediletti. È assai probabile che le pagine sue ultime sieno state la chiusa della relazione sul terremoto calabro del 1905; al quale studio, in base ai dati che avevamo insieme raccolti, egli stava lavorando a degna continuazione di quell' altra pregevole monografia dei terremoti calabro-siculi da lui composta, donde tanto chiaramente risultano dimostrati i due fatti importanti della pluralità e della migrazione dei centri sismici nelle succesive fasi di forte scuotimento. Io non dubito che pur questo lavoro del disgraziato amico sia per essere pubblicato dall' Ufficio Centrale di Geodinamica, e sarà l'ultimo tributo reso alla scienza da quell' ottimo uomo, pio e modesto, caritatevole, operoso, pronto ad ogni sicuro progresso del pensiero scientifico.

Come la saggia parola dell' abate Mercalli in una lunga e fidata amicizia mi è tornata più volte di benefico consiglio e di conforto, così possa la mia lode contribuire, almeno in tenue misura, a porre in rilievo il grande merito dell' opera di lui in pro della scienza ».

Si passa alle letture.

Il M. E. prof. Elia Lattes presenta per l' inserzione nelle *Memorie* la lettera *V* del suo saggio di un indice lessicale etrusco; del saggio presentato, in assenza del prof. Lattes, discorre brevemente il M. E. prof. Zuccante, segretario;

Il M. E. prof. Giovanni Celoria presenta per l' inserzione nei *Rendiconti* una nota *Sulla eclisse parziale di luna del 12 marzo 1914*;

Il M. E. prof. Costantino Gorini legge un sunto della sua comunicazione: *L' alimentazione delle vaccine e la produzione igienica del latte*;

Il S. C. prof. Felice Supino legge una nota *Sopra l'alimentazione e la struttura dello stomaco dei pesci*;

Il S. C. prof. Riccardo Arnò discorre *Sulla corrispondente sensibilità del galvanometro telefonico Arnò e dell' orecchio in rapporto all' altezza dei piani*;

L' ing. Giulio Giulietti illustra brevemente una sua comunicazione che ha per titolo: *Come da correnti alternate a forma complessa si possono ricavare correnti praticamente*

sinusoidali, utilizzando il trasformatore di fase Ferraris-Arnò: la comunicazione era stata ammessa alla lettura dalla Sezione di scienze naturali;

L' ing. B. Galdi presenta una nota *Su di una zona del reggiano fra la valle del Crostolo e quella del Tresinaro.* Anche questa nota era stata ammessa dalla Sezione di scienze naturali. Di essa, in assenza dell' ing. Galdi, legge un breve sunto il segretario, M. E. prof. Zuccante;

Viene in ultimo una nota, ammessa dalla Sezione di scienze matematiche, di Emilio Turrière, dal titolo: *Sur les surfaces panalgébriques de M. Gino Loria*: non prestandosi alla lettura, la nota verrà senz' altro inserita nei *Rendiconti*.

A proposito di questa nota, redatta in lingua francese, solleva una questione il M. E. prof. Salvioni.

Egli osserva che il Regolamento organico non indica per verità in quale lingua devano essere le pubblicazioni dell' Istituto; ma gli pare implicito che devano essere in lingua italiana: se c' è per avventura, nei *Rendiconti* o nelle *Memorie*, qualche precedente contrario, gli pare un cattivo precedente; egli si augura che, come la maggior parte delle Accademie degli altri paesi non accettano scritti che siano redatti in una lingua straniera, anche l' Istituto Lombardo non accetti note o memorie che non siano redatte in lingua italiana; sola eccezione da farsi, il latino.

Sulla questione discorrono in diverso senso il presidente, i MM. EE. Marcacci, Ratti, Körner, Gobbi, Zuccante, Artini, Brugnatelli, e i SS. CC. Arnò e Carrara.

Le principali osservazioni fatte nella discussione si possono ridurre a queste: 1) le norme generali fissate dall'Istituto per i concorsi, eccettuati quelli per i quali sono poste prescrizioni speciali, mostrano una certa larghezza; sono ammessi infatti ai concorsi egualmente italiani e stranieri, e le memorie presentate possono essere egualmente in italiano e in latino o in francese: 2) l' Accademia dei Lincei ha pubblicato nei suoi Atti, anche recentemente, memorie in lingua francese: 3) fra i Soci corrispondenti dell' Istituto Lombardo ci sono parecchi stranieri, e sarebbe strano veramente, qualora alcuno di questi volesse pubblicare negli Atti dell' Istituto una qualche nota o memoria — come di suo diritto per l'art. 20, comma b, e l' art. 21, comma b, del Regolamento organico — obbligarlo a redigerla in una lingua che non fosse la propria: 4) la scienza non ha confini, e quindi, purchè si tratti di lavoro serio, anche presentato da uno straniero non socio, questi abbia facoltà di

redigerlo nella propria lingua; solo obbligati a scrivere nella lingua italiana i nazionali.

Conformemente a quest' ultima osservazione viene formulato apposito ordine del giorno, che viene approvato dall' Istituto, come chiusa della lunga discussione.

Dopo di che l' adunanza è sciolta alle ore 15.30.

Il Presidente
G. CELORIA

Il Segretario
G. ZUCCANTE

L'ALIMENTAZIONE DELLE VACCINE E LA PRODUZIONE IGIENICA DEL LATTE

(PER UN CONTROLLO BATTERIOLOGICO DEI FORAGGI)

Nota del M. E. COSTANTINO GORINI

(Adunanza del 26 marzo 1914)

Come emerge da precedenti miei lavori (1), io mi occupo da tempo della produzione igienica del latte sia nei riguardi del consumo diretto, sia nei riguardi della sua lavorazione, volgendo le mie ricerche particolarmente su quei punti oscuri o controversi dove mi sembra che la batteriologia possa meglio o prima di altre scienze recare nuova luce, additare nuove direttive. Uno di questi punti riflette l'alimentazione delle vaccine e precisamente l'influenza che è comunemente ascritta ad alcuni foraggi sulle proprietà del latte.

Ho già affrontato questo argomento nei miei studi sui foraggi infossati o silò, dimostrando come le preoccupazioni che il loro uso desta per la sanità del latte e dei latticini trovino fondamento in influenze d'indole batterica per il passaggio diretto o indiretto della loro microflora nel latte durante la mungitura.

In seguito mi è parso prezzo dell'opera estendere le mie indagini ad altri foraggi ai quali pure si attribuiscono riper-

---

(1) Cfr. specialmente:

a) Le mie sette relazioni « Ricerche batteriologiche sui foraggi conservati nei silos » pubblicate nell'*Annuario dell'Istituzione Agraria Ponti*, edito dalle R. Scuola Sup. di Agricoltura di Milano (Annate 1904 e seguenti).

b) Le mie comunicazioni a questo Reale Istituto Lombardo di Scienze e Lettere sull'igiene della mungitura (*Rendic.*, 1906, p. 236), sulla mungitura meccanica (*Rendic.*, 1909, p. 252), sui fermenti lattici nelle dejezioni vaccine (*Rendic.*, 1910, p. 777), sulle polpe di barbabietola (*Rendic.*, 1911, p. 1004) ecc.

cussioni più o meno perniciose sulle qualità del latte; sono giunto così in possesso di fatti i quali rivelano come anche queste ripercussioni siano essenzialmente di natura microbica, e conducono a consigliare provvedimenti che valgano a strappare il male dalle radici, che siano veramente preventivi. *Principiis obsta.*

Ordinariamente, essendo noto che l' inquinamento del latte deriva dal sudiciume, si raccomanda da tutte parti il ripulimento, anzi, fin dov' è possibile, la disinfezione delle lattifere, delle stalle, dei recipienti di mungitura.

Ciò sta bene; ma e non sarebbe ancor meglio eliminare o almeno scemare al possibile le cause di insudiciamento e di infezione e del bestiame, e dei locali e degli attrezzi?

Le medesime idee si possono applicare all' igiene domestica; saggia cosa è il consumo abbondante di sapone e di antisettici per la nettezza corporale, ma è ancor più saggio evitare di imbrattarsi e di contaminarsi; provvida abitudine è lo spazzare quotidianamente il pavimento delle abitazioni, ma ancor più provvido è l' astenersi dallo sporcarlo; e via dicendo.

Partendo da queste premesse mi si è affacciato il compito di indagare quali siano le cause più gravi di insudiciamento e i mezzi più pratici per dirimerle.

Come indicai in altri lavori, uno dei tramiti più pericolosi di infezione del latte è rappresentato dalle feci vaccine, sia per la quantità e qualità della loro microflora, sia per le difficoltà pratiche di evitare la loro penetrazione nel latte durante la mungitura.

Ma la microflora delle feci deriva, com' è noto, dalle ingesta. È risaputo infatti che alimentando un bambino o un animale qualsiasi con latte sterilizzato o con cibi e bevande sterilizzate, si possono avere degli escrementi privi di germi.

Ne verebbe quindi come logica conseguenza la raccomandazione di somministrare al bestiame dei foraggi se non sterili, poveri di germi; ma ciò uscirebbe dalla praticità. Basterebbe che il loro tenore microbico non fosse nocivo per la salubrità e per la lavorazione del latte.

Ora, se prescindiamo dai microbi di malattie specifiche, che provengono più che tutto da contagi umani, i microbi nocivi che possono derivare dalle feci vaccine sono rappresentati dai batteri gasogeni e putridogeni.

Bisogna dunque diffidare dei foraggi a prevalente microflora gasogena e putridogena che arricchiscono le dejzioni e quindi il latte di germi dannosi sia alla salute dei consumatori sia alla riuscita dei latticini.

Ma siffatti foraggi, come io misi pure in luce a proposito dei silò, presentano un'altra aggravante per rispetto all'entità dell'insudiciamento; si è che essi, appunto per effetto della loro microflora, determinano delle fermentazioni intestinali anormali che diminuiscono la consistenza delle materie fecali fino a dare feci diarroiche. Ora gli è ben evidente che quanto meno consistenti sono gli escrementi, tanto più intenso e più penetrante e più diffusivo e più tenace è l'imbrattamento delle vaccine e della stalla, e tanto più facile è lo sprizzamento lontano di particelle fecali nei recipienti, sugli attrezzi, sui mandriani, dovunque. Ne viene che si rendono sempre più difficili la protezione e il ripulimento del bestiame e dei locali, del personale e degli oggetti.

In base a queste considerazioni, mi sono proposto di andare in cerca dei foraggi più diversi per determinarne la microflora predominante, studiandola in rapporto al suo comportamento e quindi alla sua influenza sul latte. Le ricerche sull'argomento durano da parecchio tempo e continuano tuttavia; ma i risultati ottenuti mi inducono a mettere fin d'ora sull'avviso che i foraggi a microflora pericolosa sono più numerosi e più frequenti di quanto si possa credere o presumere dai rilievi della pratica. Ne ho trovati, oltreche, come già dimostrai, tra i foraggi conservati nei silos, anche tra le erbe fresche e tra i fieni. E non è a dire che si trattasse sempre e solamente di foraggi di qualità scadente, fracidi, ammuffiti; molte volte essi anzi presentavano un aspetto normale. Particolarmente infetti si mostrarono certi foraggi che agricoltori e casari sogliono incolpare di infausti contraccolpi sul latte; tali sono: i foraggi provenienti da ristagni di acqua (terreni paludosi sortumosi, prati irrigui o marcitori mal livellati), le erbe bagnate e imbrattate di terriccio per pioggie insistenti, i fieni malessicati o mal fermentati, le erbe lasciate troppo a lungo ammonticchiate sui carri e altre. Sono evidentemente le macerazioni e le fermentazioni anomale quelle che provocano arricchimento di microflora pericolosa.

Verosimilmente per ragioni analoghe, assai inquinati mi risultarono molti residui di diverse industrie (zuccherifici, birrerie, distillerie, oleifici, molini, fecolerie ecc.) che sotto forma di polpe, di melasse, di borlande, di trebbie, di crusche, di panelli vengono usati come foraggi surrogati.

Bene spesso sono rimasto meravigliato come certi materiali potessero essere somministrati impunemente, senza pregiudizio manifesto per le funzioni intestinali; mi sono spiegato l'apparente contraddizione quando vidi che la proporzione di simili foraggi era assai piccola rispetto alla quantità degli altri foraggi che stavano a base della razione alimentare; il chiarimento mi apparve poi ancora più lucido allora quando in alcuni casi potei verificare che questi altri foraggi avevano una microflora prevalentemente lattica, energica antagonista dei fermenti gasogeni e putridogeni.

Per cui torna acconcio che io ripeta qui il consiglio già dato a proposito dei silò, che cioè, qualora si vogliano o si debbano utilizzare anche i suddetti foraggi pericolosi, si abbia cura almeno di usarne con parsimonia e di attenuarli, sottilizzarli abbondantemente con foraggi di sicura sanità microbica.

A questo riguardo non esito a suggerire che, non fosse altro nei casi dubbi, i foraggi vengano assoggettati ad un controllo batteriologico zimoscopico per rispetto alla loro influenza sulle funzioni intestinali e sulle qualità del latte, a somiglianza di quanto io ho proposto per i foraggi infossati. Badisi che nè l'esame organo-lettico nè l'analisi chimica, e nemmeno l'esame microscopico semplice possono bastare all'uopo; vi sono foraggi a tenore batterico molto maligno i quali non si presentano nè puzzolenti nè guasti nè ammuffiti, nemanco al microscopio.

Dal fin qui detto emerge l'opportunità di prevenire con ogni sforzo la produzione di foraggi a microflora pericolosa. Io ritengo che a ciò si possa in massima arrivare sia seguendo le buone regole di fienagione, sia evitando i ristagni d'acqua nei campi con una sistemazione conveniente degli scoli e dei drenaggi nelle campagne paludose e sortumose, e con un assestamento delle pendenze nei campi irrigui e marcitori, sia studiando una razionale preparazione e conservazione dei residui industriali.

Circa i foraggi infossati (erbe, polpe etc.), il cui uso va continuamente estendendosi e direi anzi va imponendosi per ragioni economiche e zootecniche, è consigliabile il metodo di insilamento da me proposto, che mira ad ostacolare lo sviluppo della microflora minacciosa mediante l'aggiunta di fermenti lattici selezionati, accoppiata ad una conveniente moderazione

della temperatura di fermentazione in guisa da ottenere dei silò dolci o, per meglio dire, dei *silò lattici* (1).

È poichè sono sull'argomento, mi permetto di ricordare che, accanto ai foraggi, vi sono altre condizioni pure inerenti all'alimentazione le quali sono in grado di influire dannosamente sulla microflora e sulla consistenza delle feci nel bestiame.

Ad esempio, l' abbeveramento con acque inquinate oppure con acque troppo fredde, il passaggio primaverile troppo brusco non graduale dalla pastura secca alla verde, ed altre cause di disturbi intestinali devono pure essere combattute se vogliamo che le dejezioni delle mungane non rappresentino una fonte troppo pericolosa di insudiciamento sia per il loro tenore batterico sia per la loro mollezza e fluidità.

Dalle ricerche e dalle osservazioni comparative che vado eseguendo anche sul contenuto batterico delle feci ho acquistato la convinzione che, quando noi fossimo riusciti a curare l'alimentazione delle vaccine in guisa da eliminare le dejezioni troppo poco consistenti e troppo ricche di flora gasogena putridogena, avremmo già fatto un gran passo verso la produzione igienica del latte.

Ciò che si intende comunemente per igiene della stalla, cioè il sistema di costruzione, il ripulimento delle vaccine, del locale e dei recipienti viene solamente in seconda linea, in linea subordinata.

Queste considerazioni ci permettono di spiegare come mai da stalle del vecchio stampo e tenute con deficiente nettezza (certe stalle anche della esemplare Svizzera informino) possa talvolta uscire del latte a contenuto microbico più normale, meno pericoloso di quello fornito da stalle di nuovo modello e meglio governate. Un' alimentazione corretta è capace di dare delle feci così poco insudicianti e con una microflora così poco nociva, talora persino ricca di fermenti caseari, che la sua inevitabile infiltrazione nel latte può riuscire quantitativamente

---

(1) V. le mie relazioni nei succitati *Annuari dell' Istituzione Agraria Ponti.* Annate 1907 e seguenti.

e qualitativamente trascurabile per la salubrità del latte e persino, entro certi limiti, favorevole per la trasformazione del latte in burro e formaggio.

Aggiungasi che, poichè lo stallatico è destinato a concimare i pascoli, la benignità o la malignità del suo tenore batterico non possono tornare indifferenti per la microflora dei foraggi che da quei pascoli provengono. Del resto anche la microflora dello stallatico è suscettibile di correzione mediante l'impiego di fermenti lattici selezionati, sul quale argomento mi riserbo di ritornare.

RIASSUNTO

1). **L' influenza dannosa che alcuni foraggi esercitano sulle qualità del latte è essenzialmente di natura microbica.** Questo fatto che io ho già dimostrato per rispetto ai silò e alle polpe di barbabietola, si può estendere alla generalità dei foraggi a ripercussione pericolosa sulla microflora e sulla consistenza delle feci.

2). Dato che la sorgente principale di inquinamento microbico del latte è data dal sudiciume proveniente dal corpo delle vaccine bisogna cominciare dal ridurre le cause e la gravità del loro insudiciamento.

3). Una delle cause più temibili di insudiciamento è rappresentata dalle feci, sia per la ricchezza e la qualità della loro microflora sia per le difficoltà pratiche di evitarne l'infiltrazione nel latte durante la mungitura.

4). L'insudiciamento fecale è tanto più pericoloso quanto più le dejezioni sono ricche di fermenti gasogeni e putridogeni ed è tanto meno evitabile quanto minore è la consistenza delle dejezioni stesse (feci diarroiche).

5). Siccome e il tenore microbico e la consistenza delle feci dipendono dalle ingesta (foraggi e acqua), le prime cure per la produzione igienica del latte devono essere rivolte all'alimentazione delle vaccine.

6). Si devono evitare i foraggi a microflora prevalentemente gasogena e putridogena, al pari di tutte le altre cause di disturbi intestinali *ab ingestis* (acque inquinate, acque troppo fredde, mutamenti bruschi di foraggiamento, ecc.), che possono determinare feci diarroiche.

7). Si deve diffidare particolarmente dei foraggi che hanno subìto macerazioni o fermentazioni anomale, nonchè dei cosidetti surrogati (residui industriali).

8). Per neutralizzare o attenuare i pericoli dei foraggi a microflora maligna giova la conveniente mescolanza con foraggi a microflora benigna.

9). Per giudicare l'influenza dei foraggi sulle funzioni intestinali e sulle qualità del latte si rende necessario un controllo batteriologico dei foraggi, non bastando nè l'analisi chimica nè la microscopica semplice.

10). Fra i mezzi atti a prevenire la produzione dei foraggi a microflora pericolosa sono specialmente raccomandabili:

a) una conveniente sistemazione dei campi foraggeri in guisa da impedire i ristagni d'acqua;

b) una conveniente fienagione, in guisa da ottenere fieni ben asciutti, e normalmente fermentati;

c) una conveniente preparazione e conservazione dei foraggi infossati (erbe, polpe ecc.) secondo il metodo da me proposto per ottenere silò dolci o *lattici* mercè l'impiego di fermenti selezionati e la limitazione della temperatura di fermentazione.

Dal Laboratorio di Batteriologia della R. Scuola Superiore di Agricoltura di Milano.

SULLA ECLISSE PARZIALE DI LUNA
DEL 12 MARZO 1914

Nota del M. E. prof. GIOVANNI CELORIA

(*Adunanza del 26 marzo 1914*)

Di questo fenomeno abbastanza notevole, quale potè essere osservato all'Osservatorio astronomico di Brera, io dò qui breve notizia, perchè di esso rimanga, se non altro, traccia nelle pubblicazioni del R. Istituto lombardo di scienze e lettere.

È noto che le circostanze caratteristiche di ciascuna eclisse lunare, in quanto dipendono dai movimenti della terra e della luna nonchè dalle posizioni che luna e terra prendono rispetto al sole sono precalcolate, con una precisione oramai guari suscettibile di essere aumentata, da appositi Istituti astronomici, e da essi pubblicate nelle più rinomate effemeridi astronomiche contemporanee, l'*Astronomisches Jahrbuch* di Berlino, la *Connaissance des temps* di Parigi, il *Nautical Almanac* di Londra, l'*American Nautical Almanac* di Washington. Da queste gli astronomi traggono poi le circostanze speciali di ogni eclisse per l'orizzonte del luogo loro di osservazione, e per l'orizzonte di Milano e per la eclisse qui considerata dette circostanze furono prevalutate e pubblicate appunto dall'Osservatorio nostro nel fascicolo intitolato *Anno 1914, Articoli generali del calendario ed effemeridi del Sole e della Luna*, fascicolo uscito nell'anno 1913.

Sono noti non meno i fenomemi fisici secondarii che accompagnano le eclissi di luna, sì totali che parziali, ma essi esercitano pur sempre un qualche fascino su chi li osserva, e riescono singolarmente suggestivi in ispecie per ciò che mutabili in sommo grado sono le circostanze sopratutto atmosferiche che li accompagnano.

L'eclisse del 12 marzo 1914, visibile in parte a Milano

nella seconda metà della notte dall'11 al 12 marzo, era abbastanza notevole in quanto la grandezza sua era espressa dal numero 0,916 presa come unità di misura il diametro lunare. Il cielo semicoperto e incerto durante la giornata poco si annunziava favorevole all'osservazione dell'eclisse, pure ad essa si prepararono gli astronomi dell'Osservatorio di Brera sigg. ingegnere Luigi Gabba e dottore Luigi Volta, e l'osservazione ebbe esito fortunato. Il Gabba scelse per le osservazioni sue il rifrattore equatoriale di Merz e volse l'attenzione specialmente alle circostanze generali del fenomeno; il Volta osservò al cannocchiale trasportabile di Ramsden, di millimetri 73 di apertura, di metri 1.20 di distanza focale, con oculare di ingrandimento uguali a 150, cannocchiale collocato sul terrazzo ad ovest della cupola del grande equatoriale di 18 pollici, dal quale dominavasi interamente la plaga del cielo in cui dovevano eseguirsi le osservazioni dirette a colpire gli istanti degli appulsi dell'ombra ai principali crateri della luna, che possono in generale osservarsi con precisione sufficiente.

Trascrivo anzitutto le osservazioni del Gabba quali esse mi furono da lui comunicate e quali risultano dal giornale di osservazione.

« Dopo alcune giornate coperte e piovose, le nubi solcano « veloci il cielo occultando e scoprendo di quando in quando « la luna; a $2^1/_2$ (t. m. E. C.) circa questa è scoperta ed il « vento spira abbastanza forte.

« Già qualche tempo avanti il primo contatto con l'ombra « (previsto a $3^h\ 42^m$) si avverte l'effetto della penombra ed « anche ad occhio nudo il bordo lunare è meno distinto nella « parte nella quale dovrà verificarsi il contatto coll'ombra.

« Al rifrattore equatoriale di Merz di 218 mm. di aper- « tura e con ingrandimento 76 il bordo lunare, appare sicu- « ramente intaccato a $15^h\ 19^m\ 18^s$ di tempo medio locale (pari « a $3^h\ 42^m\ 32^s$ di t. m. dell'Europa Centrale).

« A $4^h\ 7^m$ (t. m. E. C.) il cielo è sereno, ma velato; la « luna è circondata da un alone; non presenta colorazione « cuprea, ma solo offuscamento della sua luminosità.

« Verso $4^h\ 10^m$ si nota colorazione cuprea, in misura, « leggera e visibile più che altrove presso il lembo della luna; « ma ad occhio nudo è notevole l'oscurità della parte di disco « eclissata.

« A $4^h\ 30^m$ è sempre poco mancata la colorazione cuprea, « a 4.40 è divenuta ben marcata senza essere intensa; verso « 5^h il cielo è perfettamente limpido, la colorazione cuprea

« della parte eclissata del disco lunare si può dire notevole, « speciamente ad occhio nudo; essa si fa più intensa ad occhio « nudo tra 5^h e 10^m e 5^h 15^m.

« A $5\,{}^1/_2$ la luce crepuscolare è già sensibile e turba l'ap- « prezzamento della variazione di colore del disco lunare.

« Questo verso 6^h 35^m scompare alla vista nelle nebbie « dell'orizzonte ».

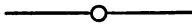
I risultati delle osservazioni del Volta sono da lui dati nel quadro seguente abbastanza chiaro per sè, e rispetto al quale basterà rilevare che la data e le ore di osservazione sono contate secondo l'uso astronomico e col tempo medio locale.

Istanti, in tempo medio astronomico locale, **del 1° contatto coll'ombra** e di **immersioni ed emersioni di crateri.**

		h.	m.	s.
Primo contatto coll'ombra		15	19	21
Immersione:	« Pitea »	15	36	58
»	primo bordo « Copernico » . . .	15	38	43
»	secondo bordo « Copernico » . .	15	41	27
»	Orlo « Mare Serenitatis » (Appennini-Caucaso)	15	48	11
»	un cratere luminoso (*)	15	51	46
»	« Menelaus »	15	59	49
»	« Birt »	16	1	14
»	Dionisius	16	2	29
»	primo bordo « Pilatus »	16	3	9
»	secondo bordo « Pilatus » . . .	16	5	18
»	« Censorinus »	16	11	27
»	primo bordo « Tyko »	16	14	52
»	secondo bordo « Tyko »	16	19	26
Emersione :	primo bordo « Tyko »	17	7	8
»	secondo bordo « Tyko »	17	11	13
»	primo bordo « Pilatus »	17	20	21
»	secondo bordo « Pilatus » . . .	17	22	36
»	« Birt »	17	29	10
»	punto di mezzo « Mayer-Tobias » .	17	38	53
»	secondo bordo « Copernico » . .	17	43	52
»	Eulero	17	47	52
»	« Pitea »	17	48	2

(*) È un cratere quasi allo stesso meridiano di Manilio ed un poco più a nord del parallelo di Sulpicio Gallo.

Non si possono osservare, per la sopravvenuta luce diurna e l'immersione della luna nella caligine dell'orizzonte altre emersioni, compresa quella del bordo lunare dall'ombra. Anzi già l'osservazione delle ultime emersioni elencate era meno agevole.

Non furono elencate altre immersioni od emersioni di crateri non sicuramente identificati.

SULLA CORRISPONDENTE SENSIBILITÀ DEL GALVANOMETRO TELEFONICO ARNÒ E DELL'ORECCHIO IN RAPPORTO ALL'ALTEZZA DEI SUONI

Nota del S. C. Prof. Riccardo Arnò

(Adunanza del 26 marzo 1914)

Come ebbi ad osservare in precedenti comunicazioni, nella pratica quotidiana della telefonia, ciò che importa principalmente di conoscere è l'effetto acustico che a mezzo di un telefono Bell può produrre sull'orecchio una corrente telefonica.

Un tale effetto è certo di complicatissima essenza, non v'ha dubbio però ch'esso dipende dall'intensità di corrente, dalla sua frequenza, dalla speciale forma della curva caratteristica che a detta corrente corrisponde: ed è noto d'altra parte che da tali fattori dipende la deviazione data dal Galvanometro Telefonico Arnò, quando si mantenga inalterata la intensità e la frequenza dei campi Ferraris agenti nell'apparecchio. Limitandomi a considerare il caso di correnti telefoniche di identica forma e di uguale intensità efficace, l'effetto auditivo prodotto da un ordinario telefono Bell varia colla frequenza, e colla frequenza varia la deviazione dell'equipaggio mobile nel Galvanometro Telefonico.

Ora è noto che la sensibilità dell'orecchio aumenta fino ad un certo limite con l'altezza del suono, indi diminuisce; ed è anche noto che la stessa cosa avviene quando la percezione del suono si ottenga a mezzo di un ordinario telefono ricevitore.

Così per esempio è stato osservato che in telegrafia senza fili, dove la recezione viene eseguita a mezzo di telefono, può aumentarsi la portata delle segnalazioni aumentando la frequenza dei gruppi di scintille, constatandosi che la sensibilità del telefono cresce rapidamente quando la frequenza dei gruppi

di scintille oltrepassa il 500 e che tale sensibilità sembra raggiungere il suo massimo valore in vicinanza di 1000.

Ho avuto d'altra parte occasione di osservare che tra i limiti di 50 micro-ampère per la corrente di misura e per frequenze comprese tra 100 e 1000 può ottenersi per un determinato valore dell'intensità e della frequenza dei campi Ferraris agenti nel Galvanometro Telefonico, che la legge che lega la deviazione all'intensità della corrente telefonica sia rappresentata da linee ad inclinazione tanto più forte rispetto all'asse delle ascisse quanto più grande è la frequenza.

Ricordo d'altra parte che la deviazione dell'equipaggio mobile nel Galvanometro telefonico, dipende ancora dall'intensità e dalla frequenza dei campi Ferraris esistenti nell'apparecchio, e che precisamente col variare della frequenza e dell'intensità di questi ultimi e mantenendo inalterate tutte le altre condizioni in cui si esperimenta, il campo magnetico secondario dovuto alla corrente di misura può portare ad aumenti od a diminuzioni di isteresi : si vengono così ad ottenere nei due casi deviazioni di senso opposto.

È intanto da osservarsi che i risultati sperimentali che si sono precedentemente ricordati vanno riferiti al valore prescelto nelle esperienze per l'intensità e la frequenza dei campi Ferraris agenti nell'apparecchio.

Ciò posto mi sono proposto (mantenendo inalterati la frequenza o l'intensità dei campi magnetici rotanti) di elevare la frequenza della corrente di misura oltre a 1000 periodi al secondo, allo scopo di verificare se e come viene modificata la legge caratteristica dell'apparecchio.

Valendomi di un alternatore a ferro girante, posseduto dal mio Laboratorio di Elettrotecnica, e capace di fornire una corrente alternativa di 10000 periodi per una velocità di 3000 giri, ho potuto ottenere tutte le frequenze comprese tra 1000 e 10000 variando opportunamente la velocità della macchina. In tal modo mi è stato possibile verificare che al di là di frequenze intorno a 1000 periodi, quando la corrente di alimentazione dei campi Ferraris abbia una intensità di circa 40 milli-ampère per fase ed una frequenza di circa 40 periodi, e le intensità della corrente di misura siano comprese tra 50 e 500 micro-ampere, la sensibilità del Galvanometro Telefonico va diminuendo coll'aumentarsi della frequenza; vi è poi per ogni valore dell'intensità una frequenza a cui corrisponde una deviazione nulla.

Al di là di tale frequenza l'apparecchio devia in senso

inverso; in altri termini il campo magnetico secondario dovuto alla corrente di misura modifica l'isteresi del cilindro da esso influenzato in senso opposto a quello che corrisponde alle frequenze precedenti.

Nella figura è riprodotta una delle molte curve da me sperimentalmente dedotte. Tale curva che esprime la legge che lega la deviazione alla frequenza della corrente di misura, quando quest'ultima abbia un'intensità di circa 110 micro-ampère, dimostra appunto che per frequenze comprese tra 100 e 10000 periodi al secondo e per i valori precedentemente indicati per l'eccitazione dei campi Ferraris, la sensibilità del Galvanometro Telefonico dapprima aumenta rapidamente mantenendo valori abbastanza vicini tra 500 e 1000 periodi: indi decresce. Vi è un valore della frequenza per cui la deviazione si annulla, oltrepassato il quale l'equipaggio devia in senso inverso.

Tenuto conto poi che gli effetti di una data corrente alternata sul ciclo di isteresi dell'acciaio sono diversi a seconda della frequenza e dell'intensità del campo Ferraris in cui si trova sospeso il cilindro di materiale magnetico, e che precisamente col variare della frequenza e dell'intensità del campo magnetico rotante e mantenendo inalterate tutte le altre condizioni in cui si esperimenta, si può avere diminuzione od aumento di isteresi, possiamo pertanto dire:

« Se per una data frequenza ed intensità dei campi Ferraris agenti nell'apparecchio la modificazione dell'isteresi del cilindro influenzato corrisponde ad un aumento o ad una diminuzione, e se la variazione di isteresi assume valori gradualmente crescenti col crescere della frequenza della corrente telefonica, vi è un valore della frequenza di quest'ultima per cui la variazione di isteresi è massima, indi essa va diminuendo coll'aumento della frequenza fino ad anullarsi, per tradursi infine in una diminuzione od un aumento di isteresi.

Per i valori scelti dell'eccitazione nelle esperienze da me ricordate la variazione massima dell'isteresi si ha intorno alla frequenza di 1000: è certo però che tale massimo potrebbe opportunamente modificarsi variando l'intensità e la frequenza dei campi magnetici rotanti. Dai risultati sperimentali da me ottenuti risulta pertanto una proprietà importante del Galvanometro Telefonico: la sua sensibilità in rapporto alle frequenze delle correnti telefoniche, segue una legge dello stesso tipo di quella seguita dalla sensibilità dell'orecchio in rapporto all'altezza dei suoni. Vi è però una differenza che torna a favore dell'apparecchio per quanto riguarda l'estensione delle sue

applicazioni pratiche: e precisamente la frequenza a cui corrisponde la massima sensibilità dell'apparecchio può variarsi variando la frequenza e la intensità dei campi rotanti di eccitazione (*).

(*) In questo mio lavoro, e specialmente nelle ricerche sperimentali che ad esso si riferiscono, mi è stato prezioso collaboratore e di valido aiuto l'egregio mio assistente Ing. Giulio Giulietti, al quale mi compiaccio porgere pubblicamente le mie più vive grazie.

R

50 40 30 20 10

Deviazioni in m/m

SU DI UNA ZONA DEL REGGIANO FRA LA VALLE DEL CROSTOLO E QUELLA DEL TRESINARO

Nota dell' ing. B. Galdi

(*Adunanza del 26 marzo 1914*)

Nel Novembre 1911 ho avuto occasione di visitare con più diligenza una zona del Reggiano che avevo già sommariamente studiata in occasione del rilevamento tettonico generale dell' Emilia, e la cui importanza mi apparve sin d' allora manifesta. In seguito a tale gita ho dovuto modificare in parte l' impressione riportata dalla prima visita, e mi è sembrato perciò opportuno riassumere il risultato delle mie ulteriori osservazioni, qualcuna delle quali trovasi forse in contrasto con altre contenute nel cap. III della Memoria sui giacimenti petroleiferi dell' Emilia (1).

CENNI TOPOGRAFICI

La regione a cui accenno è compresa fra il torrente Crostolo ad ovest, la gran placca miocenica di Casina a sud, il crinale di Regnano ad est, e le colline plioceniche limitrofe alla pianura reggiana a nord.

La zona comprende essenzialmente tutta una falda della valle del Crostolo, dal crinale di Regnano (che si mantiene ad un' altitudine media intorno ai 500 m.) all' alveo del Crostolo (che ha quote di poco inferiori a 200 m.).

Dal crinale al Crostolo confluiscono piccoli corsi d'acqua, che per vero dire possono avere il nome di valloni, ed un

(1) Camerana e Galdi — *I giacimenti petroleiferi dell'Emilia.* Memorie descrittive della Carta Geologica Italiana — Vol. XIV — Bologna 1911.

solo rio importante, per la sua lunghezza e per la quantità d'acqua che convoglia, il rio Cesolla.

Due strade importantissime e principali, che allacciano la montagna reggiana col capoluogo della provincia, corrono una nella valle del Crostolo e l'altra sul crinale di Regnano. Trasversalmente sono collegate da una terza che dal villaggio La Vecchia passa per Montalto. Sulla carta topografica militare, non al corrente e portante le indicazioni del 1897, non è indicato il proseguimento della strada del Crostolo, che oggi arriva fino a Casina, dove si congiunge a quella del crinale per procedere verso Castelnuovo.

Lungo le due strade suddette s'allineano numerose borgate e villaggi che continuamente si sviluppano: alcuni centri popolati recenti sono indicati sulla carta come case isolate o borgatelle di poco conto.

DESCRIZIONE GEOGNOSTICA

I terreni che affiorano nella regione sono i seguenti:

Neogene { Pliocene, Miocene }

Paleogene { Oligocene, Eocene }

Pliocene. — Questo terreno occupa una zona molto ristretta all'estremo confine nord della regione, ma fa parte di tutta una gran fascia che corre da un capo all'altro del Reggiano.

Di esso non esistono come nel Bolognese zone entro-appenniniche; si sviluppa invece tutto sulle ultime basse colline che precedono la pianura reggiana.

Comprende argille marnose nella parte inferiore, di color azzurro, dette perciò argille o marne azzurre, ricoperte superficialmente da sabbie gialle, che talvolta si trovano in basso, od intercalate nelle argille stesse. Queste ultime rappresentano un deposito littoraneo, mentre le prime indicano un deposito di mare profondo.

La formazione argillosa, con relative sabbie che per lo più la ricoprono, per effetto dell'azione erosiva delle acque assume un aspetto caratteristico, giacchè presenta burroni con margini seghettati, con cuspidi e contrafforti sottili, volgarmente detti nell'Emilia *calanchi*. Il terreno scoscende progressivamente, e si formano quei valloni a ventaglio, asciutti e desolati, che imprimono al paesaggio un carattere di mestizia che contrasta stranamente con la ubertosità delle plaghe circostanti non ancora in frana.

Le argille per lo più sono costituite da elementi finissimi che formano nell' insieme una massa terrosa; talvolta però si intravedono quà e là delle leggere stratificazioni dovute ad elementi più grossolani, di natura sabbiosa.

Le sabbie gialle, come ho ricordato innanzi, non formano un orizzonte ben distinto, ma appariscono come macchie gialle sparse sul grigio azzurrognolo delle argille; in qualche caso sono intercalate, ovvero stanno alla base delle masse argillose.

La presenza di queste due specie di roccie ben distinte fece un tempo suddividere il pliocene emiliano in due piani: **Astigiano,** quello delle sabbie gialle; **Piacentino,** quello delle argille turchine. Ma studi posteriori, sia stratigrafici che paleontologici, questi ultimi dovuti specialmente al Foresti e al Capellini, misero ben in chiaro che una parte delle sabbie gialle, quelle che compaiono alla base o stanno intercalate fra le argille azzurre, sono contemporanee di queste.

Miocene. — Forma in quella regione due zone staccate, una settentrionale che spunta di sotto al pliocene, e l' altra più interna (separata dalla prima da una grande striscia di eocene), che nella Memoria sui giacimenti petroleiferi dell' Emilia ho indicata col nome di **Zona di Viano.**

La zona settentrionale è costituita di marne più o meno sabbiose, tenere, grigiastre o giallastre, talora in straterelli sottili, dalle quali emergono, a guisa di isole rocciose, delle masse staccate e potenti di gessi in grossi cristalli, allineate per modo da formare una specie di catena. In alcune di tali masse (a Vezzano, a Scandiano) sono aperte delle cave abbastanza importanti.

I fossili rinvenuti in dette marne, la cui formazione si prolunga di molto da ambo i lati, accennano ad un deposito di mare basso, passante talora a maremma. I fossili marini spesso rassomigliano a quelli del terreno Piacentino soprastante: a Scandiano i generi più abbondanti rinvenuti furono: *ostrea*, *pecten*, *arca*, *dentalium*, ecc. La formazione fu ascritta al **messiniano.**

Le marne a causa della loro natura poco consistente raramente si vedono stratificate; per lo più compaiono come masse terrose inglobanti i gessi. E neanche di questi è visibile la stratificazione; si notano invece piani di frattura in vario senso. Nessun dubbio può esservi circa la leggera pendenza generale della formazione verso la pianura, in modo da immergersi sotto il pliocene.

La zona interna presenta caratteri litologici e stratigrafici

del tutto diversi. È essenzialmente costituita di arenarie sabbiose grigie e giallastre (molasse), racchiudenti talvolta delle lenti di conglomerati grossolani. Gli strati inferiori sono sovente più compatti e calcarei, in qualche punto passano ad un vero calcare sabbioso. Questa roccia rassomiglia in tutto e per tutto a quella che si rinviene in lembi staccati nel Modenese (a Montebaranzone, a Rocca S. Maria) e della quale si sono ripetutamente occupati Doderlein, Stöhr, Coppi, Mazzetti, Pantanelli ed altri eminenti geologi.

Inferiormente ad essa si nota una potente formazione di marne terrose, sabbionose, scure, grigiastre o leggermente rosee, talvolta anche verdi, che per erosione dell' acqua danno luogo a burroni simili ai *calanchi*. Percorrendo la strada del Crostolo le si vedono affiorare in massa potente alla confluenza d' un rio che discende dal Monte Prete a sud della borgata Piazza; la borgata stessa vi sta sopra. Si ritrovano poi in condizioni analoghe nel vallone del Rio Cesolla, a nord di Montalto. La stratificazione è raramente visibile, ma dove lo è apparisce perfettamente concordante con quella delle molasse sotto cui le marne s' immergono.

Ritengo quindi che le marne, le molasse, e relativi calcari sabbiosi formino un terreno unico riferibile all'**elveziano,** giacchè ad esso ascrivono le molasse concordemente quasi tutti i surricordati geologi.

La zona elveziana forma un bacino allungato che da Montalto si estende all' est fino al Secchia. Gli strati alla periferia hanno inclinazioni variabili da 20° a 50°, ma nel centro sono quasi pianeggianti.

Oligocene. — Nella « Memoria sui giacimenti petroleiferi dell' Emilia » descrivendo i terreni ho dovuto notare che non è possibile stabilire una divisione netta tra la formazione ritenuta comunemente oligocenica e l' eocene vero e proprio. Il passaggio fra i due terreni è graduale, nel senso che il *flysch* si arricchisce in alto sempre più di banchi calcarei e marnosi, finchè passa ad una potente pila esclusivamente di marne e calcari nettamente stratificati e non alternati con banchi scistosi od argillosi.

Dell' area di cui mi occupo l' oligocene rappresenta una parte notevole. Litologicamente non differisce dalle formazioni consimili del Piacentino, da quegli strati cioè che torreggiano sul M. Falò superiormente al *flysch* petroleifero di Montechino, ed al M. Moria, al di sopra di quello di Velleia. È una monotona

serie di marne tenere, facilmente disgregabili, riducendosi in una massa di scagliette sottilissime (che non tardano a convertirsi in poltiglia argillosa), alternate con banchi più duri di calcari marnosi, sovente con fucoidi, spesso sabbiosi, che per la maggior resistenza all'erosione sporgono nelle sezioni naturali disegnando nettamente le stratificazioni.

È difficile di poter determinare con precisione il limite dei terreni oligocenici. Senza volermi occupare di tutta l'estensione della gran placca del M. Duro, che dal Crostolo si estende fino quasi a Baiso per oltre 10 Km. di lunghezza, e limitandomi a quanto riguarda la zona in esame, dirò che il limite meridionale dell'oligocene corre presso a poco secondo il vallone che da C. Schiavina discende al Crostolo. Le frane e le coltivazioni del suolo impediscono di precisarlo; esso si perde sotto le marne terrose che stanno alla base dell'elveziano della gran placca di Casina. Nessun affioramento eocenico intercede fra i due terreni, a meno che non vogliano ascriversi all'eocene le marne terrose anzidette, come fece il Sacco (1), indotto a ciò forse dal colore rossiccio che esse hanno verso C. Schiavina.

Al nord il limite dell'oligocene è ancora più incerto, giacchè dopo gli affioramenti, che son chiarissimi sulla collina q. 471 sopra Monchio, si passa bruscamente a terreni franosi appartenenti alle argille scagliose tipiche. Lungo il vallone, che, un poco a sud del *Molino delle strette*, dal Crostolo risale verso C. Ronco, affiorano masse argillose e policrome, cosparse di blocchi di calcare marnoso. Questo aspetto litologico della regione si mantiene costante procedendo verso nord sino alle marne messiniane di Vezzano.

Verso est, cioè sull'altipiano di Casola Querciola, l'eocene a *facies* tipica comincia a comparire nei valloni che da Casola discendono nel rio che confluisce nel Cesolla. Immediatamente a sud del villaggio si notano grandi frane di argille variegate cosparse al solito di blocchi calcarei.

Concludendo, il limite dell'oligocene non deve essere inteso in senso assoluto, giacchè non esiste una vera linea divisionale tra l'oligocene e l'eocene, sia stratigraficamente che geologicamente parlando, e per di più i prodotti d'alterazione delle rocce sia dell'uno che dell'altro terreno sono assolutamente simili nell'aspetto.

(1) F. Sacco — *L'Appennino centrale*. Carta Geologica.

Eocene. — Delle tre serie in cui ho sempre convenuto di suddividere il *flysch* emiliano, cioè **serie arenacea (macigno), serie argillo-marnosa** con rocce argillose in prevalenza), e **serie marno-calcarea** (con rocce marnose e calcaree in prevalenza), nell' eocene della regione di cui tratto sono rappresentate solo le due ultime.

A nord della collina q. 471 sopra Monchio il *flysch* apparisce con strati calcarei alternati con scisti argillosi, ma lo stato di alterazione delle rocce è tale che la stratificazione è visibile solo in tratti brevi, ed anche in modo imperfetto.

Lungo il Crostolo, quasi a mezza strada tra Vezzano e La Vecchia, là dove sono state recentemente eseguite opere di sistemazione dell'alveo, si vedono sulla sponda destra gli strati di calcare rotti e contorti, alternati con altri strati, un tempo forse di scisto, ridotti a massa argillosa. Tutto il versante occidentale della collina q. 489, dove sorge la fattoria del *Lupo*, è occupato da una grande frana dovuta al disboscamento che viene continuato ancora attualmente in barba alle leggi.

L' aspetto generale della regione non differisce da quello solito dei paesaggi eocenici emiliani, specialmente dove il *flysch* è ridotto quasi esclusivamente alla serie più argillosa. Lungo i valloni e nei promontori fra le argille scagliose sono mescolati i calcari diasprizzati, bianchi, grigi, sovente coperti di patine verdastre ovvero traversati da venette di calcite. Vi abbondano anche i nuclei ferro-manganesiferi, le arenarie ferruginose e quelle scistose micacee. Le rocce sono ridotte in frammenti mescolati in un disordine indescrivibile, ben noto a chi ha familiarità col *flysch* emiliano.

È poi degna di nota una terra giallastra, alquanto sabbiosa, che ricopre vaste zone dell' altipiano che si vede intorno a Casola Querciola, dove sono situate le fattorie del *Farneto* e del *Lupo*. Osservando quel terreno si direbbe a prima vista trattarsi di un lieve velo di pliocene, ma guardando negli scavi fatti per piantagioni si comprende subito che la terra gialla è un prodotto d' alterazione della marna compatta bianca eocenica sottostante; alcuni frammenti di questa hanno ancora il nucleo centrale bianco e la periferia alterata in terra gialla. Questo curioso prodotto di alterazione l' ho pure rinvenuto nel Reggiano tra Selvapiana ed il Rio di Cerezzola (all' est di Selvapiana), e nel Bolognese nell' alta valle del Venola, sull' altipiano che da Montepastore si estende verso Croce di Pradello.

RAPPORTI STRATIGRAFICI E TETTONICA DELLA REGIONE

La base dei terreni affioranti nella regione sopra descritta è formata dal *flysch* eocenico, che dalla valle del Crostolo si estende verso est sino oltre la valle del Tresinaro. Esso forma dei ripiegamenti, non chiaramente visibili, ma di cui si può scorgere traccia nella valle del Crostolo presso la q. 191 a sud di Vezzano. Quivi sulla sponda destra del torrente, presso le briglie recentemente costruitevi, si può osservare la sezione rappresentata dalla fig. V.

Dal lato nord l'eocene s'immerge sotto il messiniano di Vezzano, mentre a sud si nasconde sotto l'oligocene della collina q. 471. Gli strati oligocenici pendono a sud, come è facile vedere percorrendo la mulattiera che da La Vecchia mena a Casola Querciola: tale pendenza si mantiene anche a sud del Rio Cesolla, come si osserva risalendone l'alveo sino alla sua biforcazione. Quivi la tettonica dell'oligocene cambia, giacchè la parte che forma il versante S.E. della collina q. 471 pende a sud-est, e quella che forma la parte N.E. della regione Riolo-Montalto-Vronco pende a N.E. Si ha quindi una conca oligocenica in cui si adagiano le marne grigie, i calcari sabbiosi e le molasse elveziane dell'estremità della gran placca di Regnano-Viano.

Le fig. II, III, IV, che rappresentano sezioni naturali, indicano i rapporti stratigrafici tra i vari terreni, compendiati poi nella sezione fig. I.

A causa delle coltivazioni del suolo non è visibile l'andamento stratigrafico dell'oligocene tra il Rio Cesolla e la borgata Campedello. Con tutta probabilità vi si pronunzia un ondeggiamento non ben deciso, che termina con una sinclinale. È certo però che alle falde del M. Duro, cioè immediatamente a sud delle borgate Campedello e Cuccagna, gli strati che hanno direzione quasi E.O., pendono a N. Bellissime sezioni naturali offre il M. Duro con le sue chiare stratificazioni. Esse furono soggette ad energici ripiegamenti, che in complesso formano un'anticlinale deformata nella gamba meridionale. Verso sud, come ho già accennato, l'oligocene del M. Duro affonda sotto le marne terrose e le molasse elveziane della gran placca di Casina, i cui strati pendono pure a sud.

La fig. I è una sezione generale che riassume tutta la tettonica, del resto abbastanza semplice ed evidente, della regione. Per completare questo argomento mi basterà ricordare che sulla sinistra del Crostolo l'oligocene muta la sua strati-

grafia, interrompendo l' andamento E.O. degli strati per immergersi, con una falda diretta quasi N.S., sotto l' elveziano di Paullo-Paderna.

La tettonica dunque rivela il solito corrugamento principale, con asse parallelo alla catena appenninica, alquanto disturbato per effetto del corrugamento ad asse normale (1).

Queste osservazioni modificano in parte quanto ho espresso nel cap. III della Memoria sui giacimenti petroleiferi dell' Emilia, dove erroneamente ammettendo col prof. Sacco, come ho detto innanzi, la presenza d' un affioramento eocenico (*cretaceo* del prof. Sacco) a sud del M. Duro, fui portato a ritenere che la placca oligocenica di questo monte fosse piegata a sinclinale.

CENNI MINERARI

Le sorgenti di idrocarburi esistenti nella regione studiata sono varie, molte altre probabilmente restano ignote finchè il caso non le porterà a conoscenza degli abitanti. Descriverò quindi le principali a me note, procedendo dall' est verso l' ovest.

Salsa di Regnano. — La più nota ed importante è la **salsa di Regnano,** conosciuta volgarmente (sebbene impropriamente) col nome di **salsa di Querzola.** Mi piace rilevare a tal proposito che il nome di **salsa di Querzola** molto meglio si addice ad una salsa esistente a pochi passi dal villaggio di Casola Querciola, e della quale parlerò in seguito.

La salsa di Regnano è situata a sud del villaggio di Regnano, a circa 6-700 metri dalla chiesa parrocchiale, un poco all' est della rotabile, a valle dell' osteria (q. 427), in cima ad un vallone che discende a formare uno dei rami del Rio Faggiano (Fasano). Benchè più appariscente e grandiosa di quella di Sassuolo, è ben lontana dall' averne la celebrità. Il primo autore che la ricorda è il Vallisneri, che la visitò intorno al 1711; manca perciò una vera letteratura storica, che pure è così copiosa per quella di Sassuolo. Le ragioni di questo ingiusto oblio vanno ricercate sia nella maggior vicinanza della salsa di Sassuolo ad un centro popoloso ed antico quale è Sassuolo, prossima quindi alla via Emilia trafficata sin dall' epoca dei Romani, sia anche per la minor frequenza e violenza delle eruzioni delle salse di Regnano.

(1) V. Camerana e Galdi, *Op. cit.*

Il Vallisneri la visitò due volte; così ne parla:

« Dall' altra parte del Monte (Inferno) verso settentrione « di là del torrente, detto Tresinara, l' occhio mira un altro « pallido e scabroso monte, particolarmente da un canto, sulla « cui sommità bolle perpetuamente, e fuma il terreno, poco « lungi dalla terra, detta Querzola. Chiamano quel luogo i « paesani, salsa, per l' acqua, e fango, che vomita salsuginosa. « Anche questa nelle grandi mutazioni dei tempi strabocche- « volmente bolle e s' infuria, come dicemmo della salsa di « Monte Zibio, e vomita in alto con orrendo strepito fango, « sassi, fuoco e fumo.

« Occupa cento piedi di diametro, ma il luogo del bolli- « mento non è in tutto questo sito, benchè sempre dentro la « detta circonferenza in questi anni lo muti ». E seguita narrando di avervi gettato dentro dei sassi, che precipitarono come in un baratro profondo: ma i pezzi di legno venivano nuovamente rigettati dalla salsa. Il terreno tutto intorno era mobile, e gli abitanti gli narrarono che pecore, porci e persino buoi, che vi si erano avventurati, erano stati inghiottiti dalla melma. La salsa faceva spesso udire boati, che di notte si percepivano anche da Reggio. Non di rado causava terremoti per molte miglia all' ingiro; una casa distante circa 500 passi ne era rimasta diroccata. Sicchè non gli sembrava fuori posto assimilarla ad un vulcano che

« Interdum lapides, avulsaque viscere montis »
« Erigit eructans, liquefactaque saxa sub auras »
« Cum gemitu glomerat, fundoque exaestuat imo ».

La temperatura dell' acqua uscente dalla salsa, che pareva bollisse, fu da lui trovata bassa. L' acqua poi scolava a valle nel Rio Fasano ed era bevanda gradita alle capre ed agli armenti per la sua salsedine. Sulla sommità del cono fangoso vide galleggiare un petrolio nero, di odore nauseante.

Alla seconda visita Vallisneri trovò i coni, che erano in numero di 7, più alti. Da alcuni sgorgava di preferenza l'acqua, da altri il fango, sul quale soprannotava l' olio. Questo poi usciva in maggior copia dalla bocca principale. Da tutte veniva emesso fumo e, di notte specialmente, scintille di fuoco. Notò pure la variabilità della posizione delle bocche, di cui una era per l' appunto allora in formazione. Quando si verificava un' eruzione, a detta degli abitanti del luogo, le varie bocche si riunivano formando una voragine, del diametro di oltre cento passi, dalla quale venivano lanciati in alto, sassi,

fango e terra: lo strepito, il terremoto e la violenza delle proiezioni mettevano in fuga gli inquilini d'una casa distante trecento passi. Vallisneri poi assicura che nel Rio Fasano si rinveniva petrolio odorosissimo, mescolato con fango, negletto e da nessuno considerato. Ed egli, in base all'analogia della posizione dei pozzi di Montegibio rispetto alla salsa di Sassuolo, conchiude che scavando nel Rio Fasano certamente si troverebbe del buon petrolio.

Dopo Vallisneri chi ci ha lasciato notizie della salsa di Regnano è Spallanzani, che la visitò per la prima volta nel 1789, facendovi poi ritorno negli anni consecutivi. Dagli abitanti del luogo e specialmente da un certo dott. Gentili ebbe il racconto di qualcuna delle eruzioni più notevoli avvenute nell'epoca sua. Una di questa si verificò il 14 maggio 1754 e fu accompagnata da convulsioni spaventose. Ne fu testimone la moglie del Dottore, che la mattina di quel giorno stando in casa udì un rumore simile a quello prodotto da un gran masso rotolato in un precipizio. La salsa appariva come un ammasso di materie terrose che bollivano, gorgogliavano, le quali materie vennero poi proiettate in alto, fino all'altezza degli alberi più elevati, ricadendo verticalmente al medesimo posto. Le proiezioni si ripeterono ad intervalli per tutta la giornata e la notte seguente, nel mentre il suolo era scosso da tremiti che si propagavano facendo persino ballare i saliscendi delle porte della casa. L'eruzione diminuì nel giorno seguente, ed a poco a poco cessò mentre una corrente di fanghiglia liquida scorreva a valle. Non si videro però nè fiamme nè fumo.

La medesima Signora ricordò che un'altra eruzione avvenne nel 1772 circa, con fenomeni quasi identici. Precedettero cioè boati setterranei e poi ripetute proiezioni di terra: il rumore si sentiva da Reggio. L'eruzione crebbe d'intensità il dì appresso, ma poi andò gradatamente scemando.

Al tempo di Spallanzani la salsa di Regnano contava diciassette coni da cui sgorgava fango ed acqua salsa; il maggiore misurava alla base un circuito di 19 1/2 piedi, ed era alto 7, mentre il più piccolo era alto due piedi ed aveva un giro di 4 piedi alla base. In tutti manifestavasi la presenza del petrolio.

La salsa fu visitata nel 1873 dall'abate Ferretti: trovò « che s'era ammanito di puro fango, sventrando la montagna, un superbo cono arrotondato e tronco nel suo vertice », che aveva 15 metri di diametro basale e 7 di altezza; v'erano poi altri

due coni in formazione. Non fu influenzata dai terremoti del 1873 e 1876 (1).

Il prof. Taramelli (2) vi si recò il 17 luglio 1881 in compagnia dei professori Bombicci e Iona, dopo un periodo di crisi che venne loro descritto dagli abitanti della località. La salsa aveva già avuto un altro periodo di attività trent' anni prima: verso la fine di giugno del 1881 si udirono rombi e boati e si avvertirono scosse nel terreno circostante alle salse, e la mattina del giorno 24 dalla bocca principale del vulcanetto furono scagliate tutto all' ingiro pietre ed argilla con un getto verticale di fango alto circa 10 metri. Poi incominciò la deiezione della corrente fangosa la quale in poche ore si spinse alla distanza di 400 m. La vera eruzione, che fu accompagnata da emissione abbondante di idrocarburi, ebbe principio da tre crateri più bassi del principale, che rimase inattivo, mentre nella regione inferiore della salsa si andavano formando e sformando piccoli coni avventizi. Da quel momento sino al giorno della visita dei tre professori le eruzioni si replicarono con lunghi intervalli e sempre con minore energia. Quel giorno la salsa era inquieta ancora, ma il fenomeno si riduceva all' emissione di piccole colate di fango ed a sbuffi di gas idrocarburati, che bruciavano con fiamma assai luminosa e rossastra. Sul fango si osservavano alcune pellicole carboniose che furono ritenute una forma di petrolio viscoso.

Allorquando visitai la salsa nell' estate del 1909, essa constava di 7 o 8 coni, di piccolissima altezza, non tutti attivi, da uno dei quali insieme con l' acqua sgorgava un poco di petrolio che si raccoglieva in chiazze nerastre alla superficie del fango. La rividi due anni dopo e non potei notare nessun cambiamento. Essa è in una fase di perfetta traquillità che dura da molti anni.

La salsa trovasi nelle marne sabbiose mioceniche della gran placca di Regnano-Viano, ed il fango cenericcio scuro eruttato proviene da tali rocce. È probabile che nelle notizie tramandateci riguardo alle eruzioni vi sia qualche esagerazione, ma nel complesso i fonomeni indicati sono possibili e rientrano nell' ordine di quelli che si verificano per le sorgenti gassose che s' incontrano colle trivellazioni per ricerca di petrolio.

---

(1) Ferretti A. — *Le salse o vulcani di fango, le argille scagliose.* Atti Soc. Veneto-Trentina. Seduta 30 luglio 1876.

(2) Taramelli T. — *Della salsa di Querzola, nella provincia di Reggio Emilia* — Rend. Istit. Lombardo di Sc. e Lett. Serie II, Vol. IV, 1881.

Salsa di Casola Querciola. — È poco nota sebbene sia stata ricordata da Spallanzani e prima di lui da Vallisneri, il quale sulla base delle notizie raccolte dalla voce dei paesani sospettò che per « *cunicoli sotterranei mantenesse commercio* » con la salsa di Regnano, giacchè ai periodi eruttivi dell'una corrispondevano quelli dell'altra.

È situata nell'altipiano di Casola Querciola, non lungi da questo villaggio a poche decine di metri all'est della fattoria *Farneto* del Barone Franchetti. Il vecchio curato della parrocchia, che mi fu guida gentile nella località, mi riferiva che dal tempo della sua fanciullezza in poi la salsa ha subito uno spostamento verso l'ovest. Si tratta però di pochi metri: come suole avvenire per tutte le salse, il gas, per l'intassamento del terreno dovuto alle pioggе o ad altre cause, cerca sfogo per altri spiragli vicini nelle fenditure del terreno che naturalmente si producono.

Il giorno della mia visita la salsa presentava quattro piccole sorgentine gassose *umide*, cioè in cui il gas gorgogliava in una piccola pozza d'acqua, e due altre *asciutte*, forse inattive, ma dalle quali certamente fino a poco tempo prima aveva dovuto effluire il gas. Sono ubicate lungo un piccolo solco o canaletto che confluisce nel rio che passa sotto il *Farneto*.

Il terreno è formato di marne biancastre dell'eocene superiore (o forse anche dell'oligocene), disfatte e ridotte a terriccio vegetale dalle coltivazioni praticatevi da tanti anni. Mancando quindi la roccia adatta non è possibile la formazione di coni crateriformi, ed inoltre il terreno resta asciutto per buona parte dell'anno, e quindi la salsa, che rientra nella categoria delle sorgenti gassose, secche, fu sempre poco appariscente e perciò poco nota.

Malgrado i periodi eruttivi a cui accenna Vallisneri, non si ricorda della salsa di Querciola nessuna eruzione, e neanche Spallanzani, oltre un secolo fa, ne ebbe notizia.

Sorgente gassosa del Lupo. — Ad ovest della salsa di Querciola, su di una collinetta che domina l'altipiano di Casola e che costituisce il punto più alto del rilievo di quella regione, trovasi la fattoria *del Lupo* di propietà del Barone Franchetti.

A sud del caseggiato vi è un gran bacino per la raccolta di acqua piovana, dal fondo del quale si sviluppa un gas abbondante che gorgoglia alla sommità dell'acqua. Per quanto siasi cercato di otturare le fenditure del pavimento della vasca con malta, si sono sempre verificate delle fughe di gas che a me sembrarono notevoli.

Sorgenti di petrolio nel Crostolo. — Continuando il percorso verso ovest, e discendendo fino al torrente Crostolo, là dove esso forma un'ansa accentuata con la convessità ad ovest, a mezza strada fra Vezzano e La Vecchia, presso la quota 191 della carta militare, nell'interesse della Signora Princ. Antonietta de Tzikos di S. Leger, alcuni anni fa fu fatto scavare sulla riva destra, vicinissimo al letto del torrente, un avampozzo a scopo di ricerca. Oltre il gas abbondante fu rinvenuta una discreta sorgentina di petrolio. Ivi presso nella costruzione di una briglia del torrente, fatta fare dall'Amministrazione Provinciale di Reggio, si rinvennero altre gemicazioni dello stesso petrolio (appartenente alla medesima vena), del quale si poterono raccogliere parecchi litri finchè la sorgente non fu interrata e coperta dalla briglia. Un piccolo tubo di ferro sporgente dal muraglione indica ancora il posto dove il prezioso idrocarburo fu scoperto. Ma poco più a monte durante lo scavo delle fondazioni di un'altra briglia, a quanto mi riferì un Capomastro dei lavori stradali, fu trovata in condizioni analoghe, sulla riva destra un'altra sorgentina di petrolio. Circa sei mesi fa in un avampozzo fatto ivi presso, sempre sulla riva destra, si ritrovarono tracce di petrolio ed emanazioni gassose che disturbavano il lavoro. E non molto lontano, sulla riva opposta in una scarpata franosa, sulla quale si opera il rimboschimento, furono scoperte altre gemicazioni di petrolio.

Il terreno in quelle due località è eocenico, e presenta banchi non molto grossi di calcare marnoso compatto, alternati con strati scisto-argillosi. A causa della profonda alterazione delle rocce gli strati scistosi sono ridotti a masse di argilla, ed i calcari nelle frane della sponda del torrente sono rotti e spostati, non però tanto che non si riesca ad individuarne la stratificazione, che è rappresentata dalla fig. V.

Il petrolio, di cui ho potuto osservare un campione, è chiaro, leggermente rossastro del tipo solito che trovasi nell'Emilia. Riporto qui i risultati di un'analisi fattane dal compianto prof. Pantanelli, dell'Università di Modena:

« Limpido, leggermente giallognolo, debolmente fluorescente.
« Infiammabilità 21°; peso specifico a 15° 0,766.
« Distillazione frazionata per volumi (decimi del volume iniziale):

N°. d'ordine	Temp. C.	Peso spec.	Indice di refrazione
1	90°	0.7334	1.449
2	105	0.7374	1.453

3	117	0.7441	1.457
4	127	0.7491	1.461
5	138	0.7540	1.466
6	149	0.7615	1.471
7	162	0.7699	1.477
8	192	0.7824	1.484
9	237	0.7989	1.489
10	290	0.8199	1.491

« Indice di refrazione del petrolio greggio 1.478.
« Coefficiente di dilatazione tra 10° e 30° 0.0013.
« Trattato con l'acido solforico perde in un mese il 9 %.
« Trattato con l'acido solf. fumante perde in un mese il 10 %.

In conclusione è un petrolio leggero che contiene il 60 % di benzina, chiamando con questo nome tutto ciò che si distilla sotto i 150°; non contiene petroli pesanti, distillando completamente dentro 290° C.

UBICAZIONE DEI FORI DI TRIVELLAZIONE

CONCLUSIONI

Da quanto ho riferito nel secondo paragrafo si deduce in modo chiaro che nella regione che ho descritta la distribuzione dei terreni è fatta a zone allungate dal Crostolo verso la valle del Tresinaro, cioè in senso quasi E.O. Qualunque sia l'opinione circa l'età dei terreni e circa il modo probabile di trovarsi in essi del petrolio, è logico ritenere che l'esplorazione debba procedere secondo una linea quasi N.S., cioè normale all'andamento delle zone. La fig. I rappresenta per l'appunto una sezione in quel senso e denota a mio parere quale sia la sovrapposizione dei differenti terreni: qualunque altra sezione condotta da N.S. attraverso quella regione non può differire notevolmente, e salvo l'attraversamento della sinclinale della placca miocenica di Regnano-Viano, presenterà le medesime linee tettoniche.

Ciò premesso parmi inutile far rilevare che per ragioni di tecnica, facile a comprendersi, le linee da presciegliersi per un'esplorazione mineraria sono le depressioni o vallate dei corsi d'acqua, e che nel caso in esame la vallata del Crostolo per la sua direzione (coincidente con una linea di sezione), per l'esistenza di un'ottima strada rotabile lungo la quale sono allineati villaggi e borgate, deve indubbiamente essere preferita.

In qual punto di essa converrà di preferenza forare i pozzi? In altri lavori e sopratutto nella Memoria più volte ricordata (1) ho manifestato il mio modo di vedere circa la giacitura del petrolio emiliano ,e, con l'esempio di quanto verificasi nelle miniere attualmente in coltivazione, ho potuto concludere che il petrolio ha sede nell'eocene inferiore, e probabilmente anche più in basso; che solo eccezionalmente, sfuggendo dall'eocene, può essersi raccolto nel miocene o pliocene soprastante; che gli adunamenti maggiori riscontransi nella parte più alta dell'eocene, quella che è provvista di numerosi e potenti banchi calcarei. L'esperienza ha dimostrato che allorquando l'eocene superiore passa ad oligocene, cioè a quella potente successione marno-calcarea che spesso gli fa da cappello, i giacimenti di petrolio sono più ricchi, quasi che l'oligocene ne abbia impedito il disperdimento.

L'eocene che scorgesi dalla foce del Cesolla (poco più a nord) sin presso Vezzano, forma un'anticlinale (come indica la fig. I), colla quale coincide la linea delle manifestazioni idrocarburate ricordate sopra. L'asse dell'anticlinale cade per l'appunto verso le quota 191, là dove fu eseguito l'avampozzo e rinvenute le sorgentine di petrolio. Si avrebbe quindi la lusinga di tentare colà un foro. Ma occorre riflettere che la zona eocenica per la natura delle rocce e per il disboscamento è divenuta molto franosa: l'esperienza di altri casi consimili ha dimostrato che l'azione meteorica, che ha reso i calcari marnosi e gli scisti allo stato di una massa terrosa di argilla in cui sono mescolati blocchi di calcare, spesso si è fatta risentire sino a notevole profondità (3 o 400 m.). In tali condizioni la trivellazione di un pozzo diventa costosa e difficile, e forse anche praticamente impossibile. Ora nessun dato si ha circa la natura del terreno in profondità in quel punto, natura franosa a giudicare dall'esterno. Prima dunque di trivellarvi un foro sarebbe opportuno eseguirvi un profondo avampozzo (25-30 m.) che rivelasse lo stato del terreno a qualche metro almeno sotto il livello del Crostolo, o qualche piccola trivellazione di assaggio.

Avendo espresso ai ricercatori, che più tardi costituirono la Società Emilia oil Fields Co., attuale titolare di quel campo di ricerca, il mio convincimento sopra esposto circa la località in cui si sarebbero dovuto tentare le trivellazioni e l'ordine

(1) Camerana e Galdi — *op. cit.* — cap. IV e Conclusioni.

da seguire, fu recentemente iniziata la perforazione di un pozzo presso la foce del Rio Cesolla, di fronte al villaggio La Vecchia.

Il foro ha raggiunta attualmente la profondità di 126 m., e dovrà essere continuato sin oltre i m. 500. Sebbene non sia ancora pervenuto nei terreni vergini dell' eocene, tuttavia tra i m. 70 ed 80 ha incontrato degli idrocarburi solidi, ciò che, secondo la pratica dei ricercatori di petrolio, lascia bene a sperare. Si tratta di un' intima miscela di ozocherite con sostanza argillosa, specie di pasta ocracea, di color marrone, che galleggia sull' acqua e che posta sul fuoco brucia e fonde con sviluppo di gas combustibili e con odore empireumatico, mentre l' odore proprio di quella sostanza è quello del petrolio greggio emiliano.

La Vallata del Crostolo offre una delle migliori linee direttive per una razionale esplorazione mineraria, ma, dato il modo di essere dei nostri giacimenti petroleiferi, non deve presumersi di poterli rinvenire al primo tentativo: i fori da trivellarsi dovrebbero essere almeno tre o quattro.

Bologna, Gennaio 1914.

SOPRA L'ALIMENTAZIONE E LA STRUTTURA DELLO STOMACO NEI PESCI

Nota del prof. FELICE SUPINO

(Adunanza del 26 marzo 1914)

Nei pesci lo stomaco si può presentare variamente conformato. In alcuni esso è morfologicamente rappresentato da una semplice e lieve dilatazione del tubo digerente, ma è totalmente sprovvisto di ghiandole, per cui si può dire che in questi pesci non esiste un vero stomaco nel senso istologico della parola (Ciprinidi ed altri). In altri lo stomaco si presenta pure come una semplice dilatazione del tubo digerente, è perciò uno stomaco, come si dice, diritto, ma è provvisto di ghiandole. In altri ancora lo stomaco si presenta più o meno ricurvo, la porzione pilorica cioè si trova più o meno ripiegata in modo da formare con la porzione cardiaca un U più o meno completo. Inoltre noi osserviamo che la muscolatura dello stomaco si presenta di spessore diverso a seconda degli animali, e per lo più si vede che la porzione pilorica è più ricca di muscolatura che non la porzione cardiaca. Anche quando all'aspetto esterno sembrerebbe che le differenze fra lo spessore della muscolatura nella regione cardiaca e nella pilorica fossero minime o nulle, se si fanno poi le sezioni si osserva che queste differenze esistono e talvolta molto accentuate.

La forma dello stomaco e l'abbondanza della muscolatura nella regione pilorica sono evidentemente in rapporto al genere di nutrimento dell'animale.

I pesci che si cibano di prede grandi e che vengono mandate giù intiere, presentano in genere lo stomaco diritto, e se ne comprende facilmente la ragione. Il luccio che è fra i pesci d'acqua dolce il predatore per eccellenza e che ingoia pesci

anche di considerevoli dimensioni, ha lo stomaco diritto e provvisto di un' abbondante muscolatura che si presenta sviluppata in modo pressochè uniforme in tutta la lunghezza dello stomaco.

I pesci invece che si nutrono prevalentemente di plancton, hanno lo stomaco più o meno curvato e questo stomaco presenta la muscolatura che nella regione pilorica è più abbondante che nella regione cardiaca.

Io ho preso per ora in esame vari pesci, e cioè:

Acipenser sturio L.; Salmo lacustris L.; Salmo carpio L.; Salmo irideus Gibb.; Coregonus Schinzii-helveticus Fatio; Barbus plebeius Valenc.; Cyprinus carpio L.; Amiurus nebulosus Rafin.; Alosa finta var. lacustris Fatio; Esox lucius L.; Lota vulgaris Cuv.; Gasterosteus aculeatus L.; Mugil cephalus Cuv.; Cottus gobio L.; Gobius fluviatilis Bonelli; Gobius paganellus L.

Sarà bene però estendere le ricerche al maggior numero possibile di pesci per poter fare numerosi confronti che saranno certamente di grande interesse; per ora intanto mi limito a questo studio preliminare, sul quale riferisco brevemente.

Fu sempre adoperato materiale tolto dall'animale vivo; le sezioni furono colorate dapprima con emallume, poi con una miscela di parti 1 di soluzione acquosa di fucsina acida 1 $^0/_0$ e di parti 5 di soluzione acquosa di acido picrico 1 $^0/_0$ fatte di fresco. In tal modo si ottengono i nuclei colorati in azzurro i muscoli in giallo, il connettivo in rosso.

Le proporzioni cui accenno relativamente allo spessore della muscolatura in rapporto alla regione pilorica e cardiaca, non possono avere naturalmente un valore assoluto, lo hanno anzi molto relativo. E ciò anche per le molteplici circostanze, dovute sopratutto alla contrazione delle varie parti dello stomaco per effetto delle loro speciali condizioni, dei reattivi, ecc. Tuttavia poichè i dati concordano con quanto è stato osservato in numerosi esemplari, essi possono, presi in senso comparativo, avere un certo valore.

Nell'Acipenser sturio o storione, la porzione cardiaca dello stomaco ha pareti piottosto spesse, cosa che del resto si verifica anche per il resto del tubo digerente, ma la porzione pilorica si dilata molto ed assume una forma rotondeggiante a pareti assai spesse. Sia nella porzione cardiaca che in quella pilorica,

la muscolatura consta di un esile strato esterno di fibre longitudinali e di uno spesso strato interno di fibre circolari. Lo spessore della muscolatura della porzione pilorica è circa 6-7 volte maggiore di quello della porzione cardiaca. Mancano le ghiandole piloriche, ma anche qui, come nella maggior parte dei pesci da me studiati, esistono delle cripte o pieghe. Le ghiandole si trovano nella regione cardiaca.

Lo storione è un animale vorace; esso si ciba di pesci, ma sopratutto di piccoli animali che trova sul fondo come molluschi, vermi, nonchè di resti animali e vegetali.

Nel Salmo lacustris, nel Salmo carpio, nel Salmo irideus e nel Coregonus Schinzii-helveticus, lo stomaco ha la forma come di un tubo ripiegato; le ghiandole si trovano bene sviluppate nella regione cardiaca e del fondo, le ghiandole piloriche mancano. La muscolatura consta di uno strato esterno longitudinale ed uno interno circolare. Lo spessore della muscolatura in rapporto alla porzione pilorica è nel Salmo lacustris di circa 2 volte maggiore che nella regione cardiaca; nel S. irideus, di circa 3 volte; nel S. carpio di circa 4 volte e nel Coregonus assai di più, tanto che in certi punti esso si mostra 6-7 volte maggiore. La trota lacustre è molto vorace, essa si ciba di piccoli animali ma prevalentemente di pesci; la trota iridea si ciba di piccoli animali svariati, crostacei, vermi, larve di insetti, molluschi, piccoli pesci, ecc. Il carpione si ciba prevalentemente di crostacei; il coregone si nutre specialmente di crostacei, molluschi e insetti.

Il Barbus plebeius e il Cyprinus carpio, come si riscontra in altri Ciprinidi, mancano di stomaco nel senso istologico della parola e perciò non hanno ghiandole. Lo spessore della muscolatura è presso che uniforme in tutta la lungezza del tubo digerente. Il barbo e la carpa sono onnivori e il loro cibo prediletto sono i vermi, le larve di insetti ecc.

L'Amiurus nebulosus o pesce gatto, ha lo stomaco in forma di sacco piuttosto ampio. In rapporto alla porzione cardiaca, come pure sebbene in grado assai minore, in rapporto a quella pilorica, si nota che la mucosa presenta delle spesse pieghe, tanto che nelle sezioni longitudinali superficiali, esse appariscono come larghe strisce. Le ghiandole si riscontrano nella porzione cardiaca e nel fondo, nella regione pilorica mancano. La muscolatura è bene sviluppata, ma nella regione pilorica presenta uno spessore circa 5 volte maggiore che nella regione cardiaca. La muscolatura della regione cardiaca consta di uno strato esterno longitudinale, di uno interno circolare. In rap-

rapporto alla regione pilorica oltre gli strati longitudinale e circolare ne esiste più internamente un altro costituito di muscoli obliqui derivati, con ogni probabilità, dai circolari. Per cui qui si riscontrano uno strato esterno poco sviluppato di muscoli longitudinali, uno medio molto sviluppato di muscoli circolari ed uno interno poco sviluppato di muscoli obliqui.

Il pesce gatto è animale vorace che si ciba di vermi, di piccoli animali acquatici, di piccoli pesci, ecc.

L'Alosa finta var. lacustris o agone ha lo stomaco a forma presso a poco di un lungo V. Le ghiandole sono ben sviluppate sia in rapporto alla regione cardiaca che a quella del fondo; la porzione pilorica è sprovvista di ghiandole. La muscolatura consta di uno strato esterno molto esile longitudinale, e di uno interno piuttosto spesso circolare. Lo spessore della muscolatura in rapporto alla regione pilorica, è circa 3 volte e mezzo maggiore di quello della regione cardiaca.

L'agone si nutre prevalentemente di crostacei planctonici.

Nell'Esox lucius o luccio lo stomaco si presenta diritto; la muscolatura è spessa lungo tutto lo stomaco e a questo riguardo non si potrebbero far distinzioni fra lo spessore della muscolatura nelle varie regioni dello stomaco. Le ghiandole si trovano bene sviluppate nella regione cardiaca, scarse in quella pilorica.

Il luccio si ciba sopratutto di pesci che ingoia intieri.

La Lota vulgaris o bottatrice presenta lo stomaco curvato; le ghiandole si trovano nella regione cardiaca e del fondo, mancano in quella pilorica. La muscolatura è bene sviluppata, ma nella regione pilorica è assai più sviluppata che nella cardiaca, tanto che il massimo spessore che si riscontra nella regione pilorica è circa 5-6 volte maggiore di quello che si ha nella regione cardiaca. La muscolatura consta di uno strato esterno piuttosto esile di muscoli longitudinali e di uno strato interno assai spesso di muscoli circolari.

La Lota è un pesce vorace che si ciba specialmente di vermi, insetti, molluschi, nonchè di uova di pesci e di pesci.

Il Gasterosteus aculeatus o spinarello, presenta lo stomaco diritto. Le ghiandole sono piuttosto scarse in rapporto alla regione cardiaca, numerose nella regione corrispondente al fondo. Le ghiandole piloriche, contrariamente a quanto riferisce Oppel, mancano del tutto.

La muscolatura è data da uno strato esterno longitudinale, uno interno circolare. Lo spessore della muscolatura è in rapporto alla porzione pilorica, circa 5-6 volte maggiore che nella regione cardiaca.

Lo spinarello è pesce vorace che si ciba di crostacei, insetti e attacca anche piccoli pesci.

Nel Mugil cephalus, la regione pilorica si presenta bene distinta da quella cardiaca ed enormemente ingrossata, in modo da formare una sorta di bottone. La muscolatura della regione pilorica ha uno spessore di circa 20 volte maggiore di quella cardiaca. Lo strato muscolare esterno è esile e costituito di fasci longitudinali, quello interno è molto sviluppato e formato di fasci circolari. Esistono nella regione pilorica ghiandole.

Il muggine si ciba sul fondo di piccoli animali, specialmente molluschi e crostacei.

Il Cottus gobio o scazzone ha lo stomaco in forma di sacco ristretto; la muscolatura è data da uno strato esterno di fibre longitudinali e da uno interno di fibre circolari, ma lo spessore della muscolatura che si trova in corrispondenza della regione pilorica è assai maggiore di quella della regione cardiaca, tanto che nella prima è circa 5 volte maggiore che nella seconda. Nello strato muscolare circolare abbondano le fibre striate. Anche qui la regione pilorica è sprovvista di ghiandole.

Il Cottus gobio è pesce vorace; si ciba di piccoli crostacei, molluschi, insetti, piccoli pesci, ecc.

Il Gobius fluviatilis ha la porzione corrispondente allo stomaco diritta. Secondo quanto riferisce Oppel, le ghiandole esistono nel Gobius niger e nel G. cruentatus. Io ho osservato che esse si riscontrano anche nel G. paganellus. Ora è importante il fatto che nel G. fluviatilis queste mancano completamente, per cui si può dire che qui, allo stesso modo che nei ciprinidi, manca uno stomaco nel senso istologico della parola.

Nel G. paganellus lo stomaco è diritto, le ghiandole a pepsina esistono, la regione pilorica è sprovvista di ghiandole. La muscolatura è data da uno strato esterno circolare, uno interno longitudinale nella regione cardiaca, poichè essa è il seguito della muscolatura esofagea; ma bentosto avviene una inversione e si ha che nel resto dello stomaco lo strato esterno è dato da muscoli longitudinali, l'interno da muscoli circolari.

I ghiozzi si cibano specialmente sul fondo, di piccoli animali di vario genere.

***

Per quanto queste ricerche abbiano bisogno di essere estese ed approfondite, si può tuttavia, da quanto è stato fin qui bre-

vemente detto, dedurre che nei pesci voraci e che si cibano di prede grandi, lo stomaco si presenta diritto, ciò che è spiegabile facilmente e che si verifica del resto anche in altri animali. Lo stomaco si presenta più o meno curvato in forma di U o di sacco, in quei pesci che si cibano anche o prevalentemente di piccoli animali svariati.

L'alimentazione dei pesci, non è mai data esclusivamente da determinati organismi; è cosa nota che i pesci possono cibarsi delle prede le più svariate, con tutto ciò in natura si vede che una data specie si ciba prevalentemente di certi organismi piuttosto che di certi altri ed è appunto questa prevalenza che costituisce ciò che si dice il regime alimentare di quella data specie.

Mi sia concesso di accennare qui, di passaggio, alle esagerazioni a cui la maggior parte dei biologi e dei piscicultori sono andati incontro nel dare un gran peso all'esame qualitativo del plancton. Si è perfino arrivati a pensare che il carpione non abbia attecchito nel lago di Como, perchè forse mancavano quelle date specie di crostacei di cui esso si ciba. In realtà, e pare si cominci ora a comprenderlo, mentre per le applicazioni pratiche assume sempre maggiore importanza l'esame quantitativo del plancton, ne va perdendo quello qualitativo che, ove se ne tolga lo scopo scientifico, ha in pratica un valore relativo. Si pensi che all'Acquario di Milano si allevano e si tengono vivi e vegeti, ad onta che vengano alimentate artificialmente anche con farine di carne o di pesce, specie come il coregone ed il carpione e che con tutto ciò esse si sviluppano, crescono bene e vivono a lungo. Si è che l'adattabilità alla qualità di cibo, è in generale molto grande. Tuttavia è certo che in natura un dato pesce preferisce una certa alimentazione piuttosto che un'altra, intesa però anche questa in limiti relativamente ampii. Quando si dice dunque che un pesce si ciba di plancton piuttosto che di pesci, si deve in tesi generale intendere che l'uno o l'altro genere di cibo rappresenta per quel dato pesce la prevalenza.

È con questo criterio che io ho messo in rapporto il genere di alimentazione dei vari pesci con la conformazione e struttura che il loro stomaco presentava.

L'epitelio che riveste lo stomaco dei pesci da me esaminati, è un epitelio cilindrico monostratificato, costituito da cellule

più o meno alte, molto aderenti fra loro e fra le quali non riscontrai cellule caliciformi.

In quasi tutti i pesci da me esaminati, mancano le ghiandole piloriche, ciò a dire il vero sembrerebbe in contraddizione con quanto asserisce la maggior parte degli autori; ma pure io ho studiato la cosa con attenzione e, salvo nello stomaco del luccio e del muggine nella cui porzione pilorica riscontrai la presenza di ghiandole, negli altri pesci da me studiati non potei riscontrarvele. Si potrebbe forse spiegare questo fatto col pensare che formando le pieghe della mucosa delle cripte, queste possono a prima vista essere prese per ghiandole. Tali pieghe si presentano più o meno grandi a seconda della quantità di alimento che si trova nello stomaco e le cellule dell'epitelio possono caricarsi di mucina. Ma evidentemente qui non siamo davanti a ghiandole nel vero senso della parola. Questo fatto fu giá dimostrato dall'Arcangeli per le cosidette ghiandole piloriche nel Tropidonotus, Lacerta e Box (1); mi sembra dunque che quelle conclusioni possano estendersi anche alla maggior parte dei pesci, stando almeno a quanto ho potuto osservare nelle forme da me esaminate. Infatti pur essendo abbastanza numerosi i pesci da me studiati, se si eccettuino, come ho già detto, il muggine ed il luccio, non trovai in tutti gli altri ghiandole piloriche nel senso anatomico della parola.

La muscolatura consta generalmente di due strati di cui l'esterno è di solito longitudinale e più esile rispetto a quello interno che è circolare e più spesso. Vi sono dei casi nei quali la disposizione degli strati muscolari è invertita passando dalla regione cardiaca a quella pilorica. La muscolatura è di solito più spessa in rapporto alla regione pilorica che nella regione cardiaca e ciò, secondo me, sta in rapporto col genere di nutrimento dell'animale. Io ho sempre riscontrato che l'alimento è nella porzione pilorica ridotto in una poltiglia assai più fitta ed impastata di quanto non sia nella rimanente porzione dello

---

(1) Arcangeli, *Contributo alla conoscenza della struttura minuta della mucosa stomacale del Tropidonotus natrix*. Atti Soc. Tosc. Sc. Nat. Mem. Vol. XXIII. — *Per una migliore conoscenza della struttura e della distribuzione delle glandole nello stomaco della Lacerta muralis*. Ibid. Vol. XXIV. — *Contributo alla conoscenza della struttura minuta dello stomaco del Box salpa L. secondo lo stato funzionale*. Arch. Zoologico, Vol. III.

stomaco, il che unito al fatto che nella porzione pilorica la muscolatura è più spessa, potrebbe far pensare che in questa porzione avvenga un migliore e più completo impastamento delle sostanze alimentari. Infatti noi osserviamo che quanto più il genere di alimentazione è dato da esseri più o meno resistenti e che hanno perciò bisogno di esser ben triturati, tanto più spessa è la muscolatura in rapporto alla regione pilorica. Poichè i denti dei pesci non sono generalmente un organo di triturazione delle sostanze alimentari, ma solo di presa, così è naturale che si trovino lungo le vie digerenti disposizioni che servano alla triturazione ed impasto delle sostanze alimentari. È così che noi vediamo che quei pesci che si nutrono in abbondanza di piccoli crostacei o molluschi i quali hanno di solito un rivestimento più o meno duro e consistente ed hanno bisogno di essere triturati, presentano la muscolatura della regione pilorica più spessa. Sarebbe un caso analogo a quanto si riscontra negli uccelli, nei quali troviamo il così detto stomaco muscolare, che corrisponderebbe poi alla porzione pilorica, il quale è ricco di muscolatura e costituisce un vero organo trituratore. Come è noto la muscolatura di questa porzione dello stomaco è assai più sviluppata negli uccelli granivori che negli insettivori e rapaci e Houssay ottenne una riduzione oltre che di altre parti del tubo digerente, anche del ventriglio ed il rammollimento del suo rivestimento corneo, in polli resi esclusivamente carnivori (1).

Un fatto analogo si riscontrerebbe nei pesci ed una prova di ciò si ha esaminando lo stomaco dei vari pesci ad alimentazione variata, sopratutto quello del muggine e dello storione. Nel muggine si osserva dietro la porzione chimica dello stomaco, un ispessimento che va comunemente sotto il nome di bottone e che da certi buongustai viene ricercato come cibo. Ora questo bottone corrisponderebbe allo stomaco muscolare o meglio alla porzione pilorica degli uccelli, poichè anche qui si tratta della porzione pilorica dello stomaco, la quale si è enormemente ingrossata, tanto da apparire come una cosa tutto affatto distinta dal resto dello stomaco. Infatti i muggini si nutrono sul fondo esclusivamente di piccoli animali, specialmente molluschi e crostacei. Nello stomaco muscolare dei muggini,

(1) Cuénot, *La genèse des especes animales*. Paris, 1911.

trovai per lo più piccole conchiglie, di rado intere, di solito tutte frantumate. Si capisce dunque che queste conchiglie arrivano nello stomaco muscolare intere o quasi e quivi vengono frantumate dalla potenza della muscolatura di questa porzione dello stomaco.

La rassomiglianza fra la porzione pilorica dei muggini e degli uccelli è resa anche maggiore dalla circostanza che, come ha notato Pilliet (1) ed ho visto io stesso, nel Mugil le ghiandole piloriche secernono un muco che diviene compatto e resistente e che costituisce una membrana assai simile alla membrana di consistenza cornea che è secreta dalle ghiandole piloriche degli uccelli.

Uno stomaco muscolare simile a quello del Mugil si riscontra nell'Heterotis, nella Meletta thryssa come pure nel Phagrus e nei Mormiri (Gegenbaur). Anche nello storione si nota una disposizione presso a poco simile; qui tutta la muscolatura del tubo digerente ha uno spessore relativamente grande e la porzione pilorica è oltremodo sviluppata, tanto che assume una forma rotondeggiante e presenta le pareti muscolari che possono raggiungere uno spessore circa 4 volte maggiore di quello della regione cardiaca.

Istruttivo è a questo riguardo l'esame dello stomaco di pesci appartenenti al medesimo gruppo ma ad alimentazione diversa. Così la trota e il carpione e ancora più la trota e il coregono. La trota si ciba di animali di vario genere, ma, quando è adulta, poco o punto di plancton; il coregone invece si ciba quasi esclusivamente di plancton. Ebbene la differenza fra lo spessore della muscolatura in rapporto alla regione pilorica è fra questi due pesci molto grande, tanto che mentre nella trota essa è al massimo 2 volte più spessa che la muscolatura della regione cardiaca, nel coregone raggiunge perfino le 6-7 volte.

Degno di menzione è poi il fatto che fra i Gobidi, che pure costituiscono una famiglia assai naturale ed omogenea, mentre i Gobius niger, cruentatus e paganellus possiedono un vero stomaco provvisto di ghiandole, il Gobius fluviatilis non ha affatto ghiandole, per cui si può dire che qui siamo davanti ad un animale sprovvisto di stomaco e nelle stesse condizioni perciò

---

(1) PILLIET, *Sur la structure du tube digestif de quelques poissons de mer*. Bull. Soc. Zool. France, 1885.

dei Ciprinidi. Un fatto analogo si riscontra nei Gasterosteidi. Mentre i Gasterosteus aculeatus, trispinatus e spinachia posseggono, secondo riferisce Oppel, ghiandole stomacali, il G. pungitius ne è sprovvisto.

Non è facile dare una spiegazione circa le cause della mancanza di un vero stomaco in questi pesci; non pare ciò debba mettersi in rapporto con la presenza di speciali denti faringei che si riscontrano nei Ciprinidi, poichè, come abbiamo visto, il Gobius fluviatilis, che non ha stomaco similmente a quanto si riscontra nei Ciprinidi, possiede piccoli denti a spazzola sia nelle mascelle che sulle ossa faringee come in molti altri pesci che pur posseggono lo stomaco.

Credo opportuno accennare qui alla disposizione speciale delle branchiospine, in certi pesci che si nutrono sul fondo.

Nei Teleostei si riscontra in generale che le arcate branchiali posseggono tanto alla faccia anteriore che posteriore delle lamine ossee più o meno sviluppate impiantate nella mucosa e che perciò si staccano con questa. Tali lamine dette branchiospine sono di solito disposte più o meno verticalmente sull'arcata branchiale e costituiscono nel loro insieme un filtro più o meno spesso.

Nei muggini noi riscontriamo che le lamine sono esilissime, disposte in modo molto fitto e con la parte più allargata quasi aderente alle contigue, come i denti di un pettine fitto. Esse, salvo nel primo arco branchiale e sopratutto alla sua faccia anteriore, sono del resto disposte, tanto nella faccia anteriore che posteriore dell'arco branchiale, non già ad angolo, bensì orizzontali; cioè se noi osserviamo l'arco branchiale dal di sopra, vediamo che da una linea mediana longitudinale di questo, si dipartono in avanti e all'indietro queste lamine disposte orizzontalmente.

Il quinto arco branchiale è allargato e concavo e tale concavità è tutta quanta occupata da queste lamine che nell'insieme costituiscono apparentemente tutto un pezzo tanto sono addossate le une alle altre e si sfioccano e appariscono libere solo alla parte anteriore. Le ossa faringee superiori sono invece convesse e possono combaciare perfettamente con quelle inferiori. Esse hanno finissimi e piccolissimi denti impiantati nella mucosa.

Una disposizione presso a poco simile ho riscontrato nella carpa, nella tinca e nel barbo, ma si riscontra pure in altri animali che hanno un modo simile di nutrirsi. Così anche nello storione si hanno condizioni simili. Le lamine non sono così serrate fra loro come nel muggine, sono invece assai più allontanate le une dalle altre ma disposte orizzontalmente. Più precisamente le branchiospine della faccia anteriore del primo arco sono, in parte o tutte, disposte più o meno verticalmente, mentre le altre sono disposte pressochè orizzontalmente. Nel muggine c'è come un'esagerazione di questa disposizione. Ciò si può spiegare col fatto che questi animali possono abboccare insieme all'alimento anche del fango o sabbia che poi rigettano, tanto è vero che di frequente nel tubo digerente di questi pesci si riscontrano granelli di sabbia o di fango. Io ritengo perciò che nel muggine le branchiospine non rappresentino un filtro che serve come vogliono molti autori, a dividere la sostanza alimentare dal fango o dalla sabbia, ma qui come negli altri casi consimili, esse servano sopratutto di difesa alle branchie. E spesso ho trovato, specie nel muggine, granelli di sabbia sostenuti dalle branchiospine, e specialmente da quelle in rapporto con la quinta arcata, in modo da impedire che essi penetrassero nelle branchie.

Già lo Zander (1) ha dimostrato che il filtro branchiale non rappresenta solo un apparato di filtrazione delle sostanze alimentari dall' acqua in rapporto col genere di alimentazione dell'animale, ma sopratutto un organo di protezione delle branchie. Ora in molti pesci da me esaminati ho osservato che quelli che si cibano di prede più o meno voluminose, salvo le branchiospine del primo paio che di solito sono bene sviluppate, presentano le altre branchiospine più o meno ridotte; i pesci che si cibano di prede di vario genere ma solitamente di piccole dimensioni, e che per di più si cibano dirò così in piena acqua, honno le branchiospine più o meno sviluppate ma di solito disposte ad angolo rispetto all'arcata branchiale; i pesci che si cibano abboccando sul fondo, presentano le branchiospine più o meno fitte e disposte orizzontalmente, in certi casi anzi un pò piegate in basso. Per cui, specie in questo ultimo caso,

---

(1) ZANDER, *Das Kiemenfilter der Teleosteer*. Zeitschrift f. wiss. Zoologie. 84 Bd. 1906.

tale apparato è forse più un apparato di protezione che non di filtrazione delle sostanze alimentari.

Per quanto, come ho già detto, tali ricerche debbano esser proseguite su larga scala per giungere a qualche risultato sicuro, tuttavia in base a quello che ho finora osservato, mi sembra si possa dire che il genere d'alimentazione ha una certa influenza sulla forma e struttura dello stomaco e che questa differenza è in certi casi apprezzabile a prima vista. Il carattere delle branchiospine, non è sempre sufficiente a darci l'idea del genere d'alimentazione di un dato pesce, e anzi in certi casi si riscontra che il filtro branchiale appare identico in animali che pur assumono un nutrimento diverso (1). Il filtro branchiale infatti più che in rapporto al genere di nutrizione, pare abbia importanza come difesa dell'apparato branchiale, ciò che appare chiaro specie in quei pesci che si cibano sul fondo e abboccano anche sabbia o fango. Tuttavia la disposizione di questo può darci un'idea approsimativa del modo di assumere il nutrimento di un dato pesce. Per cui i due caratteri della disposizione delle branchiospine e della struttura dello stomaco, possono in molti casi essere utili per farci conoscere in generale, il tipo di alimentazione proprio di un dato pesce.

---

(1) SUPINO, *Sviluppo larvale e biologia dei pesci delle nostre acque dolci*. — II. *Salmo lacustris e S. carpio*. Atti Soc. Ital. Sc. Nat. vol. XLIX.

Come da correnti alternate a forma complessa si possono ricavare correnti praticamente sinusoidali, utilizzando il trasformatore di fase Ferraris-Arnò.

Nota dell'ing. GIULIO GIULIETTI

(*Adunanza del 26 marzo 1914*)

In occasione di studi da me recentemente iniziati sulla forma delle grandezze elettriche alternative mi occupai in modo speciale dell' influenza apportata da una trasformazione sull' andamento delle correnti alternate quando la forma sia molto dissimile dalla sinusoide.

Nelle esperienze mi valsi di un antico alternatore trifase posseduto dal Laboratorio di elettrotecnica del Regio Istituto Tecnico Superiore di Milano, fornente ad ogni coppia di morsetti una tensione rappresentata dall' oscillogramma della figura I.

In una prima ricerca sperimentale mi occupai dell'influenza apportata alla curva originale da tre successive trasformazioni, ottenute col mezzo di trasformatori statici di rapporto uguale ad uno, rilevando in ogni caso la curva di tensione corrispondente ad uno stesso carico ohmico, applicato dapprima direttamente sull' alternatore, indi ai morsetti secondari dei trasformatori successivamente inseriti.

I dati di carico sono:

Volt : 72,5
Ampère : 7
Periodi : 42

La curva corrispondente all' applicazione diretta del carico sull' alternatore (riprodotta in Fig. II) ha naturalmente l' andamento generale della curva rilevata ai morsetti della macchina.

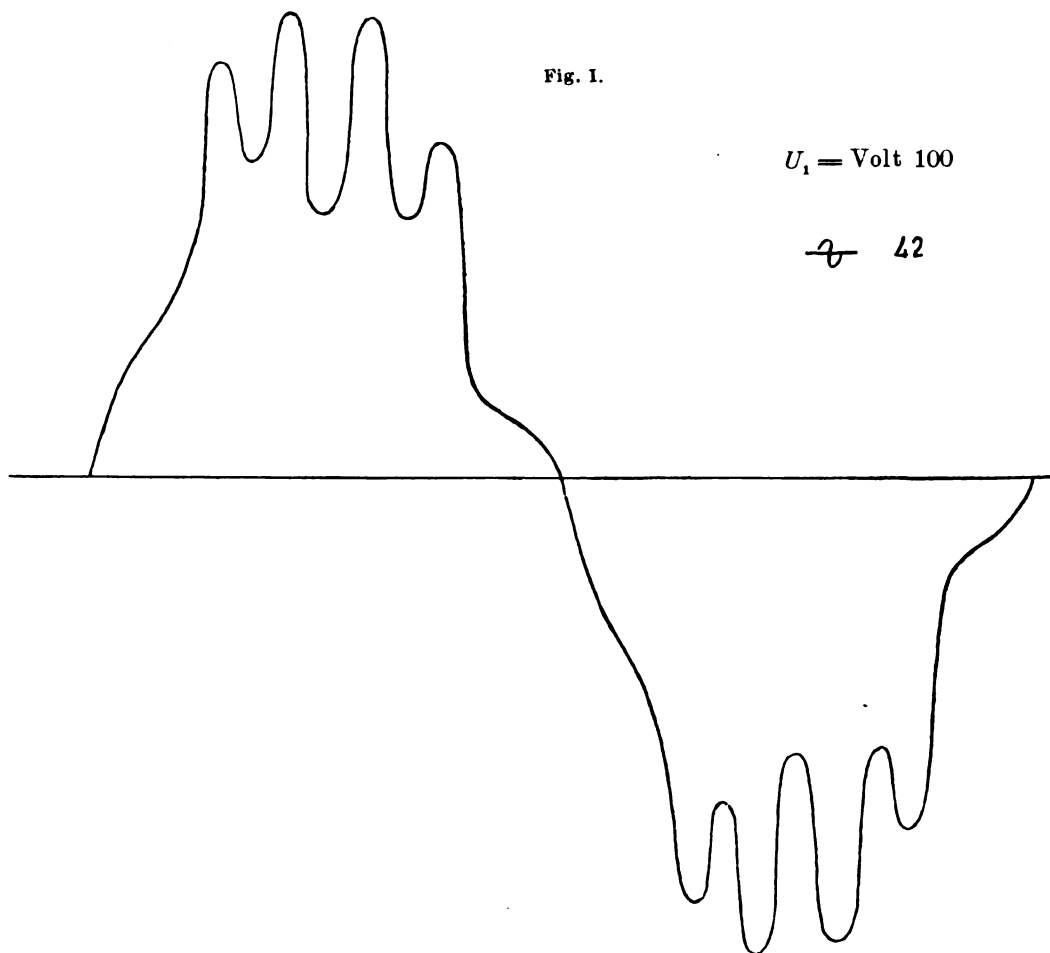



Fig. I.

La curva corrispondente all'inserzione di tre trasformatori (Fig. III) pur avendo un andamento meno accentuato della curva originale, si presenta molto dissimile da una sinusoide.

Dal caso dell'inserzione di un trasformatore statico sono passato all'inserzione di un *variatore di fase*.

Come è noto, un tale apparecchio di impiego estesissimo nella taratura dei contatori elettrici, permette di ottenere degli impianti artificiali in cui il fattore di potenza può assumere qualsiasi valore, rimanendo inalterati nell'impianto i valori efficaci della tensione e della intensità.

La costruzione per quanto riguarda le parti attive (ferro ed avvolgenti) è simile a quella dei motori polifasi a campo

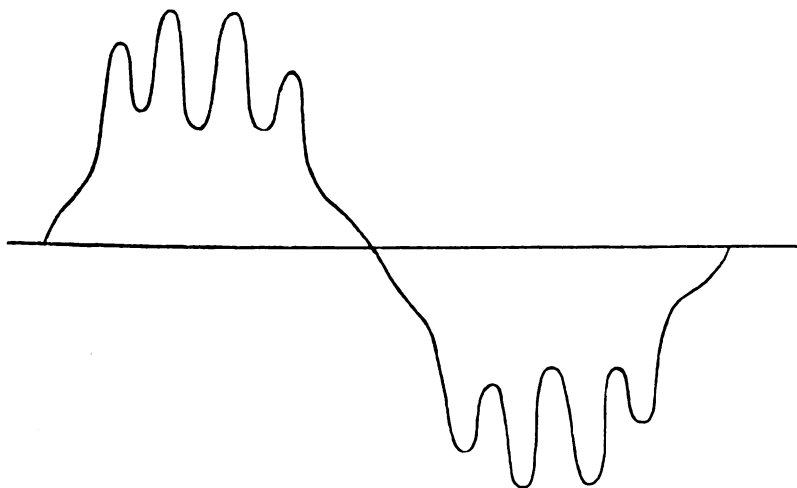



Fig. II.

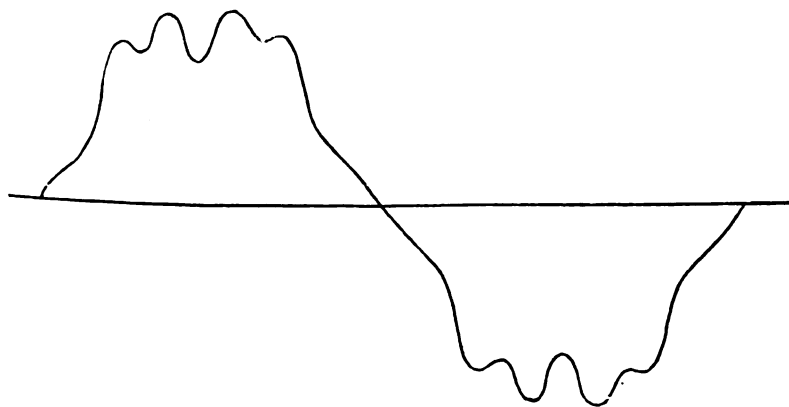



Fig. III.

Ferraris. Il sistema funziona come un trasformatore statico, il cui secondario, rappresentato dall'avvolgimento di rotore, è mobile e girevole a mano.

Nell'esperienza mi valsi di un apparecchio a rapporto di trasformazione uguale ad uno, rilevando anche in tal caso la curva di tensione corrispondente ad uno stesso carico ohmico applicato dapprima direttamente sull'alternatore indi ai morsetti secondari del variatore di fase.

I dati di carico sono i seguenti:

Volt = 78,5
Ampère = 13,5
Periodi = 42

Limitandomi (Fig. IV) a riprodurre la curva dedotta dal variatore di fase, noto una sensibile modificazione della curva originale; l' andamento però è assai lontano dal sinusoidale.

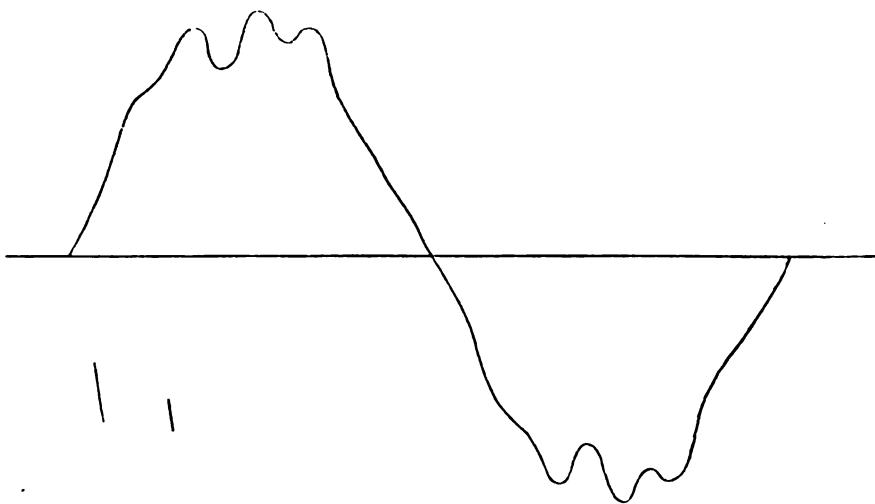



Fig. IV.

Riservandomi di rendere noti più tardi ed in modo completo i risultati delle mie ricerche, mi limiterò ad esporre un modo nuovo da me ideato per ottenere col mezzo di una trasformazione da una tensione molto irregolare come quella indicata in Fig. I, una tensione di uguale periodo ed a forma praticamente sinusoidale.

Il risultato sperimentale a cui sono pervenuto è dovuto ad una nuova proprietà del trasformatore di fase « Ferraris-Arnò » proprietà da me preveduta, riflettendo sul modo di funzionamento di tale apparecchio e sulla sua speciale costruzione analoga a quella dei motori asincroni polifasi a campo Ferraris.

Il trasformatore Ferraris-Arnò (1) è un apparecchio il quale con una data corrente primaria produce una corrente secondaria avente una conveniente differenza di fase rispetto a quella che si avrebbe da un trasformatore ordinario. L'apparecchio è essenzialmente un motore asincrono a corrente alternata semplice, avviabile cogli artifici ordinari, il cui induttore fisso, oltre all'avvolgimento principale, presenta un avvolgimento secondario spostato rispetto al primo dell'angolo che corrisponde alla differenza di fase che si vuole ottenere.

Il trasformatore impiegato nella mia esperienza consta di due spirali fisse ad induttanza mutua uguale a zero, e di una armatura chiusa in corto circuito.

Alimentando una delle spirali con una corrente alternata il sistema può funzionare come motore asincrono monofase. Durante il funzionamento (2) le due spirali si trovano in un campo rotante in senso opposto al moto della armatura e con velocità corrispondente alla frequenza di alimentazione. Nelle due spirali fisse si producono due forze elettromotrici presentanti l'una per rispetto all'altra una differenza di fase di 90° il rapporto tra le quali dipende dal rapporto dei numeri delle spire. Se le resistenze ohmiche delle due spirali sono piccole, si ha una differenza di fase approssimativamente di un quarto di periodo fra le differenze di potenziale esistenti ai loro estremi.

Osservando che nel trasformatore impiegato è uguale a zero l'induttanza mutua delle due spirali primaria e secondaria, il flusso di induzione magnetica dovuto alla corrente primaria non attraversa la spirale secondaria onde quest'ultima risulta solo sottoposta all'induzione del campo magnetico rotante generato dall'armatura.

Nel trasformatore Ferraris-Arnò, come in un motore polifase a campo Ferraris, onde ottenere effetti potenti il circuito

---

(1) a) Nuovo sistema di distribuzione elettrica dell'energia mediante correnti alternative. GALILEO FERRARIS e RICCARDO ARNÒ 1896.

b) Alcune esperienze sui trasformatori a spostamento di fase. G. FERRARIS e R. ARNÒ 1896.

c) Ricerche teoriche e sperimentali sul trasformatore di fase FERRARIS-ARNÒ, Memoria del prof. ing. Luigi Lombardi. (Reale Accademia dei Lincei 1897).

(2) G. FERRARIS, « Un metodo per la trattazione dei vettori rotanti ed alternativi ». Memoria della R. Accademia delle Scienze di Torino. Vol. XLIV, pag. 23.

magnetico è chiuso attraverso masse di ferro e l'intraferro è ridotto al minimo, col che si ottengono flussi intensi con deboli forze magnetizzanti. Di più, onde rendere il circuito magnetico di riluttanza uniforme in qualunque direzione si formi il flusso, le spirali induttrici e le spirali indotte, in luogo di essere disposte su sporgenze polari, sono allogate entro fori o canali presso la periferia interna.

Ho pensato quindi, che se anche la spirale primaria viene alimentata da una tensione il cui andamento molto si scosta dalla sinusoide, risultando la spirale secondaria solo sottoposta all' induzione del campo magnetico rotante generato dall'armatura, e tenuto conto delle condizioni indicate del circuito magnetico, l' andamento della differenza di potenziale che si rende disponibile ai morsetti secondari dovrebbe essere praticamente sinusoidale (1).

La rappresentazione schematica dell' inserzione sulla linea di alimentazione è indicata in Fig. V.

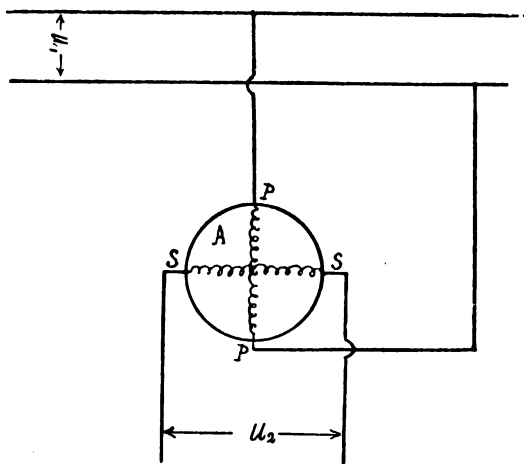



Fig. V.

P. P. = Morsetti primari alimentati dalla tensione U_1 (Fig. I)
A. = Armatura
S. S. = Morsetti secondari fornenti la tensione U_2. (Fig. 6).

---

(1) Tale proprietà corrisponde ad una simile dei generatori asincroni: « ARNOLD-LACOUR: *Les machines d' induction*, pag. 461 ».

Osservo però che nel caso dei generatori asincroni la curva di forza elettromotrice dipenderà ancora dagli alternatori sincroni funzionanti sulla rete; su tale curva devono pertanto avere influenza gli elementi di tali macchine.

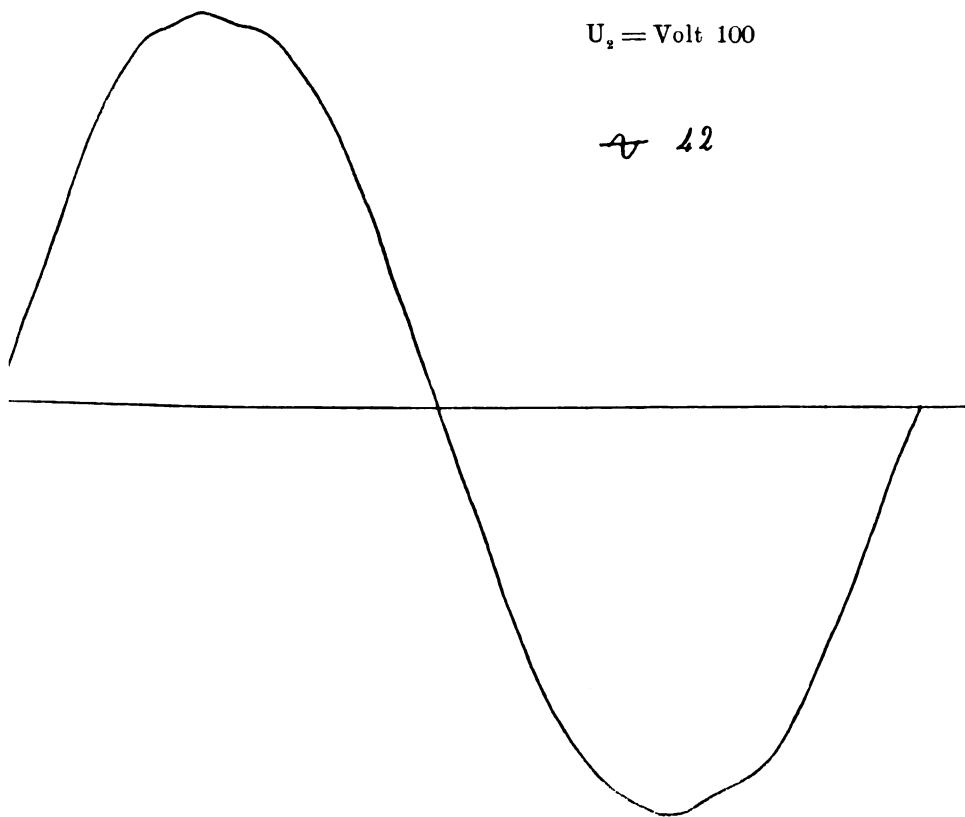



Fig. VI.

Nella Fig. VI si è riprodotto in scala opportuna e colle ordinate radrizzate l'oscillogramma della tensione U_2 ricavata per iscrizione diretta sull'ondografo di Hospitalier (1). I risultati sperimentali vennero controllati con un oscillografo bifilare tipo Blondel (2).

Ora è noto che la curva rappresentatrice di una funzione periodica del tempo, di dato periodo T, quando ammette un asse di simmetria, può ritenersi ottenuta sommando le ordinate y_1, y_3, y_5 .... di tanti sinusoidi di equazioni.

(1) *Industrie electrique*, 1901, pag. 295.
(2) *Eclairage Electrique*, 1903.

$$y_1 = a_1 \operatorname{sen}\left(\frac{2\pi}{T} t + \varphi_1 \right)$$

$$y_3 = a_3 \operatorname{sen}\left(3 \frac{2\pi}{T} t + \varphi_3 \right)$$

$$y_5 = a_5 \operatorname{sen}\left(5 \frac{2\pi}{T} t + \varphi_5 \right)$$

La funzione sinusoidale di ampiezza a_1 e di frequenza $\frac{1}{T}$ costituisce la sinusoide fondamentale, ciascuna delle altre rappresenta un' armonica il cui ordine risulta espresso dal posto che essa occupa nella serie trigonometrica:

$$a_1 \operatorname{sen}\left(\frac{2\pi}{T} t + \varphi_1 \right) + a_3 \operatorname{sen}\left(3 \frac{2\pi}{T} t + \varphi_3 \right) +$$
$$+ a_5 \operatorname{sen}\left(5 \frac{2\pi}{T} t + \varphi_5 \right) + \dots\dots\dots$$

Tale serie rappresenta lo sviluppo dovuto al teorema di Fourier riferito ad una grandezza alternativa la cui curva rappresentatrice ammette un asse di simmetria. In tal caso è noto che risultano nulle le armoniche di ordine pari.

L' analisi corrispondente al teorema di Fourier vale a dire la scomposizione di una curva data nella sinusoide fondamentale e nelle armoniche necessarie a rappresentarla fedelmente può ottenersi con metodi grafici od analitici (1).

Nel caso particolare della curva U_1 di alimentazione la deformazione dovuta alle armoniche è così evidente da rendere superflua ogni analisi atta a dimostrarne l' andamento fortemente dissimile dalla sinusoide fondamentale; nel caso invece della curva trasformata U_2 l' andamento praticamente sinusoidale è così manifesto da rendere di qualche interesse un' analisi atta a porre in risalto l' importanza della sinusoide fondamentale rispetto alle armoniche.

Una tale analisi ritenni opportuno di riferirla non all' oscillogramma rilevato per iscrizione diretta ma ad una curva

(1) a) *Elektrotechnische Zeitschrif*, 9 Maggio 1901 pag. 396.
L' *Eclairage Electrique*, 1901 pag. 422 Metodo di J. Fischer Hinnen.
b) Mauduit, *Complements a l' etude des courants alternatifs*, pag. 791.

ottenuta da un ondografo tipo Hospitalier ad opportuno treno di ingranaggi ed eseguendo le letture per riflessione.

In tal modo la curva venne rilevata assai dettagliatamente.

Il metodo di analisi applicato si riferisce all' equazione esprimente la serie di Fourier, risolta in modo da far scomparire le differenze di fase. Essa prende allora la forma:

$$y = A_1 \text{ sen } \frac{2\pi}{T} t + B_1 \cos \frac{2\pi}{T} t + A_3 \text{ sen } 3 \frac{2\pi}{T} t +$$

$$+ B_3 \cos 3 \frac{2\pi}{T} t + A_5 \text{ sen } 5 \frac{2\pi}{T} t + B_5 \cos 5 \frac{2\pi}{T} t + \ldots\ldots$$

Il principio su cui si fonda il metodo applicato è il seguente:

Si divide il semiperiodo in un numero pari di parti uguali, tanto maggiore quanto più grande è il numero dei coefficienti che si vogliono ottenere. Si determinano le ordinate corrispondenti (Y_1, Y_2, $Y_3 \ldots$) ed i valori di $\frac{2\pi}{T} t$ corrispondenti ai punti di divisione.

Introducendo i valori nella formula generale si ha un numero di equazioni uguale al numero delle divisioni operate: da tali equazioni con opportuni artifici risultano le espressioni dei coefficienti (A_1 B_1, A_3 B_3, A_5 B_5, ...) in funzione delle quantità note Y_1, Y_2, Y_3, Y_4, Y_5........

Dall' applicazione del metodo alla curva di tensione ricavata, risulta che la funzione è analiticamente espressa con buon grado di approssimazione da:

$109{,}75 \text{ sen } \frac{2\pi}{T} t + 3{,}66 \text{ sen } 3 \frac{2\pi}{T} t - 1{,}08 \text{ sen } 5 \frac{2\pi}{T} t$ tale risultato algebrico venne controllato con metodo grafico (1).

La rappresentazione grafica del risultato ottenuto è indicata in fig. VII, dove la curva d' esperienza è disegnata a linea non punteggiata.

Risulta da quanto precede che nella curva ottenuta dal trasformatore Ferraris-Arnò è assai piccola l' importanza delle armoniche di fronte alla sinusoide fondamentale.

---

(1) WEDMORE, *Journal of the Institution of Electrical Engineer.* Vol. 25, pag. 224.

SARTORI, *Tecnica correnti alternate.* Vol. II.

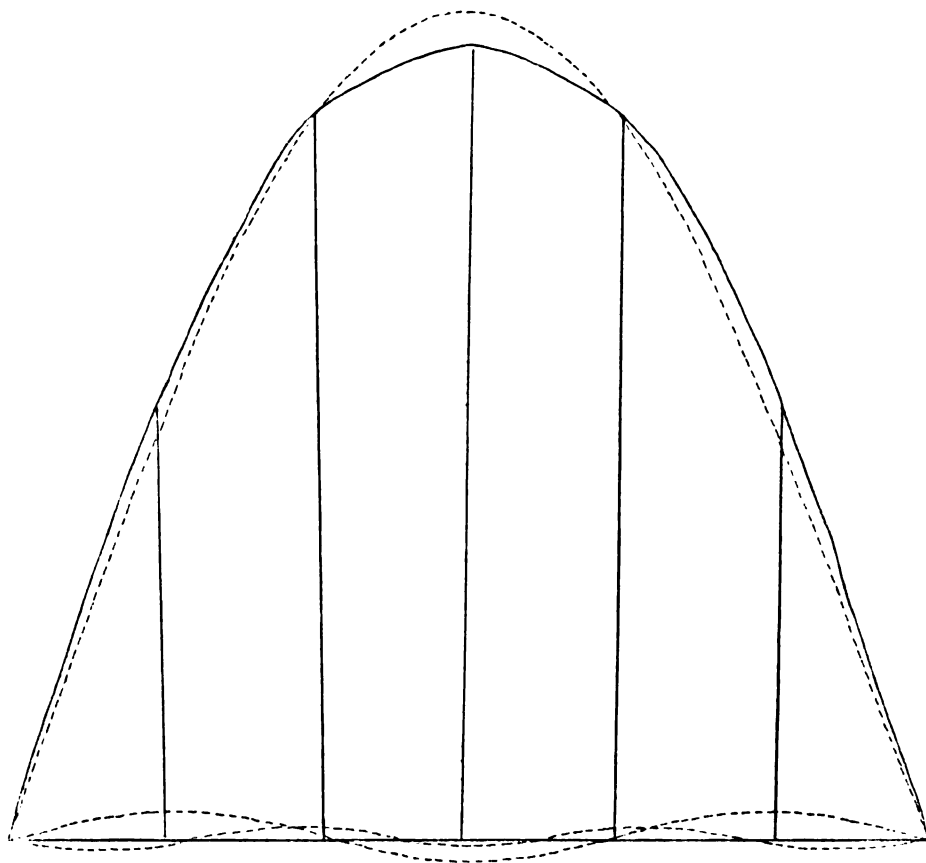



Fig. VII.

Quantunque l'industria elettrotecnica fornisca la pratica di ottimi alternatori per i quali le forze elettromotrici sviluppate hanno andamento molto simile alla sinusoide tuttavia ritenni di qualche interesse accennare alla proprietà vista, la quale rapprenta se non altro un metodo atto ad ottenere con una trasformazione da una tensione ad andamento molto irregolare una tensione di uguale periodo ed a forma praticamente sinusoidale.

Adunanza del 9 Aprile 1914

PRESIDENZA DEL PROF. SEN. GIOVANNI CELORIA

VICE-PRESIDENTE

Sono presenti i MM. EE.: BERZOLARI, BUZZATI, CELORIA, DE-MARCHI A., GABBA B., GABBA L. sen., GOBBI, JUNG, NOVATI, TARAMELLI, ZUCCANTE.

E i SS. CC.: BONARDI, GABBA L. jun., PASCAL C., ROCCA, VOLTA.

Hanno scusato la loro assenza per ragioni di salute i MM. EE. DEL GIUDICE, FORLANINI, VIDARI, VIGNOLI.

Alle 13.45 il presidente dichiara aperta la seduta e prega il segretario, M. E. prof. Zuccante, di dar lettura del processo verbale dell'adunanza 26 marzo: il processo verbale risulta approvato.

Il medesimo segretario presenta gli omaggi pervenuti all'Istituto i quali sono:

Per la Classe di scienze:

BOCCARDI G. Remarques sur la variation des latitudes. Torino, 1914.

BORDONI-UFFREDUZI G. I microparassiti nelle malattie da infezione. Manuale tecnico di batteriologia. Parte II. Milano, 1914.

E per la Classe di lettere i seguenti:

FLEISS P. M. Das Buch Simchath Hanefesch von Henele Kirchhain aus dem Jahre 1727. Berna, 1913.

KATZ M. Abraham Ibn Dauds, Sepher Hak-Kabbala. Berna, 1907.

OPPLIGER F. Geschichte der Kolonialen Demarkation zwischen Spanien un Portugal 1493-1750. Berna, 1913.

SCHLATTER H. Das Präfix di-in italienischen. Berna, 1913.

Hanno poi principio le letture. Prende la parola il S. C. prof. Edoardo Bonardi il quale comunica *Un nuovo contributo di osservazioni cliniche e di conferme anatomo-patologiche alla diagnosi clinica di pervietà del setto interventricolare del cuore.*

Il dottor Oscar Chisini presenta una nota, ammessa dalla Sezione di scienze matematiche: *Sul teorema di Schwarz-Klein, concernente le trasformazioni birazionali di una curva in sè stessa.*

Il prof. Filippo Sibirani comunica la sua nota: *Sulla lunghezza delle linee e sull'area delle superficie*, parimenti ammessa dalla Sezione di scienze matematiche.

Il dottor Guglielmo Castelli presenta il sunto della sua nota col titolo: *Alcune osservazioni giuridiche sull' epitaffio di Allia Potestas*, ammessa dalla Sezione di scienze politiche e giuridiche.

Per ultimo il dottor Giorgio Nicodemi espone la sua nota, ammessa dalla Sezione di storia e filologia, col titolo: *Un' epigrafe latina di Sesto Calende esistente nella torre campanaria della chiesa abbaziale di Sesto Calende.*

Essendo esaurita la comunicazione delle letture poste all' ordine del giorno, l' Istituto viene dal presidente invitato a procedere alla trattazione degli affari. Egli comunica ai colleghi che, salva la loro approvazione, la presidenza propone che le commissioni aggiudicatrici dei concorsi scaduti il 1° aprile siano composte come segue:

Concorso al premio dell' Istituto, sul tema: *Il pensiero e l' arte degli scrittori francesi d' avanti e dopo la rivoluzione, negli scrittori italiani degli ultimi decennii del secolo 18° e dei primi del secolo 19°.* — Commissari: Scherillo, Vidari Giovanni, Pascal Carlo.

Concorso Cagnola, sul tema: *Progressi e stato attuale della telegrafia e telefonia senza fili.* — Commissari: Murani, Grassi, Jona.

Concorso Brambilla: — il premio è per *chi abbia inventato o introdotto in Lombardia qualche nuova macchina o qualsiasi processo industriale od altro miglioramento da cui la popolazione ottenga un vantaggio reale e provato.* — Commissari: Gabba L. sen., Jorini, Baroni, Carrara, Jona.

Concorso Fossati, sul tema: *Illustrare con ricerche originali un fatto di anatomia, macro e microscopica del sistema nervoso.* — Commissari: Golgi, Marcacci, Morselli.

Concorso Zanetti: — *Il premio sarà conferito a quello dei farmacisti italiani che raggiungerà un intento qualunque che venga giudicato utile al progresso della farmacia e della chimica medica.* — Commissari: Antony, Bonardi, Gabba L., sen.

Concorso Visconti Tenconi, per una borsa di studio da conferirsi ogni anno *a un giovane di nazionalità italiana di scarsa fortuna e che, avendo già dato prove d'ingegno non co-*

mune di rettitudine e di buona volontà, si avvii agli studi in materia di elettricità industriale prevalentemente per perfezionamento all' estero. — Commissari: Murani. Carrara, Zunini.

Le precedenti proposte sono all'unaminità accolte dall'Istituto. Essendo esaurito l'ordine del giorno, il presidente, alle ore 15, dichiara sciolta l'adunanza.

Il Presidente
G. CELORIA

Il Segretario
L. GABBA

UN' EPIGRAFE LATINA DI SESTO CALENDE

Nota del dottor GIORGIO NICODEMI

(*Adunanza del 9 aprile 1914*)

Negli appuntini che facevan seguito alla nota del M. E. Elia Lattes intorno all'iscrizione preromana di Vergiate, comparsa nei Rendiconti (XLVI, 1913, p. 422), mi accadde avvertire che nella torre campanaria della chiesa abbaziale di S. Donato, presso Sesto Calende, nella località denominata Scozola, vedevasi un'iscrizione di due linee, per soverchia altezza illeggibile, e promisi di procurarne precisa notizia.

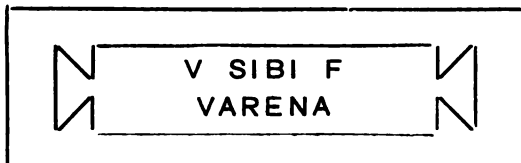
Solo però il dì 24 di ottobre mi venne fatto di poter riconoscere, giungendo con molti stenti alla pietra scritta, che trattavasi di lettere latine.

La pietra è posta nel lato ovest dello spigolo nord-ovest della torre, a circa quindici metri dal suolo e fa parte dei grossi blocchi che sostengono ai lati la possente costruzione, eseguita tutta in materiale lapideo, salvo alcune membrature sott'archeggiate della parte superiore, dove entra in menoma parte il mattone, circa la seconda metà del sec. XI (1).

Essa è un micaschisto, e misura circa un metro di lunghezza per mezzo d'altezza. Le parole dell'iscrizione sono incorniciate in sagomature che ai lati contengono due ornati triangolari, eseguiti, come tutte le opere della lapide, con co-

(1) Dal GIULINI, (*Storia di Milano*, vol. I, p. 229), dal ROBOLINI, (*Storia di Pavia*, vol. II, p. 144) e dallo SPINELLI, il quale in un suo volume molto affrettato e inesatto di « *Ricerche spettanti a Sesto Calende* », Milano 1883, riunì buona parte delle memorie che esistono nella chiesa, si apprende che questa faceva parte di un convento benedettino, fondato da Luitardo de' Conti, vescovo di Pavia, nell'860. Dell'antichissima chiesa ora, rimangono soltanto la parte esterna dell'abside maggiore e tutta l'abside minore di sinistra. Il campanile dovette esser aggiunto all'antichissima costruzione quando fu edificato il pronao sul davanti, che si rivela, per caratteristiche riconosciute anche dal DARTEIN, (*Étude sur l'architecture lombarde*, Paris, Dunod, 1882, pagg. 383-397) del secolo XI.

noscenza precisa delle norme per isquadrare la pietra ed incidere le lettere.

Queste sono in bel carattere capitale, disposte, come già si disse, su due linee. Le parole, non distinte da alcun segno d'interpunzione, suonano:

e facilmente si leggono: **V**(ivus o viva) **SIBI F**(ecit) **VARENA.**

Le due lettere **V** ed **F** della prima linea sono in carattere alquanto più grande. La lettera **F**, per la friabilità della pietra, ha perduto la parte superiore, però con piena certezza, mi par restituibile.

Per quel ch'io so vedere, manca detta iscrizione sì al « Corpus inscriptionum latinarum », sì al supplemento del Pais: si trova essa però nel volume dello Spinelli (1), il quale la riporta come inedita (2), in forma tanto inesatta da doversi credere che egli non abbia potuto vederla da vicino.

Egli così trascrisse:

V· SIBI ET
V· ARENA

con punti d'interpunzione che non esistono, con un **ET** dove appena si scorge l'asta inferiore di una **F** e mutando tutto il senso della brevissima epigrafe, che verrebbe ad esser dedicata a due persone, designate nel modo più irregolare e più sgrammaticato. Il micaschisto nel quale l'iscrizione fu tracciata è la pietra di solito adibita, nella regione, a tali usi.

Il nome Varena, si presenta in essa regione, come pare, per la prima volta.

---

(1) *Op. cit.*, pag. 18.

(2) Le monografie della regione, dal Campana, che nel 1784, pe' tipi del Malatesta pubblicava l'opuscolo dottissimo: « Monumenta Somae » al Bambognini che nell'Antiquario della Diocesi di Milano (l'ediz. più ampia è quella di Milano. Pirotta, 1856), raccoglieva le memorie della campagna milanese, a Ludovico Melzi che in lussuosa edizione (Milano, Tipografia del Patronato, 1880) rendeva pubblica una sua Storia di Somma, tacciono persino in una pietra scritta sulla Torre. Il Campana, del resto, non ricorda già più nessuna di quelle iscrizioni nell'Abazia di Sesto Calende, che l'Alciati aveva notato nei suoi manoscritti e che il Mommsen riprodusse, ciò che fa pensare esser queste già state asportate al suo tempo.

SUL TEOREMA DI *SCHWARZ-KLEIN* CORCERNENTE LE TRASFORMAZIONI BIRAZIONALI DI UNA CURVA IN SE STESSA

Nota del dott. Oscar Chisini in Bologna

(*Adunanza del 9 aprile 1914*)

1) Ci proponiamo in questa nota di dare una nuova dimostrazione del seguente teorema:

« Ogni trasformazione birazionale di una curva algebrica in sè, è certamente ciclica se il genere della curva è maggiore di uno ».

Dal quale si deduce il teorema di Schwarz-Klein, che dice:

« Una curva di genere $p > 1$, non può ammettere un'infinità continua (Schwarz) o discontinua (Klein) di trasformazioni birazionali in sè ».

La dimostrazione del teorema di Schwarz-Klein (1) viene generalmente data appoggiandosi sulla considerazione dei punti di Weierstrass: mi pare pertanto utile presentare questa mia dimostrazione che riesce più elementare e più semplice.

La via che seguo è questa:

Considero una curva C di genere $p > 1$ che ammetta delle trasformazioni birazionali in sè. Dimostro che esse sono cicliche e che il loro periodo non supera un certo numero l, funzione del genere p. A tale oggetto faccio vedere che:

I. La curva C può essere trasformata in una curva K, per modo che ogni trasformazione birazionale τ di essa divenga un' omografia ω;

(1) Per la dimostrazione e la bibliografia di questo teorema, vedi: F. Severi, *Lezioni di geometria algebrica* (Padova. A. Draghi, 1908, pag. 182, 186).

II. Un'omografia ω, la quale lascia invariata la curva K è ciclica ed il suo periodo non supera il numero

$$l = (6p - 6)[2(6p - 6) + 2p - 2]^3.$$

Dato adunque che le omografie le quali lasciano invariata la K sono tutte cicliche, ed il loro periodo è minore od uguale al numero l, se esse sono in numero infinito, ve ne sono certo infinite aventi un medesimo periodo, e fra queste quindi ve ne sono due quanto si voglia vicine, e il prodotto di una di esse per l'inversa dell'altra dà un'omografia $\overline{\omega}$, prossima quanto si vuole all'identità, la quale omografia non può quindi avere un periodo minore od uguale ad l, mentre lasciando essa invariata la K dovrebbe avere il periodo minore od uguale ad l. E così risulta assurda l'ipotesi che la K ammetta infinite trasformazioni omografiche in sè. Tralasciamo la dimostrazione particolareggiata di quest'ultima parte che si può considerare come generalmente nota, e veniamo alla dimostrazione delle proposizioni I) e II).

2) Cominciamo col far vedere che la curva C di genere $p > 1$ può essere trasformata in una curva K per modo che ogni trasformazione birazionale τ che lasci invariata la C si trasformi in una omografia ω. Noi distingueremo tre casi:

a) La curva C sia di genere $p > 2$ e non iperellittica (caso questo che può considerarsi come il caso generale). In questa prima ipotesi consideriamo la g_{2p-2}^{p-1} canonica della curva C. Questa serie è certamente non composta, perchè altrimenti la curva C sarebbe iperellitica contro l'ipotesi.

Ciò posto riferiamo proiettivamente i gruppi della serie canonica agli iperpiani di un iperspazio a $p - 1$ dimensioni. In questo modo la curva C viene trasformata (birazionalmente) in una curva K, sulla quale i gruppi della serie canonica sono segati dagli iperpiani dell'S_{p-1}. Come è ben noto, attraverso questa trasformazione la τ, in quanto lascia invariata la serie canonica della C, diviene una trasformazione che lascia invariato il sistema delle sezioni iperpiane della K, diviene cioè un'omografia ω (1).

b) Suppongasi invece che la C sia iperellittica ma ancora di genere $p > 2$. In questo caso, essendo la serie canonica

(1) Cfr. SEGRE, *Sulle curve normali di genere* p *dei vari spazi*. Rendiconti del R. Istituto Lombardo: serie II, vol. XXI, fasc. XII, e anche SEGRE, *Introduzione alla geometria sopra un ente algebrico semplicemente infinito*, n. 75 negli Annali di matematica del 1894.

composta con una g_2^1 il procedimento usato nel caso generale cade in difetto, portando alla costruzione di una curva razionale doppia. Osserviamo allora che la serie completa doppia della serie canonica (serie che si può chiamare bicanonica) avendo il grado $4p - 4 > 2p - 2$ è non speciale e quindi la sua dimensione è $3p - 4$. Questa g_{4p-4}^{3p-4} avendo la dimensione maggiore della metà del grado, è semplice: essa inoltre è invariante per la τ, essendo il doppio della serie canonica che è pure invariante per la τ. Riferendo adunque proiettivamente i gruppi di questa g_{4p-4}^{3p-4} agli iperpiani di un S_{3p-4}, trasformiamo la curva C in una curva K, sulla quale la τ induce una trasformazione omografica ω.

c) Finalmente consideriamo il caso particolare in cui la C sia di genere $p = 2$. In quest' ipotesi per costruire la K occorre considerare la serie completa tripla delle serie canonica, serie che risulta una g_6^4 non composta, e riferirne i gruppi agli iperpiani di una S_4.

3) Dimostriamo ora che l' omografia ω, la quale lascia invariata la curva K di genere $p > 1$ è ciclica e di periodo minore o uguale a

$$(6p - 6)[2(6p - 6) + 2p - 2].$$

Questo fatto risulterà immediatamente dalle seguenti osservazioni:

a) L' omografia ω (come ogni altra omografia) possiede due punti uniti distinti, o infinitamente vicini, e quindi possiede una retta unita (la congiungente questi due punti) e dualmente possiede un fascio di iperpiani unito, fascio che indicheremo con F. Indichiamo inoltre con g_n^1 la serie lineare che gli iperpiani di questo fascio segano sulla curva K, serie che come il fascio F, risulta invariante per la a.

b) Indichiamo con s il numero dei gruppi della g_n^1 che posseggono dei punti doppi o multipli d'ordine $i \geq 2$, ciascun gruppo venendo sempre contato una sola volta, qualunque sia il valore di i. Il numero s è, $s \leq 2n + 2p - 2$: dico inoltre che $s > 2$.

Siano $P_1, P_2 \ldots\ldots P_r$ i punti multipli della g_n e siano i_1, $i_2, \ldots\ldots i_r$ le loro rispettive molteplicità. Abbiamo allora:

$$\alpha)\ (i_1 - 1) + (i_2 - 1) + \ldots\ldots + (i_r - 1) = 2n + 2p - 2$$

Supponendosi $p > 1$, si ha:

$$\beta)\ (i_1 - 1) + (i_2 - 1) + \ldots\ldots (i_r - 1) > 2n - 2.$$

Notiamo che se un gruppo della g_n^1 contiene uno o più punti multipli, la somma delle loro molteplicità deve essere $\leq n$.

Ciò posto, la formula β, mostra chiaramente come il numero s, numero dei gruppi della g_n^1 che contengono dei punti doppi o multipli, debba essere $s > 2$.

c) L'omografia ω per ipotesi lascia invariato il fascio F: essa indurrà nel fascio F una certa omografia ω'. Questa ω' evidentemente deve portare ogni gruppo G della g_n^1 che contenga un punto multiplo in un altro gruppo contenente esso pure un punto multiplo.

Ciò posto, consideriamo 3 di questi gruppi. G_1, G_2, G_3. Siano S_1, S_2, S_3 gli iperpiani del fascio F che segano questi tre gruppi. Operiamo successivamente nel fascio F l'omografia ω'. I tre iperpiani S_1, S_2, S_3 possono assumere solamente s posizioni; si troverà quindi una potenza della ω' di esponente $r \leq s^3$ che lascia fermi gli iperpiani S_1, S_2, S_3. Avremo così che l'omografia ω'^r ha tre elementi uniti, e quindi è l'identità.

Adunque l'omografia ω' è ciclica e il suo periodo è $r \leq s^3$.

Ma ogni iperpiano del fascio F, taglia la K in n punti: quindi ogni punto della K sarà dalla ω portato al massimo in $n.r$ posizioni: adunque, anche l'omografia ω è ciclica e il suo periodo è $\leq n.r$.

d) Osserviamo infine che in ciascuna delle 3 ipotesi *a*) *b*) *c*) del numero 3) è sempre

$$n \leq 6p - 6 \quad \text{e quindi}$$

$$r \leq [2(6p - 6) + 2p - 2]^3$$

Resta così dimostrato che il periodo di ω, e quindi di ogni trasformazione birazionale che lasci invariata una curva C di genere $p > 1$, è minore od uguale a

$$(6p - 6)\,[2(6p - 6) + 2p - 2]^3,$$

che è quanto si voleva stabilire.

INTORNO ALLA DIAGNOSI CLINICA DI PERVIETÀ DEL SETTO INTERVENTRICOLARE DEL CUORE

Nota del S. C. prof. EDOARDO BONARDI

(Adunanza del 9 aprile 1914)

I trattati di patologia speciale e di clinica medica, anche i più recenti, nonchè le monografie e gli articoli di giornali medici che trattano dell'argomento, persistono nell'affermare che la diagnosi clinica, di perforazione del setto interventricolare del cuore è impossibile e che la lesione è rilevabile soltanto al tavolo anatomico.

In una mia comunicazione all'Istituto Lombardo di scienze e lettere del 1909 (1) io ho affermato e dimostrato invece l'esistenza di una sintomatologia di codesta lesione e di un sintoma decisamente patognomonico che, se ben rilevato, permette il giudizio sicuro, in vita, della pervietà del setto interventricolare.

Riporto qualche periodo di quella comunicazione che definisce il sintoma affermato e serve di introduzione allo studio di un caso clinico, con reperto anatomo-patologico, nel quale la diagnosi di pervietà del setto è stata formulata con tutta sicurezza in vita ed ebbe la piena conferma dèl tavolo anatomico.

Il *segno* che intendo di analizzare ed interpretare, non solo come caratteristico e sicuro della perforazione del setto interventricolare, ma come necessario per ragioni fisico-matematiche, consiste in un *rumore sistolico, sincrono col rumore*

---

(1) *Di un sintoma preciso per la diagnosi clinica di perforazione del setto interventricolare del cuore.* Rendiconti Ist. Lomb. di scienze e lettere Serie II, Vol. XLII. 1909.

e col fremito rude, trasversale, a livello della inserzione sternale della terza cartilagine costale bilateralmente, e che dal focolaio clinico dell' aorta si propaga in alto ed un poco a destra, nella fossa sottoclavicolare e s' apprezza ancora nettamente sulle carotidi, succlavie, ascellari e diramazioni minori.

È un rumore classico di *stenosi aortica* quale si osserva e studia così nella stenosi a base anatomica, come nella stenosi puramente clinica dell' aorta, con modica dilatazione del tratto iniziale, ascendente dell' aorta toracica, con placche ateromatiche deformanti la figura ed alteranti le condizioni di levigatezza e di uniformità dell' orificio aortico e del primo tratto del vaso.

A questo punto la comunicazione richiama un mio precedente studio, del 1908, sulla *formazione e propagazione dei rumori cardio-arteriosi secondo la dottrina matematica dei fili-vortici* (1).

Da codesto studio derivano alcuni importantissimi corollari:

1. Non esistono rumori prodotti da un preteso sfregamento dei liquidi, bagnanti le pareti dei vasi entro cui scorrano, contro asperità, rugosità, od irregolarità quali si vogliano della superficie della parete bagnata. E ciò perchè l' estremo straterello di molecole liquide, il più periferico, quello che è ad immediato contatto colla parete del vaso, è a ritenersi in stato di quiete, di immobilità, qualunque sia la velocità del liquido entro il vaso, il tubo od il sistema di tubi.

2. Condizioni necessarie e sufficienti perchè si formino dei rumori, nel senso acustico della parola, per opera del liquido circolante nel tubo ed in un sistema di tubi, sono: o una velocità straordinaria del liquido circolante, *o formazione di uno o più restringimenti del calibro del tubo e successive dilatazioni dello stesso.* Codesto alternarsi di tratti ristretti e dilatati dell' alveo circolatorio perturba la velocità delle molecole liquide e *determina la formazione di quei vortici* della cui analisi si occupa il precitato mio studio, vortici a cui corrispondono le vibrazioni acustiche generatrici dei suoni e dei rumori del cuore e dei vasi in condizioni normali e patologiche.

3. Le particolari linee di rotazione delle molecole liquide a cui fu dato da Helmholtz e da Thompson il nome di *vortici*

(1) *Sulla formazione e propagazione dei rumori cardio-arteriosi secondo la dottrina matematica dei fili-vortici.* Rivista critica di Clinica medica, Anno IX, N. 30-1908.

lineari e circolari, non possono mai essere troncate nell'interno del fluido, ma devono raggiungere i limiti dello spazio da esso occupato e rientrare in se stesse come linee chiuse.

4. Tutte le molecole fluide che si trovano su una linea di vortice, e quindi ruotano in un dato istante, non possono cessare di ruotare. Perciò il *vortice si trasporta, come avente un' individualità propria, attraverso il fluido, anche se esso è in movimento.*

Applicando questi corollari si trae la conclusione che il *rumore sistolico*, descritto sopra, colle linee di diffussione accennate, non solo è segno preciso e sicuro della perforazione del setto interventricolare, ma è *fenomeno neccesario*, per ragioni di idrodinamica matematicamente analizzate, dato il sistema di vasi e di tubi (i due ventricoli, l'aorta e la polmonare) ed il liquido bagnante e circolante in essi contenuto.

Infatti la perforazione unica, doppia o multipla del setto interventricolare rappresenta quel restringimento del calibro del vaso (ventricolo destro ipertrofico e dilatato) a cui segue una nuova dilatazione, sebbene minore, il ventricolo sinistro. E per i corollari 3 e 4 sopra citati della dottrina matematica dei fili-vortici, non potendo essi vortici venir troncati e dovendosi trasmettere fino ai limiti dei tubi o vasi e del liquido in essi contenuto, anche se in moto, si comprende la necessità che il rumore corrispondente ai vortici insorga là ove i vortici stessi hanno origine, cioè a livello della perforazione del setto e si propaghi poi lungo l'aorta e le sue diramazioni.

Circa la *sintomatologia clinica della perforazione del setto interventricolare* ricordiamo il duplice e sincrono segno di un *fremito trasversale* e di un *rumore rude di soffio, pure a direzione trasversale*, ossia perpendicolare alla linea sternale mediana, a livello del 2 spazio intercostale o della terza cartilagine costale.

Fremito e rumore di notevole intensità ed asprezza al sopraccennato livello e con direzione trasversale furono segni positivi, precisi e costanti in tutti gli undici casi di pervietà del setto interventricolare che ebbi l'opportunità di studiare clinicamente ed anatomo-patologicamente.

Ma, oltre codesto duplice segno, in tutti i miei undici casi *esisteva una chiara e graduale propagazione del rumore sistolico trasversale dal 2 spazio intercostale destro in alto, sul manubrio dello sterno ed alquanto a destra di esso, verso la clavicola, e più oltre sulle carotidi, succlarie* ecc.

In base al sopraccitato mio studio sulla dottrina matema-

tica dei fili-vortici per la interpretazione dei suoni e dei rumori cardio-arteriosi, è facile e sicura la interpretazione della soprariferita sintomatologia della pervietà del setto interventricolare.

È noto che la pervietà del setto interventricolare nella sua parte più alta, o membranosa (l'ultima, embriologicamente parlando, a formarsi) è un fatto congenitale quasi sempre coesistente colla stenosi dell'infundibolo dell'arteria polmonare. Orbene! la massa sanguigna circolante, la cui velocità è in aumento in proporzione del grado di stenosi sottovalvolare della polmonare e conseguente ipertrofia eccentrica del ventricolo destro, *passando per un alveo ristretto*, rappresentato dal foro o canale interventricolare a traverso il setto pervio, *preceduto e susseguito da alvei notevolmente più ampi*, rappresentati dai due ventricoli, *deve necessariamente determinare la formazione e la propagazione dei fili vortici*, secondo i corollari dedotti dal calcolo e più sopra riassunti, a cui corrispondono le vibrazioni e le onde acustiche generatrici del l'analizzato rumore sistolico.

Ciò premesso passiamo alla descrizione ed alla interpretazione del nostro *dodicesimo caso di pervietà del setto interventricolare*, coesistita col vizio congenito di *stenosi della polmonare*, diagnosticata con tutta sicurezza *in vita* e confermata pienamente dal tavolo anatomico.

Rossi Angelo, di Enrico, di anni 10, entrato in sala San Fedele il 20 febbraio e morto il 1 marzo 1914.

Nel gentilizio si nota: il nonno paterno morto per difterite la nonna per cardiopatia; il nonno materno soccombuto per paralisi progressiva, la nonna per emorragia cerebrale. Due zie paterne morirono di tubercolosi.

I genitori sono viventi e sani e di costituzione abbastanza robusta.

Il paziente è il sesto di sette figli, tutti viventi ed in salute. La madre abortì tre volte.

La madre durante la gestazione del paziente soffrì molto di patemi ed emozioni e si nutrì assai male. Il bimbo nacque a termine, ma piccolo, di gramo aspetto. Fu impossibile l'allattamento materno e si susseguirono due baglie, l'una peggio dell'altra. Il bambino, già deperito alla nascita, malissimo allattato, fu abbattuto definitivamente, a due anni di età, da una pertosse, durata a lungo e da una varicella. Stentò a reggersi in piedi e da camminare. A quattro anni appariva debole, af-

fannoso e di colore livido, pavonazzo. Portato alla clinica pediatrica di Firenze, ove abitava a quell'epoca la famiglia, vi fu diagnosticata *una permanenza del foro del Botallo con cianosi sintomatica*.

All'età di cinque anni contrasse il morbillo, forma piuttosto grave, con complicazioni bronco-polmonari durate lungamente ed una tosse che riaccese gli accessi della pertosse che da poco erasi calmata, ma non completamente cessata.

Da quell'epoca alla malattia attuale il ragazzo, esile, gracile, malaticcio, tossicoloso, livido di colore, vivacchiava alla meglio, senza però essere costretto a letto.

Nel luglio 1913, essendo in campagna vicino a Bergamo, ammalò di una forma di *meningismo*, con cefalalgia, vomito, nuca-rigida, ventre a barca ecc. Non abbiamo potuto avere notizie sufficienti a decidere se si trattò di forma tossica, o di un episodio intracranico Kochiano. La sindrome meningea si attenuò rapidamente; ma da quel momento l'aggravamento del paziente procedette rapidamente. Si accese la febbre, che in passato si presentava raramente; si iniziò una espettorazione copiosa, nummolare, con accessi di tosse a tipo convulso, durante i quali la cianosi del volto si faceva più intensa.

Comparvero i sudori profusi, colliquativi e dei dolori di ventre, periombellicali e del quadrante inferiore destro, con qualche diarrea.

La palpitazione di cuore, che prima era molesta soltanto durante gli accessi di tosse convulsiva, nell'ultimo periodo si fece costante e talora decisamente soffocativa pel sommarsi del violento cardio-palmo coll'accesso di tosse.

Stato presente del 21 febbraio 1913.

Ragazzo emaciato, sofferente, a decubito semi-eretto; temperatura 36°,5, polso a 106 battute, piccolo, irregolare, vuoto; 36 respirazioni, affannose, interrotte da frequenti scosse di tosse, con espettorazione muco-purulenta, distintamente nummolare. Lo scheletro è irregolare, con note rachitiche evidenti specialmente al *torace* (sterno carenato, inserzioni condro-sternali grosse e rilevate, dissimetria) ed al *cranio*, con macrocefalia, accentuazione delle bozze frontali e parietali. Pannicolo adiposo del tutto scomparso, pelle arida, anelastica, sollevabile in ampie e persistenti pieghe.

Tensione arteriosa col Riva Rocci, manicotto stretto, 95 mm. a sinistra, 90 a destra.

Al *capo*, a prescindere dalle note rachitiche, non c'è da rilevare che l'accensione dei pomelli ed una leggera anisocoria, colla pupilla destra più larga e più torpida della sinistra. Intelligenza vivace, morale depresso e rassegnato. Stato dispeptico con anoressia; incisivi seghettati; faringe leggermente arrossato.

Collo sottile, stemocleidi mastoidei ridotti a due esili cordoni, cucullari pure assai atrofici, marcata micropoliadenia sottomascellare, sopraclavicolare ed alla nuca.

Torace scarno, dissimetrico, deforme, con escursioni costali oscure ed oblique.

L'esame dell'apparato respiratorio dimostra i reliquati di una pleurite bilaterale, con aderenze estese, lembi polmonari fissati negli spazî complementari; bronco-alveolite bilaterale, con fatti cavitari in corrispondenza dell'apice destro.

Precordio sensibilmente rilevato; dolori precordiali puntorî, oppressione, violenti accessi di cardiopalmo.

La punta batte nel 6° spazio sinistro sulla mammillare; itto della punta valido ed anche più valido l'itto del cuore. *Un fremito sistolico trasversale*, da destra a sinistra, si apprezza a livello del secondo spazio intercostale.

Aia cardiaca notevolmente ingrandita, specialmente in senso trasversale, con *figura lineare del cuore* conico-allargata. Diametro obliquo, colla percussione palpatoria, cent. 13; diametro trasversale cent. 11 $^1/_2$; estremo destro del diametro trasversale oltre la parasternale; *mobilità del cuore*, nei decubiti laterali, fisiologica.

L'*ascoltazione* rileva un *intenso* ed *aspro rumore sistolico* così intenso che a tutta prima sembra localizzabile su tutti i focolai di ascoltazione.

Però, procedendo con ordine e ricercando le linee di diffusione, si riesce a dimostrare in modo chiaro e preciso, che il massimo di intensità del rumore è sullo sterno, a livello del secondo spazio intercostale. Da codesto punto, procedendo verso i focolai della mitrale e della tricuspide, se ne apprezza la graduale diminuzione di intensità.

Verso il focolaio dell'aorta, invece, il rumore mantiene la sua intensità ed i suoi caratteri acustici e si propaga in alto ed a destra del manubrio dello sterno, conservandosi nettamente sulle carotidi, succlavie ecc.

Invece, sul focolaio della polmonare il rumore si differenzia un poco, è acusticamente più alto, un po' meno aspro, e si accompagna nettamente lungo una linea che interseca diagonalmente la fossa sottoclaveare sinistra dirigendosi verso il punto di mezzo della clavicola sinistra.

Addome tumido, meteoritico; fegato modicamente ipermegalico, con bordo tondeggiante, molliccio; milza palpabile.

Dolori addominali, qualche scarica diarroica, dolente la palpazione nella fossa illeo-cecale.

Alle *estremità* è a notarsi la manifesta cianosi, la sensazione soggettiva ed oggettiva di freddo, la forma nettamente clavata delle dita delle mani.

Negativo l' esame del sistema nervoso.

L' *esame dell' escreato* ha dimostrato in abbondanza *bacilli acido-resistenti* e *fibre elastiche.*

L' *esame delle feci* dimostrò la presenza di qualche uovo di ascaridi e di sangue.

L' *esame delle orine* nulla di anormale fece rilevare.

L' *esame del sangue* dimostrò una spiccata iperglobulia.

Il caso è stato oggetto di un meticoloso controllo e di una esauriente discussione, fatta con concorso dei miei valorosi assistenti e collaboratori i dottori Torchio, Micheli, Fano, Greco, Silvestrini, Grientini e Pagani, concludendo, nonostante un autorevolissimo e contrario giudizio, colla seguente diagnosi:

Vizio congenitale del cuore. Stenosi della polmonare e concomitante pervietà del setto interventricolare. Ipertrofia e dilatazione di alto grado del ventricolo destro. Cianosi. Tubercolosi polmonare bilaterale in 3° stadio.

Il paziente si aggravò rapidamente e soccombette, dopo appena nove giorni di degenza, il 1 marzo u. s.

Ed ecco qui sotto riportata dalla cedola prestataci cortesemente dal prosettore prof. Zenoni, la diagnosi anatomica da lui dettata:

Esiti di endocardite fetale, condizionante stenosi polmonare sotto-valvolare, pervietà e difetto della parte membranacea del setto interventricolare; ipertrofia di alto grado e dilatazione del ventricolo destro del cuore. Tisi polmonare. Enterite tubercolare. Tumore sub-acuto infettivo di milza. Tumefazione torbida dei reni e del fegato. Iperplasia ghiandolare mesenterica.

La conferma del tavolo anatomico non poteva essere più completa, più confortante.

Non ripeterò qui quanto ho scritto nella citata mia memoria circa un *sintoma chiaro e preciso per la diagnosi clinica di pervietà del setto interventricolare.* Prego però il cortese lettore, dopo preso atto della storia clinica, della diagnosi clinica e della conferma anatomo-patologica, di voler rileggere

quei brani del citato mio lavoro che ho riportato come introduzione del presente.

Dalla lettura di quei brani i colleghi che hanno qualche competenza in materia di cardiopatie congenitali ed acquisite e di interpretazioni idrodinamiche ed acustiche dei fremiti e dei rumori cardio-vascolari sentiranno emergere, non soltanto la legittimità, ma la necessità di ammettere: 1. Che *quel fremito e specialmente quel rumore aspro, sistolico, trasversale, da sinistra a destra ed in alto a destra del manubrio dello sterno fino sui vasi arteriosi del collo, si generi a livello del canaletto interventricolare a traverso la parte alta del setto in forza del sistema di fili-vortici fluidi ivi formantesi;* 2. *Che codesto rumore, nella precisione della sua sede, direzione, propagazione, dei suoi caratteri acustici e del suo sincronismo colla sistole cardiaca, sia patognoneonico di pervietà del setto interventricolare;* 3. *Che codesti caratteri del rumore* e subordinatamente quelli del fremito trasversale, *uniti ai rilievi fisici della percussione del cuore, fanno ammettere una ipertrofia e dilatazione di alto grado del cuore destro, ipertrofia e dilatazione che rappresentano il risultato del sopralavoro del ventricolo destro a superare la stenosi della polmonare e ad avviare una corrente fluida al ventricolo sinistro ed all'aorta attraverso il foro interventricolare;* 4. *Che il supposto rumore di stenosi aortica non è che la propagazione di quello sopra analizzato, mentre nessun sintoma della complessa storia clinica soprariferita avrebbe autorizzato la diagnosi di stenosi aortica.*

SUR LES SURFACES PANALGÉBRIQUES DE M. GINO LORIA

par M. EMILE TURRIÈRE, à Montpellier

(*Adunanza del 26 marzo 1914*)

A la suite des remarquables travaux de CHASLES et de FOURET sur les caractéristiques des systèmes de courbes planes et de CLEBSCH-LINDEMANN sur les connexes algébriques, le prof. GINO LORIA fut amené à l'étude tout particulièrement intéressante d'une espèce spéciale de courbes planes non-algébriques: *les courbes panalgébriques*. Ce sont, par définition, celles des courbes transcendantes qui sont intégrales d'une équation différentielle du premier ordre, supposée rationnelle par rapport aux deux coordonnées ponctuelles x et y et à la dérivée dy/dx (1).

Plus récemment, le prof. GINO LORIA vient d'aborder l'étude des surfaces *panalgébriques* (2). Dans ce travail, qui est certainement le premier de la géométrie des surfaces transcendantes particulières étudiées du point de vue d'une classification générale, le savant géomètre donne le nom de surface panalgébrique à toute surface transcendante intégrale commune de deux équations aux dérivées partielles du premier ordre, rationnelles par rapport aux trois coordonnées ponctuelles

---

(1) GINO LORIA, Le curve panalgebriche. (Sitzungsber. der k. böhm. Ges. der Wissenschaften, Prag, 1901; Le matematiche pure ed applicate, t. 2, 1902; Spezielle algebraische und transzendente Kurven, 2 Aufl., B, 2, 1911, SS. 1-11

(2) GINO LORIA, Sopra un'estesa categoria di superficie trascendenti (le superficie panalgebriche). Rendiconti del R. Ist. Lomb. di sc. e lett., Serie 2, Vol. XLIV, 1911.

x, y, z et aux deux dérivées partielles de la cote z:

$$p = \frac{\delta z}{\delta x},$$

$$q = \frac{\delta z}{\delta y}.$$

Je me propose d'apporter de légères contributions à ce travail si intéressant du prof. GINO LORIA, en étudiant d'une part les congruences de normales des surfaces panalgébriques et d'autre part les lignes d'ombre de celles de ces surfaces qui sont de révolution.

Les congruences de normales des surfaces panalgébriques.

Soit une surface panalgébrique (S); elle est, par définition, intégrale commune de deux équations rationnelles, aux dérivées partielles du premier ordre et, par conséquent, d'une infinité d'équations de cette nature obtenues par combinaisons des deux premières. Parmi toutes ces équations aux dérivées partielles du premier ordre admettant la surface (S) pour intégrale, il en est une qui est particuliérement remarquable. Posons, en effet,

$$p = -p_1 \quad , \quad q = -p_2 ,$$

$$y + qz = -p_4 \quad , \quad x + pz = +p_5 ,$$

et éliminons les cinq variables x, y, z, p, q entre les quatre équations précédentes et les deux équations aux dérivées partielles du premier ordre qui définissent la surface panalgébrique (S), c'est-à-dire entre six équations. Le résultant, rendu homogène par l'introduction d'une nouvelle variable p_3, s'écrira

$$C(p_1 , p_2 , p_3 , p_4 , p_5) = 0 .$$

En considérant alors une sixième variable p_6, définie par l'identité

$$p_1 p_4 + p_2 p_5 + p_3 p_6 \equiv 0 ,$$

on observe que les six variable p_1, p_2, p_3, p_4, p_5, p_6 ne sont autres que les six coördonnées plückériennes de la normale à la surface considérée (S) en le point de coordonnées (x, y, z). L'équation $C = 0$ représente donc un certain complexe de droites; le premier membre de cette équation est certainement

une fonction algébrique des six coordonnées p_i, conformément aux propriétés fondamentales de la théorie de l'élimination. Nous obtenons ainsi le théorème suivant:

La congruence des normales d'une surface panalgébrique appartient toujours à un complexe algébrique de droites.

Ce même théorème peut être établi par une analyse différente, qui se rattache à des recherches que j'ai eu l'occasion de faire antérieurement sur le *problème de Transon* (1). Effectuons, en effet, une transformation de contact consistant dans le passage à un système tangentiel de coordonnées u, v, ϖ: u et v sont deux paramètres repérant la direction de la normale en un point quelconque d'une surface générale; quant à ϖ c'est la distance algébrique d'un pôle fixe au plan tangent correspondant de cette surface. J'ai utilisé divers systèmes simples de cette nature; mais actuellement il est inutile de supposer particularisé le système considéré de représentation tangentielle de la surface. Dans ces conditions, toute équation aux dérivées partielles du premier ordre, en coordonnées ponctuelles, se transforme *généralement* en une équation de même nature, en coordonnées tangentielles. Si l'on suppose en outre que les coefficients directeurs de la normale sont des fonctions algébriques des deux paramètres u et v, comme c'est le cas dans les représentations les plus simples que j'ai eu l'occasion d'utiliser, l'algébricité de l'équation aux dérivées partielles n'est point altérée. La surface panalgébrique générale satisfait donc à un système de deux équations rationnelles aux dérivées partielles du premier ordre dans ce système tangentiel de représentation ; ces équations seront de la forme générale suivante :

$$\left\{ \begin{array}{l} \varepsilon_1\left(u, v, \varpi, \dfrac{\partial \varpi}{\partial u}, \dfrac{\partial \varpi}{\partial v}\right) = 0 , \\ \varepsilon_2\left(u, v, \varpi, \dfrac{\partial \varpi}{\partial u}, \dfrac{\partial \varpi}{\partial v}\right) = 0 , \end{array} \right.$$

leurs premiers membres étant des fonctions algébriques des cinq quantités $u, v, \varpi, \dfrac{\partial \varpi}{\partial u}, \dfrac{\partial \varpi}{\partial v}$ qui y figurent. Si maintenant, entre ces deux équations $\varepsilon_1 = 0$ et $\varepsilon_2 = 0$, on élimine la fon-

(1) Sur les congruences de normales qui appartiennent à un complexe donné. (Annales de la Faculté des sciences de l'Université de Toulouse, 3e Série, t. II, 1910, pp. 143-223).

ction ω, on obtient un certain résultant:

$$F\left(u,\ v,\ \frac{\delta\omega}{\delta u},\frac{\delta\omega}{\delta v}\right)=0\ .$$

C'est là une nouvelle équation aux dérivées partielles du premier ordre, algébrique par rapport aux quatre quantités qui figurent dans son premier membre. Cette équation est l'une de celles, en nombre infini, qui admettent la surface panalgébrique pour intégrale particulière. Il est manifeste d'autre part que cette même équation aux dérivées partielles $F=0$ admet pour transformation infinitésimale, la dilatation infinitésimale: la fonction ω ne figure pas explicitement, en effet, dans cette équation. D'aprés un théorème de *Sophus Lie*, cette équation $F=0$ est donc une de celles qui résolvent le problème des normales: c'est-à-dire une équation dont l'intégrale générale est la surface la plus générale dont la congruence des normales appartient à un certain complexe de droites. Il résulte d'autre part des considérations que j'ai développées dans le Mémoire mentionné plus haut, que ce complexe de droites est algébrique ou transcendant en même temps que l'équation $F=0$. On retrouve donc, par cette voie, le théorème énoncé plus haut.

Généralement donc une surface panalgébrique est trajectoire orthogonale d'une congruence de droites appartenant à un certain complexe algébrique de droites. Ce complexe algébrique de droites est unique, en général.

S'il existe deux complexes algébriques distincts ainsi associables à une même surface panalgébrique, deux des équations rationnelles, aux dérivées partielles du premier ordre, admettant la surface panalgébrique pour intégrale particulière devront admettre la dilatation pour transformation infinitésimale: la fonction ω ne devra pas figurer sous forme explicite dans ces deux équations ni, par suite, dans aucune de celles, en nombre infini, qui en résultent. Toutes ces équations aux dérivées partielles du premier ordre devront donc admettre la dilatation infinitésimale pour transformation infinitésimale. En d'autres termes:

Si une surface panalgébrique est associable, sous le point de vue envisagé, à plus d'un complexe algébrique de droites, sa congruence de normales appartient à une infinité de complexes algébriques.

Cette congruence de normales sera donc, dans ce cas, *une congruence algébrique* et diverses surfaces que la théorie

générale des congruences de droites permet de lui rattacher seront des surfaces algébriques. Les deux nappes de la surface focale, c'est-à-dire les deux nappes de la développée de la surface panalgébrique, la surface centrale, la surface moyenne .... seront, en particulier, des surfaces algébriques.

Cette dernière circonstance se présente d'ailleurs assez fréquemment dans les applications. Les surfaces panalgébriques de révolution dont la méridienne est la développante d'une courbe algébrique sont de cette espéce; on aperçoit immédiatement, en effet, deux complexes algébriques auquel appartient la congruence des normales d'une telle surface: le complexe linéaire spécial des droites rencontrant l'axe de révolution et le complexe, spécial lui aussi, des droites qui touchent la surface algébrique qui est la dèveloppée proprement dite de la surface panalgébrique considérée.

Un autre exemple trés intéressant est celui des surfaces de Liouville dont la développée se compose de deux quadriques homofocales. Ces surfaces de Liouville sont transcendantes; les congruences de leurs normales sont cependant algébriques puisqu'elles sont formées par les tangentes communes á deux quadriques.

Les lignes d'ombre des surfaces panalgébriques de révolution.

Au § 10 de son Mémoire, le prof. GINO LORIA démontre que toute surface panalgébrique de révolution a pour méridienne une courbe panalgébrique.

Au § 2, d'autre part, il établit que toute ligne d'ombre d'une surface panalgébrique non développable est toujours située sur une surface algébrique. Je vais m'occuper des lignes d'ombre des surfaces panalgébriques de révolution, dans le cas de systèmes de rayons lumineux parallèles.

Soit (c) la courbe panalgébrique, méridienne d'une surface panalgébrique (S); l'axe de révolution étant celui des cotes z, les équations de la méridienne (c) seront:

$$y=0; \; f(x, z)=0;$$

celle de la surface (S) sera:

$$S \equiv f(r, z)=0,$$

r désignant la distance d'un point de l'espace à l'axe de révolution Oz. Les rayons lumineux, supposés parallèles entre eux, seront définis par des coefficients directeurs de leur di-

rection commune. Sans diminuer aucunement la généralité de la question, on peut toujours supposer que ces rayons lumineux sont parallèles au plan Oxz; on peut donc prendre pour coefficients directeurs les nombres a, o, γ; il sera avantageux pour simplifier l'écriture de poser $\gamma = K . a$, en excluant ainsi les rayons parallèles à l'axe de révolution dont la considération est sans intérêt, puisqu'ils déterminent des lignes d'ombre qui sont des cercles parallèles particuliers.

Dans ces conditions, on a :

$$\frac{\delta S}{\delta x} = \frac{x}{r} \frac{\delta S}{\delta r} = \cos \theta . \frac{\delta f}{\delta r} , \quad \frac{\delta S}{\delta z} = \frac{\delta f}{\delta z} ;$$

le contour apparent, sur la surface (S) est donc défini par les équations suivantes :

$$S \equiv f(r , z) = 0 , \qquad \cos \theta \frac{\delta f}{\delta r} + K \frac{\delta f}{\delta z} = 0 .$$

Par définition même de la panalgébricité de la courbe méridienne (c), nous supposons que la fonction $f(x , z)$ des deux variables x et z satisfait à une équation rationnelle aux dérivées partielles du premier ordre, par rapport auxquelles elle est homogène :

$$E \left(x , z, - \frac{\delta f}{\delta z} : \frac{\delta f}{\delta x}\right) = 0 ;$$

il résulte donc de ce qui précède que la ligne d'ombre est située sur une surface d'équation en coordonnées cylindriques :

$$E \left(x , z, \frac{\cos \theta}{K}\right) = 0 ;$$

cette surface est algébrique. On saura former immédiatement son équation dès que l'on connaîtra l'équation différentielle du premier ordre, rationnelle par rapport aux variables x, z et à la dérivée dx/dz, dont (c) est intégrale. Il suffira de substituer à cette dérivée l'expression $\dfrac{\cos \theta}{K}$.

Pour avoir la projection orthogonale, sur le plan Oxy, de la ligne d'ombre de la surface panalgébrique (S), il suffira d'éliminer la cote z entre les deux équations de la surface (S) et de la surface algébrique précédemment déterminée. Cette élimination conduira, dans le cas général, à une courbe tran-

scendante et panalgébrique elle aussi. Ce n'est que dans un cas particulier, digne d'une étude plus approfondie, que cette projection orthogonale sera algébrique.

Pour que la projection orthogonale de la ligne d'ombre sur le plan Oxy soit algébrique, il faut que la surface algébrique, évidemment unique si la ligne d'ombre de l'espace est transcendante, se réduise à un cylindre parallèle à l'axe Oz. Cette circonstance se présentera dans le cas où la cote z ne figurera point dans l'équation de cette surface, et dans ce cas seulement. En d'autres termes, l'équation différentielle rationnelle du premier ordre qui définit la courbe panalgébrique (c) ne doit pas contenir la variable z.

Le théorème obtenu est ainsi le suivant:

Pour tout éclairement par un faisceau de rayons lumineux parallèles, les projections, sur un plan perpendiculaire à l'axe de révolution, des lignes d'ombre transcendantes d'une surface panalgébrique de révolution sont des courbes algébriques si l'équation différentielle rationnelle du premier ordre, dont la méridienne panalgébrique est intégrale, admet pour transformation infinitésimale la translation arbitraire parallèle à l'axe de révolution.

Un assez grand nombre de courbes panalgébriques spéciales étant définies par des équations de cette nature, c'est-à-dire par des équations différentielles du premier ordre, rationnelles, admettant pour transformation infinitésimale la translation parallèle à une certaine direction, il y a lieu de mentionner divers exemples intéressants.

C'est ainsi, en premier lieu, que la courbe logistique d'équation

$$x = e^{mz} ,$$

intégrale de l'équation différentiélle

$$dx/dz = m\,x ,$$

est la méridienne d'une surface panalgébrique de révolution remarquable dont les lignes d'ombre se projettent orthogonalement sur Oxy suivant des cercles:

$$m\,\mathrm{K}.\,r = \cos\theta .$$

Les courbes, connexes à la courbe logistique, représentées par l'équation

$$x = \mathrm{A}\,e^{mz} + \mathrm{B}\,e^{-mz} ,$$

où A, B, m sont trois constantes réelles quelconques nous donneront un second exemple intéressant. Elles contiennent d'ailleurs comme cas particulier celui de la chaînette ordinaire. Elles satisfont à l'équation différentielle :

$$m^2 x^2 - \left(\frac{dx}{dz}\right)^2 = 4\,A\,B\,m^2 .$$

Les surfaces de révolution correspondantes ont été mentionnées par le prof. A. BUHL, dans ses très intéressantes études *Sur les surfaces dont les lignes asymptotiques se déterminent par des quadratures* insérées aux tomes VIII et IX de la quatrième série des *Nouvelles annales de mathématiques* (Octobre 1908 et Août 1909). Aux pp. 350/351 du t. IX, M. A. BUHL a démontré que ces surfaces héliçoidales ont pour asymptotiques des courbes qui se projettent sur le plan $0xy$ suivant les *Summenspiralen* ou les *Differenzenspiralen de* DITTRICH.

Les lignes d'ombre de ces surfaces se projettent suivant des quartiques représentées par l'équation

$$r^2 = 4\,A\,B + \frac{\cos^2\theta}{K^2 m^2} ,$$

c'est-à-dire suivant des *courbes inverses centrales de coniques.*

Les résultats précédents sont susceptibles d'être généralisés par voie complexe, en attribuant aux trois constantes A, B, m des valeurs imaginaires convenablement choisies. La constante m étant une quantité imaginaire pure, $m = i\mu$, les constantes A et B devront être égales et réelles, ou bien symétriques et imaginaires pures. Dans l'un ou l'autre cas, la courbe méridienne sera une sinusoïde, ou une courbe affine.

Soit, par exemple,

$$x = C.\ \sin\,(\mu z) ,$$

l'équation de cette courbe affine à la sinusoïde. Les lignes d'ombre de la surface correspondante se projettent sur le plan $0xy$ suivant les quartiques bicirculaires, inverses centrales de coniques, représentées par l'équation :

$$r^2 = C^2 - \frac{\cos^2\theta}{K^2 \mu^2} ;$$

le cas où les constantes C, K et μ satisfont à la relation

$CK\mu = \pm I$, est particulièrement intéressant. Alors, en effet, les quartiques précédentes dégénèrent en deux cercles d'équations:

$$r = \pm C \sin \theta$$

Ce théorème doit être rapproché d'un résultat déjà signalé (1). Lorsque la courbe méridienne est une sinusoïde tournant autour d'une parallèle à sa ligne des points d'inflexion, la surface panalgébrique de révolution est celle d'équation:

$$S \equiv r - a - \sin z = 0;$$

les projections de ses lignes d'ombre, sur le plan $0xy$, dans le cas de rayons lumineux inclinés à 45° sur l'axe de révolution (c'est-à-dire pour $K = I$) sont deux *limaçons symétriques de Pascal* $r = a \pm \sin \theta$. Ces limaçons dégénèrent en deux circonférences, lorsque l'axe de révolution coïncide avec la ligne des points d'inflexion de la sinusoïde (c'est-à-dire pour $a = 0$).

Un nouvel exemple curieux est fourni par la cycloïde. Soit l'équation différentielle,

$$\frac{dx}{dz} = \sqrt{\frac{2a - x}{x}},$$

à laquelle satisfait une méridienne de cette nature; la projection orthogonale de la ligne d'ombre de la surface correspondante est alors une courbe algébrique représentée par l'équation :

$$r = \frac{2a}{1 + \frac{\cos^2 \theta}{K^2}}.$$

On observera, avec M. Rodolphe Guimaraes (2) que les courbes représentées par cette équation sont des transformées, aprés développement sur un plan, de sections planes d'un cône de révolution. Ces mêmes courbes rentrent comme cas particulier, dans une famille algébrico-interscendante de courbes nommées *courbes à m saillies* par Ch. Laboulaye (3).

---

(1) L'Intermédiaire des mathématiciens. (Question N. 243, 1902, p. 227 et 1903, p. 32).

(2) Sur une formule de géométrie, Association française pour l'avancement des sciences. Congrès de Besançon, 1893, p. 83).

(3) Traité de cinématique théorique et pratique ou théorie des mécanisme, 3ᵉ édition, Paris, 1878, p. 150; G. Loria, Spezielle ebene Kurven, II éd., T. I, 1910, p. 423).

Les courbes trajectoires orthogonales des cycloïdes précédentes, c'est-à-dire les courbes intégrales de l'équation différentielle

$$\frac{dz}{dx} = -\sqrt{\frac{2a-x}{x}},$$

sont les mèridiennes de surfaces panalgébriques de révolution, dont les lignes d'ombre se projettent orthogonalenement sur le plan Oxy suivant les courbes algébriques d équation polaire :

$$\frac{2a}{r} = 1 + \frac{K^2}{\cos^2 \theta}$$

Des courbes précédentes, il convient de rapprocher les suivantes:

$$\frac{c^2}{r^2} = 1 + \frac{K^2}{\cos^2 \theta};$$

l'analogie des équations est frappante et donne l'idée d'une construction particulièrement simple permettant de déduire l'une de ces familles de courbes algébriques de l'autre. Ces dernières courbes sont celles que l'on obtient dans le cas d'une surface panalgébrique de révolution dont la méridienne serait la tractrice d'HUYGENS.

Comme autres exemples, je pourrais mentionner ceux des surfaces panalgébriques de révolution, dont les méridiennes sont les courbes de DELAUNAY, la courbe de moindre résistance de NEWTON, la courbe élastique plane. Dans le cas de la courbe élastique, par exemple, les projections des lignes d'ombre sont des sextiques d'équation :

$$(r^2 + c)^2 + (r^2 + c)\,\frac{\cos^2 \theta}{K^2} - a^2 = 0;$$

plus particulièrement, lorsque l'élastique est celle que considéra primitivement Jacques BERNOULLI, c'est-à-dire celle des courbes élastiques qui est aussi une courbe de RIBAUCOUR spéciale, la sextique dégénère en une quartique relativement simple, dont l'équation est :

$$(x^2 + y^2)^2 = a^2 - \frac{x^2}{K^2}.$$

ALCUNE OSSERVAZIONI GIURIDICHE

SULL'EPITAFFIO DI ALLIA POTESTAS

Nota del dottor Guglielmo Castelli

(Adunanza del 9 aprile 1914)

L'epitaffio di Allia Potestas, rinvenuto due anni or sono nel sottosuolo di Roma e pubblicato per la prima volta dal Mancini (1), fu largamente commentato da filologi (2) e da romanisti (3). In questo lavoro io mi propongo di studiare l'iscrizione da un punto di vista esclusivamente giuridico ed etico-sociale, perchè mi sembra che sotto questo rispetto ci sia ancora qualche cosa da spigolare.

Comincio a riprodurre l'epigrafe, secondo la fotografia datane dal Lenchantin de Gubernatis.

Dis Manib(us)
Alliae A(uli) l(ibertae) Potestatis

Hic Perusina sita est, qua non pretiosior ulla
Femina; de multis vix una aut altera visa.
Sedula, seriola parva tam magna teneris.
Crudelis fati rector duraque Persiphone,
5 Quid bona diripitis exuperantque mala?
Quaeritur a cunctis, iam respondere fatigor:
Dant lachrimas, animi signa benigna sui.
Fortis, sancta, tenax, insons, fidissima custos,
Munda domi, sat munda foras, notissima volgo,

---

(1) *Notizie degli scavi di antichità*, 1912, fasc. V, p. 156 e segg.

(2) Lenchantin de Gubernatis, *Rivista di filologia* XLI, fasc. III, p. 385-400; *Bollettino di filologia classica*, XX, n. 5; Pascal, *Atene e Roma*, XVI, n. 177-178, p. 257-272.

(3) Costa, *Rendiconto delle sessioni della R. Accademia delle scienze dell' Istituto di Bologna* (Classe di scienze morali), 20 gennaio 1913; Brugi, *Reale Istituto Veneto*, 1912-1913, tomo LXXII, parte II, 30 marzo 1913.

10 Sola erat ut posset factis occurrere cunctis.
Exiguo sermone inreprehensa manebat.
Prima toro delapsa fuit, eadem ultima lecto
Se tulit ad quietem, positis ex ordine rebus,
Lana cui e manibus nuncquam sine caussa recessit.
15 Opsequioque prior nulla moresque salubres,
Haec sibi non placuit, numquam sibi libera visa.
Candida, luminibus pulchris, aurata capillis,
Et nitor in facie permansit eburneus illae,
Qualem mortalem nullam habuisse ferunt;
20 Pectore et in niveo brevis illi forma papillae.
Quid crura? Atalantes. Status illi comicus ipse.
Anxia non mansit, sed corpore pulchra benigno,
Levia membra tulit; pilus illi quaesitus ubique.
Quod manibus duris fuerit (culpabere forsan),
25 Nil illi placuit, nisi quod per se sibi fecerat ipsa.
Nosse fuit nullum studium, sibi se satis esse putabat;
Mansit et infamis, quia nil admiserat umquam.
Haec duo, dum vixit, iuvenes ita rexit amantes,
Exemplo ut fierent similes Pyladisque et Orestae;
30 Una domus capiebat eos unusque et spiritus illis;
Post hanc nunc idem diversi sibi quisq(ue) senescunt;
Femina quod struxit talis nunc puncta lacessunt.
Aspicite ad Troiam quid femina fecerit olim;
Sit, precor, hoc iustum exemplis in parvo grandibus uti.
35 Hos tibi dat versus lachrimans sine fine patronus
Muneris amissae, cui nuncquam es pectore adempta,
Quae putat amissis munera grata dari,
Nulla cui post te femina visa proba est.
Qui sine te vivit, cernit sua funera vivos.
40 Auro tuum nomen fert ille refertque lacerto
Qua retinere potest auro conlata potestas.
Quantumcumq(ue) tamen praeconia nostra valebunt,
Versiculis vives quandiucumque meis.
Effigiem pro te teneo, solacia nostri,
45 Quam colimus sancte, sertaque multa datur,
Cumque atte veniam, mecum comitata sequetur.
Sed tamen infelix cui tam sollemnia mandem,
Si tamen extiterit cui tantum credere possim.
Hoc unum, felix, amissa te, mihi forsan ero.
Ei mihi! vicisti, sors mea facta tua est.
Laedere qui hoc poterit, ausus quoque laedere divos
Haec titulo insignis, credite, numen habet.

La prima questione che noi dobbiamo affrontare, riguarda il rapporto intercedente fra Allia e il patrono epigrafista.

Allia, secondo il Mancini, sarebbe la moglie, secondo il Costa e il Lenchantin de Gubernatis, la concubina del suo patrono: il Brugi non ardisce « giudicare se abbia ragione il dott. Mancini o il Costa nel modo di considerare Allia », in ogni caso, egli scrive, « Allia fu la buona e bella donna, che, secondo le nostre idee, offre un modello di moglie ». Profondamente diversa è l'opinione del Pascal, che vede nella nostra iscrizione una sfacciata dichiarazione di poliandria.

Certo, una prima lettura dell'epigrafe lascia l'impressione che si tratti di matrimonio o di concubinato: dico di *matrimonio o di concubinato,* perchè, come è noto, nell'epoca imperiale il concubinato, e specialmente il concubinato con la propria liberta, pur essendo un mero rapporto di fatto, assurge quasi alla dignità di un matrimonio morganatico (1). I versi pieni di angoscia, che Aulo Allio dedica alla sua liberta, ben s'addicono a un marito, che pianga la compagna caramente diletta della sua esistenza: le virtù che egli esalta, in lei sopra tutto l'attività e la devota obbedienza, sono le virtù tipiche della moglie romana (2). C'è però nel documento una nota stonata, che richiama subito la nostra attenzione. La descrizione minuta delle bellezze, anche recondite, di Allia, certi particolari sulla sua *toilette* intima sono disgustosi e inverosimili in bocca a un marito, perchè di fronte alla santità delle tombe l'amore dei sensi suole cedere il posto a un affetto più alto e più puro. Si insinua così nella nostra mente il sospetto che non si tratti di matrimonio o di concubinato, ma di una unione prevalentemente voluttuaria: sospetto, che una retta interpretazione dei versi 28-34 tramuta in certezza.

Haec duo, dum vixit, iuvenes ita rexit amantes,
Exemplo ut fierent similes Pyladisque et Orestae;
Una domus capiebat eos unusque et spiritus illis;
Post hanc nunc idem diversi sibi quisq(ue) senescunt;
Femina quod struxit talis nunc puncta lacessunt.
Aspicite ad Troiam quid femina fecerit olim;
Sit, precor, hoc iustum exemplis in parvo grandibus uti.

(1) Per la storia del concubinato nel diritto romano vedi sopra tutto MEYER, *Der römische Konkubinat*; COSTA, *Il concubinato in Roma*. Bull. dell' Ist. di diritto romano. Vol. XI (1898).

(2) A questo proposito cfr. l'ottimo lavoro del DE MARCHI, *Le virtù della donna nelle iscrizioni sepolcrali latine*. Rendiconti del R. Ist. Lombardo, Serie II, vol. XLII, p. 771-786.

Il Mancini traduce, o per meglio dire, parafrasa questi versi così: « Finchè visse, amò: e fu riamata tanto che questi due innamorati rimasero di esempio ai posteri, come rimasero Pilade e Oreste (!). Una sola casa li accoglieva, come una sola anima li vivificava. E, dopo essere stati felici insieme, divisi or l'una d'altro, ed in siti opposti, invecchiano e deperiscono (!) E tutto ciò che quella donna seppe creare, ora viene distrutto (!) E, se non siete convinti della potenza di una donna, guardate alle vicende di Troia, dato che sia lecito paragonare le cose piccole alle grandi ». Le mende, veramente un po' gravi, di questa parafrasi non furono rilevate dal Costa e dal Brugi, per cui Oreste e Pilade sono... Allia e il patrono. Il Lenchantin de Gubernatis corresse gli errori del Mancini, ma non trasse profitto dal testo per illuminare il vero carattere del rapporto intercedente fra Allia e il patrono, perchè egli credette di scorgere nei *duo iuvenes* i figli della nostra coppia. L'unico che, a parer mio, abbia compreso il significato e lo spirito dei versi in questione è il Pascal: la sua interpretazione è un piccolo capolavoro di buon senso e di buon gusto, così che io gli cedo la parola, anche perchè si tratta di una materia, in cui egli è maestro.

« I due giovani amanti? e chi sono costoro? e come può ammettersi la loro menzione in bocca al patrono, che si dimostra qui innamorato cotto della sua liberta? e che specie di *ménage* a quattro avevano istituito costoro? In verità io poco ci capisco; ma la lapide dice proprio così. Eppure il Mancini, il Costa, il Brugi intendono che qui si abbia la menzione della perfetta unione coniugale. Io confesso candidamente che con la loro interpretazione meno ancora mi ci so raccapezzare. Se io dico di una donna che essa ha due amanti, posso intendere che i due amanti sieno.... la donna ed io? e che dire poi di quel che segue, che, cioè, essi invecchiano l'uno separato dall'altro? I tre critici suddetti interpretano che invecchiano l'una, Allia, agli Elisi, e il patrono quaggiù, sulla terra. Ma, buon Dio! agli Elisi non s'invecchia; e l'iscrizione dice che i due invecchiano *post hanc*, cioè dopo la morte di Allia: Allia è dunque fuori questione! E che dire poi del paragone con Oreste e Pilade? Non ho mai sentito che marito e moglie si chiamassero Oreste e Pilade; e non riesco a raccapezzarmi neppure con l'interpretazione tentata dal Brugi: « l'impeto lirico ci fa dimenticare che forse qui si cade nell'equivoco di credere Oreste una donna ». Equivoco? che bisogno c'è di cadervi? Restituiamo invece ad Oreste il suo sesso, ed ammet-

tiamo che l'iscrizione parli proprio di due giovani amanti di Allia, che Allia sapeva così governare, da farli vivere di pieno accordo, in una sola casa. Chi sono dunque questi due giovani? Io non posso accettare neppure l'interpretazione del Lenchantin che sieno i due figli del patrono e di Allia. Niuno parlando dei figli propri li indicherebbe con la dizione: *i due giovani amanti!* E per indicare l'affetto fra due fratelli a niuno verrebbero in mente Oreste e Pilade, che sono esempi di amicizia, non di amor fraterno. E non si capirebbe che dopo la morte della madre i due figli avessero abbandonato anche il padre e vivessero separati l'uno dall'altro: cosa invece spiegabile quando si tratti di altri rapporti.

E meno ancora si capirebbe il richiamo malizioso ad Elena, che fa poi subito dopo il poeta. Giacchè egli soggiunge: « considerate quello che una volta una femmina fece a Troia: mi sia lecito, prego, valermi di grandi esempi in cosa piccola ». Una femmina a Troia? e per rappresentare una madre che governa e cura i figli suoi bisognerà ricorrere ad Elena? Tutt'altro: quest'esempio si comprende solo se i due *amantes* del v. 28 sono veramente *amanti*: Elena ebbe un marito ed un amante, ma non giunse a metterli d'accordo, ma Allia mise tutti d'accordo.... Secondo dunque l'interpretazione nostra si avrebbe qui, nella nostra iscrizione, una dichiarazione sfacciata di poliandria ».

Il Pascal ha perfettamente ragione, salvo in un punto, non privo di importanza, che vedremo subito. La nostra epigrafe non ci presenta nè un caso di matrimonio nè un caso di concubinato, ma l'esempio più unico che raro di un'unione prevalentemente voluttuaria e di carattere poliandrico. Una simile unione esce dal campo penale, perchè la *lex Julia de adulteriis* esentava le donne di condizione libertina dalle pene dello *stuprum*, così che ad esse era consentita qualsiasi relazione sessuale, anche effimera, fuori del matrimonio e del concubinato. Mi sembra però che il Pascal abbia inutilmente moltiplicato il numero degli amanti di Allia: l'epigrafe ci fornisce elementi sufficienti, non solo per stabilire che si tratta di un *ménage à trois*, ma anche per identificare i *duo iuvenes*.

Noi sappiamo che essi hanno lucrato i risparmi di Allia, giacchè nell'iscrizione si legge che dopo la morte di lei, invecchiano lungi l'uno d'altro, consumando al giuoco quanto una tal donna aveva accumulato. Ora, siccome Allia è morta senza testamento, solo il patrono o i patroni sono eredi legittimi del suo patrimonio. Ci troviamo quindi di fronte alla convivenza

di una liberta coi suoi due patroni: uno di questi è l'epigrafista, l'altro probabilmente un fratello di lui. Allia non può essere che una liberta paterna o una schiava comune manomessa da entrambi (1).

Il rapporto di patronato, che intercede fra i due amanti e la donna, ci permette di spiegare una convivenza, così strana e ripugnante ai nostri sentimenti.

Lo schiavo per gli antichi era una *res*: come essi potevano sfogare su di lui le loro bizze, così nulla impediva loro di servirsene quale stromento di lussuria. Qualche mitigazione, è vero, fu introdotta nell'età imperiale. Antonino Pio punì l'uccisione senza motivo dello schiavo proprio, la tortura e l'impudicizia (2), ma queste disposizioni dovettero incontrare una grande difficoltà di applicazione. La presenza di un gran numero di schiave nei palazzi di signori romani costituiva un gravissimo fomite di corruzione; chi voleva, aveva un *harem* in casa, e non pochi si distinguevano per una galanteria veramente sultanesca. Nè si creda che la manomissione elevasse una barriera insuperabile fra il patrono e la liberta, specialmente quando questa, come era costume, continuava a vivere nella casa del primo, attendendo alle occupazioni di un tempo. Il semplice fatto che una donna, magari giovane e bella, dovesse prestare le *operae* al patrono, cioè accudire alla persona e alle cose di lui, era già, data la morale sessuale degli antichi, una gran tentazione. Tanto è vero, che la liberta, passata a nozze col consenso del patrono, è esentata dalle opere verso di lui e dei suoi discendenti maschi (3) mentre le nozze non liberano il liberto in genere (4) e la liberta nei riguardi della patrona e della discendenza femminile del patrono (5).

---

(1) Questa ipotesi fu affacciata, non so da chi, al Mancini, ma egli vi accenna solo per respingerla.

(2) § 2 I. 1,8; l. 2 D. 1,6; l. 1 § 8 D. 1,12.

(3) l. 48 pr., D. 38,1 HERMOGENIANUS, *libro secundo iuris epitomarum*.

« Sicut patronus, ita etiam patroni filius et nepos et pronepos, qui libertae nuptiis consensit, operarum exactionem amittit: *nam haec, cuius matrimonio consensit, in officio mariti esse debet* ».

(4) l. 13 § 3, D. 38, 1. ULPIANUS, *libro trigensimo octavo ad edictum*.

« Etiam si uxorem habeat libertus, non prohibetur patronus operas exigere ».

(5) l. 48 § 2, D. 38,1.

« Patronae, item filiae et nepti et pronepti patroni, quae libertae nuptiis consensit, operarum exactio non denegatur, *quia his nec ab ea quae nupta est indecore praestantur* ».

Non è poi improbabile che, nella realtà della vita, prestazioni di carattere intimo facessero parte delle *operae libertarum*. Veramente il diritto poneva un limite etico alla prestazione delle opere, e le decisioni dei giureconsulti, a questo proposito, sono inspirate a un alto senso morale, (1) ma tale preoccupazione, a parer mio, è la prova migliore che in pratica le cose andavano in un modo completamente diverso. Del resto il magistrato poteva intervenire solamente nei casi, forse non troppo frequenti, in cui il liberto o la liberta si rifiutavano di cedere alle pretese e alle lusinghe dei patroni.

Questi i deboli ripari che il diritto frapponeva alla galanteria del patrono e questo l'ambiente, in cui visse la nostra Allia, verso la fine del secolo III dopo Cristo.

Ella, una volta manomessa, si trattenne presso i suoi patroni, due scapoli impenitenti, nella duplice qualità di amante e di donna di casa, senza insuperbire della conseguita libertà, anzi compiacendosi di considerarsi tuttavia come una schiava.

vv. 15-16 Opsequioque prior nulla moresque salubres,
Haec sibi non placuit, numquam sibi libera visa.

L'epigrafe ci permette di raffigurarcela come una creatura fatta di umiltà e di devozione, di null'altro sollecita che di piacere ai suoi patroni: in lei Aulo non piange solo la bellissima amante, dai capelli d'oro e dalle forme impeccabili, ma, e sopra tutto, la *house-keeper*, piena di intelligenza e di premure.

---

(1) l. 7 § 3, D. 38,1. ULPIANUS, *libro vicensimo octavo ad Sabinum*.

« Iurare autem debet operas donum munus se praestaturum, *operas qualescumque, quae modo probe iure licito imponuntur* ».

l. 16 pr., D. 38,1. PAULUS, *libro quadragensimo a edictum*.

« Eius artificii, quod post manumissionem didicerit libertus, operas debebit praestare, si haec (hae *S*) sint, *quae quandoque honeste et sine periculo vitae praestantur*, nec semper hae (has *scr.*), quae manumissionis tempore praestari debuerunt. *sed si turpes operas postea exercere coeperit, praestare debebit eas, quas manumissionis tempore praestabat* ».

l. 38 pr., D. 38,1. CALLISTRATUS, *libro tertio edicti monitorii*.

« Hae demum impositae operae intelleguntur, *quae sine turpitudine praestari possunt* et sine periculo vitae. *nec enim si meretrix manumissa fuerit, easdem operas patrono praestare debet, quamvis adhuc corpore quaestum faciat*, nec harenarius manumissus tales operas, quia istae sine periculo vitae praestari non possunt ».

v. 10 Sola erat ut posset factis occurrere cunctis.
v. 11-14 Prima toro delapsa fuit, eadem ultima lecto
Se tulit ad quietem, positis ex ordine rebus,
Lana cui e manibus nuncquam sine caussa recessit.

Si capisce come la sua fine immatura abbia disgiunto per sempre i due patroni, che si erano fino allora divisi le sue cure e le sue grazie!

La nostra interpretazione strappa dal capo di Allia Potestas la ghirlanda di castità e di delicate virtù femminee, che il Costa e il Brugi le avevano intessuto. Me ne dispiace per lei e per loro, ma mi sembra che il valore dell'iscrizione cresca così a mille doppi. Essa nella sua cinica sfrontatezza, getta uno sprazzo di luce vivissima sui sentimenti morali e giuridici della società romana, e specialmente sul lato etico-sociale di quei rapporti di patronato, che ne formano una delle maggiori caratteristiche (1).

Per la storia del diritto romano hanno una certa importanza anche i versi 44-48.

Effigiem pro te teneo, solacia nostri,
Quam colimus sancte, sertaque multa datur,
Cumque atte veniam, mecum comitata sequetur.
Sed tamen infelix cui tam solemnia mandem,
Si tamen extiterit cui tantum credere possim.

« In luogo tuo io tengo, a mio conforto, un'imagine, e la venero religiosamente e le offro molte corone; e quando morrò, essa mi seguirà nella tomba. Ma tuttavia infelice colui, a cui affiderò l'incarico di tali solenni funebri riti, se pur vi sarà cui io possa affidare un tanto ufficio ».

Il Costa e il Brugi scorgono in questi versi un esempio di *mandatum post mortem*, e io credo che i due valenti romanisti abbiano colto nel segno. Meno esatta mi sembra questa osservazione del Brugi: « Se è comune nei testi giuridici romani la figura del legatario con un onere o *modus*, resta quasi nell'ombra quella del mandatario *post mortem*, dell'esecutore testamentario [Es. l. 17 D. 31] » La verità è, che nel diritto

(1) I rapporti di patronato, dal punto di vista etico-sociale, meriterebbero di essere studiati più profondamente. Un buon contributo, a questo proposito, è la memoria del De Marchi, *Rapporti di parentela fra patroni e liberti nei titoli epigrafici*. Rendiconti del R. Istituto Lombardo, Serie II, vol. XLI, 1912, p. 906-914.

romano classico, sebbene non mancassero dei mezzi per assicurare l'adempimento della volontà del defunto (1). non era riconosciuta la validità del *mandatum post mortem*, come ha dimostrato fra noi il Bonfante (2), sulle traccie dello Zimmern (3) e del Dietzel (4).

Il principio classico ci è conservato da Gaio e da Paolo.

Gai, *Institut.* III, 158.

« Item si quid post mortem meam faciendum « mihi » mandetur, inutile mandatum est *quia generaliter placuit ab heredis persona obligationem incipere non posse* ».

l. 108, D. 46, 3. Paulus, *libro secundo manualium.*

« Ei, qui mandatu meo post mortem meam stipulatus est, recte solvitur, quia talis est lex obligationis ideoque etiam invito me recte ei solvitur. ei autem, cui iussi debitorem meum post mortem meam solvere, non recte solvitur, *quia mandatum morte dissolvitur* ».

La validità del *mandatum post mortem* è affermata da tre testi delle Pandette, ma di questi due nelle opere dei giureconsulti non si riferivano al *mandatum post mortem* e il terzo è sicuramente interpolato.

l. 2 7 § 1 D. 17,1. Gaius *libro nono [decimo Kr.] ad edictum provinciale.*

« Si servum ea lege tibi « tradidero » ut eum post mortem meam manumitteres, constitit obligatio: potest autem et in mea quoque persona agendi causa intervenire, veluti si paenitentia acta servum reciperare velim ».

Secondo lo Zimmern si dovrebbe leggere *non constitit obligatio* o sopprimere *post mortem meam:* per conto mio l'interpolazione di questo frammento non è sicura, perchè ivi non si doveva trattare di *mandatum post mortem*, ma di donazione con un onere, come vuole il Bonfante, o di *fiducia post mortem* come vuole il Pernice (5).

l. 12 § 17 D. 17,1. Ulpianus *libro trigensimo primo ad edictum.*

« Idem Marcellus scribit, si, ut post mortem sibi monumentum fierit, quis mandavit, heres eius poterit mandati agere,

(1) L'unico, che si sia occupato di questo argomento, è il Mitteis in una dottissima nota del suo *Privatrecht*, p. 105, n. 30.

(2) *Giurisprudenza italiana*, LIV (1913), p. IV, p. 161-169.

(3) *Archiv für civ. Praxis*, IV, 235.

(4) *Linde's Zeitschrift*, XIII, 434.

(5) Pernice, *Labeo* III, 1 p. 129.

illum vero qui mandatum suscepit, si sua pecunia fecit, puto agere mandati, si non ita ei mandatum est, ut sua pecunia faceret monumentum ».

Fu soppresso il *non*: si deve leggere *heres eius non poterit* ecc., come rivela anche l'antitesi *illum vero*.

l. 13 D. 17, 1. Gaius *libro decimo ad edictum provinciale*.

« Idem est et si mandavi tibi, ut post mortem meam heredibus meis emeres fundum ».

L'alterazione del senso risulta dalla connessione col precedente frammento interpolato.

Una pallida ombra di esecutore testamentario compare nella l. 17 pr. D. 31, citata dal Brugi, ma anche qui è palese la mano dei compilatori.

Marcellus *libro decimo* [*quinto ins. Lenel*] *digestorum*.

« Si quis Titio decem legaverit et rogaverit, ut ea restituat Maevio, Maeviusque fuerit mortuus, Titii commodo cedit, non heredis, nisi dumtaxat ut ministrum Titium elegit ».

La clausola « nisi... elegit » appartiene ai compilatori, come ha dimostrato il Pernice (1).

Per quanto il diritto classico negasse in genere (2) la validità del *mandatum post mortem*, pur tuttavia, nella pratica della vita, questo istituto non doveva essere sconosciuto. È naturale, che chi non si fidava degli eredi e dei legatari, ovvero non voleva servirsi di loro per raggiungere qualche scopo dopo la sua morte, ricorresse a un amico di specchiata probità, che non si sarebbe sottratto con un cavillo giuridico all'obbligo assunto. Questo già si desume dalla l. 12 § 17, D. 17,1, perchè Marcello non poteva ragionare su di una specie scolastica, ed è poi confermato dalle fonti epigrafiche, che sono l'eco più schietta e verace della vita vissuta. Al mandato delle funebri cerimonie, di cui fa menzione l'epitafio di Allia Potestas, sarà bene avvicinare un altro esempio di *mandatum post mortem*, offertoci pure da un'iscrizione.

C. I. L. III, 371.

Resta viator et lege Fl Marcus protector
natus in Dacia provincia in vico Valentiniano
militavit in vexillatione Fesianesa annis XXIII

(1) PERNICE, *op. cit.*, III, 1, p. 296.

(2) Una figura di *mandatum post mortem* fu riconosciuta, in via eccezionale, dall'editto del pretore, per le dispozioni relative ai propri funerali. Cfr. l. 14 § 4, D. II, 7 su cui vedi BONFANTE, *op. cit.*, p. 168.

unde factus protector idequi militavit in
scola protectorum annis quinque qui petivit sibi
memoriam fieri de proprio visum quique mandavit
Mariane coniugi suae et Thalarioni puerum su'm qu
et liberum dimisit et presentibus collegibus
suis idest Perulam et Frontinum Superianum
Maxentium et Ursinum astantibus quibus su
pra mandavit diligentia fieri
Havete transitores Balete trasitores

Il *mandatum post mortem* rimase senza sanzione giuridica finchè i principii classici della successione romana resistettero all'opera dissolvitrice delle consuetudini elleno-orientali e delle mutate condizioni dei tempi. Giustiniano in questo, come in altri casi, porse orecchio ai bisogni popolari e riconobbe la validità del *mandatum post mortem*, interpolando a tal uopo i testi dei giureconsulti classici. Tuttavia l'istituto dell'esecuzione testamentaria è straniero anche alla legislazione giustinianea, e compare solo nel diritto bizantino con la figura degli *ἐπίτροποι* (1).

APPENDICE

Questo lavoro era già finito, quando mi cadde sottocchio l'acuta e garbata memoria del Brugi « Per l'onore di Allia Potesta Perugina ». [*Atti del R. Istituto Veneto*, 1913-14, t. LXXIII, p. II, p. 415-429]. Il Brugi ha abbandonato la sua vecchia interpretazione, secondo la quale i *duo iuvenes* sarebbero Allia e il patrono epigrafista, e si è avvicinato all'opinione del Leuchantin De Gubernatis, che vede nei *duo iuvenes* i figlio di Allio, accogliendo però la modificazione proposta dal Nohl, nella sua recensione all'articolo del Lenchantin [*Wochenschr. f. Klass. Philol.*, 1913, n. 49 p. 1347]. Il Nohl fa osservare « che dai versi stessi dell'epitaffio si ha la prova della giovinezza di Allia e dell'età non tenera dei due *iuvenes*, sicchè è più naturale considerarli come figli avuti da Allio con altra donna, forse con la defunta moglie ». Quanto al verso,

Femina quod struxit talis nunc puncta lacessunt,

che è la chiave di volta della mia tesi, il Brugi propone una interpretazione nuova.

---

(1) Zachariä von Lingenthal, *Geschichte des Griechisch-Römischen Rechts*, p. 161 e 1.

Non vi è bisogno d'intendere che si distrugga il patrimonio accumulato dalla donna; lo *struere* può voler dire architettare macchinare ecc. Cioè il gioco fa crollare tuttociò che la donna aveva architettato.... Ammessa la mia interpretazione, l'accenno al *quod (femina) struxit* è generico · non si sa che cosa è minacciato dai dati, la concordia fraterna, la pace di un tempo etc ».

Malgrado la grande autorità del Brugi, io rimango del mio parere. Il Pascal, nelle parole citate più sopra, ha dimostrato con molto acume come i *duo iuvenes* non possono essere i figli di Allia e del suo patrono. L'opinione del Nohl e del Brugi è anch'essa poco verosimile: bisogna immaginare un matrimonio precedente di Allio (supposizione del tutto gratuita) e attribuire alla nostra Allia dei sentimenti materni pei figliastri e anche delle abilità pedagogiche, che contrastano con la sua umile condizione e con quanto gli scrittori antichi ci apprendono intorno a rapporti consimili. Che poi *struere* nel verso in questione significhi architettare, e *quod (femina) struxit* i resultati dell'educazione di Allia, non si può escludere in base a criterî filologici. Ma mi sembra che le precedenti osservazioni bastino a provare quanto sia debole questa interpretazione.

Fin qui la parte costruttiva dello studio del Brugi: vediamo se egli è più convincente, là dove tenta di distruggere la tesi del Pascal, che io mi sono sforzato di confermare dal punto di vista giuridico ed etico-sociale. Anzi tutto prendiamo atto di questa preziosa confessione del Brugi.

« I facili amori delle libertine sono ben dipinti da Orazio. Ma v'è di più. Seneca ci dice: *impudicitia in ingenuo crimen est, in servo necessitas, in liberto officium.* [*Controv.* 378, ed. Bursian (ed. Kiessling, p. 260)]. Niente si opporrebbe in astratto ad ammettere che un patrono romano avesse richiesto ad una sua liberta di concedere i propri favori non pure a lui, ma anche ad altri contemporaneamente, i quali con lei non correvano il pericolo di commettere *stuprum*, e che essa avesse ritenuto proprio dovere di obbedirlo ».

Dunqne la tesi del Pascal è in astratto possibile: tanto più verosimile la mia, secondo la quale la liberta divide i suoi favori tra i patroni, a cui deve prestare l'*officium*.

Ma osserva il Brugi: « L'ordine giuridico non deve essere confuso con l'ordine morale. In Roma il *fas*, il *mos*, lo *ius* si combinano insieme come fattori ben distinti, ma cooperanti, del pensiero sociale ». E prosegue notando che, in primo luogo, la poliandria sembra repugnare al romano, tanto è vero che non si ha precisa notizia di etaire romane con più amanti ad un

tempo, che, secondariamente, se Allia si fosse concessa a più amanti, il patrono l'avrebbe considerata come carne da piacere e si sarebbe guardato bene dall'accompagnare il suo nome nell'epigrafe con epiteti, che s'addicono a una moglie devota, non già a un'amante procace.

Le osservazioni del Brugi, per quanto sagaci, prestano il fianco alla critica. È proprio vero che i romani non sopportassero « questo dualismo d'impero » nelle relazione voluttuarie? Io non sono uno specialista nella storia del mal costume romano, ma ricordo questi versi di Orazio, da cui si desume proprio il contrario.

Ep., XIV, 13-16.

Ureris ipse miser. Quod si non pulchrior ignis
Accendit obsessam Ilion,
Gaude sorte tua: *me libertina, neque uno*
Contenta, Phryne macerat

Riconosco che alcuni fra gli epiteti di Allia e il tono affettuoso dell'epigrafe facciano pensare, in una prima lettura, a un rapporto di matrimonio o di concubinato: ma, lo ripeto, c'è qualche nota stonata, che mette sulla retta via. Certo l'epigrafe di Allia Potesta è sconcertante: ma l'esperienza non c'insegna che l'irrazionale così nella vita, come nell'arte, occupa un larghissimo posto? (1).

(1) Proprio in questo momento, mentre do l'ultima mano alla correzione delle bozze, mi vien fatto di leggere la felicissima nota del prof. PIETRO RASI, *Gli studi recenti sull'epitafio di Allia Potestas e la metrica del carme*, pubblicata negli *Atti del Reale Istituto Veneto* del corrente anno, pag. 687-733, donde ho pure notizia di un'altra nota sullo stesso argomento letta dal prof. G. ALBINI all'Accademia di Bologna. Non ho ragione di mutare le mie conclusioni, pur apprezzando in tutti i suoi particolari filologici e metrici lo scritto mirabile del prof. Rasi, che in talune interpretazioni ha fissato il senso dell'oscura epigrafe in un modo che si può ritenere definitivo. Basti ricordare i vv. 47-49, che il Rasi legge nel seguente modo:

Sed tamen, infelix, cui tam sollemnia mandem?
Si tamen extiterit cui tantum credere possim,
Hoc unum felix, amissa te, mihi forsan ero.

È una interpunzione rivelazione. Ciascun vede quanto si guadagna specialmente col riferire l'esclamazione *infelix* al patrono stesso.

Adunanza del 23 Aprile 1914

PRESIDENZA DEL PROF. SEN. GIOVANNI CELORIA

VICE-PRESIDENTE

Sono presenti i MM. EE.: Artini, Berzolari, Celoria, De-Marchi A., Gabba B., Gabba L. sen., Gobbi, Golgi, Gorra, Gorini, Jung, Menozzi, Sabbadini, Scherillo, Taramelli, Vivanti, Zuccante.

E i SS. CC.: Antony, Arnò, Capasso, Carrara, De-Marchi M., Gabba L. jun., Martorelli, Porro, Volta.

Hanno scusato l'assenza, per ragione di salute, i MM. EE. Del Giudice, Forlanini, Lattes, Vidari e Vignoli.

L'adunanza è aperta alle ore 13.45.

Il M. E. prof. Luigi Gabba, segretario, legge il verbale della precedente adunanza. Il verbale è approvato. Lo stesso segretario dà comunicazione delle pubblicazioni giunte in omaggio all'Istituto. Esse sono:

Per la Classe di lettere e scienze morali e storiche le seguenti:

Giulini A. Filippo Maria Sforza. Milano, 1913.

Vicarelli G. Lavoro e maternità. Studio etnico, clinico e sociale. Torino, 1914.

E per la Classe di scienze matematiche e naturali le seguenti:

Berlese A. Gli insetti, loro organizzazione, sviluppo, abitudini e rapporto coll'uomo. Vol. 2, N. 7 e 8, Milano, 1914.

Angelitti F. Sugli accenni danteschi ai segni, alle costellazioni ed al moto del cielo stellato, da occidente in oriente, di un grado in cento anni. Nota III, Torino, 1913.

Indi il M. E. prof. Scherillo presenta, a nome dell'autore dott. Paget Toynbee, l'opera « *Concise Dictionary of Proper*

Names and Notable matters in the Works of Dante », e pronuncia parole di elogio. Il presidente prega il prof. Scherillo di esprimere all'insigne dantista i migliori ringraziamenti dell'Istituto.

Si passa alle letture.

Il prof. Arciero Bernini discorre « *Sulla velocità specifica degli ioni uscenti dall'arco elettrico* ». La nota era stata ammessa alla lettura dalla Sezione di scienze fisico-chimiche;

Il M. E. prof. Attilio De-Marchi legge una nota che ha per titolo: « *A proposito della ' Forma Urbis Mediolani* , » ;

Il prof. G. B. Cacciamali presenta una comunicazione: *Appunti sull'anfiteatro morenico benacense* ». Della comunicazione, in assenza del Cacciamali, discorre brevemente il M. E. prof. Taramelli: la comunicazione era stata ammessa dalla Sezione di scienze naturali;

Segue una nota del dott. Adolfo Sozzani « *Osservazioni della temperatura del lago maggiore* ». La nota era stata ammessa dalla Sezione di scienze fisico-chimiche; in assenza dell'autore dott. Sozzani, ne spiega il contenuto e l'importanza il M. E. prof. Celoria.

Terminate le letture ed esaurito l'ordine del giorno, il presidente scioglie l'adunanza alle ore 15.

Il Presidente
G. CELORIA

Il Segretario
G. ZUCCANTE.

SULLA LUNGHEZZA DELLE LINEE
E SULL'AREA DELLE SUPERFICIE

Nota di FILIPPO SIBIRANI

(Adunanza del 9 aprile 1914)

1. Solitamente si definisce la lunghezza di un'arco di linea piana quale limite della lunghezza di una poligonale inscritta, al tendere comunque a zero del massimo lato. Supposto che l'equazione della curva sia $y = f(x)$ e che $f'(x)$ sia limitata ed integrabile nell'intervallo $a \mapsto b$ in cui l'arco della curva si proietta, un lato della poligonale, le ascisse dei cui estremi sono x e $x + h$, è misurato da

$$h \sqrt{1 + f'(x + \theta h)^2} \qquad 0 < \theta < 1 ;$$

onde risulta immediatamente che la lunghezza dell'arco è

$$\int_a^b \sqrt{1 + f'(x)^2} \, . \, dx \tag{1}$$

Abbia invece $f'(x)$ dei punti di infinito. Per dimostrare che l'integrale (1) rappresenta ancora la lunghezza dell'arco, in qualche trattato [1] si procede così. Sia x_0 l'unico punto

[1] Ad es. in: *Lezioni di calcolo infinitesimale* di C. ARZELÀ, Firenze, Le Monier, 1901. Nella maggior parte dei trattati in cui il calcolo differenziale si tiene distinto dal calcolo integrale, si definisce prima il differenziale dell'arco come $\sqrt{1 + f'(x)^2} \, . \, dx$ e si chiama lunghezza l'integrale $\int_a^b \sqrt{1 + f'(x)^2} \, . \, dx$ qualora il radicale sia integrabile.

d' infinito di $f'(x)$ (¹); la lunghezza dei due archi che si proiettano in $a \vdash\!\dashv x_0 - \delta$ ed in $x_0 + \varepsilon \vdash\!\dashv b$ è

$$\int_a^{x_0-\delta} \sqrt{1 + f'(x)^2} \, . \, dx + \int_{x_0+\varepsilon}^{b} \sqrt{1 + f'(x)^2} \, . \, dx$$

Il limite per $\delta = 0$, $\varepsilon = 0$ della somma, supposto $\sqrt{1 + f'(x)^2}$ integrabile in $a \vdash\!\dashv b$, è

$$\int_a^b \sqrt{1 + f'(x)^2} \, . \, dx$$

e d'altra parte il limite della somma delle lunghezze dei due archi per $\varepsilon = 0$, $\delta = 0$ è la lunghezza dell'arco intero, onde la cosa è provata.

Di più se la curva è chiusa e sono a e b le ascisse minima e massima dei punti della curva, punti in cui $f'(x)$ è infinita generalmente (²), si dice di spezzare la curva coi due punti A e B di ascisse a e b ed allora, se C e C′ sono due punti appartenenti alle due parti, si dice che la lunghezza della curva chiusa è la somma delle lunghezze dei due archi ACB, AC′B.

Se non che l'asserzione che la somma delle lunghezze dèi due archi proiettantisi in $a \vdash\!\dashv x_0 - \delta$, $x_0 + \varepsilon \vdash\!\dashv b$ abbia per limite la lunghezza della curva totale ha bisogno di essere dimostrata (³). Nel caso della linea chiusa si ricorre ad una successione di poligonali particolare, perchè si impone che siano sempre vertici della poligonale i punti A e B: dalla sola definizione non si può concludere che il limite di codesta successione di poligonali sia la lunghezza della linea; in sostanza si incorre nella stessa difficoltà sopra accennata.

(¹) Il caso di più punti ed anche il caso di un gruppo riducibile di tali punti si tratta in modo analogo.

(²) Diciamo generalmente, giacchè una curva può essere chiusa anche senza che la tangente in a e b sia perpendicolare all' asse x; i punti di un' ascissa a e b potrebbero essere di regresso con tangente unica o tangente a destra e a sinistra, non perpendicolari all' asse x.

(³) Quando $f''(x)$ è limitata serve lo stesso integrale a dimostrare che la lunghezza di un' arco è uguale alla somma delle lunghezze delle sue parti.

In una recente Nota L. Tonelli [1] ha mostrato rigorosamente come l'integrale (1) rappresenti ancora la lunghezza dell'arco nel caso che $f'(x)$ abbia punti di infinito.

Difficoltà analoghe alle accennate si incontrano naturalmente anche nel caso delle linee gobbe.

2. Sono note quante e quali difficoltà abbia offerto la definizione di area di una superficie curva: parecchie definizioni ho raccolte ed illustrate in una Nota pubblicata parecchi anni fa [2].

Sia che si ricorra alla definizione di area quale limite di una superficie poliedrica a faccie triangolari al tendere allo zero delle faccie, con necessarie restrizioni nel modo di tendere allo zero, sia che si ricorra, come ora più solitamente si fa, alla definizione di Hermite, si perviene facilmente nel caso che le derivate parziali di $z = f(x,y)$ siano finite, a provare che l'area di una porzione della superficie $z = f(x,y)$ che si proietta sul piano xy in un campo C, è data da

$$\iint\limits_{C} \sqrt{1 + \left(\frac{\partial f}{\partial x}\right)^2 + \left(\frac{\partial f}{\partial y}\right)^2}\, dx\, dy \,. \tag{2}$$

Quando le derivate diventano infinite, ciò che generalmente avviene sopra una o più linee se la superficie è chiusa [3], bisogna dimostrare che l'integrale (2) dà ancora la misura dell'area.

La definizione di Hermite non può essere applicata nella sua generalità: invero se L è il contorno di C sul quale divengano infinite le derivate parziali di $f(x,y)$ e se Δ C è una porzione del campo C del cui contorno fa parte un arco di L, non si può prendere per punto della superficie pel quale si conduce il piano tangente, nessuno dei punti che si proiettano ortogonalmente nel detto arco di L.

Se si ricorre ad una rotazione degli assi bisogna pure ammettere o dimostrare che la somma delle aree delle parti della

---

[1] *Sulla lunghezza d'una curva.* — Atti della R. Accad. delle scienze di Torino, vol. XLVII, (1912).

[2] F. Sibirani, *Sulla definizione di area di una superficie curva.* — Periodico di matematica, vol. XXI, (1905).

[3] Vale un'osservazione analoga a quella fatta nella nota della pagina precedente sulle linee chiuse.

superficie eguaglia l'area della superficie totale: alla decomposizione in parti si è condotti oltrecchè nel caso delle superfici chiuse, nel caso che con una rotazione degli assi non si eviti che il piano tangente risulti perpendicolare al piano xy.

3. Il Minkowski [1] ha proposto per la lunghezza delle linee piane e gobbe e per l'area d'una superficie curva delle definizioni che ricorrono al concetto più semplice (e didatticamente preesistente) di volume.

Non è a mia conoscenza che sia stato sviluppato il modo di ricavare dalle definizioni del Minkowski le solite formule del calcolo integrale per la rettificazione delle linee e la quadratura delle superficie curve; perciò mi propongo di esporre qui codesto procedimento, dal quale apparirà che non si riscontrano le difficoltà accennate nei precedenti paragrafi. Ciò accresce, non di poco a parer mio, il pregio delle belle definizioni proposte dal Minkowski [2], e costituisce la precipua ragione di questa mia Nota.

4. Sia L una curva piana; con centro in ciascun punto di L si tracci un cerchio di raggio r. L'insieme dei punti interni alle circonferenze e sulle circonferenze stesse costituiscono una regione di punti, di cui sia α l'area; il limite, se esiste, di $\frac{\alpha}{2r}$ per r tendente allo zero, si definisce la lungezza di L.

Siano

$$x = x(t) \qquad y = y(t)$$

le equazioni parametriche di L; il parametro t varî in $a \vdash\!\dashv b$.

Se la curva L è chiusa ed ha tangente determinata in ogni punto, i cerchi dianzi definiti inviluppano due curve L_1, L_2, di cui le equazioni parametriche sono

(1) *Ueber die Begriffe Länge, Oberfläche und Volumen.* — Jahresbericht der deutschen Matematiker Vereinigung, vol. IX, (1901).

(2) Minkowski dà per una linea piana L la definizione che riporteremo per le linee storte al § 5. Nella definizione da noi data, abbiamo sostituito alle sfere, dei cerchi, per opportunità di calcolo; anzicchè al concetto di volume si fa ricorso a quello di area piana, pel quale valgono le considerezioni fatte al § 3.

$$X = x(t) - r \frac{y'(t)}{\sqrt{x'(t)^2 + y'(t)^2}} \quad , \quad Y = y(t) + r \frac{x'(t)}{\sqrt{x'(t)^2 + y'(t)^2}}$$

per l' una, e

$$X_1 = x(t) + r \frac{y'(t)}{\sqrt{x'(t)^2 + y'(t)^2}} \quad , \quad Y_1 = y(t) - r \frac{x'(t)}{\sqrt{x'(t)^2 + y'(t)^2}}$$

per l' altra. Si deduce che è

$$\alpha = \frac{1}{2}\int_a^b \Big[(Y\,dX - X\,dY) - (Y_1\,dX_1 - X_1\,dY_1) \Big] =$$

$$= r\int_a^b \sqrt{x'(t)^2 + y'(t)^2}\; dt - r\int_a^b \Big\{ x(t)\, d\left(\frac{x'(t)}{\sqrt{x'(t)^2 + y'(t)^2}}\right) +$$

$$+ y(t)\, d\left(\frac{y'(t)}{\sqrt{x'(t)^2 + y'(t)^2}}\right) \Big\}$$

Ora, integrando per parti,

$$\int_a^b x(t)\, d\left(\frac{x'(t)}{\sqrt{x'(t)^2 + y'(t)^2}}\right) = \left[\frac{x(t)\, x'(t)}{\sqrt{x'(t)^2 + y'(t)^2}}\right]_a^b -$$

$$- \int_a^b \frac{x'(t)^2\, dt}{\sqrt{x'(t)^2 + y'(t)^2}} = - \int_a^b \frac{x'(t)^2\, dt}{\sqrt{x'(t)^2 + y'(t)^2}}$$

giacchè, per le ipotesi fatte, è

$$x(a) = x(b) \quad , \quad y(a) = y(b) \quad , \quad x'(a) = x'(b) \quad , \quad y'(a) = y'(b)$$

Analogamente si avrà

$$\int_a^b y(t)\, d\left(\frac{y'(t)}{\sqrt{x'(t)^2 + y'(t)^2}}\right) = - \int_a^b \frac{y'(t)^2\, dt}{\sqrt{x'(t)^2 + y'(t)^2}} \; ;$$

onde, sostituendo,

$$\frac{\alpha}{2r} = \int_a^b \sqrt{x'(t)^2 + y'(t)^2}\; dt$$

e poichè il secondo membro è indipendente da r, il limite del primo membro per $r=0$ è il secondo membro stesso: cioè è dimostrato che la lunghezza di L è data dal noto integrale.

Sia la linea L aperta; M_1, M_2 gli estremi, M'_1, M''_1 gli estremi del diametro del cerchio di centro M_1 e normale a L in M_1, siano infine M'_2, M''_2 gli estremi del diametro del cerchio di centro M_2 e normale ad L in M_2. È chiaro, allora, che in luogo dell'area α si può considerare l'area della regione che si ottiene togliendo i due semicerchi di centro M_1 e M_2 non attraversati da L, i quali hanno un'area infinitesima di secondo ordine, assunto r come infinitesimo del primo ordine.

Codesta area è, eventualmente all'infuori di infinitesimi di ordine superiore ad r

$$\alpha' = \frac{1}{2}\int_a^b \Big[(Y\,dX - X\,dY) - (Y_1\,dX_1 - X_1\,dY_1)\Big] -$$

$$- r\left(\frac{x(a)\,x'(a) + y(a)\,y'(a)}{\sqrt{x'(a)^2 + y'(a)^2}} - \frac{x(b)\,x'(b) + y(b)\,y'(b)}{\sqrt{x'(b)^2 + y'(b)^2}}\right)$$

Invero, se O è l'origine degli assi, l'integrale rappresenta la differenza delle aree dei due vettori limitati dagli archi $M'_1\,M'_2$, $M''_1\,M''_2$ e dai raggi vettori agli estremi; la frazione che si toglie rappresenta la differenza fra le aree dei due triangoli $OM'_1\,M''_1$, $OM'_2\,M''_2$. Se all'integrale applichiamo, come dianzi, l'integrazione per parti, si ottiene ancora

$$\frac{\alpha'}{2r} = \int_a^b \sqrt{x'(t)^2 + y'(t)^2}\,.\,dt$$

e quindi anche in questo caso la lunghezza di L è data dal noto integrale.

Se la linea L ha punti singolari, il procedimento usato sopra non è più valido, sia perchè nella presenza di punti multipli l'integrale

$$\frac{1}{2}\int_a^b \Big[(Y\,dX - X\,dY) - (Y_1\,dX_1 - X_1\,dY_1)\Big]$$

non dà l'area α, sia perchè nel caso di cuspidi l'inviluppo dei cerchi contiene oltre le linee L_1, L_2 degli archi di cerchio di

centro le cuspidi e raggio r. I punti singolari siano in numero finito; dividiamo la linea L mediante questi punti ed eventualmente mediante punti ordinari in parti $\lambda_1, \lambda_2, \ldots \lambda_n$. Sia $t_{i-1} \vdash t_i$ l'intervallo di t che corrisponde a λ_i; indichi α_i l'area della regione costituita dai punti interni e sul contorno dei cerchi di raggio r e centro i punti di λ_i; indichi α'_i l'area racchiusa dagli archi di L_1 L_2 che corrispondono a

$$t_{i-1} + 0 \leq t \leq t_{i+1} - 0 .$$

Allora è facile vedere che

$$| \alpha - \Sigma \alpha_i | = \eta$$

ove η è infinitesimo d'ordine superiore ad r: ne segue che

$$\lim_{r=0} \frac{\alpha}{2r} = \Sigma \lim_{r=0} \frac{\alpha_i}{2r}$$

e poichè

$$\lim_{r=0} \frac{\alpha_i}{2r} = \int_{t_{i-1}}^{t_i} \sqrt{x'(t)^2 + y'(t)^2} \, . \, dt$$

si avrà ancora

$$\lim_{r=0} \frac{\alpha}{2r} = \int_a^b \sqrt{x'(t)^2 + y'(t)^2} \, . \, dt$$

5. Sia L una curva gobba. Con centro in ciascun punto della linea si costruisca una sfera di raggio r; l'insieme dei punti interni alle sfere e sulle loro superficie riempiano una porzione di spazio di volume $V(r)$; il limite, se esiste, di $\frac{V(r)}{\pi r^2}$ al tendere a zero di r, è la lunghezza di L.

Siano

$$x = x(t) \quad , \quad y = y(t) \quad , \quad z = z(t)$$

le equazioni parametriche di L; t variabile in $t_0 \vdash t_1$. Indichiamo con S l'inviluppo delle sfere di dianzi, luogo dei cerchi di raggio r, posti sui piani normali a L e col centro sulla linea, supposta questa dotata in ogni punto di tangente determinata.

Siano α, β, γ i coseni direttori della tangente, ξ, η, ζ quelli della normale principale, λ, μ, ν quelli della binormale, orientate in modo che sia

$$(3) \qquad \begin{vmatrix} \alpha & \beta & \gamma \\ \lambda & \mu & \nu \\ \xi & \eta & \zeta \end{vmatrix} = 1$$

Il raggio del cerchio che ha centro in $x(t)$, $y(t)$, $z(t)$ e che fa con la binormale l'angolo φ ha per estremo il punto di coordinate

$$(4) \qquad \begin{aligned} X &= x(t) + r(\lambda \cos\varphi + \xi \operatorname{sen}\varphi) \\ Y &= y(t) + r(\mu \cos\varphi + \eta \operatorname{sen}\varphi) \\ Z &= z(t) + r(\nu \cos\varphi + \zeta \operatorname{sen}\varphi) \end{aligned}$$

Al variare di t in $t_0 \vdash\!\dashv t_1$ e di φ in $0 \vdash\!\dashv 2\pi$, queste possono riguardarsi le equazioni parametriche della superficie inviluppo S.

Assunte t e φ come le coordinate ortogonali cartesiane in un piano, dividiamo il rettangolo $t_0 \vdash\!\dashv t_1$, $0 \vdash\!\dashv 2\pi$ in rettangoli infinitesimi di dimensioni $dt\, d\varphi$. Ad ogni quaterna di punti

$$(t, \varphi) \quad , \quad (t + dt, \varphi) \quad , \quad (t, \varphi + d\varphi) \quad , \quad (t + dt, \varphi + d\varphi)$$

corrrisponderà sulla superficie S una quaterna di punti

$$(X,Y,Z) \;,\; \left(X + \frac{\partial X}{\partial t}\, dt \;,\; Y + \frac{\partial Y}{\partial t}\, dt \;,\; Z + \frac{\partial Z}{\partial t}\, dt\right),$$

$$\left(X + \frac{\partial X}{\partial \varphi}\, d\varphi \;,\; Y + \frac{\partial Y}{\partial \varphi}\, d\varphi \;,\; Z + \frac{\partial Z}{\partial \varphi}\, d\varphi\right)$$

$$\left(X + \frac{\partial X}{\partial t} dt + \frac{\partial X}{\partial \varphi} d\varphi \;,\; Y + \frac{\partial Y}{\partial t} dt + \frac{\partial Y}{\partial \varphi} d\varphi \;,\; Z + \frac{\partial Z}{\partial t} dt + \frac{\partial Z}{\partial \varphi} d\varphi\right)$$

Questi quatro punti determineranno due triangoli, l'uno avente per vertici il 1°, 3°, e 2° punto, l'altro il 2°, 3°, e 4° punto; i due tetraedri che hanno per basi questi triangoli e per vertici opposti l'origine degli assi, hanno per volume:

$$\Phi(\varphi,t)\, d\varphi\, dt = \frac{1}{3} \begin{vmatrix} X & Y & Z \\ \frac{\partial X}{\partial \varphi} & \frac{\partial Y}{\partial \varphi} & \frac{\partial Z}{\partial \varphi} \\ \frac{\partial X}{\partial t} & \frac{\partial Y}{\partial t} & \frac{\partial Z}{\partial t} \end{vmatrix} d\varphi\, dt \tag{5}$$

Se la linea L è chiusa, il volume racchiuso da S è

$$\int_{t_0}^{t_1} dt \int_0^{2\pi} \Phi(\varphi, t)\ d\varphi \tag{6}$$

Quando nel determinante si pone in luogo di X, Y, Z le (4) e in luogo della seconda e terza linea le loro derivate rapporto a φ e rapporto a t, lo sviluppo del determinante stesso è della forma

$$r^2 [A \operatorname{sen} \varphi + B \cos \varphi + C \operatorname{sen} \varphi \cos \varphi + D \operatorname{sen}^2 \varphi + E \cos^2 \varphi +$$
$$+ F \operatorname{sen}^2 \varphi \cos \varphi + G \cos^2 \varphi \operatorname{sen} \varphi + H \operatorname{sen}^3 \varphi + I \cos^3 \varphi]$$

ove A, B, C, ... I non dipendono da φ.

Eseguendo la prima integrazione rispetto a φ fra 0 e 2π, si ha

$$r^2 \pi (D + E);$$

cioè per avere $\int_0^{2\pi} \Phi(\varphi, t)\ d\varphi$ basta calcolare i coefficienti di $\operatorname{sen}^2 \varphi$ e $\cos^2 \varphi$.

Se ora si tien conto che nel determinante (3) ogni elemento è uguale al suo reciproco, si trova con un calcolo abbastanza semplice

$$D + E = \frac{1}{3} \Big[2 \{\alpha x'(t) + \beta y'(t) + \gamma z'(t)\} - \{\alpha' x(t) + \beta' y(t) + \gamma' z(t)\} \Big]$$

ove con α', β', γ' si intendono le derivate di α, β, γ rapporto a t, epperò la (6) diviene

$$\frac{\pi r^2}{3} \int_{t_0}^{t_1} \Big[2 \{\alpha x'(t) + \beta y'(t) + \gamma z'(t)\} - \{\alpha' x(t) + \beta' y(t) + \gamma' z(t)\} \Big] dt =$$

$$= \pi r^2 \int_{t_0}^{t_1} \{\alpha x'(t) + \beta y'(t) + \gamma z'(t)\} dt - \frac{\pi r^2}{3} \Big[\alpha x(t) + \beta y(t) + \gamma z(t) \Big]_{t_0}^{t_1}$$

avendo applicata l' integrazione per parti sul secondo addendo.

Ma

$$\alpha x'(t)+\beta y'(t)+\gamma z'(t)=\frac{x'(t)^2+y'(t)^2+z'(t)^2}{\sqrt{x'(t)^2+y'(t)^2+z'(t)^2}}=\sqrt{x'(t)^2+y'(t)^2+z'(t)^2}$$

e per le fatte ipotesi

$$\Big[\alpha\, x(t)+\beta\, y(t)+\gamma\, z(t)\Big]_{t_0}^{t_1}=0\,;$$

onde il volume racchiuso da S è

$$V(r)=\pi\, r^2\int_{t_0}^{t_1}\sqrt{x'(t)^2+y'(t)^2+z'(t)^2}\;\,d\,t\,,$$

epperò la lunghezza di L, limite di $\frac{V(r)}{\pi\, r^2}$ al tendere di r allo zero, è

$$\int_{t_0}^{t_1}\sqrt{x'(t)^2+y'(t)^2+z'(t)^2}\;\,d\,t\,,$$

cioè il noto integrale.

Se la linea L è aperta, si consideri il volume V_1 racchiuso dalla superficie inviluppo delle sfere e dai cerchi C_0, C_1 di raggio r col centro negli estremi M_0, M_1 della linea e posti nei piani normali ad L in M_0, M_1.

L' integrale (6) rappresenta V_1 all' infuori della differenza dei due coni che proiettano i due cerchi C_0, C_1 dall' origine degli assi ed eventualmente di infinitesimi d' ordine superiore ad r^2.

Se ora si osserva che

$$\Big[\alpha\, x(t)+\beta\, y(t)+\gamma\, z(t)\Big]_{t=t_0}\,,\quad \Big[\alpha\, x(t)+\beta\, y(t)+\gamma\, z(t)\Big]_{t=t_1}$$

sono le proiezioni dei raggi vettori $O\,M_0$, $O\,M_1$ sulle normali ai piani dei cerchi C_0, C_1, è chiaro che

$$\frac{\pi\, r^2}{3}\Big[\alpha\, x(t)+\beta\, y(t)+\gamma\, z(t)\Big]_{t_0}^{t_1}$$

è la differenza dei volumi dei due coni. Si conclude che all'infuori eventualmente di infinitesimi d'ordine superiore ad r^2, è

$$V_1 = \pi r^2 \int_{t_0}^{t_1} \sqrt{x'(t)^2 + y'(t)^2 + z'(t)^2} \, . \, dt ,$$

e quindi

$$\frac{V_1}{\pi r^2} = \int_{t_0}^{t_1} \sqrt{x'(t)^2 + y'(t)^2 + z'(t)^2} \, dt ;$$

onde la lunghezza dell' arco $M_0 \; M_1$, è ancora l' integrale

$$\int_{t_0}^{t_1} \sqrt{x'(t)^2 + y'(t)^2 + z'(t)^2} \, . \, dt$$

Il caso che L abbia punti singolari, si tratta in modo analogo a quello fatto per le linee piane.

6. Ha interesse, per il seguito, di determinare il volume racchiuso dalla superficie σ, luogo di un segmento di lunghezza $2r$ avente il punto medio sulla linea $x = x(t)$, $y = y(t)$, $z = z(t)$ e appartenente ad una retta di coseni direttori α, β, γ che sono note funzioni di t, e dai coni che proiettano dall' origine degli assi il contorno di σ.

Le equazioni parametriche di σ sono

$$X = x(t) + a \alpha$$
$$Y = y(t) + a \beta$$
$$Z = z(t) + a \gamma$$

con t variabile in $t_0 \vdash\!\dashv t_1$ ed a variabile in $-r \vdash\!\dashv r$.

Applicando la (6), il volume cercato è espresso da

$$\int_{t_0}^{t_1} dt \int_{-r}^{r} \Phi(t, a) \, da$$

ove è

$$\Phi(t, a) = \frac{1}{3} \begin{vmatrix} x(t) + a\alpha & y(t) + a\beta & z(t) + a\gamma \\ \frac{dx}{dt} + a\frac{d\alpha}{dt} & \frac{dy}{dt} + a\frac{d\beta}{dt} & \frac{dz}{dt} + a\frac{d\gamma}{dt} \\ \alpha & \beta & \gamma \end{vmatrix} =$$

$$= \frac{1}{3} \begin{vmatrix} x(t) & y(t) & z(t) \\ \frac{dx}{dt} & \frac{dy}{dt} & \frac{dz}{dt} \\ \alpha & \beta & \gamma \end{vmatrix} + \frac{a}{3} \begin{vmatrix} x(t) & y(t) & z(t) \\ \frac{d\alpha}{dt} & \frac{d\beta}{dt} & \frac{d\gamma}{dt} \\ \alpha & \beta & \gamma \end{vmatrix}$$

L'integrazione rispetto ad a fra $-r$ ed r di $\Phi(t, a)$ dà manifestamente

$$\frac{2r}{3} \begin{vmatrix} x(t) & y(t) & z(t) \\ \frac{dx}{dt} & \frac{dy}{dt} & \frac{dz}{dt} \\ \alpha & \beta & \gamma \end{vmatrix}$$

e rappresentato con $\Psi(t)$ il determinante, il volume cercato è dato da

$$\frac{2}{3} r \int_{t_0}^{t_1} \Psi(t) \, dt$$

7. Data una superficie curva qualsivoglia S, con centro in ciascun punto della superficie si tracci una sfera di raggio r. L'insieme dei punti interni alle sfere e sulle loro superficie riempiano una porzione di spazio di volume $V(r)$; il limite, se esiste, per r tendente allo zero, del rapporto $\frac{V(r)}{2r}$ dicesi area della superficie S.

Siano

$$x = x(u, v) \quad , \quad y = y(u, v) \quad , \quad z = z(u, v)$$

le equazioni parametriche, di una superficie S; sia C il campo di variabilità di u, v.

Supposto che in ogni punto di S esista il piano tangente determinato, le sfere di centro in ciascun punto della superficie e raggio r inviluppano nel loro insieme due superficie

$S_1\ S_2$ le cui equazioni parametriche sono

$$X_1 = x(u,v) + r\frac{A}{\Delta}\ ,\ Y_1 = y(u,v) + r\frac{B}{\Delta}\ ,\ Z_1 = z(u,v) + r\frac{C}{\Delta}$$

per l'una e

$$X_2 = x(u,v) - r\frac{A}{\Delta}\ ,\ Y_2 = y(u,v) - r\frac{B}{\Delta}\ ,\ Z_2 = z(u,v) - r\frac{C}{\Delta}$$

per l'altra, ove si è posto

$$A = \begin{vmatrix} \frac{\partial y}{\partial u} & \frac{\partial z}{\partial u} \\ \frac{\partial y}{\partial v} & \frac{\partial z}{\partial v} \end{vmatrix}\ ,\ B = \begin{vmatrix} \frac{\partial z}{\partial u} & \frac{\partial x}{\partial u} \\ \frac{\partial z}{\partial v} & \frac{\partial x}{\partial v} \end{vmatrix}\ ,\ C = \begin{vmatrix} \frac{\partial x}{\partial u} & \frac{\partial y}{\partial u} \\ \frac{\partial x}{\partial v} & \frac{\partial y}{\partial v} \end{vmatrix}\ ,$$

$$\Delta = \sqrt{A^2 + B^2 + C^2}$$

Supponiamo la S chiusa; anche le due superficie $S_1\ S_2$ inviluppate dalle sfere saranno chiuse; il volume $V(r)$ è la differenza fra i volumi racchiusi da S_1 e da S_2. Per calcolarlo ricorriamo alla solita formula (6); per la S_1 l'elemento di volume (5) diviene

$$\Phi_1(u,v)\,du\,dv =$$

$$= \frac{1}{3}\begin{vmatrix} x + r\frac{A}{\Delta} & y + r\frac{B}{\Delta} & z + r\frac{C}{\Delta} \\ \frac{\partial x}{\partial u} + r\frac{\partial}{\partial u}\left(\frac{A}{\Delta}\right) & \frac{\partial y}{\partial u} + r\frac{\partial}{\partial u}\left(\frac{B}{\Delta}\right) & \frac{\partial z}{\partial u} + r\frac{\partial}{\partial u}\left(\frac{C}{\Delta}\right) \\ \frac{\partial x}{\partial v} + r\frac{\partial}{\partial v}\left(\frac{A}{\Delta}\right) & \frac{\partial y}{\partial v} + r\frac{\partial}{\partial v}\left(\frac{B}{\Delta}\right) & \frac{\partial z}{\partial v} + r\frac{\partial}{\partial v}\left(\frac{C}{\Delta}\right) \end{vmatrix} du\,dv$$

e per la S_2 l'elemento di volume è

$$\Phi_2(u,v)\,du\,dv =$$

$$= \frac{1}{3}\begin{vmatrix} x - r\frac{A}{\Delta} & y - r\frac{B}{\Delta} & z - r\frac{C}{\Delta} \\ \frac{\partial x}{\partial u} - r\frac{\partial}{\partial u}\left(\frac{A}{\Delta}\right) & \frac{\partial y}{\partial u} - r\frac{\partial}{\partial u}\left(\frac{B}{\Delta}\right) & \frac{\partial z}{\partial u} - r\frac{\partial}{\partial u}\left(\frac{C}{\Delta}\right) \\ \frac{\partial x}{\partial v} - r\frac{\partial}{\partial v}\left(\frac{A}{\Delta}\right) & \frac{\partial y}{\partial v} - r\frac{\partial}{\partial v}\left(\frac{B}{\Delta}\right) & \frac{\partial z}{\partial v} - r\frac{\partial}{\partial v}\left(\frac{C}{\Delta}\right) \end{vmatrix} du\,dv$$

Il volume $V(r)$ racchiuso dalle due superficie S_1 S_2 è dato da

$$V(r) = \iint\limits_C \Big(\Phi_1(u,v) - \Phi_2(u,v) \Big)\, du\, dv$$

Il determinante Φ_1 si può decomporre in otto determinanti ad elementi monomi, il determinante Φ_2 si può decomporre in altri otto determinanti dei quali quattro identici e quattro uguali in valore assoluto ma di segno contrario (quelli formati con una o tre colonne in cui c'è il fattore $-r$) a quelli di Φ_1; perciò $\Phi_1 - \Phi_2$ si riduce al doppio della somma dei quattro determinanti di Φ_1 formati con una sola o con tre delle colonne in cui compare il fattore r; cioè

$$\Phi_1 - \Phi_2 = \frac{2r}{3} \begin{vmatrix} x & y & \frac{C}{\Delta} \\ \frac{\partial x}{\partial u} & \frac{\partial y}{\partial u} & \frac{\partial}{\partial u}\left(\frac{C}{\Delta}\right) \\ \frac{\partial x}{\partial v} & \frac{\partial y}{\partial v} & \frac{\partial}{\partial v}\left(\frac{C}{\Delta}\right) \end{vmatrix} + \frac{2r}{3} \begin{vmatrix} x & \frac{B}{\Delta} & z \\ \frac{\partial x}{\partial u} & \frac{\partial}{\partial u}\left(\frac{B}{\Delta}\right) & \frac{\partial z}{\partial u} \\ \frac{\partial x}{\partial v} & \frac{\partial}{\partial v}\left(\frac{B}{\Delta}\right) & \frac{\partial z}{\partial v} \end{vmatrix} +$$

$$+ \frac{2r}{3} \begin{vmatrix} \frac{A}{\Delta} & y & z \\ \frac{\partial}{\partial u}\left(\frac{A}{\Delta}\right) & \frac{\partial y}{\partial u} & \frac{\partial z}{\partial u} \\ \frac{\partial}{\partial v}\left(\frac{A}{\Delta}\right) & \frac{\partial y}{\partial v} & \frac{\partial z}{\partial v} \end{vmatrix} + \frac{2r^3}{3} \begin{vmatrix} \frac{A}{\Delta} & \frac{B}{\Delta} & \frac{C}{\Delta} \\ \frac{\partial}{\partial u}\left(\frac{A}{D}\right) & \frac{\partial}{\partial u}\left(\frac{B}{\Delta}\right) & \frac{\partial}{\partial u}\left(\frac{C}{\Delta}\right) \\ \frac{\partial}{\partial v}\left(\frac{A}{D}\right) & \frac{\partial}{\partial v}\left(\frac{B}{\Delta}\right) & \frac{\partial}{\partial v}\left(\frac{C}{\Delta}\right) \end{vmatrix}$$

Il primo determinante è uguale a

$$\frac{2r}{3}\left[\frac{C^2}{\Delta} + \left(y\frac{\partial x}{\partial v} - x\frac{\partial y}{\partial v}\right)\frac{\partial}{\partial u}\left(\frac{C}{\Delta}\right) + \left(x\frac{\partial y}{\partial u} - y\frac{\partial x}{\partial u}\right)\frac{\partial}{\partial v}\left(\frac{C}{\Delta}\right)\right]$$

Ma è identicamente

$$\left(y\frac{\partial x}{\partial v} - x\frac{\partial y}{\partial v}\right)\frac{\partial}{\partial u}\left(\frac{C}{\Delta}\right) =$$

$$= \frac{\partial}{\partial u}\left[\frac{C}{\Delta}\left(y\frac{\partial x}{\partial v} - x\frac{\partial y}{\partial v}\right)\right] - \frac{C}{\Delta}\frac{\partial}{\partial u}\left(y\frac{\partial x}{\partial v} - x\frac{\partial y}{\partial v}\right) =$$

$$= \frac{\partial}{\partial u}\left[\frac{C}{\Delta}\left(y\frac{\partial x}{\partial v} - x\frac{\partial y}{\partial v}\right)\right] + \frac{C^2}{\Delta} - \frac{C}{\Delta}\left(y\frac{\partial^2 x}{\partial u\,\partial v} - x\frac{\partial^2 y}{\partial u\,\partial v}\right)$$

$$\left(x \frac{\partial y}{\partial u} - y \frac{\partial x}{\partial u}\right) \frac{\partial}{\partial v} \left(\frac{C}{\Delta}\right) =$$

$$= \frac{\partial}{\partial v} \left[\frac{C}{\Delta}\left(x \frac{\partial y}{\partial u} - y \frac{\partial x}{\partial u}\right)\right] - \frac{C}{\Delta} \frac{\partial}{\partial v} \left(x \frac{\partial y}{\partial u} - y \frac{\partial x}{\partial u}\right) =$$

$$= \frac{\partial}{\partial v} \left[\frac{C}{\Delta}\left(x \frac{\partial y}{\partial u} - y \frac{\partial x}{\partial u}\right)\right] + \frac{C^2}{\Delta} - \frac{C}{\Delta}\left(x \frac{\partial^2 y}{\partial u\, \partial v} - y \frac{\partial^2 x}{\partial u\, \partial x}\right)$$

onde il primo determinante dà

$$2r \frac{C^2}{\Delta} + \frac{2r}{3} \left\{ \frac{\partial}{\partial u} \left[\frac{C}{\Delta}\left(y \frac{\partial x}{\partial v} - x \frac{\partial y}{\partial v}\right)\right] + \frac{\partial}{\partial v} \left[\frac{C}{\Delta}\left(x \frac{\partial y}{\partial u} - y \frac{\partial x}{\partial u}\right)\right]\right\}$$

Operando in modo analogo sul secondo e terzo detemirnante la somma dei primi tre determinanti si riduce a

$$2 r \sqrt{A^2 + B^2 + C^2} +$$

$$+ \frac{2r}{3} \frac{\partial}{\partial v} \begin{vmatrix} x & y & z \\ \frac{\partial x}{\partial u} & \frac{\partial y}{\partial u} & \frac{\partial z}{\partial u} \\ \frac{A}{\Delta} & \frac{B}{\Delta} & \frac{C}{\Delta} \end{vmatrix} - \frac{2r}{3} \frac{\partial}{\partial u} \begin{vmatrix} x & y & z \\ \frac{\partial x}{\partial v} & \frac{\partial y}{\partial v} & \frac{\partial z}{\partial v} \\ \frac{A}{\Delta} & \frac{B}{\Delta} & \frac{C}{\Delta} \end{vmatrix}$$

Ne consegue che

$$\lim_{r=0} \frac{V(r)}{2r} = \iint_C \sqrt{A^2 + B^2 + C^2}\, du\, dv + \iint_C \left\{ \frac{\partial H_2}{\partial v} - \frac{\partial H_1}{\partial u} \right\} du\, dv$$

ove si è posto

$$H_1 = \frac{1}{3} \begin{vmatrix} x & y & z \\ \frac{\partial x}{\partial v} & \frac{\partial y}{\partial v} & \frac{\partial z}{\partial v} \\ \frac{A}{\Delta} & \frac{B}{\Delta} & \frac{C}{\Delta} \end{vmatrix}, \quad H_2 = \frac{1}{3} \begin{vmatrix} x & y & z \\ \frac{\partial x}{\partial u} & \frac{\partial y}{\partial u} & \frac{\partial z}{\partial u} \\ \frac{A}{\Delta} & \frac{B}{\Delta} & \frac{C}{\Delta} \end{vmatrix}$$

Se L è il contorno del campo C

$$\iint_C \left\{ \frac{\partial H_2}{\partial v} - \frac{\partial H_1}{\partial u} \right\} du\, dv = - \int_L (H_2\, du + H_1\, dv) =$$

$$= -\frac{1}{3}\int_L \begin{vmatrix} x & y & z \\ dx & dy & dz \\ \frac{A}{\Delta} & \frac{B}{\Delta} & \frac{C}{\Delta} \end{vmatrix}$$

Se la superficie S è chiusa, l'integrale è nullo, onde l'area di S è data da

$$\iint_C \sqrt{A^2 + B^2 + C^2} \quad du\, dv$$

che è il noto integrale.

Se la superficie è aperta l'integrale

$$\iint_C \{\Phi_1(u,v) - \Phi_2(u,v)\} \; du \; dv$$

rappresenta, all'infuori di infinitesimi di ordine superiore rispetto ad r, la somma del volume V_1 racchiuso dalle superficie S_1 S_2 inviluppate dalle sfere di centro i punti di S e di raggio r e dalla superficie σ luogo delle normali ad S pei punti del contorno di S, più il volume V_2 racchiuso da σ e dai coni che proiettano dall'origine delle coordinate le linee secondo cui si tagliano σ e S_1 ed σ e S_2. Quest'ultimo volume V_2, detto L il contorno del campo C di variabilità di u, v è dato (cfr. § 6) da

$$-\frac{2r}{3}\int_L \begin{vmatrix} x & y & z \\ dx & dy & dz \\ \frac{A}{\Delta} & \frac{B}{\Delta} & \frac{C}{\Delta} \end{vmatrix}$$

onde il limite di $\frac{V_1}{2r}$ per $r = 0$, cioè la area di S, è ancora data dal noto integrale

$$\iint_C \sqrt{A^2 + B^2 + C^2} \; du\, dv \, .$$

Il caso che S abbia punti o linee singolari si tratta in modo analogo a quello usato per le linee piane.

OSSERVAZIONI
DELLA TEMPERATURA DEL LAGO MAGGIORE

Nota del dott. Adolfo Sozzani

(Adunanza del 23 aprile 1914)

Le osservazioni della temperatura del Lago Maggiore (Verbano) iniziate nell'Aprile 1911, delle quali ho dato relazione in due precedenti note (1), furono continuate senza interruzione tra l'Aprile 1913 e il Marzo 1914, ed ora, compiuto il periodo del terzo anno di queste osservazioni, comunico i risultati delle misure da me eseguite ogni mese.

Fu mantenuto per le osservazioni lo stesso punto indicato nelle note citate e fu seguito lo stesso metodo.

Il termometro usato fu quello a rovesciamento con dispositivo ad elica sistema Magnaghi, con la scala divisa in mezzi gradi, fabbricato da Negretti e Zambra a Londra, segnato col N. 161731 e messo a disposizione dal sig. Marco De Marchi.

Il termometro fu mantenuto continuamente in confronto con altro termometro normale fornito dall'Ufficio centrale di meteorologia e geodinamica, avente la scala divisa in quinti di grado e del quale fu varie volte verificato lo spostamento dello zero. Questo si mantenne durante l'anno corrispondente alla correzione di $+0^\circ,2$. Da tal continuo confronto risultò che il termometro Negretti e Zambra N. 161731 ha un errore corrispondente alla correzione di $-0^\circ,1$. della quale si tien conto nel riferire i dati esposti nelle seguenti tabelle.

---

(1) *Osservazioni della temperatura del Lago Maggiore.* — Nota del dott. Adolfo Sozzani, Rendiconti dell' Istituto Lombardo di scienze e lettere. Serie 2, Vol. 45, e *Osservazioni della temperatura del Lago Maggiore.* — Nota dello stesso. Rendiconti dell' Istituto Lombardo di scienze e lettere. Vol. XLVI, fascicolo 12.

Ciò per la pressione atmosferica. Per le pressioni superiori, alle quali il termometro veniva ad essere esposto per le osservazioni della temperatura degli strati profondi, si tenne conto delle correzioni indicate nella tavola che venne unita allo strumento da « The National Phisical Laboratory, kev Observatory, Richmond Surrey » secondo la quale la correzione è di — 0°,05 per 5; 10; 15 atmosfere e di — 0°,10 per 20 atm. e di — 0°,05 per 25 e 30 atm.

Le osservazioni della temperatura del lago vengono riferite nella unita tabella N. 1 e rappresentata, nella unita tavola N. 1, dalla quale appare che il fenomeno della doppia oscillazione della temperatura della massa dell'acqua, da me già avvertito in questo lago negli anni precedenti (1), si è reso manifesto anche in questo anno di osservazioni con un comportamento più accentuato dello scorso anno e quasi eguale rispetto all'epoca, alla intensità e alla profondità a quello già verificato nel 1911.

Furono contemporaneamente compiute le osservazioni della temperatura dell'aria. Ciò fu fatto alla località Villa Lesa in Comune di Lesa, dove in apposita gabbia, esposta a settentrione, furono installati un termometro normale, con la scala divisa in decimi, uno a massima e uno a minima, che furono forniti dal chiarissimo direttore dell'Ufficio centrale di meteorologia e un termografo Richard messo a disposizione dal dott. Marco De Marchi. Fu determinata più volte la costante del termografo la quale si mantenne corrispondente ad una correzione fra — 0°,3 e — 0°,4.

Così con i dati raccolti della temperatura del lago è possibile unire le osservazioni sulla temperatura dell'aria durante lo stesso periodo e nella tabella II sono rese le massime e le minime e medie temperature di ogni giorno dedotte dalle curve regolarmente tracciate dal termografo.

Lo spessore dello strato di acqua a temperatura quasi costante per effetto del raffreddamento autunnale si comporta nel modo seguente come si deduce dalla tabella I e dalle curve delle tavole I e II.

17 Ottobre	m.	10
20 Novenbre	»	20
27 Dicembre	»	30
22 Gennaio	»	50
19 Febbraio	»	50.

(1) Note citate.

Il massimo alla superficie fu 23°,8 e il minimo a 300 metri fu 6°,4 con la differenza di 17°,5.

Il minimo alla superficie fu di 7°,5 e il massimo a 300 metri fu di 6°,4 con la differenza di 1°,1.

Il massimo alla superficie nel 1911 fu 24°,8 all' 11 Agosto, nel 1912 fu 21°,7 al 1 Luglio e nel 1913 fu 23°,8 al 16 Agosto.

Il minimo alla profondità di 300 m. nel 1911-12 fu 6°,1 ; nel 1912-13 fu 6°,2 e nel 1913-14 fu 6°,3.

I minimi alla superficie furono rispettivamente nel 1911-12, 7°,1 al 23 Gennaio; nel 1912-13, 7°,3 al 22 Gennaio; nel 1913-14, 7°,5 al 16 Gennaio.

Il massimo al fondo fu 6°,5 tanto nel primo come nel secondo anno di queste osservazioni. Nel terzo anno (1913-1914) fu 6°,4.

TABELLA I. — **Osservazioni termometriche nel Lago**

GIORNO	1913					
	Aprile 18	Maggio 22	Giugno 15	Luglio 24	Agosto 16	Settem. 26
Ora iniziale Temperatura dell'aria nel giorno dell'Osservazione	$11^h 25'$	$8^h 10'$	$9^h 15'$	$9^h 45'$	$9^h 45'$	$9^h 30'$
Stato del Cielo	4/10 coperto	1/10 coperto	1/10 coperto	3/10 coperto	1/10 coperto	1/10 coperto
Vento	calma	calma	calma	calma	calma	calma
Stato del Lago	tranquillo	tranquillo	tranquillo	tranquillo	tranquillo	tranquillo
Temperatura dell'acqua: alla superficie	9°. —	12°. —	15°. 8	22°. 4	23°. 8	18°. 6
a 5 metri	8°. —	10°. 8	14°. —	20°. 1	20°. 5	18°. —
" 10 "	7°. 6	9°. 3	12°. 7	16°. 9	14°. 7	17°. 3
" 15 "	7°. 5	8°. 9	11°. 3	15°. —	13°. 6	14°. 4
" 20 "	7°. 3	8°. 5	10°. 7	13°. 1	12°. 8	13°. 6
" 25 "	7°. 1	8°.1	9°. 7	12°. 2	12°. 2	12°. 8
" 30 "	6°. 9	7°. 7	8°. 7	10°. 2	10°. —	11°. 8
" 50 "	6°. 8	7°. 2	7°. 7	7°. 6	7°. 4	7°. 8
" 100 "	6°. 5	6°. 6	6°. 7	6°. 7	6°. 6	6°. 8
" 200 "	6°. 4	6°. 5	6°. 5	6°. 6	6°. 4	6°. 6
" 300 "	6°. 3	6°. 4	6°. 4	6°. 3	6°. 3	manca

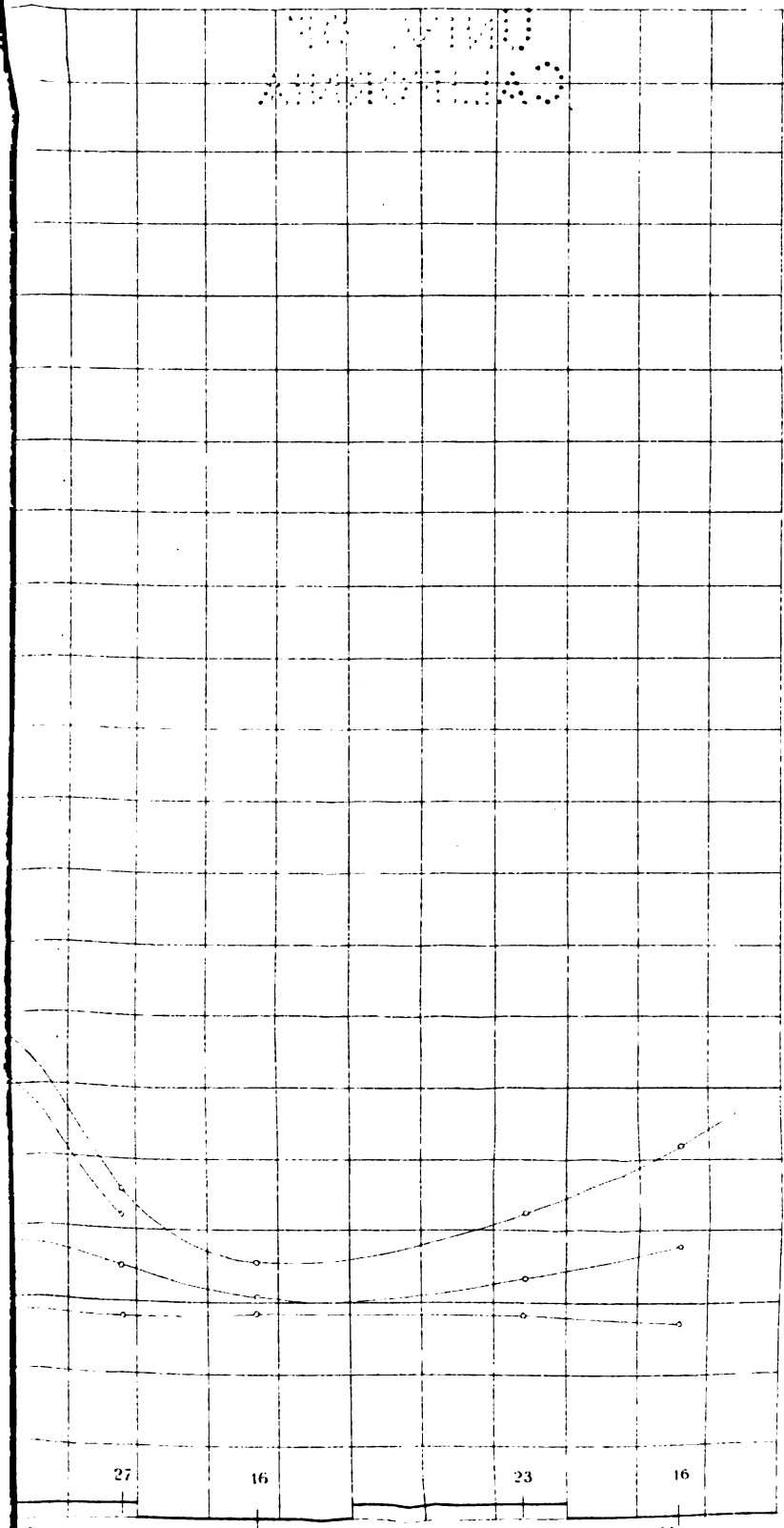
Maggiore dall' Aprile 1913 al Marzo 1914

			1914						
Ottobre 17	Novem. 20	Dicem. 27	Genn. 16	Febbr. 23	Marzo 16				
14h 15′	9h 45′	11h 10′	12h 20′	12h 20′	21h 10′				
1/10 coperto	Sereno	3/10 coperto	Sereno	10/10 coperto poi pioggia	10/10 coperto				
calma	calma	calma	calma	calma	calma	medie	massime	minime	Differenza tra le massime e le minime
tranquillo	tranquillo	tranquillo	tranquillo	tranquillo	tranquillo				
15°. —	12°. 8	8°. 5	7°. 5	8°. 3	9°. 2	13°. 57	23°. 8	7°. 5	16°. 3
14°. 6	12°. 7	8°. 3	7°. 3	8°. 1	8°. 2	12°. 55	20°. 5	7°. 3	13°. 2
14°. 2	12°. 2	8°. 2	7°. 2	8°. —	8°.	11°. 36	17°. 3	7°. 2	10°. 1
13°. 4	11°. 9	8°.	7°. 2	8°. —	8°.	10°. 60	15°. —	7°. 2	7°. 8
12°. 8	11°. 8	7°. 9	7°. 1	7°. 6	7°. 8	10°. 10	13°. 6	7°. 1	6°. 5
12°. 5	11°. 4	7°. 8	7°. 1	7°. 6	7°. 8	9°. 70	12°. 8	7°. 1	5°. 7
12°. —	10°. 7	7°. 8	7°. 1	7°. 6	7°. 8	9°. —	12°.	6°. 9	5°. 1
7°. 9	7°. 9	7°. 5	7°. 1	7°. 4	7°. 8	7°. 50	7°. 9	6°. 8	1°. 1
6°. 7	6°. 9	6°. 8	6°. 8	6°. 8	6°. 7	6°. 66	6°. 9	6°. 5	0°. 4
6°. 6	6°. 5	6°. 6	6°. 5	6°. 5	6°. 6	6°. 52	6°. 6	6°. 4	0 . 2
6°. 4	6°. 3	6°. 3	6°. 3	6°. 3	6°. 4	6°. 35	6°. 4	6°. 3	0 . 1

	1913								
	Aprile			Maggio			Giugno		
	media	mass.	minima	media	mass.	minima	media	mass.	minima
		0	0		0	0		0	0
1	8,4	10,3	7,4	14,8	17,9	10,—	22,6	27,4	15,4
2	10,1	14,0	5,9	12,8	15,7	9,6	23,8	28,8	15,7
3	12,3	12,8	5,0	13,2	15,8	8,3	24,1	28,0	16,8
4	9,1	11,7	7,8	14,9	19,2	6,4	23,7	28,0	15,2
5	6,9	10,0	4,7	14,4	17,9	7,3	25,8	27,3	14,4
6	10	14,2	5,0	14,3	19,8	6,3	20,8	24,1	13,6
7	11,4	17,0	3,6	17,2	23,4	8,2	20,4	25,2	12,0
8	9,8	10,8	7,6	18,2	22,3	10,8	21,5	26,7	11,8
9	8,9	11,6	7,3	18,7	23,6	9,3	22,8	28,2	13,8
10	12,2	16,3	6,3	17,0	22,1	10,6	24,1	28,8	17,0
11	14,0	18,1	7,4	15,3	19,7	9,6	26,4	31,8	17,1
12	8,8	11,7	4,7	17,7	21,8	8,7	26,2	31,1	20,7
13	4,8	7,8	1,9	17,8	20,8	10,4	26,0	31,7	20,1
14	7,3	12,0	0,9	19,1	23,0	12,8	24,9	29,8	17,0
15	7,4	13,4	3,4	14,4	15,8	12,0	23,4	26,7	17,6
16	—	—	—	11,6	12,7	10,3	21,7	26,3	16,8
17	11,2	13,7	8,4	18,8	28,2	10.3	23,1	27,0	15,8
18	10,2	12,2	7,4	14,3	17,0	11,3	22,7	23,0	17,6
19	12,0	17,6	5,2	14,2	21,8	9,8	22,1	26,3	16,1
20	16,8	19,8	9,8	17,0	20,6	11,3	17,8	23,7	16,6
21	16,1	21,4	8,7	16,1	21,8	7,3	23,1	27,0	17,3
22	12,5	14,4	11,8	17,7	24,0	8,7	22,8	26,4	15,3
23	13,4	15,8	11,3	21,9	26,9	13,3	22,4	28,7	13,0
24	12,3	15,0	10,4	22,0	27,0	12,0	22,6	27,7	15,7
25	10,1	10,7	9,7	19,7	25,7	10.3	22,8	23,6	15,7
26	12,7	16,8	9,3	21,3	27,8	12,3	23,1	26,0	18,2
27	16,1	19,8	10,6	23,3	29,3	14,3	23,4	27,9	16,9
28	18,0	22,3	11,6	23,4	29,2	16,4	22,6	26.0	18,4
29	19,2	25,6	10,6	25,3	30,0	18,7	24,1	29,6	16,7
30	19,8	24,8	12,6	20,5	25,3	16,4	24,6	30,0	15,2
31	—	—	—	23,4	28,7	15,8	—	—	—

	1913								
	Luglio			Agosto			Settembre		
	media	mass.	minima	media	mass.	minima	media	mass.	minima
		0	0		0	0		0	0
1	22,1	27,2	14,5	27.5	28,6	19,0	21,7	24,6	17,4
2	22,2	28,9	15,3	24,8	29,7	17,0	21,7	26,6	15,6
3	17,8	22,1	14,2	25,8	29,7	19,7	22,7	27,8	15,6
4	21,9	25,7	14,6	25,3	30,3	18,0	22,3	27,0	17,1
5	21,9	26,6	14,3	25,0	29,5	18,6	21,7	24,6	16,6
6	16,4	18,6	15,0	22,3	19.8	16,8	22,2	27,3	15,0
7	18,5	23,3	14,9	22,5	27,6	14,9	20,5	24,3	18,0
8	19,0	22,7	13,5	20,2	23,7	15,7	19,6	21,7	16,8
9	16,1	23,3	12,6	17,0	21,1	13,8	18,8	22,8	14,3
10	16,4	18,9	11,1	19,6	24,9	12,9	19,8	22,7	16,7
11	17,5	22,8	9,7	18,5	22,9	16,6	20,8	24,6	14,7
12	22,8	28,6	13,5	18,5	19,8	16,5	18,3	22,8	15,0
13	23,7	29,0	15,6	21,0	25,9	15,0	17,5	20,8	14,7
14	27,2	30,4	14,3	19,9	26,6	13,5	15,8	17,8	14,7
15	23,3	27,8	17,3	21,1	27,7	14,5	21,0	23,5	14,5
16	17,5	24,8	13,6	19,6	21,3	13,5	18,2	21,8	12,8
17	22,8	28,6	14,3	21,6	27,0	13,7	18,7	21,8	14,7
18	24,6	30,7	13,6	21,7	25,3	15,9	17,6	22,8	12,5
19	28,4	31,7	16,8	22,1	26,7	18,7	17,3	22,6	12,5
20	27,2	30,7	20,7	20,2	23,9	17,7	17,2	22,5	12,0
21	24,4	29,7	15,4	24,0	30,1	16,6	18,9	22,4	11,5
22	22,5	27,9	12,6	21,9	27,8	14,6	18,7	22,1	12,—
23	20,7	26,8	16,0	24,3	27,9	18,3	18,3	20,4	10,—
24	21,8	26,8	14,8	23,5	27,8	16,7	15,6	20,3	11,
25	21,0	30,8	13,8	23,8	27,7	17,9	15.6	21,0	13,9
26	27,4	29,6	15,7	—	—	—	16,8	20,2	14,2
27	25,1	31,3	16,6	24,8	30,0	17,6	13,5	15,5	11,5
28	24,2	28,8	18,8	24,9	30.2	18,1	15,2	18,9	11,8
29	24,3	31,7	18,1	24,7	30,0	17,5	15,0	16,8	12,3
30	25,3	32,1	18,8	24,8	30,2	18,0	12,8	13,8	11,7
31	25,1	28,9	18,6	22,0	27,3	17,0	—	—	—

	1913								
	Ottobre			Novembre			Dicembre		
	media	mass.	minima	media	mass.	minima	media	mass.	minima
		0	0		0	0		0	0
1	13,4	16,0	11,6	12,5	14,9	10,7	5,1	8,7	1,8
2	15,0	17,8	12,7	13,3	16,4	11,0	3,9	7,3	1,6
3	17,4	19,6	13,4	11,7	14,2	9,0	5,0	7,1	2,6
4	13,0	14,8	13,1	12,0	13,9	8,3	4,4	5,3	3,5
5	15,0	17,1	12,0	11,3	13.9	8,3	7,4	10,0	2,8
6	15,9	18,0	13,2	10,6	13,7	7,6	4,2	8,6	1,6
7	15,1	17,0	13,0	9,7	12,3	5,6	4,0	5,6	1,4
8	14,8	16,3	13,7	9,8	14,3	4,5	2,1	6,1	0,2
9	17,2	20,1	11,7	8,5	11,7	4,7	3,5	6,3	—0,3
10	17,2	19,1	9,7	10,5	13,0	8,—	6,0	13,5	0,5
11	17,1	18,1	10,1	9,1	9,7	8,7	8,2	11,8	4,2
12	17,8	18,6	10,1	9,6	10,3	9,2	5,4	8,0	1,7
13	15,8	18,7	9,3	11,0	13.7	7,9	4,5	7,4	1,3
14	9,2	12,1	5,3	10,1	12,7	6,8	6,8	11,8	1,4
15	9,5	13,0	4,0	10,0	13,0	6,6	6,5	14,6	1,6
16	11,7	15,2	6,0	9,8	12,7	5,5	5,0	9,6	2,8
17	11,8	14,8	5,7	10,4	13,5	6,3	4,8	7,6	2,0
18	11,8	15,3	6,6	8,2	11,8	4,6	3,2	5,7	0,8
19	12,0	16,2	6,6	8,3	11,1	4,2	3,1	4,5	1,3
20	11,8	16,0	6,1	8,0	11,1	4,1	2,3	4,6	—0,3
21	10,8	15,6	6,0	6,2	10,1	2,6	3,0	5,5	—0,1
22	10,7	12,8	10,4	7,0	7,8	6,3	1,9	5,2	—0,5
23	12,2	15,7	10,—	7,5	8,8	6,6	—0,1	2,5	—2,7
24	12,6	16,7	9,—	6,0	7,7	3,7	1,7	5,0	—1,4
25	12,5	17.5	7,7	7,4	13,4	2,8	5,8	9,1	0,1
26	13,0	16,—	9,7	6,8	9,0	3,7	3,2	5,8	—0,3
27	13,2	13,8	12,1	6,0	8,7	3,1	3,4	7,0	0,2
28	14,1	14,8	13,5	5,7	8,6	2,7	6,2	8,7	2,9
29	13,7	14,5	12,8	12,8	20,0	2,7	4,6	8,3	0,9
30	13,6	15,8	12,—	18,0	11,3	4,6	4,7	6,1	3,1
31	13,6	16,7	10,5		—	—	2,8	4,8	—0,3

27
16
23
16
D
G
F
M
1914

	1914								
	Gennaio			Febbraio			Marzo		
	media	mass.	minima	media	mass.	minima	media	mass.	minima
		0	0		0	0		0	0
1	3,0	7,7	—3,0	2,2	7,2	—2,5	7,8	10,3	5,6
2	—0,2	2,1	—3,3	5,5	9,1	1,7	7,0	8,6	5,8
3	1,6	4,5	—1,7	5,8	9,7	1,3	5,5	7,8	3,6
4	1,0	3,5	—1,6	4,5	8,7	—0,7	9,0	12,8	3,8
5	—0,3	1,7	—2,4	4,7	9,1	—0,8	7,3	13,1	3,0
6	0,6	5,3	—3,5	2,7	3,6	—0,5	9,7	14,8	3,6
7	5,0	7,7	1,7	4,1	8,1	—0,7	12,6	18,4	5,0
8	3,1	6,5	—1,0	4,7	7,5	1,3	13,9	18,2	7,5
9	2,2	5,5	—1,8	2,5	3,7	1,4	13,5	16,4	9,8
10	5,1	8,2	1,3	4,3	7,0	1,6	9,3	10,0	8,3
11	2,2	3,2	0,5	3,1	5,8	0,9	10,6	13,5	7,0
12	—1,7	—1,2	—3,0	3,9	5,9	1,7	9,2	11,0	3,6
13	—0,4	2,8	—3,0	4,4	6,9	2,1	7,7	12,8	2,0
14	—1,9	—1,5	—2,7	7,0	9,8	2,1	8,7	13,0	3,2
15	—0,4	2,8	—2,4	7,4	11,7	1,7	7,1	14,4	7,0
16	1,4	3,0	—1,3	6,8	10,3	3,0	7,8	9,	7.1
17	2,5	4,7	0,1	3,7	8,4	0,8	11,2	14,3	6,5
18	3,2	5,2	1,1	4,7	6,3	2.7	7,6	11,0	3,5
19	2,4	4,8	—1,8	7,1	10,2	3,6	2,7	5,0	1,4
20	2,6	4.8	—0,8	7,4	11,0	3,4	7,3	10,2	1,6
21	1,2	3,1	—2,1	4,5	5,7	3,0	7,3	10,3	2,8
22	2,3	4,1	—2,5	6,2	9,0	4,8	8,8	11,6	3,9
23	1,2	3,3	—2,1	6,0	9,1	3,0	8,8	11,3	5,8
24	0,7	3,1	—2,8	6,4	10,1	2,8	7,3	10,0	4,0
25	1,5	4,8	—3,2	8,6	8,0	3,8	7,0	10,0	4,9
26	3,1	5,8	0,9	12,6	12,8	6,0	10,0	15,1	4,7
27	3,4	6,	0,2	8,9	11,2	7,0	10,3	15,3	6,4
28	2,8	4,8	—0,2	9,0	16,4	7,6	10,8	14,8	7,5
29	0,7	4,4	—2,3	—	—	—	8,8	14,9	4,9
30	1,2	5,	—2,8	—	—	—	—	—	4,8
31	1,8	6,2	—2,5	—	—	—	—	—	—

SULLA VELOCITÀ SPECIFICA DEGLI IONI USCENTI DALL'ARCO ELETTRICO

Nota del Prof. ARCIERO BERNINI

(*Adunanza del 23 aprile 1914*)

§ 1° - Introduzione e scopo del lavoro.

In una memoria, comparsa qualche anno fa nella Phys. Rew. (1) il Child riferiva sopra sue esperienze, intese a determinare la velocità specifica (in cm. per volta e per sec.) degli ioni uscenti dall'arco elettrico con elettrodi a carbone, applicando il metodo che già egli aveva tenuto per un identico studio sugli ioni uscenti da una fiamma a gas (2) e sul quale io ebbi occasione di intrattenermi in mie recenti note (3).

Le conclusioni a cui il Child giungeva si possono così riassumere:

Per campi da 50 a 150 volta, per distanze da 2.25 a 9 cm. fra arco e collettore, e per intensità di corrente (continua) di alimentazione da 4.5 a 5.8 ampère:

a) i valori $K+$ e $K-$ delle velocità specifiche degli ioni positivi e negativi sono minori di quelli che rispettivamente si ottengono, con le stesse condizioni, per gli ioni uscenti da una fiamma a gas.

b) il rapporto $\frac{K+}{K-}$ si mantiene, per le diverse condizioni, pressochè costante, e circa al valore 2.

---

(1) *Phys. Rew.* 1901. Vol. XII, p. 137.

(2) *Phys. Rew.* 1901. Vol. XII, pag. 65.

(3) *N. Cimento* agosto 1911 e Memorie dell'Acc. dei Lincei 1911; *N. Cimento* settembre 1913.

c) solo col mettere al suolo punti diversi dell'arco, tale rapporto varia sensibilmente, pur rimanendo però sempre > 1.

Questi risultati sarebbero senza dubbio molto interessanti, anche pel fatto che, almeno per quanto mi consta, sono i soli che si abbiano sull'argomento. Particolare interesse poi presenterebbe la relazione $\frac{K+}{K-} > 1$, e ciò, sia perchè costituisce come una eccezione alla generalità dei casi (1), sia perchè, verificandosi, verrebbe eliminata una delle grandi difficoltà, che si presentano per l'accettazione di certe vedute, esposte dal Child stesso (2) sulla natura dell'arco.

Senonchè, se ci facciamo ad esaminare le condizioni di esperienza realizzate dal Child in questo studio, esse ci appariscono un po' troppo lontane da quelle che sarebbero stabilite dalla teoria, e perciò tali da lasciar sorgere qualche dubbio sulla attendibilità delle conclusioni sopra riportate.

Infatti, le condizioni che, per quanto si riferisce alla sorgente degli ioni, si ammette debbano verificarsi per l'applicazione della formula del Child, sono in sostanza quelle stesse prescritte per l'applicazione della nota formula del Thomson (3), da cui quella deriva, e cioè:

a) La sorgente di ioni deve produrre lo stesso numero di ioni positivi e negativi, e consentire che, pei campi che si intende impiegare, la corrente degli ioni rimanga sempre lontana dalla così detta *saturazione*.

b) Fra la superficie jonizzante ed il collettore di ioni non devono esserci che ioni di un solo segno.

Queste condizioni sono ritenute, com'è noto, praticamente soddisfatte, quando come mezzo ionizzante si faccia uso di una fiamma a gas, opportunamente collocata rispetto al collettore, e messa in comunicazione col suolo. Ma, a parere dello scrivente, non possono ritenersi altrettanto soddisfatte, quando, come ha fatto il Child, si sostituisca senz'altro, alla fiamma a gas, un arco elettrico a carboni.

Intanto un primo inconveniente, quando si pretendesse di avere valori molto esatti, consisterebbe nella impossibilità di mantenere a potenziale costante la superficie di emissione degli ioni, ciò che per la concordanza dei risultati per campi diversi

(1) Secondo i sigg. De Rossi e Sella (*N. Cimento*, Serie V^a t. IV pag. 94 1902) anche per gli ioni uscenti da una fiamma a fosforo si avrebbe K+ > K−.

(2) CHILD. *Phys. Rev.* Vol. X, p. 151.

(3) I. I. THOMSON, *Phyl. Magazine* Vol. 47 pag. 253.

pare necessario (1). Ma indipendentemente da ciò, che non falserebbe l' ordine di grandezza delle K, un inconveniente di portata ben maggiore si intravede nelle superfici incandescenti dei due carboni. Anche queste certamente, oltre che l' arco, contribuiscono a fornire gli ioni per quella corrente i, la cui determinazione è necessaria per calcolare le K; in quanto che è noto, che dalla superficie dei corpi incandescenti, e specie pel carbone, vi è abbondante emissione di ioni. È però dimostrato anche come, per le temperature dal rosso al giallo (che corrispondono alla maggior parte delle superficie dei carboni incandescenti fra cui avviene l'arco), non si ha che emissione di ioni positivi, i quali rimangono (2) in eccesso anche per temperature superiori. E con ciò evidentemente non viene verificata la prima delle condizioni voluta dalla teoria.

Di più è noto che tale emissione di ioni positivi dalla superficie incandescente del carbone avviene pure in opposizione all'azione di un campo esterno molto intenso, e perfino nel caso in cui il carbone stesso possieda un potenziale negativo molto elevato. Si deve pertanto dedurre, che questi ioni possiedono all'uscita una velocità iniziale molto grande; e ciò evidentemente si oppone a che venga soddisfatta anche la seconda delle condizioni accennate, la quale si può verificare solo, quando gli ioni, sia positivi che negativi, non possiedono velocità iniziale apprezzabile con componente nella direzione delle linee di forza del campo elettrico.

Parrebbe pertanto logico il ritenere che, nel caso in cui la sorgente di ioni sia un arco elettrico a carboni, ove non si prendano o non siano possibili particolari precauzioni, non possano risultare nemmeno approssimati i valori, che si ricaverebbero per le velocità specifiche, applicando la formula del Child.

Invero il Child dichiara che non intende assegnare ai suoi risultati altro significato, che quello di mostrare soddisfatta la relazione $\frac{K+}{K-} > 1$, la quale, come dicemmo, verrebbe in appoggio ad una sua teoria sulla natura dell'arco, secondo cui la differenza di potenziale fra i carboni non potrebbe altrimenti venire spiegata, che ammettendo $K+ > K-$.

Però la emissione spontanea dei soli ioni positivi, dotati di

(1) A. Bernini, *N. Cim.* loc. cit. Sett. 1913.

(2) A. Occhialini, R. Acc. dei Lincei, II Sem., 1907, Luglio e Agosto.

grande velocità iniziale, oltre all'essere una causa di errore non bene valutabile, viene indubbiamente ad alterare in modo diverso, ed anzi in senso opposto, i due valori K^+ e K^-; poichè la K^+ apparirà molto più grande della velocità specifica vera positiva, risultando in parte come la somma di questa colla componente, nella direzione del campo, della velocità iniziale propria degli ioni; mentre la K^-, in conseguenza della neutralizzazione degli ioni negativi, richiamati dal campo, coi positivi uscenti spontaneamente, risulterà minore della velocità specifica vera degli ioni negativi. Cosicchè, anche per quanto si riferisce solamente al rapporto $\frac{K^+}{K^-}$, e sto per dire in particolare riguardo a quello, la conclusione del Child non appare in modo abbastanza evidente dimostrata, mentre per contro troverebbe la sua spiegazione nelle cause di errore di cui ho fatto parola.

Quanto io ho constatato, con esperienze intese a cercare maggior fondamento alle considerazioni ora esposte, riferisco qui brevemente.

§ 2° - **Disposizione sperimentale.**

La disposizione sperimentale che ho adottato è quella medesima che ho descritto in una nota recente (1); perciò, mentre rimando il lettore a quella nota per giudicarne i vantaggi, a semplice schiarimento della rappresentazione schematica della fig. 1, mi limito a ricordare:

a) Che le goccie d'acqua, uscenti dal getto *g* col medesimo potenziale dell'induttore *I* e con segno ad esso contrario, cadendo sul collettore *A*, aumentano il potenziale del sistema *A E' B*; mentre d'altra parte, col crescere di tale potenziale, gli ioni di segno contrario alle gocce prodotti dalla sorgente (arco elettrico *a*), attratti sempre più da *B*, finiscono col limitare il crescere del potenziale del sistema, e col renderlo costante ad un valore *V*.

b) Che raggiunta questa condizione, essendo allora l'intensità di corrente prodotta dalle goccie uguale in valore assoluto a quella prodotta dagli ioni sotto l'azione del campo *V*, si potrà, dalla misura di quella, dedurre il valore di questa, e conseguente, dividendo per la superficie del collettore *B* in cm^2, si potrà dedurre l'intensità *i* di corrente unitaria.

---

(1) *N. Cim.* Sett. 1913.

c) Che, ove la sorgente di ioni soddisfi alle condizioni volute dalla teoria, basta, per ottenere la velocità specifica, introdurre nella formula del Child $K = \frac{32 \pi i x^3}{9 V^2}$, al posto di V e i, i valori ricavati come si è detto ora.

d) Che, quando si operi a parità di condizioni, sia cogli ioni positivi che coi negativi il valore del rapporto $\frac{K+}{K-}$ corrisponde evidentemente al rapporto $\frac{i+}{i-}$ delle intensità di corrente unitaria.

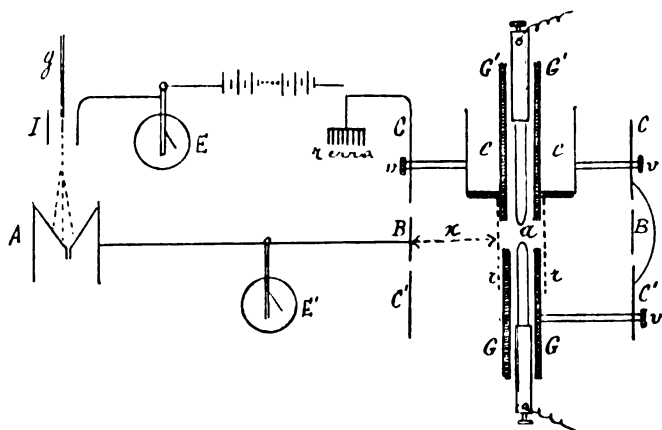



Fig. 1.

Nelle mie prime esperienze, intese più che ad altro a controllare i dati di esperienza del Child, mi sono tenuto il meglio possibile nelle condizioni indicate dallo stesso, e così ho collocato l'arco nell'asse di un cilindro collettore B (1), e di più, per eliminare l'azione elettrostatica dei carboni sul sistema $A E' B$, ho investito l'arco con un lungo manicotto di rete metallica messa al suolo.

Nelle esperienze intese invece ad esaminare l'azione degli ioni provenienti dai carboni coll'eliminarli più o meno par-

(1) Con collettore cilindrico si rimedia all'inconveniente dell'instabilità dell'arco. In tal caso però la formula del Child va opportunamente modificata (Vedi CHILD, loc. cit.).

zialmente, alla semplice reticella di ottone al suolo sostituì il sistema, che appare in sezione dalla stessa fig. 1, costituito cioè da due ghiere di ottone, di cui la superiore *C'*, munita di camera di raffreddamento ad acqua *c*, era congiunta col manicotto di rete metallica *r*, il quale investiva il cilindro di ottone *G*, costituente la ghiera inferiore.

Entrambe le ghiere potevano scorrere indipendentemente lungo l'asse, comune ai due carboni, fino a congiungersi; ed erano messe al suolo attraverso ai cilindri di guardia *G* e *G'*, ai quali potevano venire fissate, mediante le viti di pressione *v*. La posizione poi dei loro bordi affacciati, relativamente ai carboni, veniva stabilita osservando su di uno schermo l'immagine dell'arco, che si proiettava, mediante un sistema di lenti, attraverso ad una apposita fessura, che si apriva temporaneamente nel collettore.

Quanto poi alla lunghezza dell'arco, che sarebbe stato desiderabile ottenere molto grande, coi mezzi che erano a mia disposizione, non potei oltrepassare i 15 mm.

§ 3° - **Risultati sperimentali.**

Risparmio i dati di esperienza, ottenuti operando a solo scopo di controllo, nelle identiche condizioni del Child; tanto più che, come dissi, non credo lecito dedurre con essi i valori o delle K.

Solo noto che ove si applicasse la formula del Child, i miei risultati sarebbero concordanti con quelli del Child soltanto qualitativamente, in quanto che le K non risulterebbero inferiori alle K degli ioni di fiamma a gas per le identiche condizioni, e il valore del rapporto $\frac{K+}{K-}$ risulterebbe sempre maggiore di 2, e anzi crescente col crescere dell'intensità di corrente e col diametro dei carboni. Inoltre analoghi risultati si otterrebbero anche con un solo elettrodo di carbone essendo l'altro di ferro, qualunque sia il senso della corrente; e pure facendo uso di corrente alternata.

Riporto invece qualcuno dei dati delle esperienze, eseguite allo scopo di studiare, mediante opportuni spostamenti delle ghiere di ottone, l'effetto delle superficî incandescenti dei carboni.

In queste esperienze il campo era di 200 Volta, il cilindro collettore aveva un'altezza di 3 cm. con diametro di cm. 12, e i carboni uguali avevano un diametro di mm. 8.

Quanto alla posizione delle ghiere, ho creduto darne l'idea, riportando schematicamente nelle figure di fianco alle tabelle che seguono, le quali si riferiscono ai casi che diremo tipici, quanto si scorgeva dalla proiezione sullo schermo.

In queste tabelle, considerando che il rapporto $\frac{K+}{K-}$ corrisponderebbe al rapporto $\frac{i+}{i-}$ delle intensità di corrente unitaria, mi sono limitato a riportare soltanto i singoli valori delle i, e sotto a il loro rapporto.

Tabella I (Fig. 2).

Corrente continua: 5 Ampère.
Lunghezza dell'arco cm. 1,2.

Distanza fra le ghiere	$i+$	$i-$	a
x_1 = cm. 3,6	8,71.10^{-11}	2,28.10^{-11}	3,8
x_2 = cm. 2,4	5,56. „	2,00. „	2,8
x_3 = cm. 1,2	4,12. „	1,83. „	2.2

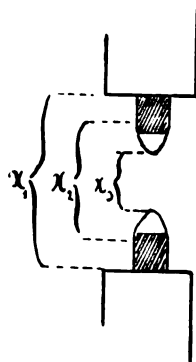



Fig. 2.

Tabella II (Fig. 3)

Corrente continua: 7 Ampère.
Lunghezza dell'arco cm. 1,2.

Distanza fra le ghiere	$i+$	$i-$	a
x_1 = cm. 1,2	6,31.10^{-11}	1,80.10^{-11}	3,5
x_2 = cm. 1,2	5,80. „	2,62. „	2,2
x_3 = cm. 1,2	5,12. „	2,10. „	2,4

Tabella III (Fig. 3).

Corrente alternata: 7 Ampère.
Lunghezza dell'arco cm. 1,2.

Distanza fra le ghiere	$i+$	$i-$	a
x_1 = cm. 1,2	5,92.10^{-11}	1,84.10^{-11}	3,2
x_2 = cm. 1,2	4,33. „	2,91. „	1,4
x_3 = cm. 1,2	5,40. „	1,60. „	3,3

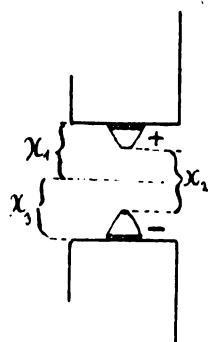



Fig. 3.

TABELLA IV (Fig. 4).

Corrente continua: 6 Ampère.

Lunghezza dell'arco 1 cm.

Distanza fra le ghiere	$i+$	$i-$	a
x_1 = cm. 1,3	$3{,}22.10^{-11}$	$1{,}61.10^{-11}$	2.
x_2 = cm. 1,3	3,00. »	1,80. »	1.6
x_3 = cm. 1,3	1,44. »	1,32. »	1.1

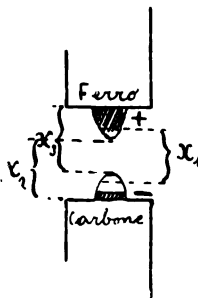



Fig. 4.

Ritengo questi dati sufficienti, perchè dal loro esame si possa concludere in appoggio a quanto dianzi si è obbiettato.

Infatti, la tab. 1ª mostra che l'intervento delle ghiere diminuisce di più la $i+$ che non la $i-$; ciò che può spiegarsi, o coll'ammettere che le ghiere influiscano in modo diverso a seconda del segno degli ioni sulle velocità specifiche, o pure che esse arrestino più ioni positivi che non negativi. Ora la prima ipotesi sarebbe inverosimile, e bisogna ritenere quindi valida la seconda; ma questa porta a concludere evidentemente che la sorgente emette maggior numero di ioni positivi che non negativi. Come si prevedeva dunque, non appare soddisfatta la condizione 1ª voluta dalla teoria.

I dati delle tab. 2ª e 3ª confermano poi in sostanza quelli della tab. 1ª; mentre quella della IV lasciano inoltre intravedere quanto il Child stesso già aveva constatato, e cioè, che con elettrodi entrambi di metallo si avrebbe $\frac{i+}{i-} < 1$.

§ 4° - **Conclusione.**

Non pare dunque lecito pretendere di ricavare, colla introduzione delle i nelle formule del Child, i valori delle relative velocità specifiche degli ioni. Le sole conclusioni, che a me sembrano lecite, si limitano a quelle, che si potrebbero fare pei valori delle i; a meno che la disposizione sperimentale non consentisse di eliminare completamente quegli ioni, che già al loro nascere possiedono velocità iniziale con componente nella direzione del campo.

Appendice.

Non credo fuori luogo dare, in modo assai semplice, una idea della emissione spontanea degli ioni positivi, per parte della superficie dei carboni incandescenti.

A 3 cm. da un arco elettrico (corrente alternata 4 amp.; distanza fra i carboni 0, 5 cm. colloco una rete metallica al suolo, e a 10 cm. da questa colloco parallelamente un piatto conduttore, congiunto ad un sensibile elettroscopio (capacità complessiva 9 unità e. a.) Unisco il piatto ad una batteria di pile ad acqua portandolo coll'elettroscopio a 150 volta positivi, poi lo isolo.

Per effetto degli ioni negativi che attraversano la rete e sono attratti dal piatto, il potenziale del sistema diminuisce gradatamente; ma se, quando questo è giunto al valore 100, spengo l'arco, allontanando ad es. rapidamente i carboni, la foglia dell'elettroscopio si arresta, poi subito risale, per raggiungere una deviazione, corrispondente ad un potenziale anche superiore ai 150 volta positivi iniziali, e ciò nel tempo che impiegano i carboni a perdere la loro incandescenza.

Se inizialmente l'elettroscopio viene caricato negativamente, all'atto dello spegnimento dell'arco, a differenza del caso precedente, la velocità di scarica dall'elettroscopio aumenta, e si annulla al completo spegnimento dei carboni.

(Dal Laboratorio di fisica del R. Istituto tecnico di Pavia).

A PROPOSITO

DELLA « FORMA URBIS MEDIOLANI »

Nota del M. E. prof. Attilio De Marchi

(*Adunanza del 23 aprile 1914*)

Chiamato a far parte della Commissione per la redazione *Forma urbis Mediolani* e condotto quindi a studiare o a ristudiare parecchi problemi che vi si connettono, io verrò esponendo alcune considerazioni intorno all' argomento, non solo per l' interesse storico che esso ha per sè stesso, ma anche colla speranza di richiamarvi l' attenzione di quanti possono portare qualche utile contributo al non facile lavoro che si sta preparando.

Come i Romani trovassero la gallica Milano quando nel 222 av. Cr. vi giunsero la prima volta è più facile immaginare colla fantasia che provar colla storia; ciò che a noi più importa sarebbe conoscere come a compiuta conquista sia venuta la città svolgendosi e trasformandosi colla successiva e progressiva romanizzazione.

Quando Roma, fondando una colonia, trapiantava un nucleo di cittadini dove non vi fosse già un centro abitato, la nuova città sorgeva secondo le norme tradizionali agrimensorie, a perimetro quadrato, e colle regolari suddivisioni determinate delle linee fondamentali del *cardo* e del *decumanus*; regolarità topografica che talvolta si mantenne a lungo attraverso i secoli, nel modo stesso che in alcune regioni si mantengono ancora visibili le tracce della centuriazione dei campi (1). Quando invece i coloni romani erano mandati in centri già abitati e ve-

---

(1) Vedi Adolf Schulten, *Die römische Flurtheilung und ihre Reste*. Abh. d. Kön. Gesells. d. Wiss. zu Göttingen, 1898.

nivano a sovrapporsi o ad aggregarsi a popolazioni già ivi esistenti, potevano essi od usurpare gli abitati della città indigena o creare accanto ad essa più o meno regolarmente la città romana.

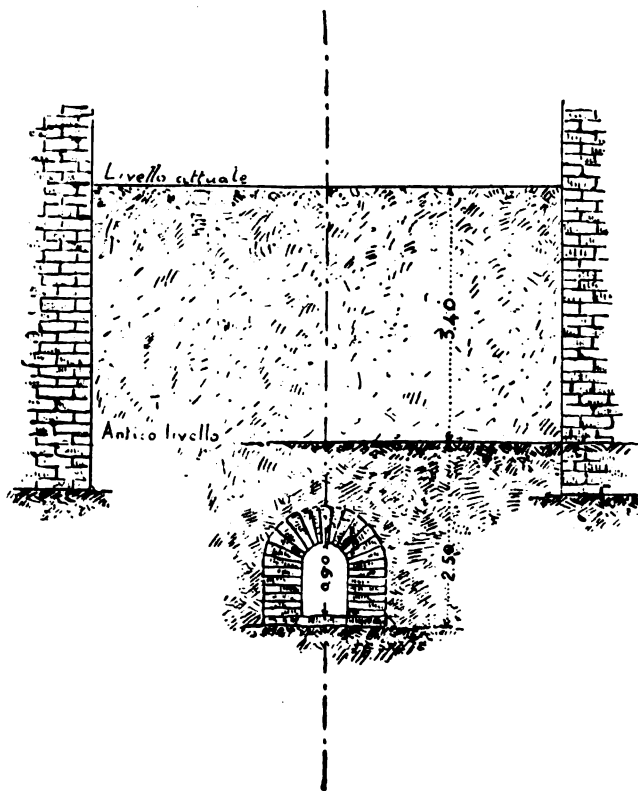



Fig. 1. — Attuale via *Bassano Porrone* che segue la direzione dell' antica via romana di cui si conserva ancora il fognolo. (Dal libro dell'ing. F. Poggi: *Le Fognature di Milano*).

Di Milano non è detto che fosse fatta *colonia* nè al momento della conquista, nè più tardi sotto la Repubblica, allorchè venivano colonizzate altre città dell'alta Italia come Brescia e Como; quando poi nel secondo secolo dell' impero anche Milano, come appare da alcuni testi epigrafici, divenne *colonia*, tal nome fu piuttosto un titolo di nobiltà, che si rivelava negli epiteti imperiali aggiunti al suo nome, (1) che non l' espres-

(1) Vedi nel C I L. V. pag. 634.

sione di una vera e propria colonizzazione che modificasse le condizioni demografiche e topografiche della città.

Tuttavia l'affluirvi, colla crescente e rapida romanizzazione del paese, di sempre nuovi elementi romani, dovette modificar presto la fisonomia della città, o piuttosto determinare il sorgere accanto alla città gallica di un quartiere di tipo e di caratteristiche romane. Ora possiam chiederci se della topografia della città romana sia rimasta qualche traccia nella Milano medioevale e moderna.

È troppo noto come Milano ebbe a subire saccheggi e distruzioni che le furono fatali: prima dagli Unni di Attila, poi, durante la guerra gotica, dalle miste orde di Uraia, il quale ne fece tale strazio che Milano parve per alcun tempo cancellata dalla storia; più tardi infine, per tacer di minori danni, ebbe a subire la distruzione più accanita e più sistematica del Barbarossa e delle città italiane nemiche; dopo la quale, quando la popolazione dispersa nelle campagne vicine tornò a rifabbricar le sue case, la riedificazione fu necessariamente affrettata, disordinata, pressappoco come quella che, al dir di Livio, fecero della loro città i Romani quando vi ritornarono dopo la partenza dei Galli. Quale possibilità quindi, dirà alcuno, di ritrovar traccia visibile della topografia romana?

Ebbene, il caso di Milano può essere una bella prova per dimostrare quanto sia tenace la tradizione locale; tenace non solo nei nomi — onde, ad esempio, i cittadini di Milano odierna ripetono i nomi di porta Romana e porta Vercellina usati già forse dai contemporanei di Cecilio Stazio — ma pur nelle linee topografiche; e come a cancellare le tracce del passato più di ogni violenza di barbari valga un piano regolatore degli edili moderni.

I barbari distruttori spogliavano e incendiavano templi e case, abbattevano statue, seminavano di ruine il suolo; ma non sradicavano le case dalle fondamenta, non distruggevano la rete delle vie, non cancellavano i perimetri dei fori. Passata la bufera, i cittadini riedificavano sulle macerie, allineavano di nuovo le case lungo le vie già tracciate, sgombravano dai rottami le piazze: procedere altrimenti non sarebbe stato nè più facile, nè più ragionevole.

La distruzione stessa che ne fece il Barbarossa, e che la leggenda disse così spietata che venne fatto passar l'aratro sull'area seminata di sale, potè sì rendere la città inabitabile, trasformando case e palazzi in mucchi di ruine fra cui si ergevano solitari gli edifici sacri; abbattè sì la cinta delle forti-

ficazioni costituite ancora dalle mura romane; ma fra le ruine rimasero certamente segnati i solchi delle vie e le aree delle piazze che guidarono nell'opera loro i ricostruttori impazienti.

Onde non sarà meraviglia se in più di un punto, scavando nel sottosuolo di Milano, si trovò sotto l'acciottolato moderno, alla dovuta profondità, il selciato delle vie romane, a dirci che dove passa il flusso dell'odierna popolazione passò già quello di *Mediolanum* imperiale e fors' anche repubblicana. E nemmeno parrà allora temerario ricercar nel cuore della vecchia Milano qualche traccia del piano regolatore della Milano romana.

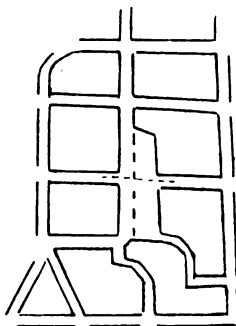



Fig. II. Antico quartiere centrale di Milano che conserva verisimilmente le tracce della regolare rete stradale romana.

Si guardi il tracciato qui riprodotto da una vecchia carta di Milano, di uno dei punti più centrali della città nostra cioè il quartiere che circonda la piazza dove sorgono la chiesa di S. Sepolcro e la Biblioteca Ambrosiana; piazza che ancora in una carta dell'anno 879 è detta *Forum publicum prope Monetam*, e che io, per maggior chiarezza, ho lasciato sgombra nella figura qui riprodotta. Malgrado certe deviazioni prodotte da posteriori trasformazioni edilizie, ancor si vede come nel centro di quella piazza venivano a incrociarsi ad angolo retto il prolungamento di due vie che possiam ritenere il *cardo* e il *decumanus*; e parallele a queste corrono, a eguali intervalli, altre vie a formar lo scacchiere caratteristico delle antiche città italiche, mentre il prolungamento a settentrione e a mezzodì del *cardo* oggi ancora conduce a due opposte porte della città. Par di avere innanzi la città di Burdigala quale è descritta dal nativo Ausonio (1):

Distinctas interne vias mirere, domorum
Dispositum . . . .
Tum respondentes directa in compita portas.

Non è troppo arrischiata ipotesi dire che forse abbiam qui il nocciolo dell'antica città romana cresciuta accanto alla più antica e probabilmente più irregolare città gallica; quando poi

(1) *Ordo nobilium urbium.*

e l'una e l'altra sieno state chiuse da quell' unica cerchia che fece di Milano uno dei *firmissima municipia* dell' alta Italia di cui parla Tacito non si potrà dir mai; poichè se manifesto è il fatto compiuto della romanizzazione del nostro paese, ignoriamo per secoli parecchi i momenti della evoluzione e la lunga serie di avvenimenti, di rapporti, di influssi attraverso cui si svolse.

Un solo accenno chiaro, preciso, intorno allo sviluppo edilizio di Milano ci è dato da poche parole dei noti versi di Ausonio, dove, fra l'enumerazione dei più insigni edifici onde andava superba la città nostra nel quarto secolo, ricorda anche come fosse *duplice muro amplificata loci species*; espressione per verità poco propria per dire che una doppia cerchia di mura indicava visibilmente l' espansione della città. Essa però pur nella sua brevità lascia ragionevolmente pensare che quando il poeta nel quarto secolo visitò la nostra città, quella doppia cerchia era ancora chiaramente visibile e distinta, che cioè la prima e più antica non era stata ancora a dir così sopraffatta e cancellata dal flutto delle case come era avvenuto delle mure serviane, come più tardi avvenne in Milano stessa delle mura viscontee.

E infatti probabile che nel lungo periodo di sicurezza e di pace, quando la minaccia dei barbari era, non dico lontana, ma nemmen pensata, i borghi straripassero liberamente fuori delle porte lungo le vie maestre, più qua più là, come oggi, secondo i bisogni e l' invito dei luoghi, finchè nel terzo secolo parve necessario chiudere anche i sobborghi entro un muro di difesa più ampio che li assicurasse contro ogni sorpresa.

Il perimetro di questo secondo muro ci è dato tracciarlo con sufficente sicurezza ed è quello qui riprodotto nella figura III. È un perimetro, come si vede, notevolmente irregolare e che pare rivelare per sè stesso, al pari di quello delle mura d' Aureliano, come lo sviluppo suo fosse suggerito dal bisogno di racchiudere una città irregolarmente sconfinata nel suo espandersi fuori della cerchia più antica (1). E se l' induzione non è troppo ardita, si direbbe che anche allora,

(1) Non so se il Pais in una sua nota su *Fundi* (Atti dell' Acc. di Napoli 1913. I. 231) dicendo che a Milano il terreno melmoso, percorso da canali o in mezzo a lagune non si prestava alla forma quadrata delle mura avesse presente il tracciato delle mura massimianee. In tal caso non converrei nell' ammettere questa ragione della loro linea irregolare piuttosto che quella da me addotta.

come ai giorni nostri, l' espansione maggiore fosse verso la zona più alta di nord-est, dove la linea si protende in una curva più irregolare.

Può sorprendere come mai una tal cerchia non abbracciasse quella zona dove la tradizione colloca le famose terme Erculee pur celebrate da Ausonio; dove il nome ancor vivo di *Arena* e altre probabili induzioni che, ebbi ad esporre in altro mio lavoro (1), farebbero supporre l' anfiteatro; dove infine la ba-

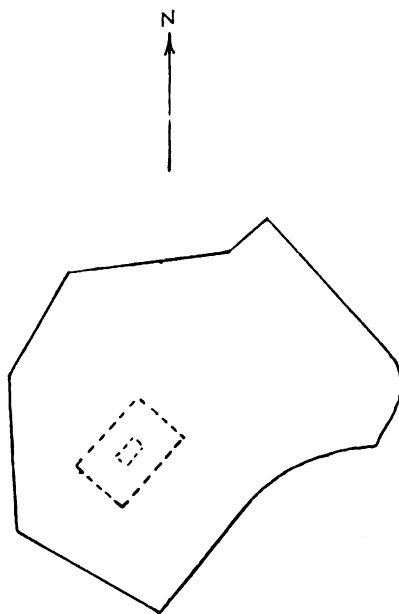



Fig. III. Forma della linea perimetrale della seconda cinta delle mura di *Mediolanum*, risalente, come pare, all' età di Massimiano. Il rettangolo che vi è segnato corrisponde al quartiere tracciato nella fig. II.

silica di S. Lorenzo conserva ancora così notevoli ricordi di costruzioni romane. Nè forse furono quelli i soli importanti edifici esclusi, se fosse vero che un palazzo imperiale sorgesse presso quella che fu poi la basilica Ambrosiana, là dove una solitaria colonna ancor ritta nella piazza conserva il ricordo di monumenti romani. (2).

(1) *Gli scavi a S. Lorenzo e l' anfiteatro milanese* in *Athenaeum* I. fasc. II. 1913.

(2) Che col più ampio sviluppo della cerchia si sentisse il bisogno di aprire nuove porte è probabile e mi parrebbe di poter asserire che

Vero è che a noi sfuggono le ragioni tecniche, topografiche e forse finanziarie che determinarono la linea della seconda cinta di fortificazioni, che sull' autorità del noto testo di Vittore potrem dire massimianee; ragioni che possono appunto aver indotto a escludere questa e quella zona perchè avrebbero imposto uno sviluppo o troppo irregolare, o più dispendioso o militarmente meno forte (1); se pure l' opera di Massimiano non sia stata che opera di ampliamento la quale si innestasse su di una seconda cerchia già preesistente di cui abbia mantenuto alcuni tratti, fra i quali quelli che abbracciavano la parte della città che si stendeva da sud-est a sud-ovest. Ma è questo un campo d' induzioni dove sarebbe vano e pericoloso indugiarsi.

Torno torno alle mura, non così però da lambirne il piede, ma alla distanza di una ventina di metri circa, correva la fossa di cui è dato ancor oggi seguire tutto o quasi il corso sotterraneo. É notevole come Ausonio accenni ne' suoi versi a questo fossato come ad una singolarità, poichè non ne parla quando s' aspetterebbe, dove cioè ricorda il duplice muro; ma dopo aver enumerato gli insigni edifici di Milano, nota di essa anche « le mure circondate da una fossa come è il vallo di un campo »: *moeniaque in valli formam circumdata labro* (2).

Se quindi Ausonio entrò in Milano venendo dalla gran via Romana ecco come gli si presentò la città nostra. A circa cinquecento metri dalla porta Romana, (al di là quindi di quella

---

risalga a quel tempo la porta Giovia, il cui nome, che ricorda il titolo di Giovio assunto da Diocleziano, e la cui collocazione fra quelle già vicine di porta Comasina e porta Vercellina, colla quale la troviamo accomunata in un' iscrizione collegiale di *iumentarii* (C. I. L. V. 5870), farebbero pensare veramente a una porta d' onore.

(1) La vastissima platea, dello spessore di molti metri e costituita dagli enormi blocchi di un edificio disfatto, sulla quale sorge la cappella di S. Aquilino e pare tutta la basilica di S. Lorenzo, lascerebbe pensare in quella zona una bassura paludosa e quindi forse meno opportuna allo sviluppo di una linea di fortificazioni. Ciò che non contraddice però a quanto è detto nella nota 2 a pag. 412 perchè da quella parte appunto la linea delle mura presenta la maggior regolarità, formando un angolo quasi retto.

(2) *Limbo*, (cioè *orlo*, *cintura*) invece di *labro* si legge nella citazione volgata di questi versi; e per vero *labro* nel senso qui voluto non si ritrova che in questi versi di Ausonio. Di fossato Ausonio non fa menzione dove ricorda le mura di altre città, pur dando di esse

che fu poi la linea del Naviglio), passò sotto quell'arco quadrifronte che tanti secoli dopo i Milanesi dovevano trasformare in poderosa opera di difesa contro il Barbarossa; di là la via correva fra due file di sepolcri fino a giungere alla fossa sulla quale era gettato uno di quei ponti de' quali un prezioso ricordo rimane nella toponomastica milanese nel nome di *Ponte Vetero*; quindi s'apriva la porta Romana, la cui ricchezza amerebbe la fantasia pensare quale è suggerita dai notevoli frammenti marmorei trovati in via Manzoni, dove s'apriva un'altra delle porte di Milano romana. Oltrepassata la prima cerchia di mura, a non molta distanza, — forse di un 150 metri — Ausonio incontrava la seconda, entro la quale più fitte dovevano addossarsi le case e più densa affollarsi la popolazione.

Quale popolazione? a quanti cioè sommarono gli abitanti di Milano nel suo massimo fiore fra il terzo e il quarto secolo?

La domanda rientra nel più vasto problema della popolazione del mondo antico greco e romano, problema a cui furono consacrati già tanti studî poderosi (1), benchè con risultati non corrispondenti all'acume e alla dottrina degli indagatori; ma forse non sarà inutile ripigliarlo in esame entro i limitati confini del nostro tema.

Ausonio conchiude il suo elogio di Milano dicendo che non fa ombra a questa città la vicinanza di Roma: *nec iuncta premit vicinia Romae.* Che queste parole si debbano riferire, pur con manifesta iperbole, allo splendore degli edifici pubblici e privati, alla ricchezza e al movimento di vita materiale e intellettuale, ma non già, nemmeno lontanamente, al numero degli abitanti, è cosa troppo evidente, anche solo con un rapido

---

altri particolari che tace pur troppo per quelle di Milano. Così delle mura di Treviri mette in rilievo l'ampiezza e lo sviluppo in collina: *lata per extentum procurrunt moenia collem;* di quelle di Tolosa nota oltre al vasto circuito la costruzione in mattoni: *coctilibus muris quam circuit ambitus ingens*; delle mura di Burdigala accenna al perimetro quadrato e vanta iperbolicamente l'altezza delle torri:

Quadrua murorum species, sic turribus altis
Ardua ut aerias intrent fastigia nubes.

(1) Vedi il volume IV della *Biblioteca di storia economica* diretta dal PARETO.

confronto fra il perimetro delle mure romane di Aureliano e quelle milanesi di Massimiano, senza pensare alle molte condizioni storiche, geografiche, politiche che concorserso a far di Roma la città di gran lunga e senza paragone più popolosa di tutto l'occidente.

Ma se per Roma oltre alle copiose notizie dei fonti letterari, abbiamo nei Regionari insieme alla enumerazione di tutti i monumenti e edifici importanti anche il numero delle *domus* e delle *insulae*, che offre un terreno solido almeno alle controversie, per Milano capitale d'occidente non s'ha in proposito che la generica espressione di Ausonio che ne vanta i molti e ricchi palazzi: *multae cultaeque domus*; quelle *cultae domus* che ogni tanto si rivelano in qualche frammento di pavimento a mosaico che ritorna alla luce. Dire che i numerosi palazzi lasciano supporre, in un tempo di tanto squilibrata distribuzione di ricchezza, una forte popolazione proletaria può esser logica induzione, se applicassimo la proporzione di Roma dove, ad esempio, nella popolosa regione del Celio si contavano 127 *domus* su 3000 *insulae*; ma è induzione ben lontana dal poter esser tradotta in una qualsiasi cifra.

Circa un secolo e mezzo dopo Ausonio, lo storico Procopio vanta ancora Milano come la prima città d'occidente dopo Roma « per grandezza, per popolazione e ogni altro bene » (1); ma essere seconda a Roma per popolazione è un'espressione che non dice nulla alla statistica quando non si sappia a qual distanza lo fosse. Più conclusiva in proposito sarebbe un'altra notizia del medesimo autore quando fosse attendibile. Narrando della presa di Milano fatta dai Goti scrive che vi perirono 300,000 cittadini e che le donne furono trascinate schiave (2); ciò che importerebbe una popolazione di almeno 500,000 abitanti in un tempo in cui Milano aveva già sentito gli effetti di altre incursioni barbariche, e col trasporto della capitale a Ravenna aveva perduto assai della sua importanza.

Ma ognun sa come, quando si tratti di eccidî in massa, l'esecrazione, il terrore, la distanza concorrano ad esagerare le cifre e sia difficilissimo conoscere il vero; che se anche quella cifra di Procopio fosse attendibile, poco ci direbbe sulla popolazione effettiva di Milano a' quei tempi, poichè è facile pensare come la popolazione di tutta la campagna circostante riparasse in quell'occasione entro le mura cittadine, unico scampo contro il pericolo imminente.

---

(1) *De bello gothico* II. 8.

(2) *Op. cit.* II. 21.

Mancandoci dunque qualsiasi dato positivo, vediamo se per via d' induzione possiamo giungere a qualche conclusione probabile.

Che Milano, fatta capitale d' occidente, scelta a residenza imperiale, divenuta centro politico e militare di prima importanza, risentisse almeno in parte gli effetti che più tardi risentì Bisanzio divenendo Costantinopoli e ai nostri tempi risentirono Firenze e Roma fatte capitali d' Italia, è più che naturale. La corte, gli alti e bassi funzionari d' una burocrazia che appunto in quei tempi cresceva di numero e d' influenza, i comandi militari accentrati in questo che Procopio chiama propugnacolo dell' impero, e insieme il fenomeno dell' urbanesimo certamente accresciuto dalle nuove condizioni e dalle nuove attrattive, furono senza dubbio operosi coefficienti ad aumentare sensibilmente la popolazione. Sul fiorire delle industrie gli accenni sono scarsi, ma quei pochi, che altrove ho raccolti (1), lasciano supporre che attiva fosse l' industria tessile e probabilmente quella delle armi, quasi a precorrere le future attività di Milano medioevale, e che quindi numerosa dovesse essere la popolazione servile e dei lavoratori liberi; mentre d' altra parte la fama di città colta, che Ausonio pur ricorda ne' suoi versi, e che chiamò in ogni tempo, da Virgilio ad Agostino, scolari e maestri alle sue scuole, ebbe certamente nel suo assorgere a capitale ad invitare sempre più gli studiosi ad affluirvi.

Il concorrere di tutte queste cause deve aver portato allora Milano a grande distanza, anche per numero di abitanti, dagli altri municipî dell' alta Italia, dai quali non pare che prima si distinguesse per decisa superiorità; e il fatto che nella carta peutingeriana Milano è indicata, come tant' altre, colle solite due torri, mentre altri centri, come Aquileia, son figurati con particolare distinzione, potrebbe essere altro argomento per credere che quella carta risalga a una redazione originaria del primo o secondo secolo dell' impero.

Induzioni tutte legittime quelle che venemmo fin qui esponendo, ma non tali che bastino per sè a trarre la conclusione di una cifra.

Un indice di popolazione per il mondo romano fu cercato dal Beloch anche nel numero proporzionale delle iscrizioni sul criterio « che una grande città lascia una copia di iscrizioni maggiore di una piccola e quindi un paese più densamente po-

(1) Vedi la mia Lettura su *Milano municipio romano* in *Conferenze di storia milanese*. Fratelli Bocca 1897.

polato una maggiore di un altro in opposte condizioni " (1); e un tal criterio applicò, colle dovute riserve e cautele, alle regioni d'Italia. Or se noi lo applicassimo alle città principali della Gallia transpadana, risulterebbe dalla statistica delle iscrizioni che Aquileia, ebbe una popolazione doppia di Milano, e un po' superiore a quella di Milano l'avrebbero avuta Brescia e Verona.

Ma affrettiamoci a dire che una tale statistica, già per sè di poco fondamento, non ne ha punto nel caso nostro, non perchè un qualche rapporto non vi sia fra il numero delle iscrizioni e il numero degli abitanti di una città, specialmente se in questa era numerosa, come certamente fu in Milano capitale, la classe di condizione sociale ed economica elevata che lascia più traccia di sè nelle pietre scritte; ma perchè in Milano a questi monumenti furono esiziali ancor più delle ripetute distruzioni della città, le affrettate sue riedificazioni. A queste riedificazioni le pietre sepolcrali degli antenati romani offrirono un materiale di fabbrica già pronto e a buon mercato che entrò nelle fondamenta delle case e nella costruzione delle mura (2), mentre i marmi dei peristilii, già celebrati da Ausonio, si saranno mutati in calce, più preziosa, per chi ha bisogno di un tetto, che non un'opera d'arte. Così solamente si spiega come della vita e del fasto di una città, che fu per circa due secoli capitale di un impero, tanto scarse tracce sieno rimaste.

Unico dato positivo a determinar la popolazione di Milano antica nel terzo e quarto secolo non ci resta quindi che il perimetro delle sue mura dell'età imperiale, quale è tracciato nella fig. II; un perimetro che ha uno sviluppo di circa quattro chilometri e comprende un'area di pressappoco 112 ettari (3).

---

(1) *Die Bevolkerung d. griech. u. röm. Welt*, pag. 430.

(2) Possiamo farci un'idea del materiale epigrafico così andato disperso anche solo ricordando quello riacquistato nella demolizione dei Portoni di Porta Orientale. Oggi ancora nei Portoni di Porta Nuova, unico resto sopravvissuto della cinta medioevale, sono visibili parecchi massi con iscrizioni, usati come materiale costruttivo.

(3) Questa cifra è non poco discorde da quella di 133 data dal Beloch per Milano nella sua *Bevolkerung*: ma la mia è ottenuta su carte e ricerche molto più precise e non comprende, naturalmente, l'ampliamento fatto, pare, nel secolo IX da Ansperto per racchiudere il Monastero Maggiore.

Il Pais nello scritto sopra citato (pag. 231) osservava a proposito di Fundi come uno studio accurato dei confini originarî delle città antiche e degli aumenti successivi possa offrire un prezioso contributo allo

Ma perchè un tal dato possa servire alla risoluzione del problema, quante incognite resterebbero prima a risolvere! Quali spazî liberi di piazze, orti e giardini comprendeva la città imperiale entro le sue mura? Qual'era l'altezza delle case? Quali le condizioni di abitabilità e il limite di agglomeramento?

Pur troppo cercheremmo inutilmente negli scrittori del tempo qualche risposta a queste domande; nelle *Confessioni* di Agostino, che pur fece lunga dimora in Milano e ci offre notevoli altri particolari di vita privata; nelle stesse opere di Ambrogio che qui svolse la sua meravigliosa attività e ne' molti suoi scritti spesso tocca dei costumi della società de' suoi tempi, quasi nessun accenno a ciò che è qui oggetto della nostra indagine. L'unico, a dir così, spiraglio, aperto sullo spettacolo vivo di Milano imperiale trovo nel panegirico di Claudio Mamertino in onore di Massimiano (1), dove parlando della visita di Diocleziano e Massimiano alla città nostra scrive che quando, varcata la soglia del palazzo, i due imperatori percorsero in carrozza le vie della città « si commossero quasi le case stesse, prorompendo tutti, uomini, donne, fanciulli, vecchi dalle porte nelle strade, o stando a guardare dall' alto dei tetti.... »

Uno scrittore moderno parlando di folla spettatrice ricorderebbe oltre alla gente per le vie e sui tetti anche quella che gremisce le finestre e i balconi; ma finestre e balconi, malgrado che i recenti scavi di Pompei, e più ancora quelli di Ostia, vadan correggendo le idee tradizionali in proposito, non ebbero certamente nella maggior parte delle case antiche la parte e l'importanza che hanno nelle nostre: nè del resto vorremo trarre troppo sottili deduzioni dalle parole del nostro retore, nemmeno col dire che le vie fossero troppo anguste a contener la folla se essa saliva sui tetti. Quali fossero le vie di Milano

---

studio delle popolazioni d'Italia antica. Il Nissen invece (*Italische Landeskunde* II. 122) osserva che a determinare la popolazione delle città antiche la cerchia delle mura poco può servire, sia perchè le fortificazioni perdettero col tempo importanza, sia per lo spopolamento a cui tante località furono soggette. Ma nè l'una nè l'altra obiezione valgono nel caso nostro, perchè le mura massimianee furono fatte appunto per racchiudere Milano in quel momento della sua espansione del quale cerchiamo la popolazione.

(1) cap. 11.

noi lo sappiamo per conoscenza diretta dai tratti che ne ritrovammo nel sottosuolo, col loro lastricato a irregolari massi poligonali che come a Pompei portano ancora i solchi profondi delle carreggiate: vie di limitata larghezza e che noi diremmo anguste, tali cioè che poco spazio dovevano togliere all' area fabbricabile chiusa entro la cerchia delle mura.

Ma ciò che più importerebbe conoscere per la soluzione del nostro quesito è l' altezza delle case. Se fosse possibile ammettere per la settentrionale e gallo-romana Milano del terzo secolo, capitale d'impero, il tipo edilizio della meridionale greco-romana Pompei del primo secolo la soluzione si ridurrebbe a un calcolo di proporzione; e poichè per i 64 ettari di Pompei fu calcolata una popolazione di circa 20.000 abitanti — un calcolo che oggi bisognerebbe sottoporre a più rigorosa revisione — per i 112 di Milano si dovrebbe ammettere una popolazione su per giù di 35.000. Semplicismo, come è facile vedere, troppo fallace e d' impossibile applicazione, specialmente dopo i recentissimi scavi ostiensi che han rimesso alla luce case a pigione a più piani che ricordano molto da vicino le nostre.

N' ebbe di simili anche Milano romana accanto alle *multae cultaeque domus* ricordate da Ausonio? Qui sta il punto.

Pur troppo se intorno alle *insulae* o case a pigione di Roma antica, dietro la scorta degli autori, potei dare in uno studio pubblicato nelle Memorie di questo Istituto (1) molte e positive notizie, non è possibile dire se Milano, che secondo Ausonio non temeva la concorrenza di Roma, ne ebbe di altrettali o di simili, e fosse, come quella, *suspensa cenaculis*, dove s' addensasse tanta parte della sua popolazione. Inviti alla speculazione non dovettero mancare a Milano col suo assorgere a capitale, e insieme colla lingua, colla religione, col costume Roma dovette insegnare anche l' arte agli speculatori di trar largo profitto da piccole aree mediante la sovrapposizione di piani, con quegli economici sistemi edilizî che Vitruvio condanna. Ma di quelle case di Milano nulla è rimasto se non forse le macerie che non saprei in quanta parte concorsero a sopraelevare il suolo della città, che or si deve scavare fino alla profondità media di circa tre metri per giungere al livello romano.

E nemmeno vorremo trarre un argomento dal silenzio di Ausonio in proposito, col dire che se le case di Milano aves-

(1) *Ricerche intorno alle « Insulae » o case a pigione di Roma antica.* Anno 1891.

sero ricordato in qualche modo quelle di Roma, non avrebbe mancato di notare la cosa, lui che della nativa Burdigala rileva e loda le vie ben tracciate, l' allineamento delle case, le piazze veramente degne di tal nome; ma il modo seguito da Ausonio nel suo *Ordo nobilium urbium* a descrivere le città che piglia a oggetto del suo carme è tale, che il silenzio può essere volontaria o involontaria omissione, non mai argomento di prova in alcun senso.

Venendoci quindi meno ogni sicuro sussidio induttivo da parte dell' antichità, non resterebbe che vedere se qualcuno ci è offerto dai tempi posteriori. Milano sforzesca, entro la cinta segnata dal Naviglio, che racchiude un' area più che doppia di quella chiusa entro le mura massimianee, ebbe secondo la concorde opinione degli studiosi — pur troppo sempre su argomenti d' induzione — una popolazione di circa 300.000 abitanti. Città anche allora, come ai tempi romani, chiusa da mura; anche allora centro politico e militare importante e sede di corte; anche allora fiorente d'industrie e di studî; con idee sociali, igieniche, edilizie, e quindi condizioni di abitabilità, più vicine alle antiche che alle nostre, parrebbe offrire un cotal termine di probabile confronto colla Milano romana del terzo e del quarto secolo, tale da render meno fallace l' applicazione di quel criterio di proporzionalità che dobbiam rifiutare con Pompei, e far supporre quindi per Milano romana nel suo fiore una popolazione di circa 130.000.

Ma sul punto di conchiudere con una cifra ne trattiene la voce di un prudente scetticismo col ricordare quanto di arbitrario vi sia in queste ricostruzioni demografiche a tanta distanza e differenza di tempi e con tanta povertà di notizie; onde miglior conclusione è questa: che a noi non è dato dire, neppure approssimativamente, quale fosse nel terzo e quarto secolo la popolazione di Milano capitale dell' impero romano d' occidente.

APPUNTI
SULL'ANFITEATRO MORENICO BENACENSE

Nota del prof. G. B. Cacciamali

(*Adunanza del 23 aprile 1914*)

Nell' anno 1907 venne pubblicata nei Rendiconti di questo Istituto Lombardo una mia nota preventiva sull' anfiteatro morenico sebino; nei Commentarî dell' Ateneo di Brescia dello stesso anno comparve poi il mio studio completo su quell' anfiteatro; e sempre nel 1907 al Bollettino della Società Geologica Italiana consegnai una nota complementare dal titolo « Glaciazioni quaternarie ».

Presento ora a questo stesso Istituto alcuni appunti sull' anfiteatro morenico benacense, appunti che si riferiscono e ad osservazioni da me fatte in varî periodi di tempo (che vanno dal 1879 al 1913) in plaghe diverse del vasto anfiteatro, ed a mie particolari vedute che mi sembrano logicamente scaturire dai fatti osservati.

Ho constatato innanzitutto come non sempre sia possibile una netta distinzione tra le morene profondamente ferrettizzate e le morene poco ferrettizzate, nonchè tra queste e quelle non ferrettizzate, e come non sia quindi troppo facile stabilire limiti sicuri tra i depositi delle successive glaciazioni. Il passaggio pare più sovente graduale: tra gli archi più esterni offrenti una tipica ferrettizzazione massima e gli archi più interni caratterizzati da una altrettanto tipica mancanza completa di ferretto, si interpongono più serie di archi presentanti via via tutte le possibili gradazioni tra i citati tipici estremi.

Diciamolo subito: il Penck nella sua opera del 1909 « Die Alpen in Eiszeitalter » ammette nel nostro anfiteatro la presenza soltanto di morene Rissiane e Wurmiane: le prime, profondamente ferrettizzate, alla periferia (arco esterno occiden-

tale, disteso sulla sinistra del Chiese, da Soprazocco a Bedizzole, ecc.), e le altre su tutto il resto dell'anfiteatro, associando quindi quelle a ferrettizzazione discreta, lieve o minima con quelle a ferrettizzazione nulla; quest' ultime potrebbero per conseguenza ascriversi all' avanzata di Buhl della glaciazione Wurmiana. A me pare invece che le cose debbano venire diversamente interpretate, che cioè le morene periferiche debbano ascriversi al Mindeliano, quelle intermedie ed a vario grado di ferrettizzazione al Rissiano, e le non ferrettizzate, cioè le interne o più prossime alla sponda lacuale, al Wurmiano; e quindi l' avanzata di Buhl o non sarebbe rappresentata per non aver raggiunta l' attuale sponda meridionale del lago, o piuttosto sarebbe rappresentata da uno degli archi di dette morene interne.

Colla interpretazione del Penck si verrebbe a dare grande importanza al Wurm, mentre sappiamo che questo ebbe una importanza molto minore e del Riss e del Mindel; inoltre con stridente contrasto si verrebbero ad attribuire alla stessa glaciazione (sia pur avente diverse fasi tra loro distanziate da tempi di considerevole lunghezza) e morene abbastanza ben ferrettizzate e morene affatto fresche, senza contare la stranezza di dover includere le prime in detta glaciazione, che sarebbe per il Penck la Wurmiana. Invece colla mia interpretazione, che concede al Wurm solo le morene fresche, e che nel Riss associa soltanto morene a vario grado di ferrettizzazione, vengono tolti e il cennato contrasto e la cennata stranezza, e non si dà al Wurmiano un' importanza che non ha.

E d'altra parte sappiamo che l'interglaciale Mindel-Rissiano fu di lunghissima durata, mentre assai meno lungo fu l'interglaciale Riss-Wurmiano; onde non solo si spiega la profondissima ferrettizzazione delle morene Mindeliane e la minor ferrettizzazione delle Rissiane, ma si spiega altresì come le morene più antiche e più ferrettizzate tra le Rissiane meglio si distinguano dalle Mindeliane, mentre le morene meno antiche e meno ferrettizzate tra le Rissiane stesse poco si distinguano delle Wurmiane.

Premesso ciò, dovrei passare all' esame delle successive glaciazioni nel loro ordine cronologico; ma sarà utile prender le mosse un po' da lontano, vale a dire, fare altra premessa sulle condizioni della regione benacense anteriormente al quaternario.

In seguito al corrugamento oligocenico, tanto la plaga ora occupata dal lago quanto quella a sud dello stesso dovevano

presentarsi come regioni collinari costituite da roccie sopratutto cretacee ed eoceniche. Il Cozzaglio, nel suo studio di geologia continentale del lago di Garda, pubblicato nei Commentarî dell'Ateneo di Brescia del 1900 e del 1902, ammette come necessità meccanica, per la spinta orrizzontale, l'esistenza di masse rocciose al posto dell'attuale lago; e dimostra inoltre che — dato l'andamento della dolomia principale spingentesi sul lago nel tratto da Limone a Riva, e dato l'adattamento (attorno al perimetro di questa) delle formazioni liassiche e giuresi — in corrispondenza al confine di stato le roccie dovevano, non solo colmare l'attuale profondità lacustre, ma elevarsi altresì a costituire un cordone montuoso dividente in due bacini, uno a nord e l'altro a sud, l'attuale bacino benacense.

Certo è che nel miocene la regione doveva essere in fase continentale, con una oro-idrografia affatto diversa dall'attuale; e su di essa si andava costituendo un penepiano. Fra i residui oggi allo scoperto di quelle formazioni fin da allora emerse, ricordiamo i seguenti, i quali si trovano allineati in serie tra loro parallele.

1ª serie: scaglie rosse cretacee costituenti la base del M. di S. Bartolomeo sopra Salò; lembo di marne inferiori della creta che si trova a sera di casa Casseniga presso i Tormini; formazioni dalla Corna liassica alle scaglie rosse a M. Covolo; e lembo di scaglie rosse e di calcari eocenici a S. Pietro ad est di Gavardo.

2ª serie: scaglie rosse della riviera salodiana ad un estremo, e di M. S. Martino (presso Rampenaga a sud di Gavardo) all'altro estremo.

3ª serie: eocene dell'isola di Garda, della punta di San Fermo e di Montiroli, colla propria continuazione nell'oligocene di Cantrina (Bedizzole). Questo oligocene, costituito da calcari compatti grigio-cinerognoli. contenenti echini, pettini, denti di pesce ecc., affiora nell'alveo della seriola o canale Lonata sotto Cantrina, e fu da me visitato in compagnia del Ragazzoni e del Piatti fin dal 1879, ai primi di maggio, epoca nella quale il canale veniva espurgato.

4ª serie: eocene ed oligocene dell'isola di S. Biagio, della punta di Belvedere e di M. Gazzolo.

5ª serie: questa è collegata colla precedente per mezzo della Rocca di Manerba, ed è poi costituita dall'eocene e dall'oligocene che si presenta lungo lago, da M. del Sasso al Mulino di Manerba. a casa Socco, alla punta di S. Sevino ed al porto di Moniga.

6ª serie: tra la quinta e la sesta andrebbe ricordato un possibile nucleo roccioso sotto M. Corno di Desenzano; la sesta serie sarebbe costituita dalla diga subacquea che congiunge le formazioni della punta di S. Vigilio veronese col cretaceo della punta di Sirmione.

Fra il miocene ed il pliocene due fatti importanti sopravvennero: la reinvasione cioè del mare su gran parte del penepiano, ed altri moti orogenici provocanti fratture NNO con consecutiva trasformazione della rete idrografica e con costituzione della V. Trompia e della V. Sabbia che allora dovevano sboccare in quel mare.

Nel pliocene abbiamo quindi le sedimentazioni marine fossilifere di S. Bartolomeo e di Castenedolo.

Sulla fine del pliocene il mare batte di nuovo in ritirata, e si ritorna in fase continentale. Siamo nel Villafranchiano: il Chiese prolungando il proprio corso scende verso Salò, deponendo sul pliocene del S. Bartolomeo un potente conoide di ghiaje valsabbine, le quali negli strati alti cominciano a contenere ciottoli di tonalite, la massa di questa dovendo cominciare a scoperchiarsi delle roccie che la coprivano.

Al S. Bartolomeo il pliocene, già indicato fin dal 1881 dal Bittner, si presenta precisamente al villaggio di S. Bartolomeo ad un'altezza di 485 metri, ed anche verso il passo della Stacca; ed il conglomerato alluvionale forma una placca che dalla quota dei 400 m continua fino a costituire le estreme vette (568 m.).

Quando nel 1904 visitai la località, mi colpì, è vero, la stranezza del fatto di trovarsi il conglomerato tanto più in alto quanto più in basso del pliocene; ma giudicai che quest'ultimo si fosse sedimentato sopra una superficie conglomeratica già accidentata, e continuai a ritenere che le sabbie e le argille del pliocene fossero stratigraficamente sovrapposte alla placca conglomeratica, e che questa fosse miocenica, sincrona cioè del conglomerato del mont' Orfano bresciano, come ammisero il Cozzaglio nel 1891, il Taramelli nel 1894, il Sacco nel 1896 e di nuovo il Cozzaglio nel 1902. Ma diversa opinione ebbe a formarsi il Penck, pel quale il pliocene del S. Bartolomeo anzichè sovrapposto sarebbe sottoposto al conglomerato, che per conseguenza sarebbe postpliocenico anzichè prepliocenico, sempre però anteriore alle morene; onde il Taramelli, allo scopo di risolvere la questione, si recava ancora sul posto l'anno testè decorso, ed i risultati delle sue nuove osservazioni hanno concordato colle vedute del Penck, meglio

precisandole. Constatava infatti il Taramelli che gli strati pliocenici vanno a sottoporsi ai banchi del conglomerato, e che se questo scende anche alquanto più in basso del pliocene, ciò non implica una sottoposizione, ma significa soltanto che la placca conglomeratica è incurvata a cuffia o cupola sulle formazioni plioceniche e sulle scaglie rosse, i due lembi di quelle non essendo venuti a giorno che per effetto di parziali posteriori abrasioni del conglomerato sovrapposto.

In questo tempo Villafranchiano altri corsi d'acqua rimaneggiando forse depositi pliocenici danno quelle marne e quelle arene grigie e gialle che a Calvagese ed a Castenedolo stanno sotto un conglomerato di cui si dirà, ed a Castenedolo stesso sopra il pliocene fossilifero. Dette marne ed arene in questa ultima località hanno uno spessore di circa 6 metri, mentre a Capriano (dove pure si trovano, e del pari sotto un conglomerato) misurano circa 18 metri; questa maggiore potenza dipende dal fatto che ivi tali formazioni provenivano dal Mella anzichè da piccoli corsi d'acqua.

Che l'età delle nominate sabbie e marne sia Villafranchiana e che l'origine loro sia continentale lo dimostrano le diatomee palustri determinate per Castenedolo dal Corti.

Alla fine del Villafranchiano altri moti orogenici portano rispettivamente al sollevamento ed all'affondamento delle plaghe poste a nord ed a sud della linea Salò-Soprazocco-Paitone-Virle, che diremo linea perimetrale prealpina.

Tali moti, i quali non rappresentano che una nuova fase del contrasto orogenico tra la regione lombarda e la veneta, determinano l'attuale dislivello di 340 m. tra il pliocene di S. Bartolomeo e quello di Castenedolo.

Malgrado il suo affondarsi, la plaga a sud della detta linea perimetrale non fu reinvasa dal mare; e col sollevarsi della plaga a nord si rese possibile la deviazione del corso del Chiese da S. Bartolomeo a Calvagese. A Calvagese infatti, sopra le sabbie e le marne attribuite al Villafranchiano e sotto al conglomerato morenico Mindeliano, si trovano banchi di conglomerato alluvionale, che riferirei al Chiese Gunziano; pure di età Gunziana sarebbero i banchi inferiori del conglomerato di Castenedolo, i quali essendo ad elementi prevalentemente prealpini dimostrano di essersi costituiti con alluvioni di corsi d'acqua locali, che non dovevano mancare dato l'avvenuto dislivello; e della stessa età sarebbe anche la parte inferiore del conglomerato di Capriano, ad elementi di V. Trompia.

Il ghiacciajo Gunziano, poco potente, non giunse alla no-

stra regione per causa di quelle tali alture che sbarravano a sud il bacino detto dal Cozzaglio di Sarca-Ponale, il quale affluiva nell' Adige. Solo il più potente ghiacciajo Mindeliano, abbattendo il sopra citato sbarramento, si riversò nel bacino del Garda prendendo la direttiva Riva-Desenzano e svolgendo il proprio fronte sulla linea ellittica Salò-Calvagese-Carpenedolo-Sirmione-S. Vigilio; le sue morene frontali però oggi non si mostrano più che a tratti sulla parte occidentale dell' ellisse come ora vedremo. Ma prima di ciò è bene notare come il ghiacciajo Mindeliano essendo giunto fino a Calvagese, ivi deponendo le sue morene sulle alluvioni Gunziane del Chiese, debba aver respinto più oltre ad ovest il Chiese stesso; ed ecco i banchi superiori del conglomerato di Castenedolo, i quali abbondano di elementi dell' alta V. Sabbia, come già rilevai fin dal 1896, e come ebbe più tardi a confermare il Penck. E quanto a Capriano, continuarono a depositarsi, come nel Gunziano, ghiaje del Mella.

La parte alta del Mindeliano (morenico a Calvagese, alluvionale a Castenedolo e Capriano) dette poi il *ferretto antico*. Le ghiaje Gunziane e Mindeliane che dettero il conglomerato ed il ferretto antico misurano a Castenedolo 14 metri di spessore ed a Capriano 12 metri.

Passiamo dunque ora in esame le formazioni che si presentano per un tratto di 18 chilometri da Soprazocco a Moscoline, a Calvagese, a Bedizzole ed a Calcinato, dapprima contro M. Covolo, poi sulla sinistra del Chiese.

In comune di Soprazocco, appoggiato sui fianchi orientale e meridionale di M. Covolo, si presenta il Rissiano; precisamente in quei due cordoni collinari di cui uno si allunga a nord di Benecco elevandosi fino a 335 m. e tenendosi separato dal M. Covolo per mezzo di V. Bucche, e l' altro si allunga ad ovest di Benecco elevandosi fino a 356 m. e tenendosi separato dal M. Covolo per mezzo di V. di Fai. Le nominate due vallette incidono il conglomerato morenico che sta sotto al ferretto; in V. di Fai anzi, sotto al conglomerato, appare un materiale argilloide cinereo e giallognolo con ciottoletti sparsi, materiale che certamente rappresenta la morena profonda Rissiana. Il conglomerato è molto ben visibile anche sulla strada che, circuendo l'estremo ovest del secondo cordone (M. Zocco), da S. Biagio conduce a Villanuova, e scorgesi pure sulla strada che dalla stessa frazione conduce a Gavardo. Ma se ancora da S. Biagio (a m. 265) prendiamo la stradetta che discende a casa Busella (a m. 230), al ferretto ed al conglomerato del Ris-

siano vedremo seguire un sottostante banco di *lehm*, ed a questo un sottostante ferretto antico a ciottoli decomposti; sono il *lehm* ed il ferretto del Mindeliano.

Due chilometri più a sud di casa Busella, in comune di Gavardo, e precisamente a nord di Rampeniga, un vallone si inizia ad una quota di 225 m., incide il ferretto antico e il sottostante conglomerato Mindeliano e sfocia nel Chiese a 190 metri. Le stesse formazioni vengono incise da analogo vallone che si trova a sud di Rampeniga, in comune di Moscoline.

Nello stesso comune il ripiano che sta tra le due frazioni Moniga del Bosco e Castello, elevato di circa 250 m., presenta il *lehm* Mindeliano, mentre alle citate frazioni si innalzano le morene Rissiane.

Sovrapposizione di conglomerato fluvio-glaciale Rissiano al *lehm* antico ed al ferretto antico si nota a M. Guarda, tra Castello e Cabianco. Anche a M. Serino, ad est di Morsone, abbiamo la sovrapposizione del Rissiano al Mindeliano. Analogo fatto si presenta a M. Colombone in comune di Carzago.

E veniamo al celebre vallone della Torre presso Mocasina, in comune di Calvagese, vallone da me studiato nel 1894 insieme al Cozzaglio, nonchè quindici anni prima, cioè nel 1879 col Ragazzoni e col Piatti.

Si inizia in un altopiano a circa 210 m. e sbocca nel Chiese a circa 168 m., mostrando la seguente successione: m. 11 di morenico e fluvio-glaciale Rissiano, m. 5 di argille brune scure e chiare (antico *lehm*) e di ferretto antico con massi decomposti, m. 16 di conglomerato, superiormente a *facies* glaciale (Mindeliano) ed inferiormente a *facies* fluviale (Gunziano). Seguono sotto altri m. 10 di materiali pre-gunziani (meglio visibili lungo la rampa scendente da Mocasina al Chiese) cioè marne e sabbie giallognole e turchiniccie con intercalate breccie di calcar bianco poco coerenti, e con sottostanti breccie molto compatte dello stesso calcar bianco.

Proseguendo il nostro esame dell' orlo occidentale dell'anfiteatro sulla sinistra del Chiese, portiamoci ora in territorio di Bedizzole, e precisamente a due chilometri da Mocasina, e cioè sotto Cantrina, alla roggia o canale Lonata. Qui sopra i calcari oligocenici corrugati che costituiscono l' alveo del detto canale e si trovano ad una quota di 165 m., si presenta una sezione che si innalza fino all' altopiano di Cantrina, ad una quota di circa 200 m.; in tale sezione abbiamo: metri 4 di terra superficiale e ferretto Rissiano, 8 di ghiaje Rissiane, 4 di *lehm* antico e di ferretto antico, 16 di conglomerato Mindeliano e

Gunziano, e finalmente un lieve strato di sabbie marnose giallognole ed altro di marne turchiniccie, riposante discordantemente sull' oligocene. Anche questa serie constatai fin dal 1879.

L' altopiano di Cantrina si continua fino a Masciaga, poi il suolo si abbassa, nè più si presentano affioramenti Mindeliani, trovandosi questi certamente più affondati; valga la considerazione che il pozzo di casa Bolognina raggiungerebbe la falda acquifera alla superficie dell' antico *lehm*, vale a dire ad una profondità di 28 m., cioè alla quota di 131 m. Tuttavia, sei chilometri più a sud, e cioè tra Calcinato e Calcinatello, sulle sponde e nel letto stesso del Chiese, che ivi trovasi alla quota di 125 m., si nota ancora qualche affioramento di marne argillose cineree (antico *lehm*) e di conglomerato Mindeliano.

Le sabbie gialle e le marne turchine sottostanti al Gunziano di Cantrina, e le corrispondenti sabbie e marne prevalentemente giallognole di Mocasina, che avrei sincronizzato colle sabbie e colle marne Villafranchiane di Castenedolo, meritano studio, tanto più che a Mocasina vi si trovano interposte e sottoposte delle breccie costituite da scheggiami d' un calcare bianco compatto avente tutto l' aspetto della Corna liassica.

Di tali breccie dettero rispettivamente diversa spiegazione il Caldera ed il Bonomini; il primo (giornale *La Sentinella bresciana* del 4 gennaio 1911) ritenendole non in serie, ma appoggiate alla serie e di trasporto alluvionale (postglaciale), il secondo (Boll. d. Soc. Geol. It. del 1911) ritenendole in serie e di trasporto glaciale (Mindeliano).

Il curioso si è che di tali breccie sono costituite anche quelle quattro minuscole elevazioni dette *Mottelle*, che si presentano nei territorî di Goglione sopra e di Goglione sotto (due sono segnate anche sulla carta topografica al 25 mila), emergendo dal piano per circa 2-4 metri, ed aventi un diametro di circa 10-20 metri; e che le medesime breccie si trovano anche alla collina di Ciliverghe, sotto a quel conglomerato pleistocenico (Gunziano e Mindeliano) e sopra spuntoni del medesimo calcare bianco che forma le breccie e che sembrano in posto.

Oltre Calcinato, e cioè a Montichiari e Carpenedolo, non si presentano più che morene Rissiane, il Mindeliano essendo sepolto. Poco oltre Carpenedolo cessa anche il Rissiano; ma se nella pianura che vi fa seguito tracciamo idealmente la continuazione dell' ellisse, conservando naturalmente inalterato il

valore di curvatura, constateremo che detta ellisse doveva proseguire toccando il piccolo rilievo di M. Medolano isolato nella pianura, poi Solferino, S. Martino e Sirmione, cioè che l'asse del ghiacciajo Mindeliano, ed anche del Rissiano nella sua più antica fase, doveva essere sulla linea Riva-Desenzano-Carpenedolo. Bisogna dunque ammettere col Cozzaglio che una barriera rocciosa (di cui rimangono ancora gli avanzi in diga subacquea) esistesse tra S. Vigilio e Sirmione.

Alla glaciazione Mindeliana succede il lungo interglaciale Mindel-Rissiano, nel quale la fase continentale del piano padano deve aver raggiunta la massima estensione, tanto che le sabbie del Po, come dimostrò il Salmojraghi nel 1907, giunsero fino al Quarnero. Su tutta l'area della attuale pianura bresciana e su quella dell'anfiteatro si andò quindi formando un penepiano; il deposito caratteristico di questo periodo è costituito da argille marnose brune (antico *lehm*).

Esaminiamolo un po' davvicino nella plaga dell'anfiteatro, dove con tutta evidenza si sottopone alle morene Rissiane: si tratta di argille marnose cineree, le quali quando occupano ripiani vi determinano sorgenti e danno un terreno acquitrinoso torboso, scuro, freddo, senza ciottoli. Sopra dette argille viene un'alternanza di straterelli di marne giallastre o grigie e di arene gialle, con presenza di fantocci e talvolta di croste calcaree; in qualche punto seguono infine delle arene gialle finissime, discretamente potenti (*loess*, che danno nei ripiani un terreno giallo-rossastro, sciolto, senza ciottoli. Il tratto tra casa Lefreddi e casa Fenile, in territorio di Padenghe, può essere utilmente visitato al fine di constatare la sovrapposizione delle morene Rissiane alle arene gialle, e di queste alle argille brune, per quanto dette arene ed argille sieno spesso anche qui mascherate dai *talus* di ferretto di dilavamento delle colline Rissiane stesse.

Abbiamo già visto che lungo il Chiese l'antico *lehm* si trova alle seguenti quote: m. 235 verso casa Busella (Soprazocco), m. 250 a Moscoline, m. 198 nel vallone della Torre (Calvagese) e m. 188 sotto Cantrina (Bedizzole).

Il suo declinare da nord a sud è pressochè regolare; ma alla prossima casa Bolognina si abbassa bruscamente a 131 m.: ciò dimostra che abbiamo qui un salto d'una cinquantina di metri, che cioè a sud dell'altopiano di Bedizzole si è verificato un affondamento di corrispondente entità. La linea del salto prosegue in direzione NE a Carzago, a Polpenazze e forse fino a toccare la sponda meridionale della penisola di S. Felice e

dell' isola di Garda. Infatti, se andiamo da Lonato a Carzago, qui giunti notiamo che ad un terreno più recente, basso e sassoso, succede un terreno più antico, alto e grasso; e se badiamo alla quota di 150 m. a cui si trovano le argille delle Posteghe (ossia tra Polpenazze, Crociale e Sojano) e quelle tra Chizzoline e Moniga, troviamo che detta quota è più vicina ai 131 m. della Bolognina che ai 188 metri di Cantrina.

Sulla linea Rocca di Manerba-Pratello di Padenghe però l'affondamento non deve essersi verificato, come lo dimostrerebbero nel primo punto il permanere dei calcari eocenici, e nel secondo punto la quota di 200 metri alla quale si trovano le argille (casa Lefreddi, casa Fornace, Pratello, casa Ronchi). Al trivio ad ovest di Lefreddi gli straterelli a fantocci si mostrano fortemente pendenti a nord, cioè verso la depressione di Posteghe, il che aggiunge altra dimostrazione dell' affondamento avvenuto in questa e del mancato affondamento sulla linea Rocca di Manerba-Pratello di Padenghe. Prolungando detta linea verso SO, questa giungerebbe a Calcinato; ma qui ci ritroviamo già, le argille affiorandovi a 125 m., nella zona affondata; data la grande distanza dalla Bolognina, a Calcinato veramente dette argille dovrebbero trovarsi ad una quota un po' inferiore a 125 m.; in ogni modo qui si strema e finisce il dorsone non affondato.

Tali dislivelli trovò il ghiacciajo Rissiano al suo sopraggiungere; ma l' affondamento non è limitato alla regione dell'anfiteatro; ad occidente è assai esteso sull' antica pianura; la linea del salto dalla Bolognina prosegue a SO lambendo il piede meridionale delle colline di Ciliverghe, Castenedolo e Capriano. Ai fenili Quarti, a sud della collina di Castenedolo, un pozzo avrebbe attraversate a 10 m. di profondità, vale a dire ad una quota di 102 m., le argille brune; confrontata questa quota con quella di m. 131 del pozzo Bolognina ne risulta che il penepiano oltrechè degradare da N a S., degrada anche da E. ad O.; e confrontata coll' altezza della collina di Castenedolo ne risulta il medesimo valore di salto che esiste tra la Bolognina e l' altopiano di Bedizzole.

Ma anche a nord delle precitate colline di Capriano, Castenedolo e Ciliverghe, e cioè sulla striscia tra il piede settentrionale di queste e la linea perimetrale prealpina, deve essere avvenuto analogo affondamento, che però dovette appena per poco intaccare l' area dell' anfiteatro, come lo dimostra l' altezza delle argille verso casa Busella (m. 235) in confronto di quella che le stesse presentano più a sud, cioè a Moscoline (m. 250).

Le tre citate colline sono dunque residui dell' antico penepiano Mindel-Rissiano; residui simili si presentano anche tutt' attorno alla collina di Capriano, e cioè: Montirone ad est, Flero, Contegnaga e Verziano a nord, Pievedizio ad ovest e Bagnolo a sud; ma si tratta di colline non più elevate della pianura circostante, di colline cioè sepolte dalle alluvioni posteriori, e delle quali non affiora che la piattaforma profondamente ferrettizzata.

Il Chiese ed il Mella dei tempi Rissiani dovettero, vagando qua e là (attorno a Ciliverghe, Castenedolo, Montirone e Bagnolo il Chiese, attorno a Flero, Capriano e Pievedizio il Mella), colmare coi proprî depositi le cennate depressioni, fino a seppellire o quasi i nominati residui dell' antica pianura.

Le morene Rissiane hanno carattere prevalentemente di frontali, talvolta anche di profonde; in qualche punto assumono l'aspetto di fluvio-glaciale; talvolta sono più o meno cementate in conglomerato. I loro cucuzzoli sono per lo più denudati da ferretto, il quale si presenta accumolato al piede di questi, e si distende poi sui ripiani (ferretto di riporto); è naturale che la ferrettizzazione è più profonda nell' arco più esterno e più antico (Soprazocco-Carpenedolo) e va gradatamente riducendosi mano mano che si passa agli archi meno antichi, cioè ai più interni.

Abbiamo già detto che il Rissiano nella sua prima fase ebbe come il Mindeliano una fronte ellittica con asse sulla linea Desenzano-Carpenedolo, onde depose le proprie morene su quelle Mindeliane; e che di detta ellisse (nella quale gli affioramenti Mindeliani cessano a Bedizzole e Carzago) attualmente sussiste solo la parte occidentale. Ora aggiungiamo l'osservazione che detta parte presenta una sensibile rientranza a Calcinato, in evidente corrispondenza coll' ostacolo Rocca di Manerba-Pratello di Padenghe, il quale a sua volta spiega l' altra sporadica apparizione del Mindeliano a Calcinato stesso. Aggiungiamo ancora come il tratto settentrionale del medesimo arco d'ellisse, cioè il tratto a nord del salto Bedizzole-Carzago sia nettamente differenziabile in due archi paralleli, l' esterno al M. Covolo ed al Chiese, l' interno rappresentato dalla seguente serie di colline distesa tra Soprazocco, Moscoline, Castrezzone e Carzago: Dosso Rossini (m. 329), M. Coste (m. 328), M. Cervo (m. 361), M. Serino (m. 357), M. Guarda di Moscoline (m. 301) e M. Guarda di Castrezzone (m. 307), M. Corno (262) e M. Colombone (m. 261).

Dopo la prima fase del Rissiano, per affondamento avve-

nuto nella regione a SE della linea S. Vigilio-Sirmione-Carpenedolo, il tratto verso Sirmione della barriera rocciosa S. Vigilio-Sirmione potè essere demolito dal ghiacciajo, e questo venne quindi a spostarsi ad oriente, portando il fianco Calcinato-Montichiari a Lonato, il fronte Carpenedolo a Volta Mantovana, ed il fianco Solferino-Sirmione (che fu distrutto) a Castelnuovo: quanto all' arco Solferino-Carpenedolo, questo scomparve poi, sepolto dalle alluvioni Riss-Wurmiane. Avvenuta in seguito la demolizione anche del tratto di barriera rocciosa prossimo a S. Vigilio, il ghiacciajo Rissiano si accorciò sull' asse ritirandosi da Volta, e si allargò in territorio veneto fino a Custoza e Sommacampagna, demolendo il fianco Castelnuovo. Si spiegano così le due rientranze che l' anfiteatro benacense presenta a Solferino ed a Valeggio.

Esaminiamo un po' più davvicino le varie cerchie moreniche di questa seconda fase del Rissiano; per quanto non troppo tra loro discernibili, parmi tuttavia poterne individuare principalmente tre.

Il primo arco offre nel tratto nord (M. Lussago, M. Forca e M. Soffrino in territorio di Puegnago, M. Cassaga e M. Brassina in territorio di Polpenazze, M. Caprile in territorio di Sojano) altezze considerevoli (quota massima M. Forca con m. 367). mentre nel tratto a sud (colline di Arzaga in territorio di Carzago, colline di Sedena e di Malocco in territorio di Lonato) i cucuzzoli non oltrepassano i 200 m. Dalle colline di Malocco si porta tra Esenta e Castiglione con collinette poco sporgenti dal piano (M. Todeschino m. 121, M. Forà m. 122); ma oltre Castiglione si lascia addossare dall' arco susseguente, i cui cucuzzoli infatti, come vedremo, da m. 186 si rialzano a m. 201, m. 199 e m. 206; però dopo Solferino si ripresenta, ed anzi ben individuato, e si porta a Cavriana, Volta e Valeggio, formando un festone a Cavriana ed un vero sub-anfiteatro a Volta, punto più meridionale raggiunto dalle morene benacensi; poco dopo Valeggio si ricongiunge all' arco susseguente; ma da qui dovette formarsi topograficamente interno, cioè volgere tosto a nord passando circa a Castelnuovo, per poi essere subito demolito dal ghiacciajo stesso quando questo sopravanzandolo andò a costruire, topograficamente esterno, il secondo arco.

Detto secondo arco presenta pure considerevoli elevazioni (m. 345 la cima Semonte a sera di Puegnago, e m. 286 il M. dell' asino a sera di Padenghe), e svolgesi da Cima Semonte a M. Basia, a M. S. Pietro, a Castelletto di Polpenazze, a monte

Saltarino, a M. Spigone, a M. dell' asino, a M. della rovere, a M. Falò, a Lonato, alle colline a sera di Brodena. E poi si porta a Castiglione, culminando ivi con M. della Palazzina a soli m. 186, indi si distende tra Castiglione e Solferino innalzandosi un po' di più (201 m. a M. Rosso sopra Fontane, 199 metri a M. Corna sopra Vallescura, 206 m. alla Rocca di Solferino); prosegue poscia verso est, lasciando a sud Cavriana, Volta e Valeggio per dirigersi direttamente a Custoza, da dove ripiega a nord per Sommacampagna, Pastrengo, ecc.

L'arco più interno nel primo tratto (M. Guarda e M. Boccale a Puegnago, Castello di Polpenazze, abitato di Sojano, M. Casterotto e M. Gozzolo ancora in territorio di Sojano) presenta cuccuzzoli raggiungenti anche 256 e 257 metri d'altezza; nel secondo tratto invece (M. Alto e Castello di Padenghe, colline a sera di Maguzzano, M. Corno di Lonato, colline a mattina di Brodena) presenta cucuzzoli raggiungenti al massimo solo m. 220 e m. 223. Dalle colline a mattina di Brodena si porta dapprima a NE di Castiglione, raggiungendo col monte S. Maria un'altezza massima di appena m. 164, poi a Barche di Castiglione, a Barche di Solferino ed alla collina dell' Ossario, indi a Monzambano; certo proseguiva infine a Castelnuovo ed oltre, ma qui l'arco è stato distrutto dal Wurmiano che ne rifece altri.

Notiamo come tutti tre gli archi nominati offrano a Lonato una evidente rientranza, come se dal lato d'onde veniva il ghiacciajo vi fosse un ostacolo: l'ostacolo ha potuto essere quel nucleo roccioso che probabilmente sta nascosto sotto M. Corno di Desenzano.

Aggiungeremo come gli scaricatori del fianco occidentale del ghiacciajo Rissiano in questa sua seconda fase dovessero principalmente raccogliersi al di fuori del primo arco, vale a dire nel ripiano ferrettizzato tra Carotte di Soprazocco e San Quirico di Moscoline (in media a m. 275), nel successivo detto Campagnoli di Castrezzone (m. 245), ed infine nel largo piano tra Bedizzole e Drugolo (m. 175), che si continua tra Calcinato e Lonato (m. 135), ecc.

In una sua terza ed ultima fase il ghiacciajo Rissiano, ormai in ritirata, dovette certamente costrurre altri minori archi morenici; ma questi sono ancor meno riconoscibili, sia perchè distrutti dal ghiacciajo Wurmiano, sia perchè mascherati dai depositi di questo. In ogni modo il Rissiano nella sua ultima fase costrusse il cordone S. Caterina-S. Procolo, continuantesi nell' arco Pieve vecchia-Balbiana-Solarolo-Montinelle;

ma mentre quello rimase, questo fu dapprima rotto e poscia ricostrutto dal Wurmiano; dovette costrurre inoltre il semicerchio M. Corno-S. Martino-Peschiera, diviso a S. Martino in due festoni per la presenza della punta rocciosa di Sirmione; ma poi il festone occidentale venne dal giacciajo Wurmiano distrutto e rifatto. Al suo piede settentrionale il M. Corno presenta un taglio il quale mette in evidenza fine arene e melme di morena profonda; sulle sue pendici poi la morena frontale si presenta lievemente ferrettizzata; ma molto ferretto vi è certo stato asportato quando il Wurmiano, nella sua massima espansione, vi sovrascorse.

Gli scaricatori occidentali del ghiacciajo dovevano allora raccogliersi in una pianura posta tra gli archi della seconda e quelli della terza fase, pianura della quale, malgrado il successivo avvento del Wurm, rimangono residui nel ripiano Cunettone-Raffa-Crociale ed in quello Menasasso-Croce di Venzago; sono infatti tutti due alluvionali e ferrettizzati, e mentre il primo (attraversante una regione — la Valtenesi — che ha tutto l' aspetto di valle abbandonata) è ad un' altezza intorno ai 127 metri, il secondo si trova a circa 122 metri. Tali scaricatori riuniti dovevano poi attraversare la maggior cerchia Rissiana a Vallescura, giungendo al piano di Medole.

Nell' interglaciale Riss-Wurmiano, sulla zona prossima al lago attuale tra Moniga, Desenzano e Peschiera si depositarono dapprima delle melme argillose corrispondenti al *nuovo lehm*. Argille marnose di color cinereo-turchino si mostrano infatti e in territorio di Moniga, e in quello di Padenghe (sotto Salizza, alla Rocchetta ed a NO di Prais), e a Rivoltella, e in tutta la regione Lugana, sempre sottoponentisi alle morene Wurmiane. In molti punti però tra dette argille e le sovrastanti morene Wurmiane si interpongono delle alluvioni ghiajose d' una certa importanza; si vede che nella seconda parte dello stesso periodo interglaciale il Chiese, catturato dal bacino benacense, doveva scendere per Gazzane verso Salò, espandere sul territorio di Portese e S. Felice una gran conoide, e proseguire poi il suo corso dapprima in corrispondenza all' incirca dell' attuale sponda fino a Desenzano e Rivoltella, poscia verso Solferino, ed infine nella pianura di Medole.

Formazioni alluvionali affiorano infatti in modo molto evidente su tutto il perimetro lacuale della penisola Portese-San Felice, e per effetto della escavazione operata poi esternamente a detto perimetro dal ghiacciajo Wurmiano, e per effetto delle attuali incisioni operate dai torrentelli scendenti al lago. Si

presentano largamente tra le Zete, il cimitero di Salò e Cisano, e si tratta di strati di ghiaje più o meno conglomerate, alternanti con strati di sabbie e di finissime arene giallognole. Punta del Corno di Portese offre poi evidentissimo dal lato del lago un dirupo a banchi di conglomerato; e lembi di conglomerato alluvionale si trovano infine anche sotto S. Felice presso il Porto. Tali alluvioni dell' interglaciale Riss-Wurmiano sono ad elementi prevalentemente calcari, ma contengono anche ciottoli di arenarie, porfiriti, gneiss e tonalite, dimostranti provenienza valsabbina.

È certo che esse si distendono nel sottosuolo dell' intera penisola appoggiandosi contro il cordone di morena Rissiana S. Caterina-S. Procolo. Avanzi alluvionali si presentano anche alla base della Rocca di Manerba; altri più abbondanti troviamo in territorio di Padenghe verso il lago, come a La Ca, al ponte della Rocchetta ed a NE di Prais, e sono cementati in conglomerato e superiormente ferrettizzati.

Da qui il Chiese Riss-Wurmiano, passato a sera di monte Corno di Desenzano (allora già esistente) e sul posto di monte Carel e M. Recciacco (allora inesistenti), andava a deporre le ghiaje alluvionali della campagna tra Desenzano e Rivoltella, poi attraversava le morene Rissiane allora esistenti al posto delle Wurmiane di Castel Venzago, ed apertosi a Solferino un passaggio nella maggior cerchia Rissiana usciva dall'anfiteatro, lasciando nella pianura di Medole traccie di sè in quella depressione che è detta Valle Sorda.

Esaminando ora l' andamento delle morene Wurmiane o fresche o non ferrettizzate, subito constatiamo come queste non formino già archi concentrici a quelli della anteriore glaciazione, ma piuttosto tanti piccoli anfiteatri nel grande anfiteatro, dimostrando come il ghiacciajo Wurmiano, anzicchè presentare un' unica gran fronte, si insinuasse fra ostacoli (offerti e da roccie affioranti e da morene della glaciazione precedente) in tante lingue, ciascuna delle quali aveva la propria piccola fronte. Le prime tre di tali lingue corrispondono ad altrettanti golfi che il lago offre sulla sponda bresciana; anzi dovettero esse stesse, colla propria azione escavatrice, essere le determinanti di detti golfi.

Prima si presenta quella che si insinuava a Salò, e che ha lasciato il piccolo e bellissimo anfiteatro di Volciano, la cui fronte si svolge da Agneto, per Gazzane, S. Pietro (quota massima m. 259), Tormini e Bissinico, a Valverde, da qui proseguendo poi per Muro e Villa. Questa lingua, costituendo uno

sbarramento tra M. S. Bartolomeo e M. Covolo, fece sì che il Chiese venisse di nuovo respinto; da allora esso prese la sua sede attuale.

Il Wurmiano solo blandamente trascorse sulla superficie della penisola Portese-S. Felice. Sopra le formazioni alluvionali Riss-Wurmiane di questa troviamo infatti e formazioni fluvio-glaciali ad elementi grossolani e lembi di morena profonda, gli uni e gli altri residui evidenti del ghiacciajo Wurmiano; il tutto è spesso ricoperto da poco ferretto di riporto, proveniente sia dal cordone Rissiano S. Caterina-S. Procolo, sia dalla parte alterata dei più elevati affioramenti delle formazioni alluvionali. I rivoli postglaciali determinarono poi su questa penisola un terrazzamento, del quale abbiamo un bellissimo esempio al Casino del Capo.

Una seconda lingua doveva insinuarsi tra i due noti speroni di calcare eocenico, quello cioè isola di Garda-punta di Portese e quello della Rocca di Manerba: è evidentissimo l'arco che all'uno degli estremi s'appoggia alla morena Rissiana di S. Procolo e che per M. Serraglie, M. Campagnola (quota massima m. 142), Balbiana, Solarolo e Montinelle va ad appoggiare alla Rocca l'altro suo estremo. Ma questo arco (cui non mancano intercalazioni di residui Rissiani) non rappresenterebbe che l'ultima sosta della lingua Wurmiana, perocchè questa nella sua massima espansione deve essere giunta fin contro le morene Rissiane di Polpenazze e di Sojano, trovandosi morene fresche per esempio a M. Zaldo, a Posteghe, a M. delle Monache, a M. Rovarolo, ecc.

Altra penetrazione del ghiacciajo Wurmiano è chiaramente dimostrabile tra la Rocca di Manerba e il M. Corno di Desenzano: da Manerba a Padenghe abbiamo infatti un cordone continuo di collinette che rappresentano la morena laterale, e da Padenghe al M. Corno (vale a dire in corrispondenza del golfo di Padenghe) gli archi frontali di due minuscoli antiteatri (di Prais e di Macarona). A Gardone di Manerba si inizia il cordone laterale; questo passa poi a Moniga, raggiunge a M. Dapino la sua quota massima (m. 151), prosegue dinnanzi a Padenghe, ed infine si trasforma nel primo piccolo arco, racchiudente il ripiano di Prais; appena dopo Maguzzano segue il secondo bellissimo arco, formato da M. Carel (m. 126) e da M. Recciacco (m. 121) e circuente il ripiano di Maccarona; M. Recciacco s'attacca poi a M. Corno, che per una lieve ferrettizzazione si rivela un residuo degli ultimi depositi Rissiani.

Un netto solco (con acque successivamente catturate dal

lago sotto Gardone, sotto Moniga, sotto Prais e sotto Maccarona) tiene diviso il nominato cordone dai nominati archi delle retrostanti morene Rissiane: tuttavia anche questa lingua Wurmiana, in un periodo di maggior espansione, deve essersi spinta fin contro detto retrostante Rissiano, come ne fan fede varî justaposti lembi di morene fresche (p. es. al Castello di Padenghe, ad ovest di Maguzzano, a case Vai).

Ed eccoci alla lingua centrale, a quella cioè che costrusse numerosi archi concentrici di colline a sud del lago, archi o ghirlande che sembrano poggiare colle loro estremità rispettivamente a M. Corno ed a Peschiera e che non è però facile individuare, spesso essendo frammentarî e spesso offrendo ramificazioni ed anastomosi.

Del minore e più interno non abbiamo che un frammento allungantesi tra la stazione di Desenzano ed il cimitero di Rivoltella e raggiungente la quota massima di 122 m. Seguono a sud di Rivoltella due archi di basse colline (il Bornade, Venga Montonale ed il S. Lorenzo, S. Pietro, S. Girolamo) i quali si allacciano poi alla collina di S. Martino, che essendo un po' spinta a nord come uno sperone, determina una divisione, del resto appena sentita, di ciascuno dei due archi (ed anche di quelli che seguiranno) in due festoni; ciò dimostra che la collina di S. Martino — relitto come il M. Corno di morena Rissiana — facendo ostacolo al ghiacciajo Wurmiano, produsse una lieve biforcazione sul fronte di questo. Più avanti sorgono dal piano due altri archi di basse colline, qua e là però interrotti, e cioè: Serraglie, Villio, Garganica (118 m.), Vaccarolo e C. Lavini, C. Nuova, fenile dei buoi. Esternamente ai cinque minori archi sopra ricordati si svolge il più importante, vale a dire l'arco M. Carnarolo, Castel Venzago, M. Candellero, M. Serino, M. Sabbione, Pozzolengo, ecc., completo e raggiungente anche quote considerevoli: M. Regina presso Castel Venzago si erge infatti fino a 169 m. Da questo punto staccasi dall'arco un ramo esterno subordinato, che si dirige a M. Castellero, M. Codignolo, M. Cucco, ecc.

Anche le collinette sorgenti dal piano che si distende al di fuori del detto ramo, quelle ad esempio di Astore, rappresenterebbero altri archi di questa penetrazione Wurmiana, la quale forse nel periodo di massima espansione del ghiacciajo raggiunse altresì la cerchia Rissiana ad est di Brodena e proseguente a Barche, ecc.

Se il ghiacciajo Wurmiano demolì — o trovò già demoliti — i più recenti archi Rissiani tra Desenzano, Castel Venzago

e S. Martino, e se in parte demolì ed in parte superò gli archi corrispondenti tra S. Martino, Pozzolengo e Peschiera (a Pozzolengo si trova ferretto sotto le morene fresche), non demolì nè valicò i due cordoni Rissiani che a sud di Pozzolengo si dirigono verso Monzambano (l'uno giungendo a nord e l'altro a sud di detto paese) e costituiti da colline piuttosto elevate e tra loro piuttosto serrate. Qui dunque s'oppose un ostacolo all'espandersi del Wurm; ma più ad est, oltre il Mincio deve esser successa una demolizione analoga a quella della plaga di S. Martino, Castel Venzago e Desenzano, demolizione spinta anzi assai a sud-est, cioè fino quasi a Custoza, ossia fino quasi ad intaccare la massima e più esterna cerchia Rissiana; il Wurm potè perciò formare in luogo una quinta ed importante lingua o penetrazione di ghiaccio, più importante (se non per larghezza certo per lunghezza) della quarta; ed anche detta quinta lingua potè costruire nell'anfiteatro un vero anfiteatro, con asse Peschiera-Custoza e con archi di basse colline distesi fra Monzambano e Castelnuovo.

Ciò si rileva chiaramente dalla morfologia; quanto alla petrografia l'amico Cozzaglio mi riferisce aver ultimamente constatato trovarsi qui appunto la massa principale delle morene non ferrettizzate, ed avere il Wurmiano non solo scavalcati, ma anche sopravanzati i depositi Rissiani di Custoza.

Questa quinta lingua è l'ultima, non presentandosi sulla sponda Peschiera-Lazize-Bardolino-S. Vigilio alcun golfo aperto verso la fiumana glaciale; le estremità nord degli archi di Castelnuovo proseguono in cordoni laterali più o meno paralleli a detta sponda; solo l'ostacolo di M. Moscal (ad est di Bardolino) ha potuto in questo tratto dividere il ghiacciajo in due lembi, uno insinuato ad Affi e l'altro tra il Moscal e S. Vigilio.

In conclusione, siccome il Wurmiano colle sue due più grandi penetrazioni ha operato le sue massime demolizioni e le sue massime ricostruzioni rispettivamente a sera e a mattina della striscia che da Peschiera passando tra Pozzolengo e Monzambano va a Volta mantovana, così è su questa striscia (coincidente coll'asse del Rissiano dopo la sua prima fase) che meglio si sono conservati gli archi Rissiani. E siccome di dette due grandi penetrazioni la maggiore è quella sulla linea Peschiera-Custoza, così si potrebbe dire che l'asse del ghiacciajo benacense nel Wurmiano fu su questa linea. Tale spostamento d'asse si potrebbe spiegare ammettendo un affondamento, durante l'interglaciale Riss-Wurmiano, della parte veronese del-

l'anfiteatro, e spiegherebbe a sua volta il costituirsi del Mincio sulla linea Peschiera-Monzambano-Valeggio.

Quello in parola sarebbe, in ordine cronologico, il quarto degli affondamenti quaternarî avvenuti nella regione benacense; su detti affondamenti o salti, che topograficamente si succedono a gradinata da NO a SE, veggansi due memorie presentate dal Cozzaglio all' Ateneo di Brescia, una sugli spostamenti della regione veneta (1899), e l' altra sulla geologia continentale del Garda (1900-1902); veggansi pure due miei lavori, quello su Castenedolo (Ateneo di Brescia, 1896) e quello del 1902 su « Bradisismi e terremoti della regione benacense » pubblicato e dall'Ateneo di Brescia e dal Bollettino della Soc. Geologica It.

In merito poi alle varie fasi del Wurmiano indicate dal Penck, si potrebbe tentare il riferimento di queste rispettivamente ai varî archi di morene fresche benacensi, in modo analogo a quanto feci per gli archi di morene fresche sebine, in nota del 1907 sul Bollettino della Soc. Geol. It. Limitando il tentativo agli archi della penetrazione di Desenzano, si potrebbe ritenere che nelle sue due fasi di massima avanzata (tra loro separate dalla oscillazione di Laufen) il Wurmiano abbia spinte le proprie morene fin contro le grandi cerchie Rissiane; che dopo l'oscillazione di Achen, cioè nella avanzata di Buhl, abbia costrutto la cerchia di Castel Venzago; e che nelle soste di Gschnitz e di Daun abbia dati i minori archi interni.

Accenniamo infine alle alterazioni postglaciali avvenute nel campo morenico Wurmiano, nonchè alle formazioni postglaciali intermoreniche. Nel campo morenico Wurmiano, nel quale più spesso che in quello Rissiano si presenta la morena fina o profonda, si son formati, come in questo, cucuzzoli sassosi e ripiani terrosi; nel fenomeno è però intervenuto soltanto il dilavamento meccanico, e non la ferrettizzazione. E quanto alle torbe, faremo distinzione tra le esterne, cioè formatesi fuori della periferia delle cerchie Wurmiane, e le interne cioè formatesi nel campo Wurmiano stesso.

Le principali torbiere dell' anfiteatro benacense sono le seguenti:

1. Laghetto di Sovernigo, a NO di Puegnago (esterna).
2. Lago Lucone, ora prosciugato, ad ovest di Polpenazze (esterna).
3-4-5. A NO di M. Casterotte, a NO di M. Saltarino ed a SE di M. Saltarino, in comune di Sojano (esterne).
6. A casa Lefreddi in comune di Padenghe (esterna).

7. Presso case Vai, nel piccolo anfiteatro Wurmiano a NE di Lonato (interna).
8. Di casa Polada e di casa Fornace, ad est di Lonato (esterna).
9. Stagno Lavarone a nord di Castel Venzago (interna).
10. Palude Candellera a SE di Castel Venzago (interna).
11. Della frazione Barche di Solferino, addossata alla gran cerchia Rissiana.
12. Di Pozzolengo, in zona di sovrapposizione del Wurmiano al Rissiano.

Aprile 1914.

FEBBRAIO 1914

Giorno	Lago Maggiore	Lago di Lugano	Lago di Como			Lago d' Iseo	Lago di Garda
	Porto di Angera M. 193.50* 12h	Ponte Tresa M. 272.10* 12h	Como, Porto M. 197.521* 12h	Lecco Malpensata M. 197.403* 12h	Lecco Ponte Visconteo M. 197.427* 12h	Ponte a Sarnico M. 185.147* 12h	Salò M. 64.55* 12h
1	— 0.57	+ 0.04	— 0.24	— 0.16	— 0.30	+ 0.02	+ 0.35
2	— 0.58	+ 0.03	— 0.24	— 0.16	— 0.30	+ 0.03	+ 0.34
3	— 0.58	+ 0.03	— 0.24	— 0.17	— 0.31	+ 0.03	+ 0.34
4	— 0.59	+ 0.03	— 0.24	— 0.17	— 0.31	+ 0.03	+ 0.33
5	— 0.60	+ 0.02	— 0.25	— 0.17	— 0.31	+ 0.03	+ 0.33
6	— 0.61	+ 0.02	— 0.25	— 0.18	— 0.32	+ 0.02	+ 0.32
7	— 0.61	+ 0.02	— 0.25	— 0.18	— 0.32	+ 0.02	+ 0.31
8	— 0.61	+ 0.02	— 0.25	— 0.18	— 0.32	+ 0.02	+ 0.31
9	— 0.62	+ 0.02	— 0.26	— 0.18	— 0.32	+ 0.02	+ 0.31
10	— 0.63	+ 0.01	— 0.26	— 0.19	— 0.33	+ 0.02	+ 0.30
11	— 0.63	+ 0.01	— 0.26	— 0.19	— 0.33	+ 0.02	+ 0.30
12	— 0.63	+ 0.01	— 0.26	— 0.19	— 0.33	+ 0.01	+ 0.30
13	— 0.64	+ 0.02	— 0.25	— 0.18	— 0.32	+ .001	+ 0.30
14	— 0.64	+ 0.02	— 0.25	— 0.17	— 0.31	+ 0.01	+ 0.31
15	— 0.63	+ 0.02	— 0.25	— 0.17	— 0.31	+ 0.01	+ 0.30
16	— 0.63	+ 0.02	— 0.25	— 0.18	— 0.32	+ 0.02	+ 0.30
17	— 0.64	+ 0.02	— 0.25	— 0.18	— 0.32	+ 0.02	+ 0.30
18	— 0.64	+ 0.03	— 0.25	— 0.19	— 0.33	+ 0.02	+ 0.30
19	— 0.62	+ 0.04	— 0.24	— 0.17	— 0.31	+ 0.03	+ 0.30
20	— 0.61	+ 0.04	— 0.24	— 0.17	— 0.31	+ 0.03	+ 0.30
21	— 0.61	+ 0.04	— 0.23	— 0.18	— 0.32	+ 0.02	+ 0.30
22	— 0.52	+ 0.08	— 0.22	— 0.17	— 0.31	+ 0.02	+ 0.30
23	— 0.34	+ 0.25	— 0.05	+ 0.03	— 0.11	+ 0.01	agitato
24	— 0.24	+ 0.35	+ 0.05	+ 0.11	— 0.04	+ 0.01	+ 0.34
25	— 0.19	+ 0.40	+ 0.10	+ 0.15	— 0.00	+ 0.01	agitato
26	— 0.18	+ 0.41	+ 0.10	+ 0.16	+ 0.01	+ 0.02	"
27	— 0.14	+ 0.46	+ 0.10	+ 0.16	+ 0.01	+ 0.03	"
28	— 0.13	+ 0.46	+ 0.09	+ 0.15	+ 0.00	+ 0.03	+ 0.42

(*) Quota dello zero dell' idrometro sul livello del mare.

MARZO 1914

Giorno	Lago Maggiore	Lago di Lugano	Lago di Como			Lago d'Iseo	Lago di Garda
	Porto di Angera M. 193.50* 12h	Ponte Tresa M. 272.10* 12h	Como, Porto M. 197.521* 12h	Lecco Malpensata M. 197 403* 12h	Lecco Ponte Visconteo M. 197.427* 12h	Ponte a Sarnico M. 185.147* 12h	Salò M. 64.55* 12h
1	— 0.12	+ 0.45	+ 0.09	— 0.14	— 0.01	+ 0.31	+ 0.42
2	— 0.11	+ 0.45	+ 0.08	— 0.13	— 0.02	+ 0.26	+ 0.43
3	— 0.11	+ 0.45	+ 0.07	— 0.12	— 0.02	+ 0.26	+ 0.43
4	— 0.12	+ 0.45	+ 0.06	— 0.11	— 0.03	+ 0.27	+ 0.42
5	— 0.13	+ 0.44	+ 0.05	— 0.09	— 0.05	+ 0.28	+ 0.44
6	— 0.13	+ 0.43	+ 0.04	— 0.09	— 0.05	+ 0.28	+ 0.45
7	— 0.15	+ 0.42	+ 0.03	— 0.08	— 0.06	+ 0.29	+ 0.45
8	— 0.15	+ 0.41	+ 0.02	— 0.06	— 0.07	+ 0.29	+ 0.45
9	— 0.15	+ 0.40	+ 0.00	— 0.05	— 0.07	+ 0.33	+ 0.45
10	— 0.10	+ 0.40	— 0.01	— 0.07	— 0.05	+ 0.36	+ 0.45
11	+ 0.05	+ 0.58	— 0.17	— 0.21	+ 0.08	+ 0.38	agitato
12	+ 0.07	+ 0.62	— 0.19	— 0.30	+ 0.15	+ 0.38	+ 0.50
13	+ 0.09	+ 0.63	— 0.21	— 0.30	+ 0.15	+ 0.39	+ 0.50
14	+ 0.07	+ 0.64	— 0.22	— 0.29	+ 0.14	+ 0.39	+ 0.51
15	+ 0.07	+ 0.64	— 0.20	— 0.27	+ 0.12	+ 0.40	+ 0.51
16	+ 0.07	+ 0.63	— 0.18	— 0.25	+ 0.10	+ 0.40	+ 0.51
17	+ 0.06	+ 0.62	— 0.17	— 0.23	+ 0.08	+ 0.38	agitato
18	+ 0.02	+ 0.60	— 0.17	— 0.22	+ 0.07	+ 0.37	+ 0.51
19	+ 0.06	+ 0.61	— 0.24	— 0.22	+ 0.07	+ 0.37	+ 0.51
20	+ 0.04	+ 0.61	— 0.25	— 0.22	+ 0.07	+ 0.37	+ 0.55
21	+ 0.08	+ 0.64	— 0.25	— 0.29	+ 0.13	+ 0.33	+ 0.59
22	+ 0.09	+ 0.64	— 0.24	— 0.32	+ 0.15	+ 0.34	+ 0.58
23	+ 0.08	+ 0.64	— 0.24	— 0.31	+ 0.15	+ 0.34	+ 0.60
24	+ 0.06	+ 0.63	— 0.23	— 0.30	+ 0.14	+ 0.33	+ 0.60
25	+ 0.05	+ 0.62	— 0.22	— 0.31	+ 0.15	+ 0.34	+ 0.60
26	+ 0.06	+ 0.62	— 0.21	— 0.30	+ 0.14	+ 0.34	+ 0.60
27	+ 0.05	+ 0.63	— 0.20	— 0.28	+ 0.12	+ 0.33	+ 0.61
28	+ 0.02	+ 0.63	— 0.19	— 0.26	+ 0.11	+ 0.33	agitato
29	+ 0.00	+ 0.62	— 0.18	— 0.24	+ 0.09	+ 0.32	"
30	— 0.01	+ 0.61	— 0.17	— 0.22	+ 0.07	+ 0.30	+ 0.62
31	— 0.02	+ 0.60	— 0.17	— 0.20	+ 0.05	+ 0.27	+ 0.61

(*) Quota dello zero dell'idrometro sul livello del mare.

Adunanza del 7 Maggio 1914

PRESIDENZA DEL M. E. TORQUATO TARAMELLI

MEMBRO ANZIANO

Sono presenti i MM. EE.: Briosi, Brugnatelli, Buzzati, Ceruti, De Marchi A., Gabba B., Gabba L. sen., Gobbi, Körner, Jorini, Jung, Menozzi, Minguzzi, Murani, Paladini, Sabbadini, Sala, Taramelli, Vivanti.

E i SS. CC.: Abraham, Brizi, Carrara, Coletti, Gabba junior, Grassi, Jona, Livini, Pestalozza U., Porro, Tansini, Villa, Volta.

Sono assenti, per ragioni di salute, i MM. EE. Del Giudice, Celoria, Forlanini, Lattes, Vidari e Vignoli. Per ragioni d'ufficio è assente il M. E. prof. G. Zuccante, segretario della classe di lettere.

La presidenza, in assenza del presidente e del vice-presidente, è assunta dal membro anziano prof. Torquato Taramelli.

Alle ore 1,45 il presidente dichiara aperta la seduta ed invita il segretario prof. L. Gabba a dare lettura del processo verbale dell'adunanza del 23 aprile p. p. Il processo verbale risulta approvato. Lo stesso segretario dà poi notizia degli omaggi pervenuti all'Istituto, che sono i seguenti:

Per la classe di scienze:

Guide book issued by the Geological Survey of Canada, Department of mines. Ottawa, 1913 .... N. 1 ...

Hayata B. Icones plantarum Formosanarum, nec non et Contributiones ad floram Formosanam. Vol. 3. Taihoku, 1913.

Koehler R. An account of the echinoidea. Vol. 1. Calcutta, 1914.

Navigazione (La) aerea. Rivista italiana d'aeronautica. Anno 3, 1914 .... Roma, 1914 ...

Procès verbal de la Session tenue a Rome en 1913 de la Commission polaire internationale. Bruxelles, 1913.

E per la classe di lettere:

Celoria G. Discorso pronunciato a S. Siro il 21 dicembre 1913 in occasione della consegna della bandiera al « Città di Milano ». Milano, 1914.

Palmarocchi R. Il R. Archivio di Stato in Firenze e gli errori d' una pubblicazione ufficiale. Firenze, 1914.

Rasi P. Gli studi recenti sull' epitafio di Allia Potestas e la metrica del carme. Venezia, 1914.

Si procede poi alla comunicazione delle letture poste all' ordine del giorno.

Il M. E. prof. Oreste Murani presenta la nota: *Sull'osservazione del fenomeno di Zeeman.*

Prende poi la parola il S. C. prof. Iginio Tansini per la sua relazione: *Sulla cura chirurgica della gastroptosi.*

Il prof. Emilio Albertario presenta una sua nota, ammessa dalla Sezione di scienze politiche e giuridiche, avente il titolo: « *Lis contestata* » e « *Controversia mota* ».

Il prof. Luigi Brusotti presenta per ultimo la nota: *Sui nuovi metodi costruttivi di curve piane di ordine assegnato, dotate del massimo numero di circuiti*, ammessa dalla Sezione di scienze matematiche.

Essendo esaurito l' ordine del giorno il presidente, alle 15 $^{1}/_{4}$, dichiara chiusa la seduta.

Il Presidente
T. TARAMELLI
MEMBRO ANZIANO

Il Segretario
L. Gabba

Adunanza del 14 Maggio 1914

PRESIDENZA DEL M. E. TORQUATO TARAMELLI

MEMBRO ANZIANO

Sono presenti i MM. EE.: Berzolari, Buzzati, Brugnatelli, De Marchi A., Gabba L. sen., Gorini, Körner, Jorini, Jung, Marcacci, Menozzi, Minguzzi, Murani, Paladini, Sabbadini, Salvioni C., Taramelli, Vivanti.

E i SS. CC.: Bordoni-Uffreduzi, Carrara, Gabba L. jun., Grassi, Jona, Livini, Porro, Villa, Volta.

La presidenza, in assenza del presidente e del vicepresidente, è assunta dal membro anziano prof. Torquato Taramelli.

Alle 13,45 il presidente dichiara aperta la seduta. Prima di tutto egli comunica l'assenza, per ragione d'ufficio, del M. E. prof. Zuccante, segretario della Classe di lettere e scienze morali e storiche; per ragioni di salute, dei MM. EE. Celoria, Del Giudice, Forlanini, Vidari, Vignoli.

Comunica quindi che le condizioni di salute del M. E. prof. Celoria segnano un notevole miglioramento, sicchè è lecito sperare una rapida guarigione.

Il segretario prof. L. Gabba dà poi notizia degli omaggi pervenuti all'Istituto, che sono i seguenti:

Bassani F. Commemorazione del prof. Giuseppe Mercalli. Napoli, 1914.

Modigliani E. Viaggio in Malesia. Riassunto generale dei risultati zoologici. Genova, 1909.

Porro C. La revisione toponomastica della carta d'Italia. Firenze, 1914.

Si passa alle letture.

Il M. E. prof. Giulio Cesare Buzzati discorre sull'argomento: *La legge 13 giugno 1912 sulla cittadinanza e la doppia nazionalità.*

Il S. C. prof. Guido Villa comunica la sua nota: *Sul determinismo psichico.*

Il dott. Francesco Vercelli parla *Della temperatura lungo la progettata galleria attraverso lo Spluga*: questa lettura era stata ammessa dalla Sezione di scienze naturali.

Il signor Angelo Bianchi comunica la sua nota: *Sulla titanite di Valle Devero (Ossola)*, ammessa parimenti dalla Sezione di scienze naturali.

Il prof. Emilio Veneroni presenta la nota: *Sopra una varietà cubica con quindici punti doppi dello spazio a cinque dimensioni.* Questa nota era stata ammessa alla lettura dalla Sezione di scienze matematiche.

Essendo esaurita la presentazione delle note poste all'ordine del giorno, il presidente invita l'adunanza a procedere alla trattazione degli affari.

La Commissione giudicatrice del concorso alla borsa di studio Visconti Tenconi comunica che a questo concorso si presentarono due concorrenti; uno di essi si ritirò; quanto all'altro la Commissione è unanime nel giudicarlo non meritevole del premio a cui aspira.

La proposta viene accolta all'unanimità.

Essendo esaurito l'ordine del giorno, il presidente dichiara sciolta la seduta alle ore 15.

Il Presidente
T. TARAMELLI
MEMBRO ANZIANO

Il Segretario
L. GABBA

SULLA CURA CHIRURGICA
DELLA GASTROPTOSI

Nota del S. C. prof. IGINIO TANSINI

DIRETTORE DELLA CLINICA CHIRURGICA DELLA R. UNIVERSITÀ DI PAVIA

(*Adunanza del 7 maggio 1914*)

La cura chirurgica della gastroptosi è ancora discussa: ancora non si è potuto stabilire una formola tecnica precisa e sono discordi le opinioni dei chirurghi sul modo più efficace per riparare agli effetti della dislocazione dello stomaco.

Bisogna anzitutto distinguere una gastroptosi semplice, una gastroptosi con dilatazione, ed una gastroptosi con stenosi pilorica. Se un tempo poteva essere difficile, cogli ordinari criteri clinici, sceverare bene una forma dall'altra e distinguere le varietà ancora che si connettono con questi tipi morbosi, ora, mediante la radioscopia, si riesce assai bene a determinare le condizioni statiche e dinamiche dello stomaco caduto e così riesce possibile di meglio adattare ai singoli casi le risorse terapeutiche più appropriate.

Se la tecnica potrà variare a norma dei casi nelle sue particolari modalità è bene però che siano stabiliti i principi fondamentali della terapia chirurgica sui quali debbasi informare l'operazione.

Questi non possono essere che il sollevamento e la fissazione in buona posizione dello stomaco nei casi di gastroptosi semplice e cioè senza dilatazione e senza deformazione notevole del viscere: nei casi con dilatazione e di stenosi pilorica bisognerà aggiungere necessariamente qualche altro provvedimento che impedisca il ristagno e che faciliti lo svuotamento dello stomaco. Ma in ogni caso si impone il sollevamento e la fissazione del ventricolo.

Per la gastroptosi semplice il Duret nel 1894 eseguiva la fissazione diretta dello stomaco alla parete anteriore dell' addome con sutura applicata alla piccola curvatura ed al piloro, affrontando con essa la sierosa viscerale a quella parietale. L' operazione diede un buon risultato, tuttavia fu criticata e ne fu messa in dubbio l' efficacia con una lunga serie di considerazioni teoriche che M. le Dentu (1).

L'operazione di Duret fu ripresa da Rovsing che comunicava nel 1898 alla Società chirurgica di Kopenhagen un caso gravissimo guarito con la gastropessi modificando però la tecnica di Duret e nel 1899 ritornava sull' argomento riferendo nuovi casi guariti con l' operazione, dando norme precise per la tecnica che egli confermava in guisa da rendere più estesa e tenace l' adesione dello stomaco, allontanandosi pertanto dalla tecnica del Duret. Questi collocava una sola sutura che assicurava alla parete anteriore dell'addome la piccola curvatura ed il piloro, annodando i fili sottocutaneamente: Rovsing invece lascia libero il piloro, invece di una sutura ne applica tre serie, scarifica con la punta di un ago il peritoneo, passa la estremità dei fili attraverso a tutto lo spessore della parete addominale e gli estremi dei fili sono annodati o fissati, come nella sutura incavigliata, attorno a rotoli di garza sulla superficie esterna della parete addominale. I fili vengono, dopo venti giorni, rimossi.

Nei casi riferiti in questa memoria (2) non v'era dilatazione gastrica nè angustia pilorica, tuttavia, pel solo fatto della caduta dell'organo, le sofferenze erano gravissime e gravissime le condizioni generali di nutrizione, tanto che egli crede di poter indicare col nome di cachessia gastroptosica questa condizione di grave deperimento che in certi casi va oltre a quello della cachessia che si osserva in altre malattie e che trova invece analogia colle descrizioni e colle figure di affamati vittime della carestia nelle Indie od in China.

In un suo più recente lavoro il Rovsing (3) appoggia il suo metodo sopra un materiale assai ricco con risultati assai favorevoli e tuttavia esso non trovò generale consenso e gli si

---

(1) Rapport sur une communication de M. le D.r Duret (de Lille) concernant la gastropexie. (Bull. de l'Acad. de Medic. de Paris. Seance 19 Mars 1895).

(2) Archiv für Klinische Chirurgie, B. 60, 1899.

(3) Unterleibs Chirurgie 1912.

vuol sempre muovere l'appunto che le adesioni della parete gastrica devono necessariamente turbare la funzione motoria dello stomaco ed essere causa di sofferenze. Il Kautsch (1) dice che tale operazione è da abbandonare. Così si è pensato da altri chirurghi di ottenere una grastropessia indiretta. Kammerer nel 1900 tentò di accorciare il piccolo omento: ma non gli riuscì di sostenere lo stomaco, così che alla fine dovette cucirlo alla parte anteriore dell'addome. De Davis cercò di portare lo stomaco in posizione normale colla cucitura del piccolo omento in vicinanza della piccola curvatura e con la fissazione dello stesso alla parete anteriore dell'addome. Stengel, Beyea (2) Bier (3) cercarono di abbreviare il piccolo omento con serie di punti passati nello stesso (1904): così si operarono Depaye, Mayer ed Eve.

Coffey (Portland) cercò col grande omento di costituire, fissandolo trasversalmente alla parete addominale, come un grembiule di sostegno od una barriera. Ma anche questi processi sono passibili di facile critica ed i risultati remoti non confermarono la loro efficacia. Gli omenti sottili non possono costituire un materiale di sostegno sufficiente: negli individui poi dimagrati, emaciati sono essi così scarsi di grasso, così lassi da potersi paragonare in certi casi a ragnatele e se nella fatti specie v'ha già la tendenza dei legamenti a distendersi così abnormemente, anche dopo la confezione di pieghe si distenderanno di nuovo. Anche il Monprofit potè dire di non poter comprendere che in casi di notevole dislocazione dello stomaco un sottile omento possa a lungo sostenere il peso dello stomaco pieno di alimenti. Non si deve poi dimenticare che se si applicano una serie di punti attraverso il piccolo omento si possono facilmente ferire vasi e dotti biliari.

Recentemente Pagenstecher (4) propose di fissare la parte pilorica al legamento terete del fegato: questo processo potrà pertanto servire solo per la ptosi della parte pilorica e non si potrà mai generalizzare per la diversità di sviluppo, a norma degli individui, del legamento stesso. Il nuovo processo poi si appoggia ad un unico caso che mi pare anche poco dimostrativo.

---

(1) Handb. d. praktischen Chir. v. Bergmann e Bruns 1907.

(2) Journ. of the Americ. med. Assoc. 1910, n.° 10.

(3) Blecher. Beitrag zur chirurg. Behandlung der Enteroptose. Deut Zeitsch. f. Chir. B. 6 pag. 374.

(4) Munchener med. Wochenschrift 1913 n.° 1.

Nella gastroptosi con dilatazione fu proposta primamente la gastroplicatio di Bircher che fu applicata con procedimenti diversi, tra gli altri quello di Brandt, che propose di far pieghe non solo alla superficie anteriore ma anche sulla posteriore dello stomaco. Questo autore applicava fin 200 punti. Il metodo fu adoperato da molti autori ma pochissime volte, forse non più di due, per ciascuno (W. Wort, W. Bennet, Guelliot, Borelius, Nicolaysen, Tricomi, Schattuch, Porter, Fauré, Roux, Moynihan, Jonnesco, Hartmann, Horrocks, Moser e Dutton Macdonald). Questo metodo però potrà servire a diminuire i fenomeni riferibili alla dilatazione e perciò al ristagno ed, anche non volendo tener conto della considerazione teorica che colla confezione delle pieghe si viene a deviare la direzione delle fibre muscolari dello stomaco in grandi masse mentre sono così preordinate per la loro retta funzionalità, non provvede menomamente alla ptosi. Per essere efficace dovrebbe essere associato ad una fissazione diretta od indiretta: malagevole e difficile la prima dopo l'applicazione dei punti gastroplicanti, inefficace l'altra coi metodi indicati.

Nel 1905 Mattoli propose la gastroenterostomia escludendo la gastropessia poichè colla anastomosi non si offende la mobilità dello stomaco. Ma la gastroenterostomia sola non provvedendo al sollevamento dello stomaco se pure, a stomaco ptosico, potrà servire ad evitare il ristagno, non modificherà i disturbi propri della dislocazione che da sola, senza dilatazione, può provocare gravissimi: di più le anse del tenue appese allo stomaco esercitano una trazione permanente sullo stesso aggravando la ptosi.

Schlesinger nel 1912 (1) propone una resezione della parte di stomaco allungata, assotigliata che sta tra la bozza superiore ed il fondo dilatato; questa proposta è appoggiata sopra un caso ben riuscito e sopra numerose osservazioni radioscopiche di stomaci ptosici, ma tale operazione è grave talchè in un primo caso l'autore non ebbe il coraggio di farla portare a compimento secondo il piano prestabilito e si limitò ad una specie da gastroplicatio che non ebbe risultato felice. Essa poi si attaglia solo ad una forma particolare di stomaco ptosico e dilatato che si assomiglia assai allo stomaco a clepsidra.

Dejrushinski (2) nello stesso anno, dopo di aver fatto la

---

(1) Mitteilungen aus den Grenzebieten der Medicin und Chir. B. 5 Heft. 25. Jena 1912.

(2) Ueber die chirurgische Behandlung der mit Evveiterung einergehenden Ptosis des Magens. Achiv. f. klin. Chir. B. 98, 3 H. Berlin 1912.

critica a tutti gli altri metodi operativi, consiglia la resezione del piloro: operazione abbastanza grave, non sempre fattibile, che potrà migliorare alquanto ma non mai guarire non correggendo la ptosi.

Mariani (1) nel 1913 consiglia l'esclusione del piloro fissandolo alla parete anteriore dell'addome intraparietalmente e così intenderebbe di dar sostegno o fissazione allo stomaco e praticherebbe la gastroenterostomia. La sua proposta non ha, o ben scarsa sanzione pratica essendo stata applicata solo due volte: la prima il paziente moriva dopo pochi giorni per polmonite, e la seconda si riferisce a caso di data recente.

Goebell di Kiel (2) sospende e fissa il piloro restringendolo per mezzo di una striscia aponeurotica, colla quale lo cinge, tolta alla guaina del muscolo retto di destra e cucisce in alto più che può l'estremo della striscia alla parete addominale. Per coreggere la dilatazione gastrica disseca un largo lembo siero-muscolare sulla faccia anteriore dello stomaco: si serve di questo lembo per rivestire il legamento sospensore così chè la sierosa sia all'esterno e riunendo poi i margini della larga ferita dello stomaco, lasciata dal lembo, restringe così anche lo stomaco: aggiunge poi la gastroenterostomia retrocolica posteriore. È evidente la complessità e la gravità dell'atto operativo per la sua lunga durata, per la perdita inevitabile di sangue in pazienti assai deperiti, con debole resistenza organica: con tutto ciò lo stomaco resta sospeso solo per la parte pilorica.

Tutti questi ultimi processi hanno lo scopo di evitare la fissazione dello stomaco con aderenze dirette della sua parete anteriore colla parete dell'addome: questa è l'obbiezione principale ai processi di Duret e di Rovsing: l'altra, specialmente mossa al processo di Duret, è la discutibile saldezza dell'adesione. L'obbiezione principale che le aderenze debbono alterare la funzionalità motoria dello stomaco a me pare che abbia un valore teorico poichè praticamente si sono ormai ottenuti così numerosi risultati ottimi, con buona funzionalità gastrica, con miglioramento della nutrizione generale, con rinnovata capacità al lavoro, per mezzo della gastropessi diretta, da distruggere l'obbiezione stessa.

---

(1) La piloropessia intraparietomuscolare quale nuovo metodo ecc. ecc. Il Policlinico Anno XX Roma Fasc. 33. 17 ag. 1913 ed in Zentralbl. f. Chirurgie n.° 44. Nov. 1913.

(2) Pilorusvereng. und Bildung eines lig. suspensorium ecc. Zentralbl. f. Chir. n.° 34. 1913.

Riguardo all'influenza che possono esercitare le aderenze parietali sulla funzione motoria dello stomaco io posso dire di avere osservato in due casi di cancro, senza stenosi pilorica, una larga adesione della parete anteriore del ventricolo alla parete addominale e tuttavia la funzionalità motoria non sembrava sensibilmente alterata, nè i pazienti accusavano particolari sofferenze.

Ancora quando si pratica la fistola gastrica lo stomaco è necessariamente fissato alla parete anteriore dell'addome, ebbene lo svotamento, se la fistola è ben collocata, si fa regolarmente e gli operati si nutrono e stanno bene.

Come argomento di analogia non mi pare fuori di proposito il ricordare che in seguito alla cistotomia soprapubica parecchi chirurghi, dopo la chiusura completa della vescica con sutura, fissano l'organo con alcuni punti alla parete addominale e tuttavia la vescica adempie egregiamente la sua funzione motoria contraendosi senza sofferenze e con la più completa efficacia. Nei casi ancora nei quali si applica il sifone, o si vuol tenere a lungo aperta la vescica questa viene solidamente fissata alla parete addominale portando anche la mucosa a contatto dei margini cutanei: ebbene a vescica chiusa e necessariamente aderente, la funzione si ripristina regolarmente senza alcuna sofferenza o difetto.

Un metodo che tenesse sollevato e fisso lo stomaco, come lo è fisiologicamente, senza farne aderire la parete sarebbe certamente l'ideale ma per ora nessuno dei metodi proposti ha tali pregi da superare la gastropessi diretta.

In quanto alla solidità delle adesioni è certo che il procedimento di Duret può lasciare qualche dubbio: di più non so se la fissazione diretta del piloro destinato ancora nei casi di gastroptosi semplice a funzionare, possa essere assolutamente indifferente e per la funzione e per la stabilità delle aderenze, ma quando si lasci libero il piloro ed invece di una sola sutura con un sol filo, se ne applichino varie, come io ho fatto nei miei casi, ovvero come pratica il Rovsing, io credo che si possono ottenere aderenze sufficientemente solide. Io ho operati che continuano a stare ottimamente dopo oltre tre anni dall'operazione. Io ho anche l'impressione che col procedimento di Duret lo stomaco venga troppo piegato con la riunione della ferita dell'addome.

Io ho preceduto nella maggior parte dei miei casi applicando punti da un lato e dall'altro degli estremi della piccola curvatura ed anche più sotto di questa verso la parete ante-

riore, annodando i punti staccati dall'uno e dall'altro lato della ferita addominale; con altri punti staccati applico poi sulla parete anteriore dello stomaco e ve la unisco, la falda peritoneale parietale che si lascia indivisa per un terzo circa della ferita delle pareti addominali alla parte superiore: ho sempre lasciato libero il piloro.

Così mi pare che lo stomaco oltre a molteplici punti di fissazione resti meglio disteso per una larga adesione. Ho applicato negli ultimi due casi la sutura di Rovsing e ne sono rimasto soddisfatto e se per questi non posso parlare di risultati remoti datando uno da due mesi e l'altro da un sol mese, mi pare che debba corrispondere bene ed è di una grande semplicità: così che nei casi di sola ptosi l'operazione è lievissima, di nessun pericolo, fattibile con l'anestesia locale e di brevissima durata.

Nei casi nei quali v'ha dilatazione si comprende di leggeri che questa risorsa possa essere insufficiente epperciò io vi ho sempre associata la gastroenterostomia larga: con una larga bocca anastomotica mi pare che si possa evitare l'esclusione del piloro: non posso discuterne l'utilità che è certa, però in individui assai emaciati nei quali è importante di rendere l'operazione sollecita, non credo che sia indispensabile per un buon esito anche remoto se devo giudicare dai casi di mia osservazione nei quali non l'ho mai applicata.

Ed è ben difficile che ci si presentino ammalati in discrete condizioni; almeno nel mio distretto professionale, i pazienti ci arrivano quando proprio sono giunti all'estremo; un po' perchè la malattia non è riconosciuta, un po' perchè i medici si ostinano spesso a curare ciò che medicamente è incurabile, un po' per la riluttanza degli ammalati a sottoporsi ad un atto operativo. Le mie osservazioni personali si basano sopra quattordici casi tutti gravi, taluni gravissimi come apparirà dalle storie. Due di ptosi semplice, sette di ptosi con dilatazione, due con dilatazione e stenosi pilorica dubbia, tre con dilatazione e stenosi pilorica certa. Si ebbe un caso di morte in un individuo di 60 anni con enorme dilatazione con atonia e stenosi pilorica ridotto in istato di emaciazione nel quale lo stomaco non potè più funzionare anche dopo amplissima gastroenterostomia. Il paziente che aveva presentato al suo ingresso in Clinica quattro litri di ristagno a digiuno, poco a poco dopo otto giorni dall'operazione si spegneva senza il più piccolo risentimento addominale per completa inerzia dello stomaco. Negli altri si ebbero due risultati mediocri e cioè in uno, sebbene si sia ve-

rificato un miglioramento nelle condizioni generali, di tanto in tanto ci presentano ancora disturbi gastrici, nell'altro si ebbero ancora dopo l'operazione disturbi di digestione, ma specialmente sensazione di soffocazione, ora però si è iniziato un progressivo miglioramento; in un caso la data dell'operazione è troppo recente per essere sicuri del risultato remoto; In 10 casi il risultato fu *ottimo* con aumento notevole di peso di dieci, fino a venticinque chilogrammi con senso di benessere, con recuperata capacità al lavoro e compiacimento nei godimenti della vita.

Storie cliniche.

Oss I. — Gastroptosi grave. Stenosi pilorica. Gastrectasia. Risultato ottimo. — M. A. d'anni 21, contadino di Mornico Losanna. Entrato il 22 Gennaio 1911 uscito il 3 Marzo. Padre morto a 31 anno per emorragia gastrica. Alla visita militare fu dichiarato inabile. Nella fanciullezza fino ai 14 anni fu soggetto a disturbi intestinali ripetuti: dopo circa un anno di relativo benessere si manifestarono disturbi gastrici caratterizzati da peso all'epigastrio dopo il pasto e da gastralgia a distanza di alcune ore da questo: frequentemente vomito acido: i dolori scemavano o scomparivano dopo il vomito. Alvo stittico. Il paziente fece varie cure medicamentose e dietetiche senza risultato. Con alternative di miglioramento e di peggioramento giunse ai 20 anni quando le gastralgie si fecero più veementi, il vomito più frequente e l'ammalato se lo procurava talvolta per ottenere un po' di sollievo: dimagramento notevole, perdita delle forze, completa incapacità al lavoro. Nell'Aprile del 1910 entrò nell'Ospedale di Voghera dove fu posto a dieta liquida ottenendo un lieve miglioramento, ma tornato a casa ricomparvero le sofferenze come prima. Nel Luglio entrò nella Clinica medica di Pavia. Fu allora rilevata una bozza voluminosa alla regione ipogastrica evidentemente dovuta allo stomaco che presentava frequenti movimenti peristaltici · esisteva guazzamento e lo stomaco a digiuno conteneva sempre abbondanti residui alimentari. Nel contenuto gastrico era marcata la presenza del HCL libero. Dopo il pasto di Ewald si estrasse dopo un'ora la stessa quantità di sostanze ingeste col reperto di ipercloridria. La gonfiatura dello stomaco e la radioscopia svelarono la grave gastroptosi, la notevole dilatazione e che il viscere non si svuotava del tutto nemmeno dopo quattro ore. Passato in una sala chirurgica dell'Ospedale venne

sottoposto alla laparotomia. Fu tentata la divulsione del piloro coll' invaginazione della parete gastrica. Tornato a casa ben presto ricomparvero i disturbi. Il 2 Gennaio 1911 venne nuovamente accolto nella Clinica Medica: quivi constatata di nuovo la grave ptosi, la dilatazione, la ipercloridria, con sospetto di stenosi pilorica fu consigliato l' intervento chirurgico e il paziente passa nella mia Clinica.

Lo stato del paziente, di alta statura, è di grave denutrizione, pesa *Kilog. 47,* pallida la cute e le mucose. Rilevasi la ptosi gastrica colla piccola curvatura tre dita sotto l' ombellico, la grande appena sopra il pube: guazzamento permanente nella regione ipogastrica. Persistenti le sofferenze già accennate, anzi aggravate. Si accetta il giudizio dato in Clinica medica.

Il giorno 8 Febbraio, sotto eteronarcosi, si procede all'operazione. Si scopre lo stomaco di enorme dimensione e pareti spesse: ad individuo coricato la piccola curvatura è a livello dell' ombellico, la grande poco sopra il pube. Al piloro si rileva una certa rigidità ed ispessimento. Si pratica la gastroenterostomia posteriore alla v. Hacker. Si solleva poi lo stomaco più che si può e lo si fissa con quattro punti in seta per parte applicati agli estremi della piccola armatura, esclusa la regione pilorica, e scendendo verso la parete anteriore del viscere, comprendendo il peritoneo parietale con una parte dello strato muscolare: si applicano punti tra la falda peritoneale, lasciata continua nel quarto superiore della ferita, e la parete anteriore dello stomaco. Andamento successivo regolare.

Nel periodo della convalescenza passato parte in Clinica e parte a casa, il paziente raggiunse il peso di *Kilogr. 71.* Senso del più completo benessere. Ben presto tornò al lavoro dei campi e col lavoro diminuì di pochi chilogrammi il peso del corpo che poi si mantenne costante. Notizie recenti, dopo tre anni dall' operazione, fornite dal dott. M. De-Amicis al mio ajuto: « Attende ai lavori della campagna anche se faticosi e mangia con appetito veramente ottimo qualsiasi cibo. Intende di venire a Pavia a fare atto di gratitudine e di riconoscenza al prof. Tansini che lo guarì ».

Oss. II. — Gastroptosi grave. Gastrectasia. Stenosi pilorica dubbia. Risultato ottimo. — C. M. d'anni 53 contadina di Somma. Entrata l' 8 Febbraio 1912. Uscita il 23 Marzo. La paziente fa risalire l' inizio della attuale malattia a 20 anni fa: fino da allora cominciarono i dolori all'epigastrio e talvolta il vomito. Sei anni or sono si acuirono assai i dolori all' epigastrio e si

fece visitare all' ambulatorio della Clinica medica, ma le cure prescritte non giovarono. Entrò poco dopo nell'Ospedale ma le sofferenze non si poterono mitigare ed il deperimento generale si aggravò malgrado una lunga degenza. Tornata a casa, persistendo le sofferenze, spesso il vomito ed il dimagramento fu consigliata a riparare nella mia Clinica. La paziente è magra, pallida, debole, pesa *Kilogr 39.* È assai evidente la ptosi gastrica e la dilatazione. Lo stomaco è tutto sotto l' ombelico, la grande curvatura arriva al pube: rilevasi permanente guazzamento. La palpazione dello stomaco è dolorosa. L'acqua di lavaggio esce tinta di bile. Un'ora dopo il pasto di Ewald si estraggono 200 c.c. di residuo: il liquido è verdastro. L' esame chimico da: HCL libero presente, H 0.83, A 2.22, T 4.85. Acido lattico presente.

Il 4 Marzo si procede all' operazione: si constata la ptosi grave: lo stomaco per la conservata contrattilità non appare così dilatato come clinicamente, ma il suo fondo tocca il pube. Al piloro non si rilevano notevoli alterazioni, sembra un po' più duro del normale. Si pratica una gastroenterestomia posteriore antecolica e la gastropessi col mio procedimento. Andamento successivo regolare: l' ammalata sente tosto un nuovo benessere: cessati completamente i dolori e il vomito cominciò ad aumentare di peso. Recenti notizie dirette — due anni dopo l' operazione — ci informano che la operata sta sempre bene, che lavora alla campagna alimentandosi con cibi ordinari e digerendo regolarmente.

Oss. III. — Gastroptosi. Gastrectasia. Risultato mediocre. — D. A. d'anni 52 benestante di Mariano Comense. Entra in Clinica il 12 Aprile 1912. Esce il 5 Maggio. Sta molto in piedi per le sue occupazioni in bottega. Sofferse più o meno di stomaco fino dall'età giovanile: da tre anni i disturbi si fecero gravi: senso di peso all' epigastrio, difficoltà di digestione, eruttazioni frequenti moleste, non vomito, stitichezza ostinata, malessere generale e senso di indebolimento: fece cure svariate senza risultato: anche le lavature gastriche non portarono alcun sollievo. Non potendosi più alimentare essa si fece visitare da me e la consigliai ad entrare in Clinica. La paziente, magra, conserva però una certa tonicità delle masse muscolari. Sia con le ordinarie indagini come con la radioscopia si rileva la ptosi gastrica ed una modica dilatazione. La piccola curvatura è a livello dell' ombelico. Il 17 Aprile si procede all' operazione. Si constata la ptosi gastrica

e la modica dilatazione e così si procede alla gastroenterestomia posteriore retrocolica e alla gastropessi. Andamento regolare. Tornata a casa la operata potè alimentarsi regolarmente con cibi ordinari, migliorò sensibilmente nella nutrizione generale però essa accusava ancora alcune moleste sensazioni vaghe nell'addome e talvolta senso di peso all'epigastrio: ciò era in contrasto con le buone condizioni generali. Un anno e mezzo circa dopo l'operazione ebbe un periodo di disturbi gastrici con vomito forse in seguito ad abusi alimentari. Con qualche lavatura gastrica i disturbi cessarono e stette poi abbastanza bene. Notizie recenti dateci della operata direttamente, e cioè quasi due anni dopo l'operazione, ci informano che essa ha di tanto in tanto disturbi vaghi di digestione, però essa scrive di non sentire alcun dolore in nessuna parte. Le condizioni generali sono buone.

Oss. IV. — Gastroptosi. Gastrectasia. Risultato ottimo. — V. C. d'anni 47, lattoniere, di Mortara. Entrato il 10 Novembre 1912. Uscito il 14 Dicembre. Tre anni addietro ebbe improvvisamente ematemesi con dolori vivi all'epigastrio irradiantesi a destra: ittero e scariche diarroiche di colore oscuro. I dolori durarono una settimana, più vivi dopo l'ingestione di cibi. Fu curato con farmachi ed i dolori ed il vomito cessarono. Nel Settembre dell'anno 1911 cominciò di nuovo a soffrire per dispepsia, nausea, dolori ed oppressione alla regione epigastrica. Nel Maggio del 1912 fu colto da viva gastralgia con ematemesi e melena: da allora le forze e le condizioni di nutrizione generale già compromesse andarono rapidamente scadendo mentre i disturbi gastrici si facevano più imponenti. Nel Giugno fu ricoverato nell'Istituto di patologia medica ove fu trovato affetto da gastroptosi con dilatazione gastrica: fu curato per 15 giorni e fu consigliato di farsi operare: il paziente però rifiutò l'operazione. Nel Novembre si presenta alla nostra Clinica disposto a tutto. Il paziente è assai dimagrito, pallido: rilevasi colla insufflazione la ptosi e la dilatazione gastrica: ad individuo coricato la piccola curvatura è a due dita trasverse sopra l'ombelico e la grande a quattro sotto l'ombelico: v'ha guazzamento. A digiuno si estraggono 300 c.c. di sostanze ristagnanti anche solide ingerite due giorni prima. Le acque di lavaggio danno la presenza di HCL libero. Dopo la colazione di prova (50 gr. pane e 200 acqua) estratto dopo un'ora si hanno 290 c.c. di

sostanza. L' esame chimico del filtrato dà: H. 0.430, A. 0.949, T. 3.65. Acido lattico assente, latfermento presente. Peso dell' ammalato *Kilogr. 40.700.*

Allo stato attuale delle cose si giudica trattarsi indubbiamente, qualunque siano stati i precedenti, di gastroptosi con dilatazione e lieve atonia, e si trova indicata la gastroenterestomia con gastropessi.

Il 25 Novembre si procede all'operazione con narcosi cloroformica. Si constata la ptosi gastrica e la dilatazione: il fegato appare alquanto impicciolito e granuloso. Al piloro nulla rilevasi degno di nota. Si pratica una gastroenterostomia posteriore antecolica, poi si porta in alto più che si può lo stomaco e si applicano come nel caso precedente punti di sutura agli estremi della piccola curvatura col peritoneo parietale e strato muscolare e tra la falda peritoneale parietale e la parete anteriore dello stomaco. Andamento successivo regolare. Ora è passato un anno e mezzo dall'operazione e richiesto di sue notizie l' operato scrive: « Sto benissimo, posso proprio dire che uscito dalla sua Clinica non ebbi bisogno di alcun altro medico: saluto e ringrazio il prof. Tansini il quale fu il mio salvatore ». Ora pesa *Kilogr. 65.* Così ha guadagnato quasi 25 Kilog.

Oss. V. — Gastroptosi grave. Stenosi pilorica. Gastrectasia. Risultato ottimo. — E. P. d' anni 50, civile di Milano. Entrata 18 Nov. 1912. Uscita 25 Dic. 1912. Da tempo indeterminato sofferse ad intervalli disturbi gastrici, ma non gravi. Da due anni insorsero dolori all' epigastrio, irradiantesi al dorso e che si facevano acuti due o tre ore dopo il pasto e duravano circa tre ore: fu messa a dieta lattea e dopo due mesi di tale regime ebbe per alcuni giorni vomito: poi con con una dieta rigorosa migliorò alquanto nella nutrizione generale che era assai scaduta. Ma ben presto si ripresentavano le sofferenze di prima, aggravate da senso di soffocazione, da eruttazioni odorose, che non si poterono mitigare nemmeno colla dieta liquida, almeno per molto tempo. Dopo un breve miglioramento durato quasi due mesi, ritornarono i dolori vivi all' epigastrio, comparve più frequente il vomito scuro che una volta si ripetè più volte in una notte: intanto il deperimento generale si fece assai grave, le forze decaddero rapidamente: si trovò sangue nelle feci. Persistendo l' intolleranza di ogni alimentazione, il decadimento generale essendosi fatto minaccioso, ed essendosi anche rilevato un tumore spostabile nella

regione ombellicale, fui invitato a visitare la paziente costretta a letto. In seguito ad un rapido esame consigliai di trasportare la paziente nella mia Clinica a Pavia e si dovette trasportarla in automobile non potendo assolutamente reggersi per viaggiare in ferrovia.

Le condizioni generali sono di grave deperimento, masse muscolari flacide: la signora di alta statura pesa *Kgr. 40.* Si rileva già con le ordinarie indagini la ptosi dello stomaco e la dilatazione cospicua che vengono messe in evidenza con la radioscopia. Lo stomaco è tutto sottoombelicale. Il tumore grosso come un uovo di gallina che si palpa nella regione ombelicale appartiene al piloro. V'ha permanente diguazzamento. All'esame del contenuto gastrico si rileva un modico ristagno. In seguito al piccolo pasto di Ewald estratto dopo un'ora si rileva: HCL libero presente, H. 1.46, A. 2.11, T. 2.84. Acido lattico assente. Si giudica il tumore di natura infiammatoria. Il 20 Novembre, alla presenza anche del fratello medico, si procede all'atto operativo in eteronarcosi. Si constata la grave caduta dello stomaco, non si crede di cambiare parere coll'esame della grossezza pilorica, e la dilatazione si rileva grave così che lo stomaco scende assai in basso verso il pube. Si pratica tosto la gastroenterostomia posteriore retrocolica e la gastropessi diretta col mio procedimento. Andamento successivo regolare meno la eliminazione di un punto della sutura muscolare. La paziente già dopo pochi giorni si sente assai meglio· Il 25 Dicembre è dimessa. In due mesi crebbe di 18 Kilogr. godendo del più completo benessere, mangiando ogni sorta di cibi. Ora son passati quasi due anni dall'operazione e la signora è ancora più ingrassata e sta benissimo.

Oss. VI. — Gastroptosi grave. Stenosi pilorica? Gastrectasia. Risultato ottimo. — V. V. d'anni 50, civile di Pavia, vedova. Entra il 17 Febbraio 1913. Esce il 13 Marzo. Ebbe sette gravidanze tutte interrotte a 5, 6, o 7 mesi, una sola portò a termine e la figlia crebbe sana e robusta. Dopo la penultima gravidanza e cioè a 35 anni ammalò di nefrite: questa durò circa tre anni poi guarì, ma ebbe poi nuovi attacchi. La presente malattia risale a circa 15 anni fa quando la signora cominciò ad avvertire disturbi della digestione consistenti in forti gastralgie, senso molesto di peso dopo i pasti, inappetenza. Tali fenomeni persistettero per qualche anno, si verificò un grave deperimento ed a nulla giovarono cure mediche svariate. Essendosi ripresentata la nefrite fu messa a

dieta lattea e con questa migliorarono assai le condizioni gastriche ed in conseguenza anche la nutrizione. Ma non molto tempo dopo ripresero i dolori gastrici vivissimi, con anoressia, eruttazioni acide, talvolta il vomito tre o quattro ore dopo il pasto. In questi ultimi tempi i dolori si accentuarono ed il vomito si fece più frequente. Il medico curante coll'aiuto anche dell'esame radioscopico diagnosticò una gastroptosi con dilatazione: esisteva ancora un'ernia epigastrica e ptosi renale destra. Accolta in Clinica si constatano le condizioni morbose già rilevante. Lo stomaco è tutto sottombelicale notevolmente dilatato. Il peso del corpo è di *Kgr. 30*. Nelle orine si trovano solo tracce di albumina. Colla lavatura gastrica a digiuno si trova un litro di ristagno con residui alimentari solidi ingeriti da alcuni giorni. Con la lavatura del giorno 19 si estraggono, oltre che residui alimentari di alcuni giorni avanti, residui di pappa di bismuto ingerita sette giorni prima per l'esame radiologico. Dopo il pasto di Ewald l'esame del contenuto dà: HCL libero tracce, H. 0.14, A. 1.01, T. 2.80. Acido lattico presente.

Il 21 Febbraio in narcosi cloroformica si procede all'atto operativo. Alla regione pilorica si trova un indurimento che giudicasi infiammatorio. Gastroenterostomia posteriore antecolica, gastropessi diretta col mio procedimento. Si provvede all'ernia epigastrica. Andamento successivo da parte dell'addome regolarissimo: si verifica solo una paralisi postocloroformica del braccio sinistro che poco a poco scomparve. La signora acquistò ben presto una buona funzionalità gastrica e si è lentamente ricostituita. Ora è più di un anno che ha subito l'operazione e sta assai bene: io la vedo spesso e Pavia ed a Milano vivace e svelta e so che ha assistito a varie feste da ballo nel passato carnevale.

Oss. VII. — Gastroptosi grave e gastrectasia con atonia. Risultato ottimo. — M. V. d'anni 43, contadina, di Broni. Entrata il 10 Febbraio 1913. Uscita il 30 Marzo. Ebbe sei gravidanze. La presente malattia risale a circa cinque anni fa. Cominciò con dolori all'epigastrio dopo alcune ore dal pasto con irradiazioni a tutto l'addome, eruttazioni acide, spesso diarrea Da due anni si sono aggiunti ad intervalli vomiti alimentari: i disturbi andarono accentuandosi negli ultimi due mesi con grave deperimento generale, prostrazione, incapacità al lavoro. Entrata in Clinica si rileva la paziente assai magra, — pesa Kgr. 36 — pallida ed è facile il rilievo clinico della

gastroptosi con dilatazione che viene meglio messa in evidenza colla radioscopia. Lo stomaco è tutto sottoombelicale, la grande curvatura tocca il pube ed il guazzamento è permanente fino in vicinanza al pube. Coll'esame del contenuto gastrico a digiuno si trova un litro di ristagno con sostanze alimentari. In seguito al piccolo pasto di Ewald si hanno i seguenti reperti: HCL libero presente, H. 1.09, A. 1.82, T. 4.38. Acido lattico assente. Dopo sei ore si trova ancora circa la metà della pappa di Rieder.

Si tenta una cura medica, anche per vedere se si possono un po' migliorare le condizioni generali nella eventualità d'un atto operativo, invece malgrado tali cure ed il riposo la paziente perde terreno ed il 9 Marzo è diminuita di peso a 35.200. Accertata così l'inutilità di cure mediche e per la gravità della gastroptosi e gastrectasia con atonia si decide l'intervento.

Il 10 Febbraio in cloro-eteronarcosi si procede all'operazione. Si constatano la ptosi e la dilatazione e non si rilevano alterazioni alla regione pilorica. Si pratica la gastroenterostomia posteriore transmesocolica poi si solleva lo stomaco e lo si fissa col mio solito procedimento alla parete anteriore dell'addome. Andamento postoperativo regolare. L'ammalata prova ben presto un senso di completo benessere.

Dal medico di Broni dott. Cerioli abbiamo le seguenti notizie recenti: » L'operata M. V. ha ottimo aspetto. Prima dell'operazione pesava 36 chili, ora ne pesa 52 $^1/_2$. Dice di sentirsi bene, di digerire bene, di avere alvo regolare: riverisce e ringrazia riconoscente ».

Oss. VIII. Gastroptosi e gastrectasia. Risultato mediocre. — M. E. d'anni 28, esercente, di Milano. Entrata il 12 Maggio 1913. Uscita il 14 Giugno. A 18 anni si maritò ed ebbe due gravidanze a termine. A 21 anni sofferse il tifo. Da sette anni circa cominciarono i dolori gastrici dopo il pasto, qualche volta il vomito alimentare, la stitichezza. Da due anni si fecero più intensi i dolori all'epigastrio diffondentisi al resto dell'addome: non più vomito ma senso di pienezza molesta dopo il pasto, inappetenza. A nulla valsero le cure mediche, ed il dimagramento si fece notevole. Entrata in Clinica si rileva pallore, peso del corpo Kgr. 44.500. Tanto coi rilievi clinici ordinari come colla radioscopia si rileva l'abbassamento dello stomaco tutto sotto l'ombellico e la dilatazione notevole, v'ha guazzamento. Non v'ha notevole ristagno

ed all' esame del contenuto gastrico dopo il piccolo pasto di Ewald si rileva: HCL libero presente, H. 0.76, A. 2.14, T. 4.26. Acido lattico tracce.

Il 26 Maggio si procede in eteronarcosi all'operazione: si pratica la gastroenterostomia anteriore antecolica e la gastropessi col solito processo. Si rilevò un lieve indurimento della regione pilorica. Andamento postoperativo regolare. Dimessa forse troppo presto dalla Clinica, 19 giorni dopo l'operazione, essa poco dopo si lamentava ancora di disturbi vaghi all'addome e senso di soffocazione ad accessi, e si nutriva scarsamente talchè io la consigliai all'apertura della Clinica a ritornarvi per esservi osservata. Essa venne infatti ma già si sentiva meglio e si potè constatare che la digestione si compieva regolarmente. Abbiamo chieste recentemente notizie al prof. Boveri che ce l'aveva inviata ed egli in data 28 Marzo 1914 ci scriveva: « Ho veduta l'M. circa otto giorni fa. Essa migliora continuamente, gli accessi di soffocazione (come li definisce l'operata) sono molto rari; non aumentò di peso essendo ancora la paziente ad una dieta piuttosto ristretta; però io la vedo regolarmente e constato un miglioramento progressivo ».

Oss. IX. Gastroptosi e gastrectasia. Risultato ottimo. — B. D. d'anni 16, ricamatrice, di Pavia. Entrata il 22 Maggio 1913. Uscita il 25 Giugno. Da oltre un anno cominciarono disturbi gastrici che accentuandosi gradatamente divennero intensamente dolorosi. I dolori alla regione epigastrica duravano dopo il pasto da tre a quattro ore e qualche volta si aveva vomito alimentare, spesso eruttazioni acide. Con tali sofferenze si notò un progressivo deperimento. La paziente per dar sollievo ai dolori provocava spesso il vomito. Stitichezza ostinata. Venne ricoverata in Clinica medica: quivi a digiuno si estrassero dallo stomaco tre litri di cibi ingeriti nei giorni precedenti: dopo qualche cura fu inviata alla Clinica chirurgica.

Paziente pallida, emaciata, pesa *Kgr. 32.* Cogli ordinari rilievi e colla radioscopia si rileva che lo stomaco è tutto sottoombelicale e dilatato. Si notano però contrazioni peristaltiche. Dopo la colazione di Ewald si rileva: H. 0.32, A. 1.05, T. 2.37, F. 1.03, O. 1.34. Oltre alla ptosi ed alla dilatazione si pensa che possa esservi stenosi pilorica. Il 4 Giugno, in cloronarcosi, si procede all'operazione. Si constatano la ptosi e la dilatazione cospicua: il piloro sembra alquanto ispessito, non si rileva però una alterazione di carattere, forse è effetto di

contrazione spastica. Si pratica la gastroenterostomia anteriore antecolica e la gastropessi col mio processo. Decorso postoperatorio regolare. Il 25 Giugno la paziente è dimessa in istato di completo benessere. Ella stette poi sempre assai bene: scomparvero tutti i disturbi e tutte le sofferenze. Riveduta il 27 Marzo 1914 la si trova in ottime condizioni e del peso di Kgr. 45.

Oss. X. — Gastroptosi e gastrectasia. Risultato ottimo — S. S. d'anni 33, casalinga, di Milano. Entra il 19 Novembre 1913. Esce il 1 Gennaio 1914. Maritata ebbe cinque gravidanze. Da tempo indeterminato ebbe disturbi di digestione: le sue sofferenze piú gravi risalgono ad un anno fa con dolori all' epigastrio tre o quattro ore dopo il pasto e che duravano varie ore: dovette limitare assai l' alimentazione, tuttavia comparve di tanto in tanto il vomito di sostanze alimentari. Stitichezza ostinata. Si sottopose a cure mediche anche protratte, ma continuando a peggiorare fu consigliata a riparare nella mia Clinica. La paziente è assai pallida e magra, pesa Kgr. 44, è di alta statura. Si rileva coi soliti mezzi e con la radioscopia che lo stomaco è tutto sottoombelicale ed assai dilatato, v' ha guazzamento permanente fin verso il pube. Dopo il piccolo pasto di prova si rileva: HCL presente; H. 1,22, A. 2,44, T. 4,00. Acido lattico assente. Mancano da due mesi le mestruazioni: non si può sapere se trattasi di gravidanza o di amenorrea in rapporto allo stato generale di deperimento.

Il giorno 8 Dicembre si procede in narcosi cloroformica all'operazione. Si pratica la gastroenterostomia posteriore retrocolica poi si porta in alto lo stomaco e lo si fissa col mio procedimento. La paziente ha ben presto senso di benessere. Col giorno 21 si concede dieta solida. Notizie recenti, 28 Marzo, avute dal marito sono ottime: l'operata ha appetito, mangia ogni cibo e digerisce bene: non ha alcuna molestia. La donna è gravida. Raggiunge col Marzo i 60 Kgr. aumentando in poco più di due mesi di 16 Kgr. Si faccia pur la tara per la gravidanza si ha tuttavia un aumento di peso assai soddisfacente.

Oss. XII. — Gastroptosi grave, stenosi pilorica, gastrectasia atonia. Morte. — S. P. d' anni 60, civile, di S. Nazzaro. Entrato il 17 Dic. 1913, † il 1 Gennaio 1914. L'ammalato fa risalire il principio della presente malattia ad epoca remota. Da molti anni digestione difficile, senso di peso all'epigastrio, talvolta assai penoso dopo i pasti, stitichezza abituale, borborigmi frequenti,

meteorismo. Da tre anni questi sintomi si sono accentuati aggiungendovisi il vomito acquoso, acido. Cominciò intanto un notevole dimagrimento e spossatezza. È accolto nell'Istituto di patologia medica e da questo dopo varî giorni inviato alla mia Clinica. Il paziente è emaciato, spossato non sa reggersi: a digiuno il mattino del 18 Dic. col sondaggio gastrico si estraggono quattro litri di materiale fetente, giallo brunastro. Congo reazione positiva. Dopo il piccolo pasto di prova che si estrae in totalità, il filtrato dà: H. 0,949, A. 0,584, T. 6,28. Acido lattico presente. Colla radiografia si rileva la enorme dilatazione e la ptosi dello stomaco che giunge al pube. Oltre a tale alterazione si opina che esista anche stenosi pilorica. Il 24 Dic. si procede all'atto operativo: si incidono le pareti addominali con anestesia locale: le manovre sui visceri si fanno in narcosi cloroeterea. Si rilevano la ptosi e la dilatazione ed al piloro una tumefazione fibrosa che lo cinge, grosso come un piccolo ovo di gallina. Si pratica la gastroenterostomia posteriore antecolica, poi si fa la gastropessi: il viscere è enorme, flacido ed assai pesante. L'ammalato da segni di debolezza cardiaca grave per circa tre giorni. Il 28, sempre in completa apiressia, il paziente ha senso di nausea e coll'esame dell'addome, trattabile ed indolente, avendo rilevato rumore di guazzamento, si pratica una lavatura gastrica e si estrae un litro di liquido biliare oscuro: si somministrano brodo caldo, vino e clisteri nutritivi, ma lo stomaco è inerte, non funziona: il 29 si rinnova la lavatura gastrica: poi si somministra un po' di latte, ma le forze lentamente decadono: si insiste nella propinazione di alimenti liquidi che vengono trattenuti: il 31 il paziente ha una scarica di feci ben colorate. Si nota ancora ristagno. Le forze si affievoliscono ed il 1 Gennaio soccombe.

Oss. XIII. — Gastroptosi semplice. Risultato ottimo. — G. A. d'anni 62, esercente di Montebello. Entrata il 20 Gennaio 1914. Uscita 18 Marzo. Dell'età di 35 anni cominciò a soffrire di cattive digestioni, senza però speciali sofferenze, solo eruttazioni acide anoressia, malessere. Così continuò senza cure rigorose fino a cinque anni fa, poi con cure mediche migliorò, poi di nuovo si accentuarono le sofferenze e da sei mesi essa soffre di dolori all'epigastrio da mezza ad un'ora dopo il pasto: di tanto in tanto ha vomito che procura sollievo così che la paziente lo provocava ad arte; stitichezza ostinata: progressivo deperimento. Coll'esame radiosco-

pico si rileva la gastroptosi: lo stomaco arriva a tre dita trasverse sopra il pube, non pare dilatato. Non si può fare l'esame del contenuto e del chimismo gastrico poichè il sondaggio coll'estrazione provoca perdita di sangue.

Si fa una attenta cura medica dietetica ma senza alcun profitto; così si decide la laparotomia esplorativa. Il 18 febbraio in narcosi cloroformica si procede all'operazione. Si constata la ptosi gastrica senza dilatazione e non si rilevano altre alterazioni. Si procede perciò alla gastropessi alla maniera di Rovsing, senza però le scarificazioni. Si applicano tre fili. Questi vengono rimossi il 13 Marzo. Andamento regolare. La paziente è dimessa in istato di completo benessere. Notizie recenti sono ottime.

Oss. XIII. — Gastroptosi e gastrectasia. Risultato ottimo. — F. Ernesto d'anni 46, cacciatore, di Bereguardo. Entra il 15 Marzo. Esce il 22 Aprile. L'ammalato fa risalire il principio della presente malattia a 12 anni addietro. Fin da allora comparvero mancanza di appetito, peso molesto all'epigastrio, guazzamento avvertito dal paziente stesso, eruttazioni acide: due a tre ore dopo il pasto, dolore diffuso alla regione epigastrica. Spesso per avere sollievo il paziente provocava il vomito. Persistendo, malgrado varie cure anche a lungo sostenute, i gravi disturbi e le sofferenze, ed il dimagramento progressivo, avendo costretto il paziente all'inerzia, veniva consigliato di riparare nella mia Clinica. Al suo ingresso egli è veramente emaciato, pallido, si rileva a digiuno un ristagno di un litro di liquido scuro, odoroso. Dopo la colazione di prova si hanno i seguenti reperti: H. 1,168, A. 0,365, T. 2,555. Acido lattico tracce, labferment presente. Lo stomaco, cogli ordinari rilievi e colla radioscopia, si rileva colla piccola curvatura ad un dito trasverso sopra l'ombelico e la grande scende a quattro dita al disotto. Guazzamento permanente. Peso del corpo Kgr. 47,100.

Il 23 Marzo con anestesia locale novocainica e poi con cloronarcosi si procede all'atto operativo. Si pratica la gastroenterostomia posteriore antecolica e poi la gastropessi alla Rovsing. Andamento postoperativo regolare: si levano i punti il 12 Aprile. Il paziente ha senso di completo benessere, ha appetito e comincia a digerir bene la dieta solida. Notizie recenti (Maggio) sono ottime.

Oss. XV. — Gastroptosi semplice. Risultato ottimo recente. — C. A. d'anni 47 contadina di Marcignago. Entrata il

30 Marzo uscita il 1 Maggio 1914. Ebbe nove gravidanze, delle quali sette a termine. Da cinque anni soffre di dolori addominali che la coglievano ad intervalli più o meno lunghi e che venivano calmati con farmaci, tali dolori non avevano sede costante, talvolta pare insorgessero nella fossa iliaca destra: nel Febbraio u. s. insorsero i dolori addominali diffusi con vomito alimentare: ricoverata in questo Ospedale, dopo due giorni i dolori si calmarono e fu dimessa. Intanto si era notato un progressivo deperimento. Ripresa ben presto dalle sue sofferenze queste assunsero un carattere più preciso di dolori al l'epigastrio dopo due o tre ore dal pasto, con eruttazioni acide e la paziente non potendo più reggersi nè lavorare riparava in questa Clinica.

La paziente è assai dimagrata pesa Kgr. 32. Rilevasi con gli ordinari mezzi clinici la ptosi gastrica a quattro dita sotto l'ombelico, v'ha guazzamento, però il viscere non pare dilatato. Null'altro rilevasi degno di nota.
Il 3 Aprile si procede alla laparotomia con anestesia locale novocainica. Si constata la grave ptosi ed un lieve ingrandimento dello stomaco. La regione pilorica sembra un po' più consistente del normale, mi dà l'impressione che sia l'effetto di contrazione muscolare; nessuna alterazione del resto rilevabile nell'organo nè nello ghiandole. Si procede alla gastropessi alla Rovsing. Dopo 27 giorni si tolgono i punti gastro parietali.

L'ammalata si sente bene e senza alcuna sofferenza, si nutre con la dieta ordinaria.

SULL'OSSERVAZIONE DEL FENOMENO ZEEMAN

Nota del M. E. prof. ORESTE MURANI

(*Adunanza del 7 maggio 1914*)

§ 1. Lo scopo di questa mia lettura è quello di descrivere un metodo, quanto mai semplice e spedito, per osservare il fenomeno Zeeman. È noto che questo fenomeno è di fondamentale importanza per la teoria elettromagnetica della luce dovuta al Maxwell e completata dal Lorentz, della quale esso è una brillantissima conferma sperimentale. Non sarà fuori di luogo un breve cenno della questione, che, se non altro, servirà a chiarire le idee. A ogni modo, chi ha nella mente un'idea chiara del fenomeno in discorso e della sua spiegazione secondo la teoria del Lorentz, può, senz'altro, saltare al § 5 di questa nota.

§ 2. Per lungo tempo, sull'esempio di Fresnel, si considerarono le vibrazioni luminose come vere e proprie vibrazioni meccaniche delle particelle eteree e materiali; ma più tardi prevalsero le idee del Maxwell, secondo cui le onde luminose si potevano considerare come onde elettromagnetiche propagate nell'etere. La teoria del Maxwell ebbe un validissimo appoggio dalle esperienze dell'Hertz e del Righi, i quali provarono, colla massima evidenza possibile, che le onde luminose e quelle elettromagnetiche, che l'Hertz aveva insegnato a produrre, non differiscono che per la loro lunghezza.

La teoria elettromagnetica della luce però, quale si deduce dall'equazioni differenziali del campo dovute al Maxwell, non riusciva a dare sufficiente spiegazione di quei fenomeni, per i quali, anche nella teoria meccanica del Fresnel, era necessario far ricorso ad un'azione della materia ponderale sull'etere.

Bisognava dunque far intervenire gli atomi materiali per completare la teoria; ora, secondo il Lorentz, il legame fra l'etere e la materia ponderale non può consistere che nelle cariche elettriche delle due specie esistenti nelle molecole di tutti i corpi; ipotesi codesta analoga a quella generalmente adottata per spiegare l'elettrolisi. Si comprende, difatti, che la forza elettrica e magnetica che si manifesta al passaggio delle onde luminose, considerate come onde elettromagnetiche, debba modificare il moto di quelle cariche, non solo, ma il moto vibratorio delle cariche stesse darà origine a simili onde. Il Lorentz riconobbe poi che per giungere ad una teoria completa del fenomeno, era necessario supporre che, o soltanto le cariche positive, o soltanto quelle negative, fossero libere di vibrare e prendere parte ai fenomeni luminosi. Ora il fenomeno Zeeman, confermando le vedute teoriche del Lorentz, dimostra che le cariche libere di muoversi sono quelle negative; ossia, in altre parole, l'assorbimento e l'emissione della luce, sono dovuti al movimento vibratorio rapidissimo degli elettroni che entrano a costituire gli atomi dei corpi.

§ 3. È noto che lo spettro di emissione di un gas luminoso si riduce soltanto ad alcune righe brillanti separate da spazi oscuri; ora Zeeman ha dimostrato coll'esperienza che se il gas è posto in un campo magnetico, per esempio fra i poli di una potente calamita, ogni semplice riga del suo spettro si trasforma in un gruppo di righe nuove. Al riguardo due casi principalmente sono da considerare: 1°. quello in cui si osserva la luce che si propaga nel senso del campo, ossia delle linee di forza; 2°. quello in cui si osserva la luce propagata in direzione equatoriale, ossia normalmente alle linee di forza del campo. — Nel primo caso, accade, per lo più, che all'unica riga osservata senza campo magnetico, corrispondono, al sorgere di questo, due linee nuove, una da una parte e una dall' altra della linea primitiva; inoltre queste due nuove righe sono polarizzate circolarmente in senso contrario. Nel secondo caso, l'unica riga che si osserva senza il campo, dà luogo, quando questo viene eccitato, in generale a tre righe, di cui quella di mezzo occupa lo stesso posto di prima — quando cioè non esisteva il campo —, e le altre due sono una per parte; inoltre queste sono polarizzate rettilineamente.

§ 4. Vediamo come la teoria del Lorentz dia una semplice spiegazione del fenomeno, almeno nei casi meno complicati. Supponiamo un elettrone spostato nell' atomo dalla sua posi-

zione di equilibrio, e animato da un moto armonico. Se riferiamo il suo movimento a tre assi ortogonali Ox, Oy, Oz, i moti delle proiezioni saranno anche essi armonici di eguale periodo, e quindi la proiezione del moto sul piano y z, per esempio, sarà un moto armonico ellittico. Ora è nota questa equivalenza cinematica, e cioè che ogni vibrazione ellittica si può considerare come risultante di due vibrazioni circolari di senso inverso, dello stesso periodo, e di raggi differenti.

Concludendo, il moto primitivo è così decomposto in tre: due circolari uniformi, inversi, nel piano yz, ed uno rettilineo armonico secondo l'asse delle x. I tre hanno lo stesso periodo.

Si produca ora un campo magnetico secondo Ox; il terzo moto parziale non riesce alterato, ma saranno modificati nel loro periodo i due moti circolari componenti, di senso inverso. Sia difatti una particella elettrizzata A che, attratta verso una posizione di equilibrio O, vibri circolarmente intorno a questa descrivendo una circonferenza di raggio O A. Se normalmente al piano del circolo agisce una forza magnetica, esiste, ad ogni istante, una forza elettromagnetica, analoga a quella che agirebbe sopra un breve tratto di corrente elettrica diretta come la velocità della particella. Tale forza, dovendo essere normale alla corrente e al campo magnetico, sarà diretta secondo il raggio O A. passante per la particella mobile, ed agirà, a seconda dei casi, o da A verso O, oppure in direzione contraria. L'effetto di questa nuova forza che si sottrae o si aggiunge a quella che mantiene la particella nella sua orbita, è quello di variare il suo periodo vibratorio. Ne risulta che delle due vibrazioni circolari inverse, nelle quali si immagina scomposta la vibrazione ellittica, una sarà accelerata, l'altra ritardata, e sullo spettro non daranno più un'unica riga, ma ne daranno due distinte, una a destra, l'altra a sinistra della posizione primitiva. In conclusione, se l'atomo in questione emetteva prima una certa riga spettrale, emette, quando si eccita il campo magnetico, una terna di righe, e la centrale della terna coincide colla primitiva.

Ora, esaminando la luce in direzione equatoriale, normalmente cioè alle linee di forza del campo, le tre righe appariranno polarizzate rettilineamente; se nelle due laterali le vibrazioni si compiono secondo la verticale, in quella di mezzo le vibrazioni sono orizzontali. È chiaro che le due laterali debbano sembrare polarizzate rettilineamente, perchè le loro vibrazioni circolari normali alle linee di forza, sono viste di fianco secondo il loro proprio piano.

Esaminando invece la luce che si propaga secondo le linee di forza (il nucleo dell' elettrocalamita all'uopo deve essere evidentemente forato) la linea di mezzo manca: difatti la componente rettilinea Ox in questo caso non dà luce, l'energia trasmettendosi solamente nelle direzioni normali alle vibrazioni stesse; si osserveranno quindi le sole due righe dovute alle vibrazioni circolari, e si constata difatti che esse sono polarizzate circolarmente in verso contrario. Inoltre, e ciò è del massimo interesse, esaminando quale delle due nuove righe era data, per una determinata direzione del campo magnetico, da vibrazioni destrogire o levogire, si potè determinare che le particelle vibranti dovessero avere carica negativa e non positiva.

Questo risultato del fenomeno Zeeman si accorda perfettamente con il modello dell'atomo ideato da Lord Kelvin. Secondo questo insigne fisico, l'atomo di ogni corpo sarebbe costituito da una sfera di elettricità positiva uniformemente distribuita (specie di grande elettrone positivo), entro la quale si muovono liberamente una o più particelle cariche di elettricità negativa, ossia gli elettroni. Ogni elettrone sarebbe soggetto ad una forza attrattiva diretta verso il centro della sfera e proporzionale alla distanza; compirebbe quindi intorno a questo centro delle vibrazioni armoniche avente i caratteri delle vibrazioni luminose. È noto come questa ipotesi della struttura dell'atomo offra una naturale spiegazione dei fenomeni della radioattività, ossia della successiva disintegrazione degli atomi, che è la spiegazione proposta dal Rutherford per dar ragione della continua trasformazione delle sostanze radioattive.

Si potè anche ottenere una valutazione approssimata del rapporto tra la carica elettrica della particella vibrante e la sua massa: si trovò che tale rapporto è più che mille volte maggiore di quello relativo agli atomi di idrogeno nell'elettrolisi, e quindi più grande ancora di quello spettante agli atomi delle altre sostanze. E supponendo che le cariche delle particelle vibranti siano eguali a quelle de' ioni elettrolitici, ne viene che la loro massa è mille e più volte minore della massa di un ione d'idrogeno. Vale a dire, le particelle vibranti sono elettroni liberi.

§ 5. Per osservare il fenomeno nel modo usato da Zeeman, si pone la sorgente luminosa (vapore o gas) tra i poli di una potente elettrocalamita, e si osserva lo spettro di emissione con

un reticolo di diffrazione: si usano, per lo più, reticoli a riflessione del Rowland piani o concavi. Occorre però, per vedere distintamente il *doppietto* o il *tripletto*, a seconda della direzione di osservazione, che il reticolo abbia un grande potere risolutivo, ossia che esso abbia il potere di separare due raggi spettrali di lunghezza d'onda pochissimo diversa. Il potere risolutivo di un reticolo dipende dal numero delle ondulazioni di cui l'ultima fenditura o stria è in ritardo sulla prima: ovvero, in altre parole, dipende dalla differenza di fase tra i fasci interferenti estremi; e propriamente, se N è il numero di tali fasci, ossia il numero delle righe del reticolo utilizzate, e K il numero d'ordine dello spettro che si osserva, il potere risolutivo è dato dal prodotto K N. Il grande valore che questo prodotto può raggiungere in alcuni reticoli a riflessione del Rowland, dà un'immensa importanza a questo tipo di apparecchi spettrali. Per esempio, potendo disporre di uno di tali reticoli, lungo 50 mm. con 1200 tratti per mm., cosicchè $N = 60000$, si ha un potere separatore uguale a questo numero per lo spettro del primo ordine, due volte maggiore per quello del secondo ordine, e così di seguito. Il significato di questi numeri è il seguente: se due linee spettrali differiscono di 1/60000 di lunghezza di onda, esse saranno viste separate nello spettro del primo ordine di un tal reticolo; e saranno pur viste distinte, nello spettro del secondo ordine, due righe che differissero della metà di tale valore.

Rowland è riuscito a tracciare con regolarità quasi perfetta sino a 17.000 righe per centimetro, ed alcuni dei suoi reticoli hanno in complesso non meno di 100000 righe. È difficile che si possa superare questo limite; tuttavia, osservando lo spettro del primo ordine con uno dei migliori reticoli, si arriva, tutto al più, a risolvere due linee il cui intervallo corrisponde a 1/100 di quello presentato dalle due righe D_1, D_2 del sodio. È vero che, osservando lo spettro del 2° ordine, il potere risolutivo è raddoppiato, e sarebbe triplicato in quello del 3°, ecc.; ma, volendo anche prescindere dalla reciproca sovrapposizione degli spettri di ordine superiore,. non si ha, in generale, un'intensità luminosa sufficiente oltre il 2°.

§ 6. In questi ultimi anni si è compiuto un grande progresso con l'invenzione di nuovi tipi di interferometri, atti a rendere luminoso lo spettro di un ordine elevatissimo, i quali danno un potere risolutivo molto superiore a quello dei reticoli: tali sono lo *spettroscopio a gradinate* (echelon spectroscope)

di Michelson, l'interferometro di Fabry e Pérot, e quello a lastre parallele di Lummer-Gehrcke. Io mi sono valso di quest'ultimo per l'osservazione del fenomeno Zeeman, e perciò limito il mio discorso ad esso, descrivendone brevemente il modo di funzionare, e il risultato ottenuto.

La lastra o lamina in discorso deve avere le facce esattamente piane e parallele; con essa si ottengono i fasci interferenti, come nel metodo di Newton, per mezzo di un gran numero di riflessioni successive della luce sulle due facce della lamina (fig. 1); a ciascuna riflessione un po' di luce esce dalla lamina, e i raggi emessi sono finalmente sovrapposti da una lente acromatica collettrice. Nelle successive riflessioni,

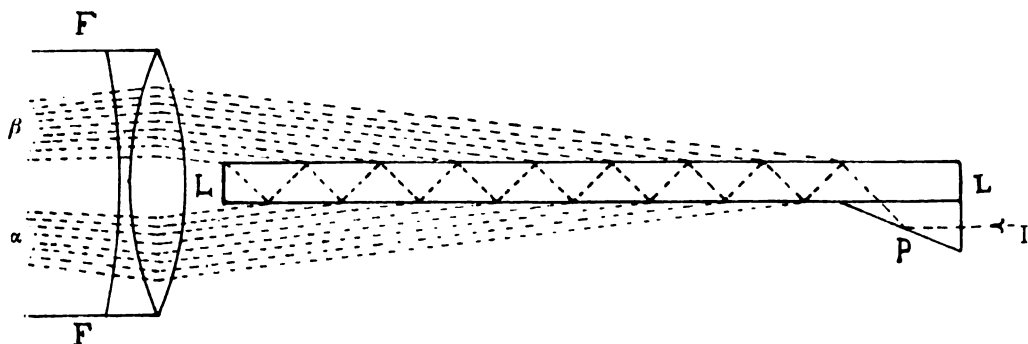



Fig. 1.

i raggi incontrano le due superficie interne della lastra di vetro sotto un grande angolo, prossimo all'angolo limite, cosicchè il potere riflettente di dette facce è molto grande. Con una lamina di 130 mm. × 25 mm. × 4,5 mm. si ha un potere risolutivo di 200000. La teoria matematica della lamina venne esposta da O. Lummer e E. Gehrcke negli Annalen der Physik, Band 10, pag. 457, anno 1903; essa può leggersi anche nel trattato di Fisica di O. D. Chwolson, opera tradotta in francese dal signor D. Davaux, tomo II°, 3° fascicolo, pag. 601.

La disposizione sperimentale per osservare le frangie con luce supposta monocromatica, è quella indicata dalla figura; si utilizzano solamente i raggi che emergono dalla faccia superiore, quelli della faccia inferiore essendo impediti di propagarsi dal sostegno della lastra; tali frangie si presentano come linee brillanti parallele alla larghezza della lastra, su un fondo quasi del tutto oscuro. Senza entrare nella discussione teorica del fenomeno, possiamo tuttavia farcene un'idea abbastanza adeguata considerando i luoghi di emergenza dei successivi

raggi come altrettante fenditure di un ordinario reticolo per trasparenza; ora, indicando con δ la differenza di cammino tra due raggi consecutivi, se si verifica la relazione $\delta = k\lambda$, essendo k un numero intiero, tutte le onde sono concordanti in questa direzione, e si avrà un massimo di luce; ma per poco che δ si allontani da questo valore, fra tutte le onde che si sovrappongono, se ne trova di quelle che sono in opposizione di fase tra di loro, per esempio la 50ª colla 1ª, la 51ª colla 2ª, ecc., e l'intensità risultante è considerevolmente indebolita. Il ragionamento è analogo a quello che si fa nel caso degli ordinari reticoli. Ora, con siffatta lamina, *la differenza δ del cammino ottico fra due raggi consecutivi* è relativamente molto grande, perchè non solo è maggiore il cammino geometrico percorso dal secondo raggio nello spessore della lamina, ma la velocità sua di propagazione è inoltre minore; ne deriva che il ritardo dell'ultimo raggio sul primo, dal che dipende — come si è detto — il potere risolutivo, è grandissimo: con la lastra di cui io dispongo esso è di 200000.

§ 7. Ciò premesso, descriverò il dispositivo sperimentale per l'osservazione del fenomeno Zeeman con una di tali lamine Lummer-Gehrcke. Un tubo Geissler a gas rarefatto, simile a quelli ordinariamente usati per l'analisi spettrale, ma con un grado di vuoto conveniente, viene posto tra le espan-

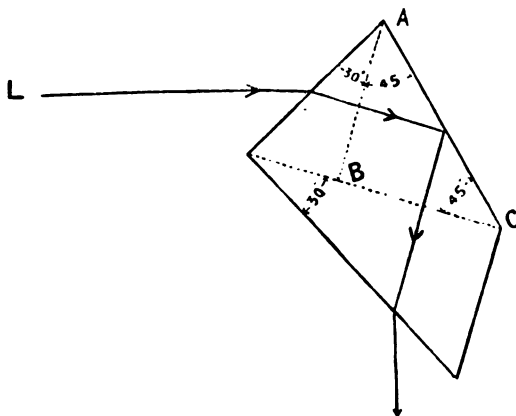



Fig. 2.

sioni polari ben vicine di una modesta elettrocalamita; il tratto capillare del tubo è tutto compreso tra le espansioni polari. Io ho fatto più spesso uso di un tubo contenente gas neon che si

presta benissimo all'esperienza; si eccita con un piccolo rocchetto, e si fa passare la sua luce per la fenditura del collimatore di uno spettroscopio. Lo spettroscopio di cui mi son servito è quello che costruisce la Casa Hilger di Londra, detto *spettrometro di lunghezza d'onda, tipo a deviazione costante, modificato.*

Il prisma di questo spettrometro è quadrangolare come quello della fig. 2, ed è di un vetro molto pesante; con tale prisma il collimatore e il cannocchiale sono fissi, con i loro assi in direzione normale. La fig. 3 mostra l'insieme dello

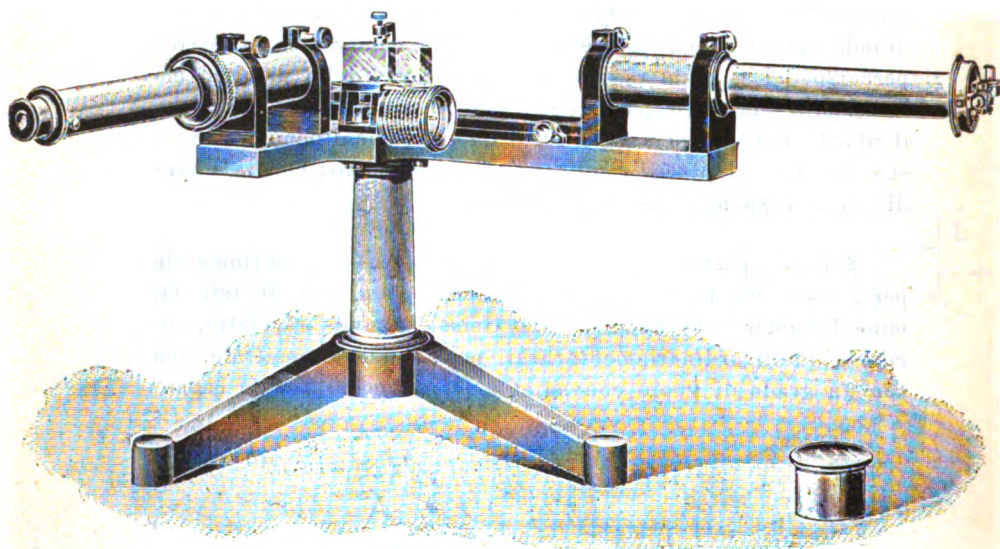



Fig. 3.

strumento. Per osservare le varie parti di uno spettro si fa ruotare la piattaforma che porta il prisma per mezzo di una vite micrometrica di acciaio, di una costruzione accuratissima, senza passo perduto. Alla vite è fisso un tamburo avente un solco elicoidale (fig. 4), e un indice permette di leggere sul tamburo il numero che esprime la lunghezza d'onda della luce osservata. L'obbiettivo del cannocchiale ha l'apertura di 30 millim.; nel piano focale dell'oculare positivo sono disposti, da una parte e dall'altra, due piccoli schermi che si possono spostare in modo da limitare l'osservazione a una ristretta porzione dello spettro; se vuolsi, ad una sola riga luminosa dello spettro di un gas che non ne abbia altre molto vicine: impedendo così il contrasto con le altre luci, la visione è più netta.

Finalmente, tra la lente del collimatore e il prisma vi è uno spazio sufficiente per adattarvi la lamina Lummer portata

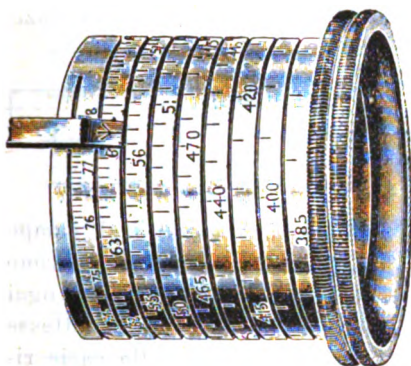



Fig. 4.

da un tripode a viti calanti (fig. 5); anche la base si può spostare col mezzo di viti micrometriche; tutto insomma è disposto in modo che l'istallazione della lamina nella buona posizione si fa

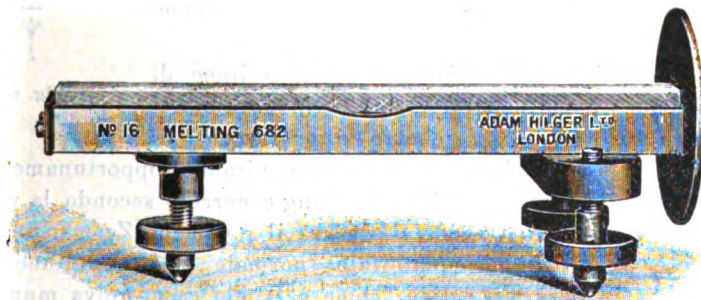



Fig. 5.

molto agevolmente. Ciò premesso, la disposizione ottica per l'osservazione del fenomeno è molto semplice: essa è schematicamente indicata dalla fig. 6; dinanzi alla fenditura S del collimatore C si mette la sorgente di luce (tubo a neon); i raggi resi paralleli dalla lente del collimatore penetrano nell'interno della lamina LL Lummer-Gehrcke per il prismetto a riflessione totale che vi è unito; e in fine, dopo essere stata analizzata dal prisma P a deviazione costante, la luce infila l'asse del cannocchiale T.

Per mettere a posto l'istrumento, si toglie prima la lamina Lummer-Gehrcke e si fa l'analisi della luce emessa dalla sorgente come si usa d'ordinario con uno spettroscopio; si sceglie la riga sulla quale si vuole portare l'osservazione, e girando il prisma la si conduce nel mezzo del campo ottico, e con i due schermi suddetti si coprono tutte le altre regioni dello spettro: così ogni cosa succede, come se la sorgente emettesse questa sola luce monocromatica. Delle varie righe emesse dal tubo a neon, io sceglievo una bella riga gialla, ed anche talora una riga rossa delle più luminose. Preparato così l'istrumento, si allarga la fenditura del collimatore e si pone a posto la lamina Lummer leggermente inclinata, affinchè la luce che essa diffrange nel piano verticale incontri l'obbiettivo del cannocchiale.

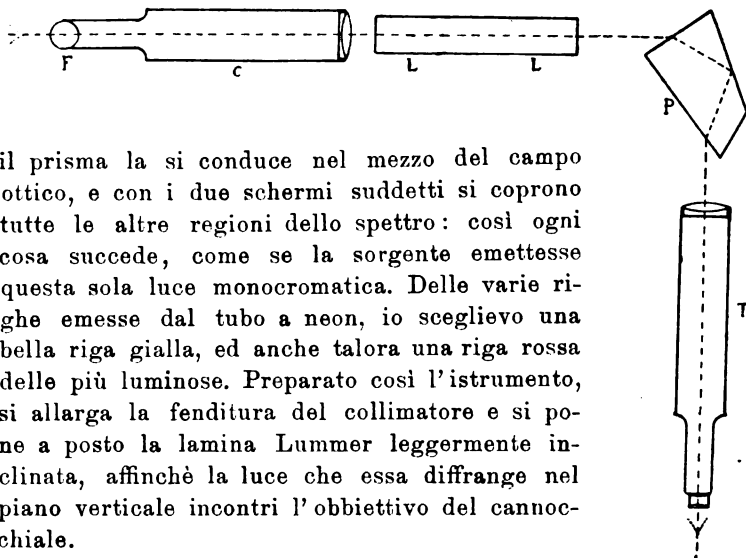



Fig. 6.

Compaiono allora i vari spettri o linee di diffrazione come mostra la fig. 7. Ne entrano nel campo 15 o 16; e se, mentre si osserva, si fa variare l'inclinaziono della lamina girando opportunamente la vite della base, si vedono le frangie correre secondo la verticale. Quando si osserva il fenomeno Zeeman nella direzione equatoriale (normale cioè alle linee di forza magnetica), come è il mio caso, giova munire l'oculare di un prisma birifrangente: ruotando questo convenientemente, si possono osservare insieme le due immagini polarizzate, poste di fianco l'una all'altra (fig. 8), nelle quali le vibrazioni, come è noto, sono normali tra di loro; mentre le une, per esempio, sono verticali, le altre sono orizzontali. Eccitando allora l'elettrocalamita, le linee di forza magnetica sono orizzontali; e si vedono subito dilatarsi alquanto, e sdoppiarsi in modo visibilissimo, direi quasi cospicuo, tutte le righe di diffrazione di una delle due immagini, di quella di destra per esempio, mentre le righe dell'altra immagine restano immutate (fig. 9). Si sdoppiano cioè

Fig. 7.

quelle righe dovute a vibrazioni che si compiono normalmente alle linee di forza del campo magnetico, mentre quelle dell'altra immagine dovute a vibrazioni parallele alle dette linea di forza

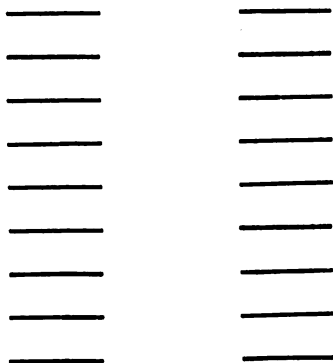



Fig. 8.

non sono punto modificate. Girando poi il prisma birifrangente di 180°, si sdoppiano invece le righe dell'immagine di sinistra e non quelle dell' immagine di destra.

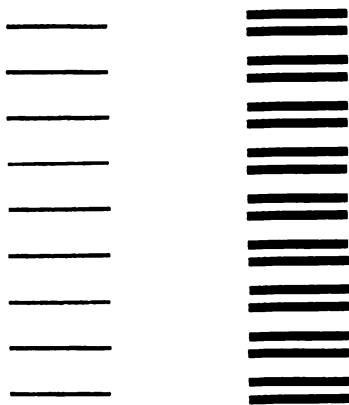



Fig. 9.

§ 8. Il tubo di cui mi sono servito più spesso come sorgente luminosa, e che mi ha dato eccellenti risultati, è un tubo rarefatto con neon, come ho detto. Il suo grado di vuoto è rimasto lo stesso nonostante le molte esperienze; con esso il fenomeno si può ripetere quante volte si vuole, ed è di una grande bellezza. Con i tubi a mercurio invece, si incontrano

delle difficoltà: se essi sono poco vuoti, la luce emessa è abbastanza intensa, ma allora le righe di diffrazione sono piuttosto larghe e male se ne osserva lo sdoppiamento; anzi non si può osservare in tal caso che la loro dilatazione. Al contrario, se il tubo è molto vuoto e abbastanza duro, la luce è scarsa; e non si può accrescere l'intensità della scarica, perchè le pareti del tubo si ricoprono subito di uno straterello metallico; talvolta anche il tubo si fora ed è messo fuori d'esercizio. Inoltre il grado di vuoto dei tubi con vapore di mercurio si modifica ben presto con la scarica, cosicchè anche i più dolci diventano duri in breve: si verifica poi con essi anche questo altro inconveniente, che quando si eccita l'elettrocalamita, il filetto luminoso si turba grandemente e si sposta, e riesce difficile di osservare il fenomeno. Con un tubo a neon di vuoto opportuno, non si verifica nessuno di tali inconvenienti, e si può osservare il fenomeno Zeeman nel modo più facile e più netto.

§ 9. Ho voluto descrivere con qualche particolare questo metodo di osservare il fenomeno in discorso, perchè esso ha su quello del reticolo il vantaggio della semplicità. Volendo far uso di un reticolo, occorre che questo abbia, come si è detto, un grande potere risolutivo, e quindi il suo prezzo è rilevante; fa inoltre mestieri un campo magnetico assai intenso da 20 a 30 mila *gauss*, che può essere solamente fornito da grandi elettrocalamite, per esempio quelle del tipo Weiss; e, oltre a ciò, l'osservazione non si può fare che sulla riga di diffrazione di un dato spettro. Colla lamina Lummer-Gehrcke invece, la quale costa una somma modesta, basta per l'osservazione una piccola elettrocalamita che ogni laboratorio di fisica possiede, e si osservano simultaneamente parecchie righe di diffrazione di un medesimo colore, tutte quelle cioè appartenenti ai diversi spettri che entrano nel campo, e ciascuna si sdoppia.

Una difficoltá per chi non abbia uno spettrometro Hilger, come quello da me usato (fig. 3), può essere questa, che negli ordinari spettroscopi, come quelli di Kirchhoff e Bunsen di uso corrente, non si ha modo di interporre la lamina Lummer fra il prisma e la lente del collimatore; ma non occorrerebbe certo una grande spesa per allungare il braccio del collimatore, e adattare così, in un modo semplice, tali spettroscopi all'osservazione e allo studio di un fenomeno di capitale importanza.

Milano, Aprile 1914.

NUOVI METODI COSTRUTTIVI
DI CURVE PIANE D'ORDINE ASSEGNATO
DOTATE DEL MASSIMO NUMERO DI CIRCUITI

Nota I[a] del prof. LUIGI BRUSOTTI

(Adunanza del 7 maggio 1914)

Curve piane (reali) d'ordine assegnato n, dotate del numero massimo $\left[= \frac{(n-1)(n-2)}{2} + 1\right]$ di circuiti, sono state costruite da HARNACK e da HILBERT.

Secondo il metodo di HARNACK (*) una curva d'ordine n del tipo richiesto è dedotta mediante « piccola variazione » della curva spezzata in una curva analoga di ordine $n-1$ ed in una retta (reale), le cui mutue intersezioni siano reali distinte ed ugualmente ordinate sulla retta e su un circuito della curva.

Secondo il metodo di HILBERT (**) una curva d'ordine n del tipo richiesto è dedotta mediante « piccola variazione » della curva spezzata in una curva analoga di ordine $n-2$ ed in una conica (reale), le cui mutue intersezioni siano reali distinte ed ugualmente ordinate sulla conica e su un circuito della curva.

La configurazione dei circuiti, per le curve ottenute col metodo di HARNACK e con quello di HILBERT convenientemente esteso, è stata diligentemente studiata da Miss RAGSDALE (***).

(*) *Ueber die Vieltheiligkeit der ebenen algebraischen Curven.* (Math. Ann., Bd. X, pag. 189-198).

(**) *Ueber die reellen Züge algebraischer Curven.* (Math. Ann., Bd. XXXVIII, pag. 115-138).

(***) *On the Arrangement of the Real Branches of Plane Algebraic Curves.* (American Journ. of Math., vol. 28, pag. 377-404).

Da un' affermazione dell' HULBURT (*) si poteva trarre il convincimento che solo i metodi citati conducessero allo scopo. L'esistenza invece di metodi essenzialmente diversi è già stata rilevata in altra mia Nota (**) e può ora trovare più largo fondamento in uno fra i risultati di una mia più recente Memoria di carattere generale (***), nella determinazione cioè di condizioni necessarie e sufficienti perchè la « piccola variazione » di una curva spezzata (in due e più componenti reali prive di molteplicità reali) produca una curva fornita del massimo numero di circuiti compatibile coll' ordine.

In questa Nota, ed in altre che la seguiranno sotto lo stesso titolo, mi occupo di un gruppo di metodi costruttivi, che, con denominazione comprensiva, dico *metodi di moltiplicazione* (****). Ciascuno di tali metodi presuppone l' esistenza di una curva C^n d'ordine n col massimo numero di circuiti, dotata di particolari proprietà *(curva generatrice)* e da questa, con successivi ricorsi a procedimenti di « piccola variazione », deduce curve d'ordine $q\,n$ (q intero positivo qualunque), ancora col massimo numero di circuiti *(curve dedotte)*.

Nella presente Nota traccio dapprima le linee generali del metodo (§ 1). Osservo quindi (§ 2) come l'esistenza di una curva generatrice (d'ordine n) porti con sè quella di altre curve generatrici (d'ordine $2\,n$, $4\,n, \ldots.$ $2^d\,n, \ldots.$) che dico *generatrici derivate*, onde risulta come accanto ad ogni metodo di moltiplicazione sussistano *metodi derivati*. Introduco poi (§ 3) un simbolismo atto a rappresentare, mediante uno *schema*, la configurazione dei circuiti di una curva piana algebrica reale priva di punti multipli reali e stabilisco (§ 4) come dallo schema di una generatrice si possan ricavare quelli delle generatrici derivate.

(*) *A Class of New Theorems on the Number and Arrangement of the Real Branches of Plane Algebraic Curves.* (American Journ. of Math., vol. 14, pag. 246).

(**) *Sulla generazione delle curve piane di genere* p *dotate di* p + 1 *circuiti*. (Rend. R. Istit. Lomb., Serie II, XLIII, 1910, pag. 143-156).

Nelle citazioni seguenti sarà richiamata coll' indicazione N.

(***) *Sulla generazione di curve piane algebriche reali mediante « piccola variazione » di una curva spezzata.* (Annali di matematica, Serie III, tomo XXII, 1913, pag. 117-169).

Nelle citazioni sarà richiamata con M.

(****) La denominazione fu da me già usata in un caso particolare (vedasi *N.* § 3).

Nelle rimanenti Note esporrò come dallo schema della curva generatrice si possan ricavare quelli delle curve dedotte, con riguardo speciale ai casi degni di maggiore studio, ed infine presenterò varî interessanti esempî di curve generatrici (introducendo quindi implicitamente altrettanti metodi costruttivi). Così risulterà come, rispetto alla configurazione dei circuiti, le curve generate per moltiplicazione differiscano sostanzialmente da quelle ottenute coi metodi di HARNACK e di HILBERT.

Gli attuali studî sulle curve dotate del massimo numero di circuiti sembrano diretti a fissare (almeno virtualmente) per ogni ordine n tutti i possibili tipi di configurazione. Perciò tendono da un lato ad escludere l'esistenza di certi tipi, dall'altro a costruire i tipi esistenti. Le ricerche nel primo indirizzo, allo stato presente della questione, offrono difficoltà notevoli, come già per $n = 6$ si desume da recenti lavori (*). Al secondo indirizzo penso d'aver portato qualche contributo colla pubblicazione di queste Note.

§ 1. — I metodi di moltiplicazione.

1). Dico *base di rango* r, per una curva (reale) C^n d'ordine n, un *segmento* (reale) di essa contenente un gruppo di $n\,r$ punti (reali, distinti, completa intersezione di C^n con una D^r (reale) d'ordine r. Risulta che ogni base di rango r è pure base di rango $s\,r$, qualunque sia s intero e positivo, bastando perciò considerare la D^{sr} composta con s opportune curve (d'ordine r) prossime a D^r.

2). Si fissi un sistema di coordinate projettive con elementi di riferimento reali e del resto arbitrarî.

Sia:

$$f_n = 0$$

l'equazione di una curva C^n *di ordine* n, *fornita di due o più basi distinte di rango* n *e dotata del massimo numero di circuiti compatibile coll'ordine (curva generatrice)*. L'esistenza di curve soddisfacenti a tali condizioni sarà dimostrata in seguito.

(*) Essi traggono origine da un enunciato di HILBERT. Vedasi specialmente: ROHN, *Die Maximalzahl und Anordnung der Ovale bei der ebenen Kurve 6. Ordnung und bei der Fläche 4. Ordnung*. (Math. Ann., Bd. LXXIII, 1913). Ivi sono citati precedenti lavori di J. E. WRIGHT, di G. KAHN, di K. LÖBENSTEIN e dello stesso ROHN.

Dette $\theta' \theta'' \ldots \theta^{(h)}$ le basi di C^n, si scriva una successione

$$(1) \qquad i_1,\ i_2,\ i_3, \ldots\ i_{q-1},\ i_q;$$

di numeri interi, non nulli, $\leqq h$, in modo che due successivi siano diversi, e si rappresenti con:

$$g_{pn} = 0$$

l'equazione di una curva (reale) di ordine $p\,n$, secante la base $\theta^{(i_p)}$ in $p\,n^2$ punti reali distinti, come si può supporre, perchè, per un'osservazione precedente, una base di rango n è pure di rango $p\,n$.

Ciò posto, si formi la successione di equazioni

$$(2) \qquad \begin{cases} F_n \equiv f_n + t_1\, g_n = 0, \\ F_{2n} \equiv F_n\, f_n + t_2\, g_{2n} = 0, \\ F_{3n} \equiv F_{2n}\, f_n + t_3\, g_{3n} = 0, \\ \cdots\cdots\cdots \\ F_{qn} \equiv F_{(q-1)n}\, f_n + t_q\, g_{qn} = 0. \end{cases}$$

Se le t_p (reali) sono scelte di valor assoluto abbastanza piccolo e, per $p > 1$, di segno opportuno, le curve K^n, K^{2n}, $K^{3n}, \ldots K^{qn}$ rappresentate dalle (2) sono curve *dotate del massimo numero di circuiti.*

Infatti, per t_1 di valor assoluto abbastanza piccolo, K^n presenta lo stesso numero di circuiti della C^n e la taglia in n^2 punti di $\theta^{(i_1)}$, ugualmente ordinati sulle due curve. Inoltre la $g_{2n} = 0$ ha raccolte tutte le sue intersezioni con C^n sulla $\theta^{(i_2)}$, cioè taglia ciascuno dei segmenti determinati da K^n su C^n in un numero pari (generalmente nullo) di punti.

Da criterî esposti altrove (*) segue così che, per opportuna scelta di t_2 la K^{2n} possiede il massimo numero di circuiti compatibile coll'ordine. Essa taglia C^n in $2\,n^2$ punti di $\theta^{(i_2)}$ ugualmente ordinati su C^n e su K^{2n}. Inoltre la $g_{3n} = 0$ ha raccolte tutte le sue intersezioni con C^n sulla $\theta^{(i_3)}$. Per n pari,

(*) Vedansi in M le conclusioni del num. 44 [caso B]; la « piccola variazione » si determini col *metodo dei passaggi*, secondo le norme date ivi al num. 14 (in fine) e [ivi, num. 13 in nota] con riferimento alla sola C^n.

la $g_{3n} = 0$ taglia quindi ciascuno dei segmenti determinati da K^{2n} su C^n in un numero pari (generalmente nullo) di punti. Per n dispari (essendo tutte le basi necessariamente sul circuito dispari di C^n) ciò avviene per i segmenti appartenenti interamente a $\theta^{(i_2)}$ (ciascuno dei quali forma con quello prossimo di K^{2n} circuito poligonale pari), mentre fa eccezione il segmento contenente $\theta^{(i_3)}$.

Ragioni analoghe a quelle già richiamate mostrano dunque come, per opportuna scelta di t_3, la K^{3n} possegga il massimo numero di circuiti compatibile coll'ordine. Essa taglia C^n in $3n^2$ punti di $\theta^{(i_3)}$ ugualmente ordinati su C^n e su K^{3n}.

Così proseguendo si giunge alla K^{qn} avente il massimo numero di circuiti e secante C^n in qn^2 punti di $\theta^{(i_q)}$ ugualmente ordinati sulle due curve. Quest'ultima proprietà non riguarda però la disposizione dei circuiti di K^{qn} e si può trascurare quando il procedimento non debba essere continuato. Sotto questo aspetto si può quindi prescindere dalla scelta di i_q (*) o più in generale sostituire la $g_{qn} = 0$ con una qualunque curva reale dello stesso ordine atta a produrre la « piccola variazione » richiesta. È invece essenziale la scelta del segno di t_1 e quella dei primi $q-1$ indici (1).

La K^{qn} si dirà *dedotta dalla generatrice* C^n *mediante moltiplicazione per* q, *secondo il modulo*

$$[\pm, \; i_1, \; i_2, \; i_3, \dots \; i_{q-1}],$$

dove $\pm$ è il segno di t_1.

3). L'applicazione del *metodo di moltiplicazione*, ora esposto, può essere estesa come segue. Sia ancora C^n dotata del massimo numero di circuiti, ma fornita di basi $\theta' \; \theta'' \dots \theta^{(h)}$ *i cui ranghi siano multipli di* n. Indicato il rango di $\theta^{(s)}$ con $k^{(s)} n$, si supponga che almeno uno dei numeri $k^{(s)}$ sia $= 1$ ed almeno uno dei rimanenti sia ≤ 2; per es.:

$$k' = 1 \quad , \quad k'' \leq 2.$$

Ciò posto, per ogni modulo:

$$[\pm, \; 1, \; 2, \; i_3, \; i_4, \dots \; i_{q-1}]$$

scelto in maniera che $k^{(i_p)}$ sia divisore di p, è possibile un procedimento come quello del numero precedente.

(*) Essa potrà tuttavia avere importanza in altra occasione (cfr. num. 6).

Basti osservare (per la costruzione della $g_{pn} = 0$ secante $\theta^{(i_p)}$ in $p\,n^2$ punti) che $\theta^{(i_p)}$, essendo base di rango $k^{(i_p)}\,n$, è pure (num. 1) base di rango $p\,n$ e riprendere le considerazioni del num. 2, con lievi mutamenti nel caso di n dispari (*).

Per es., se C^n possiede due basi θ' θ'' rispettivamente di ranghi n e $2\,n$, è lecita l'applicazione del metodo col modulo:

$$[\pm, 1, 2, 1, 2, 1, 2, \ldots].$$

§ 2. — Generatrici derivate e metodi derivati.

4). Si consideri una generatrice C^n, nel senso più ristretto del num. 2, e si osservi che la sua base $\theta^{(i_2)}$ è tagliata da $g_{2n} = 0$ in $2\,n^2$ punti distinti. Per $|\,t_1\,|$ abbastanza piccolo, la K^n possiede in prossimità di $\theta^{(i_2)}$ una base $\zeta^{(i_2)}$ tagliata anch'essa da $g_{2n} = 0$ in $2\,n^2$ punti. Cosicchè la K^{2n}, incontrando C^n in $2\,n^2$ punti di $\theta^{(i_2)}$ e parimenti K^n in $2\,n^2$ punti di $\zeta^{(i_2)}$, ha nei segmenti prossimi a $\theta^{(i_2)}$ ed a $\zeta^{(i_2)}$ rispettivamente due basi di rango n, quindi (num. 1) di rango $2\,n$.

In questo senso la K^{2n} già si presenta come *curva generatrice di ordine* 2 n.

Tuttavia essa può possedere altre basi che permettano un più vario impiego del metodo di moltiplicazione.

Perciò si supponga dapprima che le basi $\theta^{(i_1)}$ e $\theta^{(i_2)}$ appartengano a circuiti diversi, ma che sul primo di questi esista una terza base $\theta^{(l)}$. La D^n secante $\theta^{(l)}$ in n^2 punti (num. 1), per $|\,t_1\,|$ abbastanza piccolo, taglia in altrettanti punti il segmento $\zeta^{(l)}$ di K^n prossimo a $\theta^{(l)}$. Per $|\,t_2\,|$ abbastanza piccolo la stessa D^n taglierà dunque in n^2 punti il segmento di K^{2n} prossimo a $\theta^{(l)}$ ed in altrettanti quello prossimo a $\zeta^{(l)}$. Così su K^{2n}, collegando tali due segmenti, si otterrà [Fig. 1] un unico segmento incontrato da D^n in $2\,n^2$ punti, cioè una terza base di rango n, quindi (num. 1) di rango $2\,n$.

Sempre nella stessa ipotesi il circuito di C^n contenente $\theta^{(i_1)}$ possegga altre due basi $\theta^{(l_1)}$ $\theta^{(l_2)}$ e, supposto $|\,t_1\,|$ abbastanza piccolo, siano $\zeta^{(l_1)}$ $\zeta^{(l_2)}$ le basi prossime a $\theta^{(l_1)}$ $\theta^{(l_2)}$ sulla K^n. Su uno stesso circuito di K^{2n} si avranno quattro segmenti prossimi alle basi nominate e, per $|\,t_2\,|$ abbastanza piccolo,

(*) Così $\theta^{(i_2)} = \theta''$ può essere su un circuito pari di C^n, nel qual caso si osserva che $g_{3n} = 0$ non taglia alcuno dei segmenti determinati da K^{2n} su tale circuito di C^n, essendo $\theta^{(i_3)}$ necessariamente sul circuito dispari.

i due di essi prossimi a $\theta^{(l_1)}\ \zeta^{(l_1)}$ (consecutivi) daranno insieme luogo ad una terza base di rango n (quindi $2n$), mentre analogamente i due prossimi a $\theta^{(l_2)}\ \zeta^{(l_2)}$ produrranno una quarta base. L'intervento di una base $\theta^{(l_3)}$ accanto a $\theta^{(l_1)}\ \theta^{(l_2)}$ non permetterebbe ulteriori deduzioni.

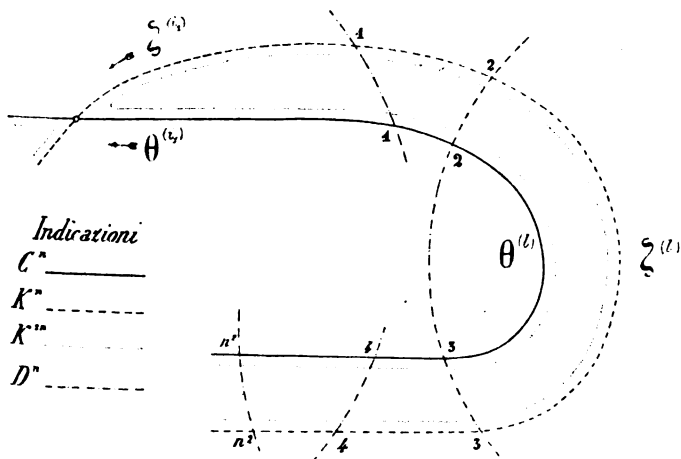



Fig. 1.

Si suppongano invece $\theta^{(i_1)}\ \theta^{(i_2)}$ su uno stesso circuito e su questo sia una terza base $\theta^{(l)}$, alla quale, per $|\ t_1\ |$ abbastanza piccolo, sarà prossima su K^n una base $\zeta^{(l)}$. Su uno stesso circuito di K^{2n} si avranno i quattro segmenti prossimi a $\theta^{(i_2)}$ $\zeta^{(i_2)}\ \theta^{(l)}\ \zeta^{(l)}$ e, mentre ciascuno dei primi due è per K^{2n} una base di rango n (quindi $2n$), il segmento proveniente dalla riunione dei due rimanenti, per $|\ t_2\ |$ abbastanza piccolo, è una terza base pure di rango n (quindi $2n$).

Infine siano su uno stesso circuito (di C^n) le basi $\theta^{(i_1)}$ $\theta^{(l_1)}\ \theta^{(i_2)}\ \theta^{(l_2)}$ nell'ordine scritto e, con $|\ t_1\ |$ sufficientemente piccolo, siano $\zeta^{(l_1)}\ \zeta^{(i_2)}\ \zeta^{(l_2)}$ le basi prossime a $\theta^{(l_1)}\ \theta^{(i_2)}\ \theta^{(l_2)}$ su K^n. Sopra uno stesso circuito di K^{2n} si avranno segmenti prossimi a $\zeta^{(l_1)}$, $\theta^{(l_1)}$, $\theta^{(i_2)}$, $\theta^{(l_2)}$, $\zeta^{(l_2)}$, $\zeta^{(i_2)}$ nell'ordine corrispondente a quello scritto. Il segmento risultante dai primi due, il terzo segmento, quello risultante dal quarto e dal quinto, infine il sesto sono quattro basi di rango n (quindi $2n$) per la K^{2n}. L'intervento sul circuito (della C^n) di due basi $\theta^{(l_1)}\ \theta^{(l_2)}$ non separate da $\theta^{(i_1)}\ \theta^{(i_2)}$, o di un numero maggiore di basi, non dà luogo ad ulteriori considerazioni.

5). — Non è il caso di esporre le lievi modificazioni da introdursi quando la C^n sia una generatrice nel senso più esteso del num. 3.

Si noti invece come dalla C^n, nel modo sopra indicato, si ricavi una nuova generatrice a due o più basi $K^{2n} \equiv C^{2n}$ (*prima generatrice derivata*) ed, operando analogamente su questa, una C^{4n} (*seconda generatrice derivata*), dalla quale similmente una C^{8n} (*terza generatrice derivata*) ecc.

A ciascuna delle *generatrici derivate*:

$$C^{2n},\ C^{4n},\ C^{8n},\ \ldots .\ C^{2^d n}\ \ldots .$$

corrisponde un metodo di moltiplicazione; si hanno così i *metodi derivati*, per la costruzione di curve rispettivamente degli ordini:

$$2\,q\,n,\ 4\,q\,n,\ 8\,q\,n,\ \ldots .\ 2^d q\,n\ \ldots .$$

6). — Termino il presente § con un breve cenno ad altra fonte per la costruzione di nuovi tipi.

La *duplicazione* di C^n, secondo il num. 2, utilizza una sola base. Invero l'equazione della curva duplicata si può scrivere sotto la forma:

$$F^{*2n} \equiv F^n f^n + t_2\, g^*_{2n} = 0,$$

ove, ad es., $g^*_{2n} = 0$ è una curva (d'ordine $2\,n$) reale a punti immaginarî.

Di questa semplice osservazione è lecito valersi per applicaré la duplicazione ad ogni K^{qn} dedotta da C^n mediante moltiplicazione. Richiamata infatti l'equazione della K^{qn}:

$$F_{qn} \equiv F_{(q-1)n}\, f_n + t_q\, g_{qn} = 0,$$

si ricordi che $g_{qn} = 0$ taglia $\theta^{(i_q)}$ in $q\,n^2$ punti, che risultano così comuni a K^{qn} ed a C^n. Segue che il segmento di K^{qn} prossimo a $\theta^{(i_q)}$ è una base di rango n (quindi qn) per la K^{qn}. Detta $G_{qn} = 0$ una curva (reale) recante la menzionata base di K^{qn} in $q^2\ n^2$ punti, si introduca la:

$$F^{(o)}_{qn} \equiv F_{qn} + t\, G_{qn} = 0,$$

con t reale di valor assoluto abbastanza piccolo. Si scriva la:

$$F^*_{2qn} \equiv F^{(o)}_{qn}\, F_{qn} + t'\, g^*_{2qn} = 0,$$

ove $g^*_{2qn} = 0$ rappresenta, ad es., una curva reale a punti immaginarî. Per opportuna scelta di t', la $F^*_{2qn} = 0$ rappresenta una curva col massimo numero di circuiti, ottenuta nel modo voluto per duplicazione di K^{qn}.

§ 3. — Lo schema di una curva piana algebrica reale priva di punti multipli reali.

7). Nella presente ricerca s' incontreranno talora curve piane algebriche reali (prive di punti multipli reali) coi circuiti distribuiti in configurazioni assai complicate. Ciò mi ha indotto a stabilire un simbolismo del quale pongo i principî in questo paragrafo.

Dati (nel piano) due circuiti pari non secantisi, o ciascuno è esterno all' altro (*circuiti indipendenti*), oppure uno è interno all' altro, che lo *include* (*circuiti omocentrici*).

Più circuiti (pari) a due a due indipendenti si diranno pure *indipendenti*. Più circuiti (pari), i quali si possano ordinare in tal modo che il primo includa il secondo, il secondo il terzo e così via, si diranno formare in quell' ordine una *serie di circuiti omocentrici*, brevemente una *serie* (*).

Indicato ciascun circuito con una lettera dell' alfabeto greco, siano α_1, α_2, α_3, ... α_q, circuiti costituenti nell' ordine scritto una serie. Questa verrà indicata, per convenzione, col prodotto simbolico:

$$\alpha_1\ \alpha_2\ \alpha_3 \ldots\ldots \alpha_q.$$

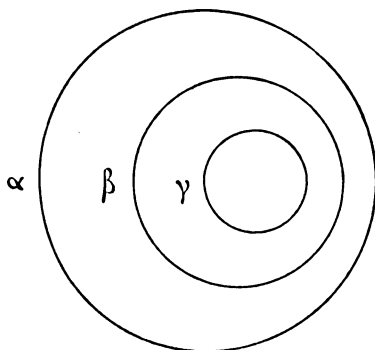



Fig. 2.

Ad esempio la serie della Fig. 2 si indicherà col prodotto simbolico $\alpha\ \beta\ \gamma$.

L' ordine dei fattori di un prodotto simbolico è essenziale.

8). Si consideri ora un sistema di circuiti pari in numero finito e a due a due non secantisi. Si formino quindi coi circuiti del sistema tutte le possibili *serie*

(*) La denominazione *circuiti indipendenti* fu già da me usata (M.; num. 19); la denominazione *circuiti omocentrici* fu introdotta, per circuiti sopra una quadrica, dalla sig.na MARGHERITA BELOCH (*Sulla configurazione delle curve situate sopra quadriche* ecc.; Rend. R. Acc. Lincei, vol. XXII, pag. 60-67 e 95-97). HILBERT, (loc. cit.) considera circuiti in serie (*eingeschachtelte Züge*); così HULBURT (loc. cit.) e Miss. RAGSDALE, (loc. cit), che li dicono *nested branches*, chiamando *nest* la serie. Cfr. pure N. (num. 6.; in fine).

tali che il primo circuito della serie non sia incluso da alcun circuito del sistema e l' ultimo non ne includa alcuno nè si omettano circuiti intermedî. Si tengano come distinte due serie anche se hanno comune il primo circuito, o i primi due circuiti ecc. (ma non tutti i circuiti). Un circuito indipendente da ogni altro del sistema costituisca, per convenzione, una serie a sè.

I mutui rapporti di posizione fra i circuiti del sistema risultano in modo ben determinato dallo *schema* che si ottiene scrivendo il polinomio simbolico i cui termini siano i prodotti rappresentanti le singole serie costruite nel modo sopra indicato.

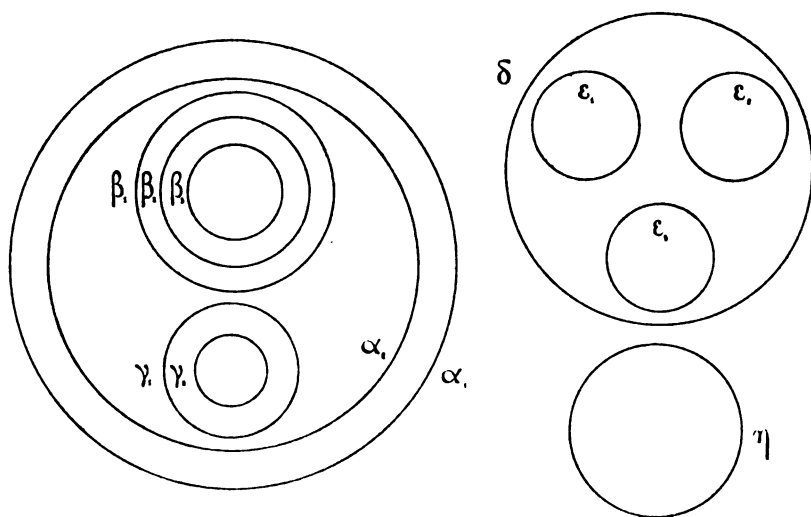



Fig. 3.

Per es. al sistema della Fig. 3 corrisponderà lo schema seguente:

$$\alpha_1\ \alpha_2\ \beta_1\ \beta_2\ \beta_3 + \alpha_1\ \alpha_2\ \gamma_1\ \gamma_2 + \delta\varepsilon_1 + \delta\varepsilon_2 + \delta\varepsilon_3 + \eta .$$

In uno schema è talora opportuno raccogliere i fattori comuni, sempre rispettando l' ordinamento dei fattori.

Così lo schema corrispondente al sistema della Fig. 3 si potrà utilmente porre sotto la forma più espressiva:

$$\alpha_1\ \alpha_2\ (\beta_1\ \beta_2\ \beta_3 + \gamma_1\ \gamma_2) + \delta\ (\varepsilon_1 + \varepsilon_2 + \varepsilon_3) + \eta .$$

Inoltre si potrà far uso di simboli Σ (di sommatorio) e di simboli funzionali.

9). Talora introdurrò notazioni abbreviate.

Così un gruppo di circuiti fra loro indipendenti, non includenti altri circuiti nè parzialmente inclusi da altri, nello schema secondo il num. 8, sarà rappresentato da una somma simbolica $\alpha_1 + \alpha_2 + \ldots + \alpha_s$, preceduta eventualmente da un fattor comune.

Per brevità porrò:

$$\alpha_1 + \alpha_2 + \ldots + \alpha_s = s\,\alpha .$$

Similmente una serie di circuiti omocentrici, che non ne includano altri nelle relative regioni anulari, sarà nello schema rappresentata da un prodotto simbolico $\alpha_1\ \alpha_2 \ldots \alpha_q$.

Porrò brevemente:

$$\alpha_1\,\alpha_2 \ldots \alpha_q = \alpha^q .$$

Lo *schema abbreviato* del sistema di Fig. 3 sarà ad es.:

$$\alpha^2 (\beta^3 + \gamma^2) + \delta\,.\,3\varepsilon + \eta .$$

Infine la notazione abbreviata:

$$\alpha_1{}^q + \alpha_2{}^q + \ldots + \alpha_s{}^q ,$$

in condizioni analoghe, potrà ulteriormente abbreviarsi in $s\,\alpha^q$.

10). I circuiti di una curva reale *d'ordine pari* priva di punti multipli reali costituiscono un sistema del tipo studiato al num. 8. Lo schema del sistema si dirà pure *schema della curva.*

Una curva reale *d'ordine dispari*, priva di punti multipli reali, possiede uno ed un solo circuito dispari; i circuiti pari formano un sistema del num. 8. Userò scrivere la lettera rappresentante il circuito dispari e di seguito, separato da una virgola, lo schema del sistema dei circuiti pari. Una tale scrittura si dirà ancora *schema della curva.*

§ 4. — Lo schema delle generatrici derivate.

11). Mi propongo di ricavare dallo schema della curva generatrice C^n quello di ogni sua generatrice derivata.

Suppongo dapprima che *le basi* $O^{(i_1)}\ O^{(i_2)}$ (eventualmente con altre) *giacciano su uno stesso circuito* ω *di* C^n.

Se *n è pari*, si ponga lo schema di C^n sotto la forma:

$$\Phi\,[\omega\,\Psi\,(\alpha_1, \alpha_2, \ldots), \beta_1, \beta_2, \ldots] ,$$

essendo $\Psi(\alpha_1, \alpha_2, \ldots.)$ lo schema della configurazione costituita dai circuiti di C^n interni ad ω.

La duplicazione conduce alla prima derivata C^{2n} di schema:

$$\Phi\,[\omega_1 + (n^2 - 1)\,\pi + \Psi(\alpha_1{}^2, \alpha_2{}^2, \ldots.), \beta_1{}^2, \beta_2{}^2, \ldots.],$$

ove ω_1 è il circuito fornito di due (o più) basi. Invero ω ed il circuito γ di K^n prossimo ad ω formano una *coppia* di secondo tipo nel senso usato in M. num. 19. Il sistema trasformato della coppia è dunque costituito da n^2 circuiti (fra cui ω_1) indipendenti fra loro e con quelli provenienti dalla configurazione di schema Ψ. D' altra parte ogni circuito di C^n diverso da ω, essendo omocentrico al circuito prossimo di K^n, con questo produce una serie di due circuiti omocentrici della $K^{2n} \equiv C^{2n}$.

Poichè il procedimento di derivazione consta (num. 5) di successive duplicazioni, la ricerca dello schema per la d.esima derivata si ridurrà alla ripetizione delle considerazioni ora svolte. Per induzione matematica si giunge così in modo semplice a concludere:

Lo schema della d.esima derivata $C^{2^d n}$ *è:*

$$\Phi\,[\Xi_d, \beta_1{}^{2^d}, \beta_2{}^{2^d}, \ldots.]$$

ove è:

$$\Xi_d = \omega_d + \sum_{x=0}^{d-1} (4^x\, n^2 - 1)\, \pi^{2^{d-x-1}}_{x} + \Psi(\alpha_1{}^{2^d}, \alpha_2{}^{2^d}, \ldots.),$$

indicandosi con ω_d *il circuito fornito di due (o più) basi.*

Se n *è dispari*, ω è necessariamente il circuito dispari della C^n; sia:

$$\omega, \Phi(\alpha_1, \alpha_2, \ldots)$$

lo schema di questa (num. 10).

Per duplicazione si ottiene la C^{2n} di schema:

$$\omega_1 + (n^2 - 1)\,\pi + \Phi(\alpha_1{}^2, \alpha_2{}^2, \ldots.),$$

con ω_1 fornito di due (o più) basi. Ciò risulta in modo analogo a quello seguito per n pari, tenuto presente che ω ed il circuito prossimo di K^n formano una *coppia* di terzo tipo, sempre nel senso usato in M. num. 19.

Poichè C^{2n} è di ordine pari, la ricerca rientra nel caso precedente. Si ottiene quindi:

Lo schema della d.esima derivata $C^{2^d n}$ *è :*

$$\omega_d + \sum_{x=0}^{d-1} (4^x n^2 - 1)\, \pi_x^{2^{d-x-1}} + \Phi(\alpha_1^{2^d}, \alpha_2^{2^d}, \dots) ,$$

indicandosi con ω_d *il circuito fornito di due (o più) basi.*

12). Supposto *n pari*, siano ora $\theta^{(i_1)}\ \theta^{(i_2)}$ rispettivamente *su due circuiti indipendenti* $\omega\ \omega'$, *e si prescinda dall'eventuale esistenza di altre basi su* ω.

Lo schema di C^n sia :

$$\Phi[\omega\, \Psi(\alpha_1, \alpha_2, \dots), \omega'\, \Psi'(\alpha'_1, \alpha'_2, \dots), \beta_1, \beta_2, \dots].$$

Per duplicazione si passerà a C^{2n} di schema :

$$\Phi[n^2 \pi + \Psi(\alpha_1^2, \alpha_2^2, \dots), \omega'_1\, \omega''_1\, \Psi'(\alpha'^2_1, \alpha'^2_2, \dots), \beta_1^2, \beta_2^2 \dots],$$

ove $\omega'_1\ \omega''_1$ sono forniti di una base ciascuno. Ciò permette di operare in due diversi modi, assumendo come prima base la base su ω'_1, oppure quella su ω''_1.

Si otterrà la C^{4n} di schema :

$$\Phi[\Xi_2, \Xi'_2, \beta_1^4, \beta_2^4, \dots],$$

ove è in ogni caso :

$$\Xi_2 = n^2 \pi^2 + \Psi(\alpha_1^4, \alpha_2^4, \dots)$$

ed è :

$$\Xi'_2 = 4\, n^2 \pi' + \omega'_2\, \omega''_2\, \Psi'(\alpha'^4_1, \alpha'^4_2, \dots)$$

oppure

$$\Xi'_2 = \omega'_2\, \omega''_2\, [4\, n^2 \pi' + \Psi'(\alpha'^4_1, \alpha'^4_2, \dots)],$$

secondo che si applica il primo oppure il secondo modo.

Poichè nella C^{4n} così ottenuta le basi sono nuovamente su due circuiti $\omega'_2\, \omega''_2$ omocentrici, sono ancora due i diversi modi che si presentano, e così è lecito proseguire.

Si indichino con :

$$u_1\ u_2\ u_3 \dots u_e\ ,$$

rispettivamente con

$$v_1\ v_2\ v_3 \dots v_{d-e-1}$$

i valori di x corrispondenti alle $C^{2^x n}$ $[0 < x < d]$ per le quali la prima base si prende sul circuito esteriore o, rispettivamente, su quello interiore. Per induzione matematica si giunge allora al seguente risultato:

Lo schema della d.esima derivata $C^{2^d n}$ *è:*

$$\Phi [\Xi_d , \Xi'_d , \beta_1^{2^d} , \beta_2^{2^d} , \ldots .]$$

con:

$$\Xi_d = n^2 \pi^{2^{d-1}} + \Psi (\alpha_1^{2^d} , \alpha_2^{2^d} , \ldots .),$$

$$\Xi'_d = \sum_x^{(u)} 4^x n^2 \pi'^{2^{d-x-1}}_x + \omega'_d \, \omega''_d \Big[\sum_x^{(v)} 4^x n^2 \pi'^{2^{d-x-1}}_x +$$

$$+ \Psi' (\alpha'^{2^d}_1 , \alpha'^{2^d}_2 , \ldots .)\Big],$$

ove rispettivamente $\sum\limits_x^{(u)}, \sum\limits_x^{(v)}$ *indichino sommatorî estesi ai valori* $u_1\ u_2 \ldots .\ u_e\ ,\ v_1\ v_2 \ldots .\ v_{d-e-1}$ *di* x. *Ciascuno dei circuiti* $\omega'_d\ \omega''_d$ *possiede una base.*

13). Se, nelle ipotesi del num. 12, ω possiede due o più basi, degli n^2 circuiti di C^{2n} formantisi in prossimità di esso, uno $\bar{\omega}$ possiede una o due basi. Onde la C^{2n} presenta basi su $\bar{\omega}\ \omega'_1\ \omega''_1$. Però, se $\bar{\omega}$ ha due basi e si utilizzano solo queste, si rientra in un caso studiato al num. 11, mentre se si utilizzano $\bar{\omega}$ ed ω'_1, oppure $\bar{\omega}$ ed ω''_1, si riprende sostanzialmente la trattazione del num. 12, con eventuale ripetizione delle considerazioni del presente numero.

Non è quindi essenziale l' esposizione a parte delle modificazioni occorrenti.

14). Sempre *per* n *pari* siano ora $\theta^{(i_1)}\ \theta^{(i_2)}$ *su due circuiti omocentrici* e, per semplicità, si supponga non siano inclusi circuiti di C^n nella regione anulare (*). Sia quindi lo schema di C^n dato da:

$$\Phi [\omega\, \omega'\ \Psi (\alpha_1 , \alpha_2 , \ldots .), \beta_1 , \beta_2 , \ldots],$$

essendo ω , ω' i circuiti muniti di base.

(*) Ciò si verifica in tutti i casi a me noti.

Se si prescinde dall'esistenza di ulteriori basi, la questione si presenta analoga a quella già affacciatasi al num. 12 per la curva duplicata. Siano dunque:

$$u_1\ u_2\ u_3 \ldots\ u_e\,,$$

rispettivamente

$$v_1\ v_2\ v_3 \ldots\ v_{d-e}$$

i valori di x corrispondenti alle $C^{2^x n}$ $[0 \leqq x < d]$ per le quali la base si prende sul circuito esteriore o, rispettivamente, su quello interiore. Si giunge al risultato:

Lo schema della d.esima derivata $C^{2^d n}$ *è*:

$$\Phi\,[\Xi_d\,, \beta_1{}^2\,, \beta_2{}^2\,, \ldots],$$

posto:

$$\Xi_d = \sum_x^{(u)} 4^x\, n^2\, \pi^{2^{d-x-1}}_x + \omega_d\, \omega'_d \Big[\sum_x^{(v)} 4^x\, n^2\, \pi^{2^{d-x-1}}_x + $$

$$+ \Psi(\alpha_1{}^{2^d}, \alpha_2{}^{2^d}, \ldots)\Big],$$

ove i sommatorî $\sum\limits_x^{(u)}, \sum\limits_x^{(v)}$ *hanno significato analogo a quello sopra indicato. Ciascuno dei circuiti* $\omega_d\,, \omega'_d$ *possiede una base.*

15). Nelle ipotesi stesse del num. 14 si supponga però che ω abbia due o più basi e fra queste scelgasi $\theta^{(i_1)}$. Tra gli n^2 circuiti di C^{2n} provenienti da ω, uno, $\bar\omega$, avrà una o più basi. L'utilizzazione del solo $\bar\omega$, dato che possegga più basi, riconduce sostanzialmente al num. 11. Quella di $\bar\omega$ ed ω_1, oppure di $\bar\omega$ ed ω'_1, riconduce ai num. 12, 13, essendo $\bar\omega$ indipendente così con ω_1 come con ω'_1.

Se ω' possedesse più basi e fra queste si scegliesse $\theta^{(i_1)}$, si potrebbero svolgere analoghe considerazioni. Queste condurrebbero ancora al num. 11 oppure riporterebbero al caso dei circuiti omocentrici. Non mi consta peraltro l'esistenza di generatrici C^n, aventi sul circuito interiore ω' più di una base.

16). *Per n dispari*, siano ora $\theta^{(i_1)}$ $\theta^{(i_2)}$ *rispettivamente su due circuiti* ω, ω' (il primo dei quali necessariamente dispari) e si *prescinda per ora da ulteriori basi su* ω. Posto lo schema di C^n sotto la forma:

$$\omega, \Phi[\omega' \Psi(\alpha_1, \alpha_2, \ldots.), \beta_1, \beta_2, \ldots.],$$

per duplicazione si otterrà la C^{2n} di schema:

$$n^2 \pi + \Phi[\omega'_1 \omega''_1 \Psi(\alpha_1^2, \alpha_2^2, \ldots.), \beta_1^2, \beta_2^2, \ldots.],$$

colle basi su ω'_1 ω''_1.

Si è così ricondotti al metodo del num. 14 [cfr. anche num. 12] e sono quindi a distribuirsi gli indici x nei due gruppi:

$$u_1 \; u_2 \; u_3 \ldots. \; u_e ,$$

$$v_1 \; v_2 \; v_3 \ldots. \; v_{d-e-1} ,$$

corrispondenti alle $C^{2^x n}$ $[0 < x < d]$ per cui si assuma base esterna od interna. Ciò posto:

Lo schema della d.esima derivata $C^{2^d n}$ *è*:

$$n^2 \pi^{2^{d-1}} + \Phi[\Xi_d, \beta_1^{2^d}, \beta_2^{2^d}, \ldots.],$$

ove si ponga:

$$\Xi_d = \sum_x^{(u)} 4^x \pi^{2^{d-x-1}}_x + \omega'_d \omega''_d \Big[\sum_x^{(v)} 4^x n^2 \pi^{2^{d-x-1}}_x +$$

$$+ \Psi(\alpha_1^{2^d}, \alpha_2^{2^d}, \ldots.) \Big].$$

Ciascuno dei circuiti ω'_d ω''_d *possiede una base.*

L'ipotesi di ulteriori basi su ω e l'utilizzazione di tale eventualità condurrebbe sostanzialmente al caso del num. 12 (o del num. 13) da riferirsi alla curva duplicata.

Il problema della deduzione dello schema per la d.esima derivata da quello di C^n è così da considerarsi come completamente risolto.

' LIS CONTESTATA , E ' CONTROVERSIA MOTA ,

Nota I^a del prof. EMILIO ALBERTARIO

(*Adunanza del 7 maggio 1914*)

Ha già avvertito un egregio cultore dei nostri studii, il BERTOLINI, che gli scritti sulla *litis contestatio* si sono in certa guisa rincorsi, intrecciandosi e sovrapponendosi quasi tumultuariamente (1).

Ma una indagine vigorosa, intesa a presentare davanti a noi, in una vasta coordinazione di minute e sottili analisi, il prodotto del completo sfacelo di questo tipico istituto romano nel territorio ellenico, non fu intrapresa mai.

Nè io mi propongo di intraprenderla ora, tanto mi porterebbe lontano da altri studii, sui quali ora la mia attenzione converge. Io presento qui alcuni risultati che ho potuto raggiungere nell'attraversare — intento ad altre ricerche — questo campo, in molti punti ancora inesplorato.

I. La litis contestatio nelle azioni penali.

Noi possediamo una serie numerosa di testi, in cui si afferma che le azioni penali, passivamente intrasmissibili, diventano però tali dopo la contestazione della lite.

D. 44. 7. 59 (Call. l. 1 Ed. monit.): Sciendum est ex omnibus causis *lites contestatas* et in heredem [similesque personas, *itp. Longo*] transire.

D. 50. 17. 139. pr. (Gai. l. 1 ad Ed. praet. urb.): Omnes actiones quae morte aut tempore pereunt, *semel inclusae iudicio* salvae permanent.

---

(1) Cfr. C. BERTOLINI, *Il processo civile* (Appunti didattici di diritto romano) I. 1913, p. 301, n. 3 della p. prec.

D. 50. 17. 164 (Paul. 51 ad Ed.): Poenalia iudicia *semel accepta* in heredem transmitti possunt.

C. 4. 17. 1 (Impp. Dioclet. et Maxim. Macedonae): *Post litis contestationem* eo qui vim fecit vel concussionem intulit [vel aliquid deliquit], defuncto successores eius in solidum [alioquin in quantum ad eos pervenit] conveniri iuris absolutissimi est, [ne alieno scelere ditentur] (1).

Herm. Wis. 2, 1 (Impp. Dioclet. et Maxim. Saturnino): Licet *ante litem contestatam* defuncto qui ex proprio delicto conveniri potuit successores *non* possint poenali actione conveniri, tamen hos etiam [in tantum quantum ad eos pervenit] teneri [ne scelere ditentur alieno], certissimi iuris est (2).

D. 44. 7. 26 (Ulp. l. 5 de censibus): Omnes poenales actiones post litem inchoatam et ad heredes transeunt.

L' univoco significato di questi testi non è dubbio. In alcuni non è adoperata esplicitamente l'espressione « *litis contestatio* » o « *lis contestata* », ma in sua vece sono adoperate espressioni equivalenti. L'*actio* è *semel inclusa iudicio*, quando per l'appunto già intervenne la contestazione della lite: il *iudicium* diventa *acceptum* appunto mediante la *litis contestatio*. Anche la *lis inchoata*, per quanto sembrino dubitarne il Lenel (3) e il De Francisci (4), è espressione perfettamente corrispondente a « *lis contestata* » (5).

(1) Gli incisi, chiusi tra le parentesi, sono interpolati. Cfr. Rotondi, *Dolus ex delicto e dolus ex contractu* etc. p. 25, n. 1; Albertario, *Nota sulle azioni penali* etc. p. 34.

(2) Gli incisi, chiusi tra le parentesi, non sono dioclezianei. Cfr. Albertario, *Nota al fr. 10 pr. D. comm. div. 10.3*, p. 5 e segg., n.

(3) *Paling.* (*Ulp.*). Il Lenel, trovando « *lis inchoata* » richiama l'espressione « *quaestio mota* » usata con riferimento alle azioni penali in D. 39.4. 16.13. Il richiamo è infondato, perchè tra un'espressione e l'altra esiste una differenza sostanziale.

(4) Il De Francisci sembra proclive a ritenere che Ulpiano abbia scritto « post litem *contestatam* » e che i compilatori abbiano sostituito « post litem *inchoatam* ». Il dubbio non ha ragion d'essere.

(5) Vat. Fr. 17 = D. 22.1. 18. pr. (Pap. l. 3 resp.): .... Quod si ab initio convenit, ut venditor pretium restitueret, usurae quoque post evictionem praestabuntur, quamvis emptor *post dominii litem inchoatam* fructum adversario restituat...; Vat. Fr. 263 (Pap. l. 12 resp.): Eam quae bona sua filiis per epistulam citra stipulationem donavit, si neque possessionem rerum singularum tradidit neque per mancipationem praediorum dominium transtulit nec interpositis delegationibus *aut inchoatis litibus actiones novavit*, nihil egisse placuit. Cfr. anche D. 5. 1. 44. pr. (Pap. l. 2. resp.); 5. 3.5 (Ulp. l. 14 ad ed.); 10. 1. 11 (Pap. l. 2 resp.); 42, 1, 54,1 (Paul. l. 1 sent.) etc.

Ma accanto a questi testi, affermanti la trasmissibilità passiva delle azioni penali dopo la contestazione della lite, noi ne possediamo alcuni altri, affermanti che anche prima di quel momento la trasmissibilità passiva delle azioni penali ha luogo.

Uno è il fr. 33 D. 44.7 (Paul. l. 3 decret.):

Constitutionibus, quibus ostenditur heredes poena non teneri, placuit si vivus *conventus* fuerat, etiam poenae persecutionem transmissam videri quasi lite contestata cum mortuo.

L'altro è il fr. 16 § 13 D. 39.4 (Marc. l. sing. de delat.): Poenae ab heredibus peti non possunt, si non est quaestio *mota* vivo eo qui deliquit: et hoc sicut in ceteris poenis, ita et in vectigalibus est.

La contraddizione, esistente tra questi due frammenti e gli altri più sopra riferiti, non può essere negata.

In quei frammenti, con espressioni formalmente varie sostanzialmente identiche, è affermato che le azioni penali possono essere esperite contro gli eredi *dopo la contestazione della lite*: in questi ultimi è affermato che quelle azioni possono essere esperite contro gli eredi « si vivus *conventus* fuerat », « si est quaestio *mota* vivo eo qui deliquit ». L'effetto, che in quei frammenti scaturisce dalla *litis contestatio*, scaturisce nei due ultimi dall'*inizio della lite*. L'effetto è, insomma, anticipato.

Come si risolve la innegabile contraddizione? A me sembra che, per risolverla, una sola via sia aperta. Quella, di ritenere i due ultimi testi interpolati.

Della eseguita interpolazione questi due testi serbano chiarissime tracce.

Consideriamoli un po' da vicino. Il fr. 33 D. 44.7 (Paul. l. 3 decretorum) avverte:

Constitutionibus, quibus ostenditur heredes poena non teneri, placuit, si vivus conventus fuerat, etiam poenae persecutionem transmissam videri *quasi lite contestata cum mortuo*.

Quest'ultima frase basta a rivelare l'interpolazione. Poteva un giurista classico dire che il semplice *convenire in ius*, la semplice *conventio* (1), deve o può produrre le stesse con-

(1) Il termine sostantivato « *conventio* » si trova due sole volte adoperato nel Digesto invece del verbo « *convenire* »: D. 43. 24. 15.2 e 6. 1. 45.

In D. 43. 24. 15.2 l'inciso, in cui esso si trova, « *superiore etenim casu alterius conventio alterum liberat* », è notoriamente interpolato. Cfr. BONFANTE, *Corso sulle obligazioni* Pavia, 1912.

Il testo si riferisce alle *obbligazioni solidali* e per me è qui inte-

seguenze che produce la *litis contestatio?* Un giurista classico non poteva dirlo.

I giuristi classici dicono che le azioni penali, avvenuta la

---

ressante il rilevare che la *litis contestatio* classica è un istituto così completamente scomparso nel diritto giustinianeo che i Giustinianei, introducendo il nuovo principio che solo il *pagamento* libera i condebitori solidali, non usano contrapporre il pagamento alla *litis contestatio*, ma lo contrappogono solitamente alla *conventio*. Ciò vuol dire che la *litis contestatio* è un istituto, nel diritto nuovo, esaurito. Esiste nominalmente, ancora, ma non così da poter produrre maggiori effetti di quelli che produce l'inizio della lite, il convenire in giudizio: la *conventio*, insomma.

Cfr. D. 43. 24. 15.2: itaque alter conventus alterum non liberabit, [quin immo *perceptio* ab altero: superiore etenim casu alterius *conventio* alterum liberat]. (L'interpolazione di tutto questo inciso è segnalata dal BONFANTE, *loc. cit.*)

D. 16. 3. 1.43: Si apud duos sit deposita res, adversus unumquemque eorum agi poterit [*nec*] « sed » liberabitur alter, si cum altero agatur: [non enim *electione*, sed *solutione* liberantur]. (L'interpolazione di questo ultimo inciso è ormai indiscutibile.)

I giuristi classici davano rilievo al momento della *litis contestatio*, e il rilievo classico non è impossibile scorgere in qualche testo, anche dopo la sua alterazione per opera dei Giustinianei. Cfr., ad esempio, i seguenti:

D. 9. 3. 1. 10: Si plures in eodem cenaculo habitent, unde deiectum est, in quemvis haec actio dabitur.

3: et quidem in solidum: sed si cum uno fuerit actum, ceteri liberabuntur,

4: [*perceptione non*] litis contestatione......

D. 11. 6. 3. pr.: Si duobus mandavero et ambo dolose fecerint, adversus singulos in solidum agi poterit, sed altero convento, [*si satisfecerit*] « si lis contestata fuerit (?) », in alterum actionem denegari oportebit.

Restituire nel loro pristino stato i testi riferentisi alle obbligazioni solidali è, dal punto di vista formale, forse più difficile di quel che non sembri e di quel che non è stato fatto finora. Certo io non voglio negare che i giuristi classici possono avere adoperato il participio passato « *conventus* » in senso pregno (*si unus conventus fuerit* = *si cum uno fuerit actum*), ma è per me certo che i compilatori possono dare in questo caso alla parola « *conventus* » un significato che, ad essa, i classici certamente non davano.

I compilatori giustinianei dicono che non è la lite *iniziata* con uno che libera tutti gli altri condibitori solidali, ma è il *pagamento* fatto dall'uno che libera gli altri: non la *conventio* libera, ma la *perceptio*: non l'*electio* libera, ma la *solutio*. Per i giuristi classici il primo mo-

litis contestatio, sono anch'esse passivamente trasmissibili. Ma dicono così, perchè la *litis contestatio* nel processo classico è un momento decisivo; perchè la *litis contestatio* nel processo classico distrugge totalmente il rapporto, cioè l'obbligazione, che prima esisteva tra le parti e *ne genera uno nuovo* stabilito dal contratto con cui le parti si obbligano ad accettare il giudizio, tanto che da quel momento l'azione è consumata *ipso iure* e non si potrebbe più intentare.

Ma essi non possono dire — e nei testi genuini non dicono — che il semplice *convenire in ius* rende passivamente trasmissibili anche le azioni penali, perchè il semplice *convenire in ius* non genera, come la *litis contestatio*, un rapporto nuovo tra le parti.

Chi può dire che la *conventio* produce lo stesso effetto della *litis contestatio*? I compilatori giustinianei. Nel diritto giustinianeo la *litis contestatio* del processo classico è un istituto spento. Il nome di *litis contestatio* fu serbato a denotare il momento del processo, in cui si fissavano le pretese dell'attore e le difese del convenuto (1), ma essa non è più sostanziata in un atto, nè ha più l'effetto essenziale dell'antico diritto.

Era quindi ovvio che essi facessero derivare dal momento della *conventio* un effetto che il diritto classico faceva derivare soltanto dal momento della *litis contestatio*. Il motivo che nel diritto classico limitava alla *litis contestatio* la produzione di quell'effetto, nel diritto giustinianeo non sopravvive più: placuit, si vivus *conventus* fuerat, etiam poenae persecutionem transmissam videri *quasi lite contestata* cum mortuo.

Non mi indugio a rilevare ancora una volta l'uso, così frequentemente giustinianeo, del *quasi*.

mento era insufficiente, il secondo era di troppo. C'era un momento posto tra questi due, a cui soltanto essi guardavano: la *litis contestatio*.

Il secondo testo del Digesto, in cui si trova il termine sostantivato « *conventio* » invece del verbo « *convenire* » è il fr. 45 D. 6.1. Per una svista del compilatore della voce « *conventio* », nel *Vocabolarium iur. rom.* è detto che « *conventio* » è, in questo fr., usato invece di « *litis contestatio* ». In realtà — e perciò mi sorprende la svista — un termine è contrapposto all'altro. L'origine compilatoria, però, della parola anche in questo testo per me non è dubbia.

(1) Nella c. 1 C. 3.9 (Impp. Severus et Antoninus, a. 202) l'affermazione « *lis enim tunc videtur contestata, cum iudex per narrationem negotii causam audire coeperit* » è notoriamente interpolata (Keller).

Premesso tutto ciò, è cosa assai semplice ricostruire il testo genuino di Paolo. Questi doveva avvertire:

Constitutionibus, quibus ostenditur heredes poena non teneri, placuit, si « *lis contestata cum mortuo* » fuerat, etiam poenae persecutionem transmissam videri.

E, avvertendo ciò, non faceva che avvertire quella stessa cosa che viene da lui affermata nel libro 51 ad Edictum (D. 50. 17. 164):

Poenalia iudicia *semel accepta* (!) in heredem transmitti possunt.

Avvertendo ciò, non faceva che enunciare l'insegnamento costante della giurisprudenza (Callistrato, Gaio, Ulpiano).

Il fr. 16 § 13 D. 39.4 di Marciano ha non meno evidenti indizi di alterazione.

Poenae ab heredibus peti non possunt, si non est *quaestio mota* vivo eo qui deliquit: et hoc sicut in ceteris poenis, ita et in vectigalibus est.

L'espressione « *quaestionem movere* » e l'analoga espressione « *controversiam movere* » significano evidentemente « *intentare una lite* » non « *contestare una lite* »: alludono, insomma, al momento dell'*inizio*, non della *contestazione* della lite. La cosa è tanto intuitiva e chiara, che reputo inutile l'addurre esempi.

Il testo di Marciano, pertanto, contiene, espressa genericamente, l'affermazione che le azioni penali sono passivamente trasmissibili *dopo l'inizio della lite*.

Ora, mi sembra che basti richiamare l'insegnamento di Callistrato, di Gaio, di Ulpiano, delle costituzioni dioclezianee; il genuino insegnamento di Paolo, contenuto nel fr. 164 D. 50. 17; l'esegesi fatta del fr. 33 D. 44.7, contenente l'*alterato* insegnamento dello stesso giurista, per farsi convinti che questo testo di Marciano è stato manipolato dai compilatori giustinianei. Il *motivo fondamentale*, che indusse a ritenere alterato il fr. 33 D. 44.7, costringe a ritenere alterato il fr. 16 § 13 D. 39.4. I compilatori giustinianei possono far derivare dal momento dell'*inizio della lite* un effetto che il diritto classico faceva derivare soltanto dal momento della contestazione della lite, perchè la *litis contestatio* è oramai, più che altro, un nome; perchè oramai il momento della *conventio* e il momento della *litis contestatio* si riaccostano l'uno all'altro e tendono quasi a fondersi insieme. La *litis contestatio* succede ancora alla *conventio*, ma nel nuovo diritto giustinianeo la *litis contestatio* non ha più quella ragione d'essere nettamente e profondamente distaccata dalla *conventio*, che essa aveva nel diritto classico.

Oltre che da questo motivo fondamentale, l'interpolazione è dimostrata dall'espressione stessa « *quaestionem movere* », la quale, insieme con l'altra « *controversiam movere* », è un'espressione prediletta dai compilatori giustinianei (1), che, anche al di fuori del campo delle azioni penali, fanno scaturire dal momento dell'inizio della lite effetti che il diritto classico faceva invece scaturire soltanto da quello della *litis contestatio*.

Nel testo di Marciano il lavoro dei compilatori si limitò, molto verosimilmente, a sostituire la menzione della *quaestio mota* a quella della *lis contestata*. Marciano doveva dire:

Poenae ab heredibus peti non possunt, si non est « *lis contestata* » vivo eo qui deliquit.

Il nuovo insegnamento giustinianeo, affermato per interpolazione nei due testi ora analizzati, è fedelmente ripetuto dai Basilici.

Heimb. 5. 108 [D. 44. 7. 33] *Καὶ μεθ' ὑπόμνησιν* (!) *αἱ ποιναλίαι ἀγωγαὶ παραπέμπονται κατὰ κληρονόμων, ὡς προκατάρξεως γενομένης κατὰ τοῦ τελευτήσαντος.*

Heimb. 1. 152 [D. 39. 4. 16. 13] *Ἡ ποινὴ κατὰ κληρονόμων οὐχ ἁρμόζει, εἰ μὴ ζῶν ὁ πλημμελήσας ἐνήχθη* (!), *ὡς ἐπὶ τῶν ἄλλων ποινῶν.*

Dal giungere a questo risultato non deve trattenere l'esame dei varii testi che nel titolo *de obligationibus et actionibus* (D. 44.7) si riferiscono alla trasmissibilità passiva delle azioni penali. Il testo di Paolo (fr. 33. D. 44. 7), che io ho cercato di dimostrare interpolato, si trova in mezzo ad altri due testi, l'uno di Ulpiano, l'altro di Callistrato, non interpolati certamente.

fr. 26 (Ulp. l. 5 de censibus): Omnes poenales actiones post litem *inchoatam* et ad heredes transeunt.

fr. 33 (Paul l. 3 decretorum): Constitutionibus, quibus ostenditur poena heredes non teneri, placuit, si vivus *conventus* fuerat, etiam poenae persecutionem transmissam videri quasi lite contestata cum mortuo.

---

(1) Lo studio di queste espressioni « *quaestionem movere* », « *controversiam movere* » formerà l'oggetto di una speciale Nota. Per ora mi limito ad osservare che l'espressione « *quaestionem movere* » non deve essere guardata *a priori* con quella diffidenza, con la quale si deve guardare l'espressione « *actionem movere* » che è certamente bizantina come dimostrò il SEGRÈ, *La denominazione di actio confessoria* etc. (*Mélanges Girard*), p. 80 n. 5 (estr.) e avverti anche il ROTONDI, *Dolus ex delicto etc.*) (*Ann. Univer. di Perugia*), p. 24 n. 3. Questo rilevo contro una recente affermazione del VASSALLI, *Miscell. crit. di dir. rom.* II, appendice.

fr. 59 (Call. 1 Ed. mon.): Sciendum est ex omnibus causis lites *contestatas* in heredem [similesque personas] transire.

Data la collocazione di questi varii frammenti sotto lo *stesso* titolo (44.7), sorge spontanea l'obbiezione: perchè i compilatori alterarono soltanto il fr. di Paolo, non anche quelli di Ulpiano e di Callistrato?

Si potrebbe cominciar dal rispondere che è ormai ripetutamente provato come i compilatori usino qualche volta alterare soltanto alcuni testi, che diventano l'indice del nuovo pensiero e del nuovo indirizzo legislativo; non alterare gli altri, che restano l'indice del pensiero classico e serbano nella compilazione un valore semplicemente storico.

Ma questa risposta non è, qui, completamente soddisfacente. E perchè — si può osservare perseverando nell'obbiezione — essi mutarono proprio il fr. 33, che sta in mezzo tra il fr. 26 e il fr. 59? Non era più naturale, invece del secondo testo, interpolare addirittura il primo?

Anche a ciò può essere data una adeguata risposta. I tre frammenti appartengono a tre diverse masse: il fr. 26 alla *sabiniana*, il fr. 33 alla *papinianea*, il fr. 59 alla *edittale*.

Mentre, pertanto, i commissarii, che attendevano allo spoglio delle opere appartenenti alla massa sabiniana, e quelli, che attendevano allo spoglio delle opere appartenenti alla massa edittale, non si preoccuparono di mutare il diritto classico, se ne preoccuparono invece i commissarii addetti allo spoglio della massa papinianea.

È particolarmente facile spiegare qui, poi, perchè nel riordinare i varii frammenti di questo titolo non furono alterati in modo conforme i testi di Ulpiano e di Callistrato.

A ciò indusse non tanto — forse — il sistema di enunciare il principio nuovo senza distruggere *completamente* ogni traccia del vecchio, quanto — piuttosto — il mutato valore del termine « *litis contestatio* ». Questo, in fondo, fu il più forte motivo che indusse i Giustinianei a interpolare i testi, relativi alla trasmissibilità passiva delle azioni penali dopo la *litis contestatio*, in così scarsa misura.

Conventio e *litis contestatio* sono termini indicanti due momenti procedurali *ancor diversi*, ma la cui diversità è ormai così tenue, così evanescente, che gli effetti sì dall'uno che dall'altro derivanti *non possono essere sostanzialmente diversi.*

E i compilatori giustinianei molte volte, perciò, non danno rilievo a questo nuovo stato di cose, di per sè logico, di per sè evidente.

Che anzi, essi hanno tanto nelle orecchie la classica ter-

minologia che, proprio in un testo da essi interpolato, viene affermato che le azioni penali diventano mediante la *litis contestatio* (non scrivono: *conventio*!) passivamente trasmissibili.

D. 27. 7. 8. 1 (Paul. l. 9. resp.).... nam cum ex omnibus bona fide iudiciis propter dolum defuncti heres teneatur, idem puto observandum et in tutelae actione. sed constitutionibus subventum est ignorantiae heredum. [*hoc tamen tunc observandum est, cum post mortem tutoris heres conveniatur, non si lite contestata tutor decesserit: nam litis contestatione et poenales actiones transmittuntur ab utraque parte et temporales perpetuantur*].

L'interpolazione del lungo inciso, chiuso tra le parentesi, è stata ben dimostrata dal ROTONDI (1).

Conchiudendo, il risultato, raggiunto in questa mia breve indagine, è il seguente.

Il diritto classico riconosceva la trasmissibilità passiva delle azioni penali dopo la *litis contestatio*, data la classica struttura di questo istituto che generava tra le parti un rapporto nuovo.

Il diritto giustinianeo ammette la trasmissibilità passiva delle azioni penali dopo la *conventio*. Svanita in questo diritto la classica struttura della *litis contestatio*, così doveva avvenire. Non c'era alcuna *ragione sostanziale* che facesse richiamare alla *litis contestatio* piuttosto che alla *conventio* quella massima *conservata*, che appare ora soltanto per la prima volta veramente eccezionale ed arbitraria. Indicando, poi, *conventio* e *litis contestatio* due momenti procedurali *ancor diversi*, ma la cui diversità non è più sostanziale, i compilatori giustinianei esprimono il nuovo principio in due soli testi: riferiscono inalterati i più. Anzi, in un testo di molto probabile origine compilatoria, son proprio i Giustinianei che affermano: *litis contestatione* et poenales actiones transmittuntur!

(1) *La responsabilità dell'heres tutoris* in *BIDR.*, 1912, p. 10-11 (estr.). Non classico sembra l'inciso anche al GRADENWITZ, *ZSS.*, 34 (1913), p. 255 e sgg., il quale pensa che esso sia dovuto a un glossatore di Paolo.

ERRATA - CORRIGE

Nel riassunto, che è stato fatto delle mie Note sulla *Responsabilità nella misura dell'arricchimento* (v. *Rendic.*, Serie 2ª, vol. 7, fasc. 1, 1914), è incorsa qualche inesattezza che qui mi affretto a rilevare:

A pag. 25 invece di « actio tributaria » si legga « actio tributoria ».

A pag. 27 linea 5 invece di « commesso atti per i quali essa era richiesta » si legga « ricevuto un pagamento ».

A pag. 27 linee 21-22 si sopprimano le parole « in tutti i casi di mutuae obligationes, cioè ».

TITANITE DI VAL DEVERO (*OSSOLA*)

Nota di ANGELO BIANCHI

(Adunanza del 14 maggio 1914)

In una nota (1), recentemente presentata alla R. Accademia dei Lincei, descrissi alcuni cristalli di *ilmenite*, raccolti in Val Devero (Ossola). Ora, facendo seguito a quella nota, mi propongo di far conoscere nella presente alcuni cristalli di TITANITE, trovati lo scorso anno, continuando così lo studio dei minerali della Val Devero, in attesa di poterne dare una monografia completa.

Raccolsi finora la *titanite* in due località della suddetta valle: Sulle falde del Monte Cervandone (a nord del ghiacciaio della Rossa), e sul Monte Forno di Baceno.

Percorrendo la morena del ghiacciaio della Rossa rinvenni alcuni eleganti gruppi isolati di cristalli d'*adularia*, in gran parte ricoperti da una fine granulazione di *clorite (proclorite)*, fra i quali s'annidano cristallini d'*epidoto*, e alcuni grossi individui tabulari di *titanite.* Ebbi poi la fortuna di trovarne il giacimento primario, in alcune profonde litoclasi della parete che unisce le cime del Cervandone e della Rossa, nella parte sovrastante al ghiacciaio. In queste fratture sono comuni gruppi di adularia e di epidoto, ma vi si unisce qua e là anche la titanite, a formare delle associazioni uguali a quelle di cui ho testè parlato.

Questa *titanite* del Cervandone ha colore giallo-verde, molto chiaro, e talvolta appena percettibile; è in cristalli, lamellari allungati, dei quali i più notevoli hanno dimensioni variabili fra 8 e 14 mm. di lunghezza, per 3 a 5 mm. di lar-

(1) A. BIANCHI, *Ilmenite di Val Devero*. Rend. della R. Accad. dei Lincei. Roma, Seduta del 5 aprile 1914.

ghezza; lo spessore non arriva mai al millimetro. La superficie irregolare e spesso arrotondata delle facce non permette di ottenere al goniometro che delle misure appena approssimative, le quali rivelano come i cristalli siano allungati secondo la zona [010], in cui domina la $x = \{102\}$ sulle $c = \{001\}$, ed $a = \{100\}$, come in alcuni cristalli di Val Giuf descritti recentemente dal dottor F. Ranfaldi (1).

L'esame microscopico delle lamine mostra assai bene come dalle facce più sviluppate emerga quasi normalmente la bisettrice acuta, positiva. I cristalli sono dunque effettivamente tabulari secondo $x = \{102\}$, e, poichè il piano degli assi ottici è normale all'allungamento, così, anche da ciò risulta che essi sono fortemente sviluppati secondo l'asse y. Ho approfittato di una lamina molto sottile e con sviluppo sufficientemente regolare, per eseguire la misura dell'angolo degli assi ottici, valendomi del microscopio, munito di oculare a vite micrometrica, dopo averne naturalmente calcolata la costante di Mallard. Il risultato ottenuto, per la luce del sodio, è, come media di parecchie misure concordanti:

$$2\,\mathrm{E}a = 50^\circ\ 20'$$

Questo valore concorda con quelli ottenuti per la titanite, pure verdognola, chiara, di Pfunders (Eisbruckalp) in Tirolo ($2\,\mathrm{E}a = 50^\circ\ 21'$), e per quella debolmente bruno chiara del Gottardo ($2\,\mathrm{E}a = 52^\circ\ 29'\ ^2/_3$) (2).

Si scosta invece notevolmente dall'angolo misurato dal dott. Ranfaldi nella titanite di Val Giuf, che è: $2\,\mathrm{E}a = 59^\circ\ 30'$.

Questa titanite del Cervandone presenta anche dei geminati di compenetrazione, in cui gli individui hanno forma meno tabulare dei cristalli semplici, come nei geminati analoghi di Val Giuf e del Gottardo.

Interesse certamente maggiore presenta l'altra titanite di Val Devero, della quale i primi campioni furono raccolti nell'estate scorso, da un cacciatore del luogo, sui fianchi del M. Forno di Baceno, e precisamente sul versante settentrionale, che scende verso la Valle di Agaro, tributaria della Val De-

(1) F. Ranfaldi, *Sulla titanite di Val Giuf.* Memorie della R. Accad. dei Lincei. Roma, marzo 1913.

(2) Vedi K. Busz, *Beitrag zur Kenntniss des Titanits*, N. Iahrb. für Miner. Stuitgart 1887, 5, pag. 334, 337, 345.

Vedi anche: Hintze, *Handb. der Miner.* Titanit, pag. 1613., e F. Ranfaldi, *opera citata.*

vero. Colle indicazioni da lui avute, mi recai io stesso a farne ricerca, e potei raccogliere altri esemplari, fra i detriti di falda del suddetto versante, nella parte nord-est, che scende fra il bacino di Agaro e l'alpe Poiala. Purtroppo non mi riuscì di trovare in posto il giacimento indicatomi: osservai ad ogni modo che la massa gneissica di Antigorio in vari punti, presso il contatto colla soprastante formazione calcare, presenta delle fratture in cui si ripetono condizioni analoghe ed associazioni simili a quelle presentate dai campioni portanti la titanite. Credo quindi di poter ritenere, dalle osservazioni e ricerche fatte, che i cristalli del M. Forno che mi accingo a descrivere provengano da qualche litoclase del gneiss Antigorio, presso il citato contatto col calcare.

Gli esemplari raccolti sono costituiti di una roccia gneissica a grana più minuta di quella dell' ordinario gneiss Antigorio, e con un notevole arricchimento in clorite, fra i suoi elementi. Nella parte che corrisponderebbe alla superficie libera della litoclase, sono impiantati bellissimi cristalli di *titanite*, associati a piccoli e limpidi individui di *quarzo* e ad aggregati globulari di *clorite*. Quasi tutta questa parte è inoltre ricoperta di minuti cristallini d'*albite*, addossati gli uni agli altri. Qua e là, ma raramente, si osservano pure cristallini, assai limpidi e chiari, di *epidoto*.

La *titanite* si presenta in individui di due tipi differenti: gli uni, assai piccoli, di color giallo rossiccio o giallo bruno, hanno forma di sottili prismi, e si trovano radunati in gran copia, ed in intima connessione con abbondantissima clorite, sopra uno solo dei pezzi. Tutti gli altri esemplari portano invece bei cristalli trasparenti o semitrasparenti, lucentissimi, di color giallo miele, con varie gradazioni di tinta, fino a diventare in certi punti giallo-bruni. Per la forma assomigliano alquanto nell'abito complessivo ai cristalli della valle di Binn, descritti dal Busz, e provenienti dall' Ofenhorn (1), od a quelli di Tavetsch illustrati dall' Hessenberg (2). Per le dimensioni in generale s'aggirano fra i 3 o 4 mm. di lunghezza, secondo l'asse x, per 2 o 3 mm. di larghezza, secondo y, ed 1 o 2 di altezza circa. Non mancano naturalmente molti individui più

(1) Busz, *Beitrag zur Kenntniss des Titanits*. N. Iahrb. Stuttgart. 1887. Beil Band 5. Pag. 350-353-357.

(2) Hessenberg. *Min. Not.* 9; Abh. Senckenberg. Natf. Gessell. 1870-302.

piccoli, che sono pure i più limpidi e chiari, e presentano la maggiore uniformità di tinta.

Le forme riscontrate nella titanite del M. Forno sono:

$$c = \{001\}, \; x = \{102\}, \; a = \{100\}, \; s = \{021\}, \; m = \{110\}$$
$$n = \{111\}, \; l = \{\bar{1}12\}, \; M = \{\bar{1}32\}, \; t = \{11\bar{1}\}, \; w = \{\bar{2}21\}$$

Nei cristalli di *1° tipo*, lo sviluppo predominante delle quattro facce del clinodoma $s = \{021\}$, dermina la caratteristica forma prismatica, molto allungata secondo l'asse x, terminata alle estremità dalla combinazione delle: $n = \{111\}$, $t = \{11\bar{1}\}$ ed $a = \{100\}$.

In alcuni individui poi si associano altre piccole facce, come nel cristallo rappresentato dalla figura 1, che mostra l'associazione:

$$\{021\} \; \{100\} \; \{111\} \; \{11\bar{1}\} \; \{\bar{1}12\} \; \{\bar{1}32\}$$

I cristalli del *2° tipo* mostrano, a differenza dei precedenti, la prevalenza di entrambe le forme: $s = \{021\}$ ed $l = \{\bar{1}12\}$ a cui subordinatamente l'accompagna uno sviluppo notevole della $t = \{11\bar{1}\}$ ed $a = \{100\}$. Le facce (102) sono per lo più scabre, e le facce l presentano costantemente una fine striatura secondo lo spigolo di combinazione di tali facce colla base striatura, che, d'altronde, non è rara nella titanite. Ne derivano naturalmente per tali facce delle serie di immagini riflesse che rendono incerte le misurazioni di angoli con esse formati. Le altre facce sono invece terse e lucenti, e danno al goniometro buone immagini riflesse, (specialmente le (021)). La combinazione più comune è quella rappresentata nella figura 2, che mostra l'associarsi delle nove forme:

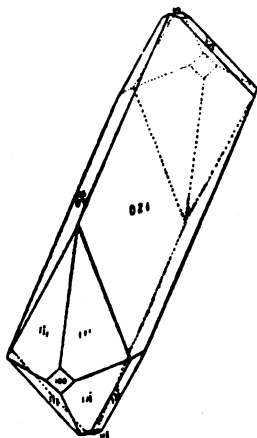



Fig. 1.

$$\{001\} \; \{021\} \; \{\bar{1}12\} \; \{100\} \; \{102\} \; \{111\} \; \{11\bar{1}\} \; \{110] \; \{\bar{1}32\}.$$

Nella titanite del M. Forno sono frequenti i *geminati*, sempre di contatto, secondo la legge: piano di geminazione (100) che è anche piano di contatto. I due individui così associati

ripetono assai bene la forma di un cuneo torzo, la cui parte appuntita è dovuta all'allungamento delle facce $x = (102)$, ed è limitata dai rapido convergere delle basi dei due individui, mentre la testa dello « *Sfeno* » si allarga per lo sviluppo delle $l = \{\bar{1}12\}$ e l'insolita estensione delle facce *M*. Nella parte su-

Fig. 2.

periore del cuneo, tra le facce $(\bar{1}12)$ e $(\bar{1}10)$, in zona con esse compare sottile e lunga la faccia $(\bar{2}21)$ della forma *w*, la quale non sempre si trova in entrambi gli individui geminati, e non compare nei cristalli semplici.

Nella figura 3 ho rappresentato uno di tali geminati, pel cui disegno ho creduto opportuno di girare la croce assiale, portando l'asse *y* nella direzione antero-posteriore, perchè con tale orientazione l'aspetto caratteristico del geminato è reso con molto maggiore evidenza.

Fig. 3.

Riporto ora la *tabella dei valori angolari* misurati confrontandoli coi valori calcolati.

Angoli		Limiti osservati	Medie osservate	Valori calcolati	N.°
001	$\bar{1}12$	40°,31' — 40°,39'	40°,35'	40°,34'	6
»	021	55°,58'30" — 56°,2'	56°,0',30"	56°,1 1/2	7
»	102	20°,50' — 20°,55'	20°,52'	21°	3
»	100	60,°11' — 60°,14'	60°,13	60°,17'	8
»	111	38°,9' — 38°,17'	38°,13'	38°,16	3
»	$\bar{2}21$	92°,12' — 92°,19'	92°,16'	92°,50' 1/2	2
100	102	39°,10' — 39°,31	39°,20'	39°,17'	4
»	$11\bar{1}$	60°,39', — 60°,51'	60°,48'	60°,53'	4
»	111	34°,55' — 35,17'	35°,3'	35°,3' 1/2	12
»	110	33°,13' — 33°,37	33°,24'	33°,14' 1/2	7
»	021	73°,43' — 74°,6'	73°,51'	73°,55'	11
»	$13\bar{2}$	86,35' — 87°,16'	86°,58'	87,°9'	8
$\bar{1}00$	$\bar{2}21$	44°,3' — 44°,26'	44°,17'	44°,12'	6
$\bar{2}\bar{2}1$	»	74° — 74°,4'	74°,2'	73°,58	2
021	$0\bar{2}1$	111°,53' — 112°,25'	112°,5'	112°,7'	8
»	102	58°,28' — 58,46'	58°,36	58°,33'	3
»	111	41°,22' — 41°,38'	41°,29,	41,34'	4
»	$\bar{1}32$	19°,42 — 19°,55'	19°,48	19°,23'	3
»	$13\bar{2}$	68°,14' — 68°,27	68°,19'	68,22' 1/2	7
$02\bar{1}$	$11\bar{1}$	49°,11' — 49°,14'	49°,12'	49 —	3
$\bar{1}$ 12	$\bar{1}32$	28°,9' — 29°,23'	28°,41'	28°,52'	9
»	$\bar{1}\bar{1}2$	46°,1' — 46°,19	46°,8'	46°,7' 1/2	5
1 11	102	24°,30' — 24°,31'	24°,30' 1/2	24°,29'	2
»	$1\bar{1}1$	43°,48' — 43°,49',30"	43°,48' 1/2	43',49'	3
»	$11\bar{1}$	70°,44' — 71°,9'	71° —	71°,20' 1/2	5
$1\bar{1}\bar{1}$	»	69°,9' — 69°,10'	69°,9'	69°,9'	4
$\bar{1}11$	$\bar{1}32$	28°,31' — 28°,36'	28°,33'	28°',33'	3

Angoli fra le facce di due individui geminati:

Angoli		Limiti osservati	Medie osservate	Valori calcolati	N°.
$0\bar{2}1$	$02\bar{1}$	32°,17′ — 32°,18′	32°,17′ 1/2	32°,10′	4
$1\bar{3}\bar{2}$	$\bar{1}32$	5°,54′ — 5°,58′	5°,56′	5,42′	2
$1\bar{1}1$	$\bar{1}1\bar{1}$	110°,2′ — 110°,8′	110°,5′	109°,52′	2
$1\bar{1}\bar{2}$	$\bar{1}32$	29°,24′ — 29,27′	29°,26′	29°,45′	3

I valori calcolati sono secondo le costanti del Des Cloizeaux, e con essi concorda notevolmente la maggior parte delle medie osservate. Volendo però stabilire un confronto anche colle costanti, calcolai queste coi seguenti angoli, che sono fra i migliori da me misurati:

$$(100):(001) = 60°,13′; (001):(021) = 56°,0′,30″; (100):(111) = 35°,3′$$

Ottenni così per la titanite di Val Devero (M. Forno):

$$a:b:c = 0,755734 : 1 : 0,85436$$
$$\beta = 60°,13′$$

Valori che concordano colle costanti del Des Cloizeaux:

$$a:b:c = 0,75467 : 1 : 0,85429 \; ; \; \beta = 60°,17′.$$

Riguardo ai geminati debbo infine notare che per gli spigoli rientrati, a motivo dell' irregolare sviluppo delle facce corrispondenti, non potei ottenere misure tra loro sufficentemente concordi. Per questa ragione non le ho riportate nel quadro dei valori angolari.

Laboratorio di mineralogia della R. Università di Pavia.

Maggio, 1914.

SOPRA UNA VARIETÀ CUBICA CON QUINDICI PUNTI DOPPI DELLO SPAZIO A CINQUE DIMENSIONI

Nota I[a] del prof. EMILIO VENERONI

(*Adunanza del 14 maggio 1914*)

Se fra le V^3_4 di S_5 che posseggano 10 punti doppi distinti ed ordinarî in un S_4, si ricerca quella che possiede il maggior numero di punti doppi, si perviene (n. 1 a 7) alla V^3_4 con 15 punti doppi che è l'oggetto di questo lavoro (Note 1[a] e 2[a]). Essa è solo un caso particolare delle V^3_4 di S_5 con 15 punti doppi; – si giunge, per esempio, a un tipo più generale, eseguendo la stessa ricerca (n. 9) per le V^3_4 di S_5 che ammettano un iperpiano *conico* (n. 6, nota [8]), — ma presenta qualche interesse per la configurazione dei suoi 15 punti doppi, che devesi riguardare (n. 16) come l'estensione all' S_5 della configurazione dei 10 punti doppi di una V^3_3 di *Segre-Castelnuovo*; i 15, punti che sono 10 a 10 sulle faccie di un esaedro di S_5, si distribuiscono in quaterne su 45 piani della varietà, alla quale appartengono altri 15 piani posti in un S_4 decatangente; i 10 punti di contatto di questo, e i 15 punti doppi son parte di un gruppo di 32 punti di S_5, che già considerò il sig. *Veronese* (n. 29 nota [17]) e che qui si integra con altri 7 punti, che son pure di qualche interesse rispetto alla varietà. La quale può ottenersi in tre modi diversi come varietà generica di opportuni fasci di V^3_4; di uno di questi si approfitta qui per la costruzione (n. 7) della V^3_4, e per determinarne l'equazione in alcune forme ridotte (n. 28): gli altri due si riattaccano alle corrispondenze [22] che le rette della varietà, che incontrano due suoi piani sghembi, determinano su di questi (n. 24 a 27).

1. — In S_5 si consideri una forma cubica **V** dotata di 10 punti doppi distinti ed ordinari, appartenenti a un iperpiano

Π, la sezione del quale con **V**, che indichiamo con F, sia la nota V^3_3 di *Segre-Castelnuovo.* La **V** possa avere altri punti doppi distinti, in numero finito; non ammetta quindi infiniti punti doppi, e, particolarmente, non contenga S_3. Poichè i 10 punti doppi di **V** che sono in Π, che diremo « punti D », vi determinano il sistema lineare ∞^4 delle quadriche polari dei punti dell'iperpiano Π rispetto alla F, esiste un punto Q di S_5, fuori di Π, la cui quadrica polare rispetto a **V** si scinde in Π e in un altro iperpiano Π', e i punti doppi, che diremo « punti D' », che la **V** può possedere all'infuori dei punti D, saranno in Π'. Posto che Q non sia in Π' [1], il cono che proietta F da Q, tangente a **V** in tutti i punti di F, sega ancora **V** in un'altra sezione iperpiana F'' fatta con un certo iperpiano Δ; e invero la conica polare di Q rispetto alla cubica sezione di **V** con un S_2 generico per Q si scinde in una coppia di rette, non passanti per Q, che sono le sezioni dell'S_2 con Π' e con Π; i tre punti tangenziali dei tre incontri della seconda di esse colla cubica sono su una retta che passa per l'incontro delle due prime, e non per Q (che apparterrebbe allora alla **V** e quindi a Π o a Π'); questa è la traccia dell'iperpiano Δ sul piano considerato, e i tre iperpiani Π, Π', Δ contengono un medesimo spazio ε; l'iperpiano Δ, si è visto, non passa per Q: inoltre, escluderemo che coincida con Π, in quanto se tale coincidenza avesse luogo, sull'S_2 generico suddetto la conica si ridurrebbe alla sezione dell'S_2 con $\Pi \equiv \Delta$ contata due volte, anche Π' coinciderebbe con Π, e i soli punti doppi di **V** sarebbero i 10 punti D. Escluderemo del pari che qualche punto D sia in ε, poichè tale ipotesi, — come si vede subito coll'uso di un piano generico condotto per quel punto e per Q —, conduce a concludere che il cono osculatore in quel punto D ha per retta vertice la retta DQ, e quel punto D non è ordinario, contro il supposto. Allora la F e la F'' sono proiettate da Q mediante uno stesso cono cubico, e quindi la F'' possiede 10 punti doppi per essa e non per **V**, onde *l'iperpiano Δ è decatangente alla* **V**.

2. — Sia π_0 uno dei quindici piani di F; l'S_3 che lo congiunge con Q sega **V** in π_0 contato due volte e in un piano, α, dei 15 che sono su F''; in ogni S_4 per α sono sei S_3 per α

[1] L'ipotesi di Q su Π' è discussa più oltre: cfr. n. 9 in fine.

seganti **V** ulteriormente in coni quadrici ([2]); onde *il contorno apparente di* **V** *rispetto ad* α *su un piano* μ *sghembo ad* α *è una curva del* 6° *ordine* C^6. Un S_4 che contenga l'S_3 determinato da π_0 e da α, sega **V** in una V^3_3 che ha su π_0 una conica doppia, onde, fra gli S_3 per α di quell'S_4, ve ne sono ancora tre che segano ulteriormente **V** in coni quadrici ([3]); per cui *la* C^6 *ha un punto triplo* T_0 *nella traccia su* μ *dell'*S_3 *di* α *e* π_0. Su π_0 sono quattro punti D, vertici di un quadrangolo, con ciascun punto diagonale del quale sono allineati altri due punti D; l'S_4 tangente a **V** in un tal punto diagonale contiene l'S_3 di π_0 ed α – che tocca **V** in ogni punto di π_0 – e sega **V** in una V^3_3 con tre rette doppie, che sono i due lati del quadrangolo incrociati nel punto e la congiungente degli altri due punti D con esso allineati. Per cui, quando α non contiene il punto diagonale, ogni S_3 per α di quell' S_4 sega ancora **V** in un cono quadrico col vertice su tale congiungente, e quando α contiene il punto diagonale, la V^3_3 è un cono che ha vertice in esso, e le ulteriori sezioni con quegli S_3 sono ancora coni quadrici. In ogni caso le traccie su μ dei tre iperpiani tangenti a **V** nei tre punti diagonali sono tre rette uscenti da T_0 e appartenenti a C^6, *che si scinde così in esse e in una* C^3. Diciamo A, B, C, i tre punti diagonali, *a*, *b*, *c* le tre rette rispettivamente; le *a*, *b*, *c* sono distinte perchè, coincidendo ad esempio le *a*, *b*, un medesimo S_4 sarebbe tangente a **V** in A, B e la V^3_3 sezione di esso con **V** avrebbe in π_0 un piano doppio, e la **V** su di esso infiniti punti doppi, contro il supposto. Sulle *a*, *b*, *c* ordinatamente sono le proiezioni D_a $D_a{}^*$; D_b $D_b{}^*$; D_c $D_c{}^*$ delle coppie di punti D, che non sono su π_0, allineate con A, B, C. Questi sei punti sono doppi per C^6, onde *per essi passa la* C^3. Infine in Δ sono tre S_3 per α, distinti, che segano ancora (**V** e quindi) F' in una coppia di piani ([4]); ogni S_4 condotto per uno di essi contiene ancora tre S_3 per α che staccano coni su **V**; le loro traccie su μ sono sulla traccia *d* di Δ; esse sono dunque gli incontri della *d*,

---

([2]) Cfr. Segre, *Sulle varietà cubiche dello spazio a quattro dimensioni etc.* Memorie della R. Accademia delle Scienze. Ser. II, T. XXXIX, Torino, 1888, n. 6, pag. 9.

([3]) Segre, l. c.; n. 38, pag. 32.

([4]) ivi, n. 24 e segg. oppure G. Castelnuovo; *Sulle congruenze del terzo ordine dello spazio a quattro dimensioni*. Memoria seconda. Atti del R. Istituto Veneto, T. VI, Serie VI, P.e 1a, 1888; n. 22, pg. 556.

che non passa per T_0, perchè π_0 non è in Δ, e delle a, b, c [5]; *per questi tre punti*, necessariamente distinti essendo tali le a, b, c, *passa dunque la* C^3. Si noti che ove la C^3 si spezzi, fra le componenti *non* può essere d, perchè un S_3 per α generico di Δ *non* stacca da F' e quindi da **V**, un cono, nè può esservi alcuna componente multipla, perchè quei tre punti su d sono distinti.

3. — Se un S_3 per α contiene due punti D', poichè questi sono in Π', e i tre iperpiani Π, Π', Δ formano fascio (n. 1), l'incontro della congiungente di quei due punti con α, che è in Δ, sarà in Π; sarà cioè un punto della sezione di α con Π, quindi di α con π_0; e l'S_3 che la stessa congiungente determina con π_0, segato con **V**, mostra che i due punti D' sono allineati con uno dei punti A, B, C.

4. — Se allora α non contiene nessuno dei tre punti A, B, C, l'S_4 tangente a **V** in A, all'infuori dei sei punti D, allineati a coppie con A, non contiene nessun punto doppio di **V**: difatti la V^3_3 che esso sega su **V** possiede tre rette doppie che si incrociano in A: se ha un altro punto doppio, è un cono di vertice A, e poichè α appartiene all'S_4 e non passa per A, al cono e quindi a **V** apparterrebbe l'S_3 che congiunge α con A, contro le ipotesi. I punti D_a, D_a^* e così D_b, D_b^*, D_c, D_c^* sono ora, ciascuno, proiezione di un solo punto doppio di **V**; fuori di essi e di T_0, nessun punto delle a, b, c è proiezione

---

[5] Questo può vedersi direttamente. In A concorrono tre piani di F, fra cui π_0, che sono in un S_3 formandovi un triedro sui cui tre spigoli stanno a coppie sei punti D. Esistono tre S_3 ognuno dei quali sega **V** in uno dei piani anzidetti contato due volte, e in uno dei piani di F, uno dei quali è α. I tre S_3 passano per Q e stanno nell'S_4 tangente a **V** in A, la cui traccia su μ è a. I tre piani di F' sono le proiezioni da Q su Δ dei tre piani di F, e stanno quindi in un S_3 per α, che sarà la sezione di Δ e dell'S_4 tangente a **V** in A: la sua traccia su μ è l'incontro di d, con a etc. Si noti che la V^3_3 sezione di **V** coll'S_4 tangente a **V** in A può nel caso più generale rappresentarsi entro l'S_4 coll'equazione semplicissima

$$x_1\, x_2\, x_3 + x_0\, x^2_4 = 0$$

I tre piani di F, e i tre piani di F' sono allora quelli che dai vertici A_0 A_4 del pentaedro fondamentale proiettano i lati del triangolo A_1 A_2 A_3.

di punti doppi di **V**: ogni punto D′ è proiettato in un punto fuori delle a, b, c, nè esisterà alcun punto di μ in cui si proiettino da α due punti D′, perchè la congiungente di queste dovrebbe contenere uno dei tre punti A, B, C (n. 3) e i due punti D′ dovrebbero appartenere a uno degli S_4 tangenti a **V** in A, B, C, che è quanto or ora si escluse. La **V** può dunque ora avere al più *tredici* punti doppi in tutto, quando la C^3 si scinda in tre rette passanti per gli incontri della d colla a, b, c.

5. — Se α contiene il solo punto diagonale A, l' S_4 tangente a **V** in A sega **V** in un cono cubico di vertice A (n. 2) con tre generatrici doppie nelle congiungenti le tre coppie di punti D allineati con A. I due punti D_a, D_a^* coincidono nella traccia $D_a \equiv D_a^*$ dell' S_3 per α che contiene quella delle tre coppie che non è su π_0 e la C^3 sarà tangente ad a in D_a [6]. Se l' S_4 non contiene nessun punto D′, ogni punto D′, che esista su **V**, si proietta in un punto fuori delle a, b, c; nè esiste, come prima, nessun punto di μ in cui si proiettino due punti D′. La **V** può ora avere al più *dodici* punti doppi, quanto la C^3 si scinda in una conica tangente ad a in D_a e in una retta, oppure in tre rette di cui due per D_a, nel qual punto si proiettano ora due e due soli punti doppi di **V**. Se invece l' S_4 contiene un punto D′, il cono sezione possiede quattro generatrici doppie, su una delle quali sta col primo un secondo punto D′; il piano α — che non ne contiene alcuna — incontra lungo una retta il piano π_0 di due generatrici doppie, quindi incontra pure lungo una retta il piano π_1 delle altre due [7], il quale contiene i due punti D′ allineati con A, e i due punti D allineati con A che non sono in π_0; il punto $D_a \equiv D_a^*$, che converrà ora denotare con T_1, è la traccia su μ dell'S_3 di α e π_1, ed è, come T_0, triplo per C^6; in esso si proiettano quattro punti doppi di **V**; all'infuori di T_0, T_1 nessun punto di a è proiezione di punti doppi di **V**, nessun punto di μ è proiezione

(6) Si può osservare più generalmente che se una V^3_4 di S_5 contiene un piano α e possiede due punti doppi non su α, ma in un S_3 per α, la C^6 contorno apparente della V^3_4 rispetto ad α su un piano μ sghembo ad α, presenta un *tacnodo* nella traccia su μ di quell' S_3, e la tangente tacnodale è la traccia su μ dell' S_4 tangente a V^3_4 lungo la congiungente i due punti.

(7) Come si ricava dalla nota disposizione delle rette e dei punti doppi di una superficie cubica con quattro punti doppi nello spazio ordinario.

di più di un punto doppio di **V**. E la **V** può ora acquistare *quattordici* punti doppi al più, quando la C^3 si scinda in tre rette di cui due proiettano da T_1 gli incontri di d con b, c, la terza passi per l'incontro di d con a.

6. — Se il piano α contiene i due punti diagonali A, B, gli S_4 tangenti a **V** in A, B segano ciascuno la **V** in un cono cubico con tre generatrici doppie. Quando nessuno od uno solo di tali S_4 contenga (uno e quindi) due punti D′, si vedrà, in modo analogo al precedente, che il numero totale dei punti doppi di **V** non raggiunge *quindici*. Se invece in ciascuno di tali S_4 stanno due punti D′ allineati con A, B rispettivamente, come i due punti D_a, D_a^* coincidono in un punto T_1 della a, così i due punti D_b, D_b^* coincidono in un punto T_2 della b triplo per C^6, e proiezione, come T_0, T_1, di quattro punti doppi di **V** posti in un piano π_2 appoggiato ad α lungo una retta uscente da B. E si ricaverà — similmente — che la **V** può ora acquistare *quindici* punti doppi supponendo la C^3 scissa in tre rette: una sarà la $T_1\,T_2$ che conterrà il punto dc, le altre due proietteranno da $T_1\,T_2$ i punti D_c, D_c^*, passeranno rispettivamente pei punti db, da, e s' incontreranno in un terzo punto H: dei quindici punti doppi, dodici si proiettano a quattro a quattro nei tre punti $T_0\,T_1\,T_2$, gli altri tre singolarmente nei punti D_c, D_c^*, H. E poichè questi ultimi non sono allineati, i tre punti D′ di cui essi sono le proiezioni stanno in un piano ω sghembo ad α. Si può dunque ora supporre di eseguire la proiezione anzichè su un piano μ sghembo ad α, generico, proprio sul piano ω così determinato, con che i tre punti D_c, D_c^*, H coincideranno coi tre punti doppi D'_0, D'_1, D'_2 di cui sono le proiezioni; i punti T_0, T_1, T_2 saranno le traccie dei piani π_0, π_1, π_2 e d la traccia di Δ su ω. I due triangoli $T_0\,T_1\,T_2$, $D'_0\,D'_1\,D'_2$ sono omologici coll'asse d, e il primo è iscritto nel secondo; il rapporto caratteristico dell'omologia è dunque -2. L' S_3 determinato da π_0 e dalla retta $D'_1\,D'_2$ mostra che T_0 è il terzo punto diagonale del quadrangolo dei punti doppi situato su π_0. I tre piani π_0, π_1, π_2 si appoggiano ad α lungo tre rette $p_0 = AB$, p_1, p_2 che determinano un triangolo di cui due vertici sono A, B; il terzo vertice $G = p_1\,p_2$ gode, come A, B, della proprietà che l' S_4 tangente in esso a **V** sega su questa un cono cubico di vertice G con quattro generatrici doppie; esso è, difatti, l'S_4 determinato dai piani π_1, π_2, e poichè l' S_3 che congiunge uno di essi con α sega **V** in α e nel piano stesso contato due volte,

le coniche segnate su α dalle quadriche ulteriori sezioni con **V** degli S_3 per α di quell' S_4 formano su α il fascio determinato dalle due rette p_1, p_2, ciascuna contata due volte; in altri termini ciascuna di quelle quadriche sega α in due rette incrociate in G; e poichè la retta T_1 T_2, traccia di quell' S_4 su ω, appartiene semplicemente alla C^6, ognuna di quelle quadriche è un cono di vertice G, donde l'asserto. Così, dei punti A, B, G ciascuno è punto diagonale di due dei tre quadrangoli di punti doppi di **V** situati nei piani π_0 π_1 π_2; e, ripetendo per T_1, T_2 ciò che si è detto più sopra per T_0, risulta che i punti diagonali relativi ai piani π_0, π_1, π_2 sono rispettivamente A, B, T_0; A, G, T_1; B, G, T_2. Con ciascuno dei punti A, B, G sono allineate quattro coppie di punti doppi di **V**; tre sole con ciascuno dei tre T_0, T_1, T_2. Le tre rette $p_0 = A\,B$, $p_1 = A\,G$, $p_2 = B\,G$, ciascuna contata due volte, determinano la rete di coniche che le quadriche sezioni di **V** con gli S_3 per α segnano su α, rete che ha dunque in A B G un triangolo autoconiugato. E poichè l'S_4 tangente a **V** in A (o in B, o in G) sega **V** in un cono cubico, o, come diremo seguendo il *Fano* [8], è un' *iperpiano conico,* la quadrica polare di A (o di B, o di G) si scinde nel relativo iperpiano conico, e in un altro iperpiano che conterrà i sette punti doppi di **V** che non sono nel primo, e in particolare i tre punti D'_0, D'_1, D'_2 e con essi il loro piano ω, il quale apparterrà quindi alle quadriche polari rispetto a **V** di tutti i punti di α; allora l' iperpiano polare rispetto a **V** di un punto qualunque di ω contiene α; un S_3 generico per α sega ancora **V** in una quadrica e incontra ω in un punto M, che sarà il polo di α rispetto alla quadrica; se indichiamo con C_M la conica segnata su α da questa, al variare di M su ω, la C_M varia su α nella rete suddetta, che risulta così riferita proiettivamente ai punti di ω, in modo che il cono che proietta da M la corrispondente conica C_M oscula lungo questa la **V**; in tale riferimento ai punti T_0, T_1, T_2 di ω corrispondono ordinatamente le tre rette doppie della rete, p_0, p_1, p_2.

7. — Si consideri allora la V^3_4 degenere $\mathbf{V}_0$ costituita dai tre S_4 che congiungono α coi tre lati del triangolo D'_0 D'_1 D'_2, e la V^3_4 costituita dai coni che da ciascun punto M

(8) FANO, *Sopra una varietà cubica particolare dello spazio a quattro dimensioni.* Rend. R. Ist. Lomb. di sc. e lett. Milano, S. II, vol. XXXVII, 1904, p. 556.

di ω proiettano la corrispondente conica C_M di α, e che indicheremo con $\mathbf{V}_1$. Le $\mathbf{V}_0$, $\mathbf{V}_1$ hanno in comune le tre sezioni di $\mathbf{V}_1$ coi tre S_4 anzidetti, che sono i luoghi dei coni che dai punti dei tre lati del triangolo D'_0 D'_1 D'_2 proiettano le coniche ad essi corrispondenti; questi coni — come si rileva dalle proprietà polari dianzi stabilite — appartengono anche a $\mathbf{V}$, cioè la $\mathbf{V}$ *è una varietà del fascio* $\mathbf{V}_0 + \lambda\, \mathbf{V}_1$ Anzi è la varietà generica di esso: difatti ogni omografia del fascio di omografie dell'S_5 in sè, che lascian fissi i punti di ω e i punti di α, muta in sè sia $\mathbf{V}_0$ che $\mathbf{V}_1$, e scambia quindi fra loro le varietà del fascio diverse da $\mathbf{V}_0$ e $\mathbf{V}_1$ onde *tutte le varietà del fascio — escluse* $\mathbf{V}_0$ e $\mathbf{V}_1$ *sono proiettivamente identiche*. Dunque ogni $\mathbf{V}$ con 15 punti doppi, di cui 10 in un iperpiano, è generabile come varietà generica del fascio che si ottiene nel modo seguente: *in un piano* α *di* S_5 *si ponga una rete di coniche dotata di triangolo autoconiugato, e i punti di un piano* ω, *sghembo ad* α, *dell'* S_5 *si riferiscano proiettivamente alle coniche della rete; si otterrà una varietà cubica* $\mathbf{V}_1$ *(con piano doppio* ω*) come luogo dei coni che dai punti di* ω *proiettano le coniche corrispondenti su* α. *In* ω *si ponga un triangolo circoscritto ed omologico al triangolo dei tre punti di* ω *che corrispondono alle tre rette doppie della rete, e si consideri la varietà cubica* $\mathbf{V}_0$ *costituita dai tre iperpiani che da* α *proiettano i lati del triangolo. Le* $\mathbf{V}_0$, $\mathbf{V}_1$ *determinano il fascio voluto.*

8. — Dovremmo ora mostrare — inversamente — che la descritta costruzione porta veramente a una V^3_4 con 15 punti doppi di cui 10 in un iperpiano; ma poichè precisamente da tale costruzione noi ricaveremo (n. 28) la equazione di $\mathbf{V}$, sulla quale la dimostrazione si riduce a una immediata verifica, ci dispensiamo dal farlo quì. Notiamo invece che, se nella costruzione stessa si tralascia la condizione di omologia dei due triangoli su ω, si ricava una V^3_4 che possiede ancora 15 punti doppi (tre in ω, e dodici, distinti in tre quaterne, sui piani che uniscono le tre rette doppie della rete di coniche su α ai corrispondenti punti di ω) ma non ha iperpiano decatangente, (mancando la retta d), e non v'è quindi iperpiano che contenga 10 punti doppi. La nostra $\mathbf{V}$ è dunque un caso particolare delle V^3_4 di S_5 con 15 punti doppi.

9. — Un'osservazione analoga alla precedente è che la $\mathbf{V}$ è fra le V^3_4 di S_5 senza infiniti punti doppi e dotate d'iperpiano conico che ammettono il massimo numero di punti doppi,

senza essere la più generale fra esse. Difatti la quadrica polare del punto di contatto X di tale iperpiano conico Σ colla V^3_4 considerata si scinde in Σ e in un altro iperpiano Σ', che non passa per X, perchè X non è doppio per la V^3_4; questa ha tante coppie di punti doppi quante sono le generatrici doppie del cono sezione di V^3_4 con Σ, e inoltre tanti punti doppi in Σ' quanti sono i punti doppi della sezione V' di V^3_4 con Σ', poichè ogni punto doppio di V' non può essere punto di contatto di Σ' con V^3_4, giacchè per la relazione polare di cui sopra Σ' passerebbe per X; in particolare V' non ha infiniti punti doppi. Se allora il cono in Σ ha 0, 1, 2 generatrici doppie, poichè V' ha 10 punti doppi al più, la V^3_4 ha meno di 15 punti doppi; altrettanto accade se il cono in Σ ha anche 3 o 4 generatrici doppie e V' non contiene piani, in quanto (9) V' ha allora 6 punti doppi al più, e anche se il cono ha 3 o 4 generatrici doppie e V' contiene un sol piano, in quanto la V' fuori del piano possiede allora due punti doppi al più (e quindi sei in tutto) dacchè possedendone tre, necessariamente non allineati, il piano di questi incontra il primo in un punto di una delle tre rette che a due a due li congiungono, e l'S_3 di questa congiungente e del piano stesso mostra che la V' contiene altri piani, contro il supposto. Rimane l'ipotesi che V' possegga più di un piano, e il cono in Σ abbia 3 o 4 generatrici doppie; un piano τ di V' incontra lo spazio $\sigma \equiv \Sigma\Sigma'$ in una retta t che è sulla sezione di σ con V^3_4, onde il piano $\eta \equiv X\,t$ è sul cono in Σ, e non contiene nessuna generatrice doppia di esso (e quindi nessun punto doppio di V^3_4) perchè lo spazio di X e di τ sega la V^3_4 nel piano τ contato due volte e nel piano η. La t è dunque una delle tre rette t, t_1, t_2 che stanno nell'unico piano tritangente della sezione di V^3_4 con σ; per una di esse non posson passare due piani di V' perchè l'S_4 di essi e di μ mostra che la V^3_4 avrebbe due punti doppi su di essa e quindi su μ. Sono dunque in V' al più tre piani τ, τ_1, τ_2 passanti ordinatamente per t, t_1, t_2; anzi se ve ne sono due τ, τ_1 per t, t_1, ve n'è un terzo, per t_2, collocato coi primi in un S_3; difatti l'S_4 tangente a V^3_4 nel punto $t\,t_1$ non è Σ', — come avverrebbe se τ, τ_1 non avessero in comune che il punto $t\,t_1$ — perchè gli S_4 tangenti a V^3_4 in punti di Σ' passan per X: dunque τ, τ_1 sono in un S_3 che sega V^3_4 in un terzo piano τ_2 di V'; e l'S_3 contiene allora 6 punti doppi di V' e di V^3_4.

(9) SEGRE, l. c., n. 12 e 16, pag. 12 e 17.

Fuori di tale S_3 la V' non può avere più di un punto doppio; in quanto esistendone due, la loro congiungente incontra l'S_3 in un punto di uno (o comune a qualcuno) dei 3 piani τ, τ_1, τ_2, e lo spazio di questo e della congiungente mostra che V' conterrebbe altri piani. Si avrà dunque il massimo numero — *quindici* — di punti doppi supponendo che il cono in Σ abbia quattro generatrici doppie, e che la V' possegga (tre piani e) sette punti doppi. Da quanto si è detto risulta pure che se in Σ' sono 10 punti doppi per V' e V^3_4, il cono in Σ ha due generatrici doppie al più, e la V^3_4 al più 14 punti doppi. Ciò toglie la restrizione del n. 1, nota (1).

10. — Ritornando ora alla **V** rintracciata nei n. 6 e segg., quando si parta, anzichè da π_0, da uno qualunque dei 15 piani della sezione F di **V** con Π, poichè è unica la maniera con cui nelle ipotesi fatte si può pervenire a una **V** con 15 punti doppi, varrà per ognuno di essi quanto si è stabilito per π_0: quindi la intersezione di ognuno di essi con Δ sarà su uno dei 15 piani di F', congiungerà due punti diagonali del quadrangolo dei quattro punti D situati nel piano considerato: con ognuno di quei punti diagonali saranno allineate tre coppie di punti D, una coppia di punti D', e l'S_4 tangente a **V** in esso staccherà da **V** un cono cubico con 4 generatrici doppie; col terzo punto diagonale saranno allineate tre coppie di punti D soltanto, etc. Chiameremo, pel momento, « punti E » i punti diagonali del primo tipo (10), « punti R », gli altri. Si hanno intanto 10 punti E i quali appartengono ciascuno a tre piani di F, e sono in Δ: sono quindi nello spazio ε comune a Π e a Δ. I cinque punti D' che sono in Π' — il quale S_4 passa pure per ε (n. 1) — sono a due a due allineati coi 10 punti E, dimodochè questi sono le traccie su ε delle 10 congiungenti coppie di punti D'. Per ognuno di essi passano — come si è visto — tre piani di F, giacenti in un S_3 di Π, e quindi tre piani di F' giacenti in un S_3 di Δ, le prospettive dei primi da Q su Δ (n. 2); pertanto i 10 punti E sono per le due V^3_3, sezioni di **V** con Δ e con Π, altrettanti vertici di triedri formati di piani « fondamentali », che il sig. *Castelnuovo* ha chiamato

(10) La sezione di **V** coll'S_4 tangente in uno di questi punti essendo un cono cubico, essi sono gli analoghi dei « *punti di Eckardt* » per le superficie cubiche dello spazio ordinario.

« *punti* P » [11], e perciò ε è uno dei sei S_3, di Δ e di Π, su cui i 15 « *punti* P » di ognuna di tali V^3_3 si distribuiscono 10 a 10; e i 10 punti E anzidetti saranno, sei a sei, su cinque piani di ε che sono ora le traccie su ε degli spazî determinati dai punti D′ presi quattro a quattro. Per ognuno di essi — — come si desume dalle proprietà della V^3_3 di *Segre-Castelnuovo* — passa, in Π, un S_3 contenente sei punti D, il quale, coll' S_3 dei quattro punti D′ che segna su ε il piano assunto, determina un S_4, diverso da Π, e contenente, come Π, 10 punti doppi di **V**; dunque « *I quindici punti doppi di* **V** *si distribuiscono a* 10 *a* 10 *in sei iperpiani* ». Con ogni punto E sono allineate tre coppie di punti D e una coppia di punti D′, che con le tre prime determina tre piani — che non sono in Π — ognuno dei quali contiene quattro punti doppi di **V**; cioè: *I quindici punti doppi di* **V** *si distribuiscono a quattro a quattro su 45 piani che appartengono a* **V** [12], e che diremo genericamente « *piani* π ». — È ora da osservarsi che poichè partendo dalla ipotesi che una V^3_4 di S_5 possegga 10 punti doppi in un iperpiano, è unico il modo con cui si può ottenere una V^3_4 con 15 punti doppi, le conclusioni tratte su Π varranno per uno qualunque dei sei iperpiani che contengono 10 punti doppi, e la distinzione dei punti doppi in punti D, e punti D′ dipende solamente dall' iperpiano con 10 punti doppi sul quale si vuole iniziare la discussione da noi condotta su Π. Così un punto D dovrà dirsi punto D′ ove si parta da uno dei predetti iperpiani che non lo contenga. Qualunque sia poi l' iperpiano dei sei anzidetti che si scelga, l' S_4 decatangente che gli è collegato (n. 1) è sempre il medesimo, Δ. Difatti Π, come risulta dalla costruzione precedente, sega un altro dei sei iperpiani considerati in un S_3 contenente sei punti doppi, disposti in quaterne su tre piani π; l' S_3 tangente a **V** in tutti i punti di uno di questi stacca da **V** un piano semplice α, dal quale prendendo il contorno apparente della **V** su un piano μ sghembo ad α, si dovranno ricavare su μ due triangoli omologici come

---

[11] CASTELNUOVO, l. c. [4] pg. 656 e seg.; ivi si vedano anche le proprietà della V^3_3 che si utilizzano in seguito.

[12] Lo stesso numero si ricava osservando che, come al piano α da cui si è partiti, così ad ognuno dei 15 piani di F' in Δ si debbono appoggiare lungo rette tre piani π, mentre un piano π determina un solo piano α di F' come sezione di **V** coll' S_2 tangente in tutti i punti di π.

al n. 6, e il loro asse d'omologia dà la traccia su μ dell'unico S_4 decatangente, al quale si perviene partendo dall'uno o dall'altro dei due iperpiani con 10 punti doppi considerati. Cosicchè *oltre ai 45 piani π si trovano su* **V** *quindici piani* — che diremo genericamente « *piani* α » — *posti in* Δ ».

11. — Un punto D' non è in Π e non è in quello dei cinque rimanenti iperpiani con 10 punti doppi, al quale si perviene nel modo esposto nel numero precedente usando l'S_3 che contiene gli altri quattro punti D'; appartiene ai rimanenti quattro iperpiani con 10 punti doppi. Altrettanto può dunque dirsi per ognuno dei 15 punti doppi di **V**. Si può allora introdurre una notazione espressiva pei punti doppi di **V** convenendo di indicare con Π_i ($i = 0, 1, \ldots. 5$) i sei iperpiani che contengono a 10 a 10 i punti doppi, e con D_{ik} il punto doppio che non è nei due iperpiani Π_i Π_k, in quanto, tenendo conto del numero dei punti doppi e di quanto più sopra si è detto, risulta che è unico il punto doppio che non appartiene a due iperpiani Π_i prefissati. Detto ε_i l'S_3 comune a Δ e a Π_i, i sei spazî ε_i costituiscono per la sezione di **V** con Δ quel « *sei-spazio* » del *Castelnuovo* sulle faccie del quale si distribuiscono a 10 a 10 i 15 « punti P » della V^3_3 stessa. Fra essi sono i 10 punti E del n. 10, e *con ognuno di essi sono quindi allineate quattro coppie di punti* D_{ik} e poichè essi sono i vertici del « *sei-spazio* » *per ognuno di essi passano quattro iperpiani* Π_i *e non passano i due rimanenti.*

12. — Indichiamo con E_{ik} il punto degli ora detti, che non è nei due iperpiani Π_i Π_k. *Col punto* E_{ik} *sono allineate le quattro coppie di punti doppi* D_{ri} D_{rk}, dove r ha i quattro valori fra 0 e 5 che sono diversi da i, k. L' S_4 tangente a **V** in E_{ik}, che indichiamo con $\mathbf{E}_{ik}$, sega **V** in un cono cubico le cui quattro generatrici doppie sono a tre a tre nei quattro iperpiani Π_r ($r \neq i, k$) che contengono E_{ik}, cosicchè i simboli dei due punti doppi di **V** che sono su una di esse devon contenere uno solo dei quattro numeri r, e saranno quindi D_{ri} D_{rk}. Considerando allora l'S_3 comune a due iperpiani Π_i, per esempio a Π_4, Π_5 questo contiene i sei punti

$$D_{01}\ D_{02}\ D_{03}\ D_{12}\ D_{13}\ D_{23}$$

disposti in tre quaterne complane; tenendo conto di quanto ora si è detto, si avrà facilmente che i tre piani si segano a due a due nelle tre rette

$$D_{01}\ D_{23}\ ;\ D_{02}\ D_{13}\ ;\ D_{03}\ D_{12}$$

e le tre coppie di punti ora indicate sono dunque allineate col vertice del triedro determinato dai tre piani, vertice che si denoterà con R_{45}. *Si ottengono così* 15 *punti* R_{ik}, *ognuno dei quali è vertice del triedro dei tre piani* π *che stanno nell'* S_3 *comune agli iperpiani* $\Pi_i\ \Pi_k$. *Col punto* R_{ik} *sono allineate le tre coppie di punti doppi le cui coppie di simboli contengono nei tre modi possibili i quattro interi fra* 0 *e* 5 *che sono diversi da* i, k. *L' iperpiano tangente a* **V** *in uno dei* 15 *punti* R_{ik} *sega* **V** *in una* V^3_3 *con tre rette doppie, e un punto doppio unispaziale nel loro incontro* R_{ik}, *la quale contiene, insieme ai tre piani* π *determinati da esse due a due, i tre piani* α *di* Δ *che compiono la sezione di* **V** *con ciascun* S_3 *tangente a* **V** *in tutti i punti di ognuno dei primi.* I tre piani α sono alla lor volta in un S_3 di Δ. La V^3_3 appartiene al tipo già notato al n. 5.

13. Dei punti diagonali del quadrangolo dei quattro punti doppi che sono in un piano π due sono punti E_{ik}, il terzo è un punto R_{ik}. Così col punto R_{45} sono allineate le coppie sovraindicate, due delle quali sono ad esempio

$$D_{02}\ D_{13}\ ;\ D_{03}\ D_{12}$$

che determinano un piano π, e i punti diagonali del loro quadrangolo sono, oltre ad R_{45}, i due punti E_{01}, E_{23} nei quali concorrono le coppie di lati $D_{03}\ D_{12}$, $D_{03}\ D_{13}$; $D_{02}\ D_{03}$, $D_{12}\ D_{13}$. In generale converremo di indicare col simbolo

$$(i\ h,\ k\ l)$$

il piano π che contiene i quattro punti doppi $D_{ik}\ D_{il}\ D_{hk}\ D_{hl}$, il cui quadrangolo à per punti diagonali E_{ih}, E_{kl}, R_{mn} dove $i\,h$, $k\,l$, $m\,n$ è una qualunque partizione in tre coppie dei numeri da 0 a 5. Si ottengono così i 45 piani di **V** contenenti quaterne di punti doppi.

SUL PROBLEMA
DEL DETERMINISMO PSICHICO

Nota del S. C. prof. Guido Villa

(Adunanza del 14 maggio 1914)

In tre principali categorie si posson distinguere le soluzioni del dibattuto problema della causalità del volere.

Secondo una di esse, alla quale si attennero i varî indirizzi spiritualistici, noi attingiamo direttamente in noi stessi la coscienza della nostra libertà, sia per mezzo di un sentimento immediato, sia, come cercò di mostrare il Kant, per mezzo di un comando morale impostoci da un principio superiore razionale.

Secondo un'altra soluzione, invece, la causalità del volere rientrerebbe nella serie dei fatti naturali come un modo più complesso e più fine di una medesima fondamentale causalità meccanica. È la soluzione alla quale fecero sempre omaggio più o meno esplicito non solo le filosofie apertamente materialistiche, ma anche quelle numerose e svariate forme del positivismo e del naturalismo che non riconobbero mai nei processi della psiche alcunchè di essenzialmente diverso dalle energie naturali, limitandosi tutt'al più, come riserbo massimo, ad attendere dalla scienza futura la precisa dimostrazione di una identità per ora soltanto intuita.

Accanto a queste due che son le soluzioni più generalmente note e direi le più popolari, ve n'ha una terza la quale se non ha antecedenti nella filosofia classica, acquistò tuttavia singolare importanza ai nostri giorni. Essa ripete le sue origini dalla filosofia dello Spinoza e da quella del Leibniz ed ha oggidì il suo più autorevole interprete ed il suo più ampio e preciso espositore in Guglielmo Wundt. È soluzione direttamente emanante dalle analisi alle quali la moderna psicologia ha sot-

toposto il processo mentale che essa vorrebbe descrivere e spiegare secondo forme specificamente proprie, ma atte nondimeno a conferirgli una determinatezza e una precisione tali da potere se non competere almeno accostarsi a quel rigore scientifico che si presume applicabile ai fenomeni della natura fisica.

Il Wundt parte nella sua discussione del problema del libero volere dal presupposto del principio della causalità che si manifesta nella duplice forma fisica e psichica. Rimproverando al Kant di avere usato il concetto di causalità coll'identico significato, sia in senso generico sia in quello di causalità meccanica, egli fissa la differenza fondamentale tra il nesso di causa dei fenomeni naturali e quello dei processi mentali in ciò che il primo è governato dal principio di equivalenza di causa ed effetto, il secondo invece dal principio dell'accrescimento dei valori psichici. E tale accrescimento si dimostra sia nella forma estensiva, in quanto la molteplice varietà delle evoluzioni psichiche sempre più si allarga e ramifica; sia in quella estensiva in quanto aumentan di grado i valori insorgenti in tali evoluzioni. Onde di fronte alla costanza dominante nel mondo fisico abbiamo la varietà propria del mondo psichico.

La giustificazione logica della fondamentale differenza è dal Wundt riposta nel fatto che le due forme di causalità, psichica e naturale, hanno bensì il comune carattere della *attualità*, nel senso che in entrambe causa ed effetto valgon solo pel rapporto in cui essi son reciprocamente collocati; ma essenzialmente si distinguono in quanto si presuppone come condizione costante di ogni causalità fisica il substrato permanente degli oggetti naturali, e cioè la materia; mentre invece nella causalità psichica tale condizione assolutamente manca, in quanto essa non si riferisce mai ad oggetti, ma sempre e unicamente a processi. Cosicchè, sebbene nelle scienze della natura il concetto della causalità sostanziale abbia perduto il suo antico primato, esso è tuttavia rimasto come principio ausiliare; mentre nella psicologia esso si dimostrò del tutto insostenibile pel fatto che in questa non si può usare altro principio esplicativo all'infuori della pura causalità del divenire stesso (1). E se per l'impossibilità della reciproca sostituzione di causa ed effetto, la causalità naturale non può ridursi al principio d'identità, a maggior ragione, data la pura

(1) *System der Philosophie*, 3 Aufl. (1907) I, p. 299 e segg.

o semplice attualità del processo psichico, tale riduzione è impossibile nell'ordine dei fenomeni mentali.

Eliminato adunque in questo ordine di fatti il concetto di sostanza, la causalità psichica si riduce ad un progressivo sviluppo di effetti non necessariamente contenuti nelle cause, ma solo determinati dalla finalità la quale è in ultima analisi la legge più generale della vita dello spirito. Sia che noi colleghiamo tra loro pensieri o sentimenti oppure atti esterni della volontà, noi troviamo sempre che tale connessione è diretta da un fine più o meno prossimo che ne dà pure la sola spiegazione possibile. Senonchè il fine ideato o subbiettivo che promuove e determina quel complesso continuato e connesso di pensieri, di sentimenti e di atti esterni che costituisce la serie causale psichica, non corrisponde poi al fine obbiettivo, realmente raggiunto nello sviluppo di tale serie, perchè nel progressivo formarsi degli effetti e delle cause sorgon di continuo motivi nuovi e impreveduti che svolgono a lor volta nuove connessioni causali sempre più allontanantesi dal punto primitivo di partenza. Tale mancanza di corrispondenza tra il fine ideato e quello raggiunto conferisce quindi allo sviluppo dei fatti mentali una libertà, una imprevedutezza che costituiscono a confronto della causalità fisica la loro più spiccata caratteristica formale. Cosicchè, se pure i processi psichici son soggetti al determinismo, questo non deve più intendersi nel senso che noi siamo in grado di predeterminare l'atto di volere dalle sue condizioni, ma solo nel senso che, secondo il Wundt, è il carattere generale della causalità psichica, e cioè che noi possiamo spiegare secondo le loro cause gli avvenimenti che si producono (1). La spiegazione causale non è in breve progressiva, ma solo regressiva.

Questa geniale spiegazione che sgorga direttamente dai concetti elaborati ai nostri tempi dalla psicologia è certo assai diversa dalle idee dello Spinoza e del Kant intorno alla causalità in genere e a quella psichica in ispecie. È anche notevolmente differente dalla teoria dell'*automaton spirituale* del Leibniz, pensato troppo a somiglianza del meccanismo materiale ad esso corrispondente e parallelo, sebbene, come già dissi, è in tale dottrina che dobbiamo ricercare le prime origini di un concetto della causalità psichica che possa in qualche modo gareggiare di esattezza scientifica con quella fisica. È noto che

(1) *Ethik*, 3 ediz. (1903) II, p. 82.

contro la teoria del Leibniz, come pure contro il determinismo universale dello Spinoza, il Kant credette di trovare un sicuro rifugio nella idea assolutamente antipsicologica di un doppio aspetto della volontà la quale da un lato sarebbe congiunta agli elementi inferiori e sensibili della coscienza e cioè ai sentimenti, alle sensazioni, agli istinti, e come tale sarebbe sottoposta alle leggi della necessità meccanica; e dall'altro sarebbe intieramente libera di obbedire alla legge razionale della moralità. Sotto il primo di questi aspetti il soggetto sarebbe fenomeno, vale a dire sottomesso alle condizioni del tempo; sotto l'aitro invece essa sarebbe noumeno, indipendente cioè da tali condizioni e suscettibile di una libera e assoluta autodeterminazione. Come essere fenomenico egli obbedirebbe alle leggi della necessità causale il cui fondamentale carattere è pel Kant la successione nel tempo, e come tale è identica tanto nella serie materiale quanto nella serie psicologica, essendo nell'un caso e nell'altro l'essere determinato eguale ad una macchina e questa essendo sempre tale sia che abbia la forma di un *automaton materiale* oppure quella di un *automaton spirituale*, sia che venga mossa da agenti materiali oppure da rappresentazioni. Confinando in tal guisa la necessità causale nelle regioni inferiori della volontà, il Kant credette di poter salvarsi dal determinismo, e ritenne inoltre di poter instaurare l'impero della legge morale ricorrendo alla concezione di una causalità attuata per mezzo della libertà (die Kausalität durch Freiheit) concezione che a chi non ha famigliari il linguaggio e le idee del Kant può riuscir tanto singolare da apparire quasi espressione contraddittoria. Ma l'apparente contradizione è dal Kant risolta coll'escludere tale forma particolare di causalità dal mondo sensibile e col riporla nel solo mondo intelligibile; trasposizione possibile pel fatto che la categoria della causalità, appartenente alla classe delle categorie dinamiche (contrapposte a quelle matematiche di quantità e di qualità), rende possibile di porre per il condizionato nel mondo sensibile un incondizionato nel mondo intelligibile. La dialettica della ragion pura speculativa dimostra infatti, secondo il Kant, come non vi sia contradizione nel concepire pel condizionato, nella serie delle cause e degli effetti del mondo sensibile, una causalità pensata come sensibilmente incondizionata, e quindi come libera. Ora dal possibile della ragion pura speculativa il Kant passa al reale nella ragion pura pratica, ritrovando il principio incondizionato e libero in quel principio che da gran tempo è incorporato nella essenza della ragione umana, e cioè nella moralità.

Il passaggio è dunque possibile pel Kant per mezzo della categoria della causalità, la quale però non può raggiungere tale scopo se non per mezzo del concetto della libertà che, data la duplice natura nostra di esseri fenomenici e noumenici, ci permette di non uscire da noi stessi per trovare pel condizionato ed il sensibile l'incondizionato e l'intelligibile.

Mentre adunque pel Wundt la libertà del nesso causale psichico è puramente relativa, pel Kant è invece assoluta. Mentre per il primo la causalità psichica è al pari di quella meccanica connessione necessaria di processi svolgentisi nel tempo, e solo da questa differisce per l'imprevedibilità del suo progressivo sviluppo; pel Kant invece essa è assolutamente libera, essendo in potere della volontà di obbedire o non obbedire all'imperativo etico. É certo che per accettare quest'ultima interpretazione occorre decidersi a francamente conferire alla distinzione kantiana tra l'io fenomenico e l'io noumenico il significato di una vera e propria differenza tra ciò che ha l'impronta del processo psichico e ciò che rientra invece nell'ordine dei fenomeni materiali e meccanici. È questo indubbiamente uno dei non pochi punti oscuri della morale kantiana dinnanzi al quale la psicologia si trova costretta ad accedere alle gravissime obiezioni mosse a questa teoria da un sagace critico il quale giustamente osserva come non sia possibile concepire una mancanza o difetto di libertà prodotti in modo puramente meccanico nel soggetto, la cui essenziale natura è la libertà, se non coll'esercizio della libertà stessa. É infatti singolare il supporre, come fa il Kant, che noi non abbiamo coscienza della libertà, vale a dire di noi stessi in quanto esseri attivi, quando i motivi che ci spingono sono motivi di passione. Per uscire dalla difficoltà non rimane che implicitamente accettare quella libertà d'indifferenza che il Kant, riponendo il carattere della libertà unicamente nella coscienza che noi abbiamo di esser determinati dalla legge morale, risolutamente respinge. Infatti se noi ci rappresentiamo come doventi obbedienza alla legge morale, e tuttavia capaci di esserne distolti dalla passione, noi siamo costretti a pensare ad un vacuo io che stia tra la legge ed i motivi, e si determini arbitrariamente in un senso o nell'altro (1).

É questa tale conclusione da rovinare l'intiero edificio co-

(1) Le obiezioni sono del Caird, *The critical philosophy of Kant*, vol. II, pp. 257, 259 e 273.

struito dal Kant sul presupposto del duplice aspetto dell'io. Ma difficilmente può essere evitata dai caratteri distintivi coi quali il Kant vorrebbe tener separate le due serie opposte e pur riunite nel medesimo soggetto. La moralità stessa, o l'obbedienza alla legge morale, che dovrebbe costituire pel Kant il più chiaro e deciso contrassegno della libertà, non si mostra in ultima analisi pari alla funzione assegnatale, poichè essa tende, in un ideale e perfetto « volere buono » o « santo » ad attenuarsi e infine a scomparire in un ossequio incondizionato e necessario all'imperativo etico. E sebbene possa sembrare affermazione paradossale di fronte allo spirito generale della filosofia kantiana, non è errata illazione il concludere che la libertà vien in essa salvata appunto dalla possibilità di un'obbedienza imperfetta alla legge morale per effetto di quelle tendenze inferiori o passionali del volere che il Kant vorrebbe escludere dal nostro vero io.

Di fronte alle contradizioni psicologiche alle quali fu trascinato il Kant dalla scissione da lui imaginata dell'io il quale, per quanti sforzi dialettici si tentino non potrà mai non presentarsi all'osservatore spassionato come un tutto realmente unito pur nei suoi più vari aspetti, il Wundt cercò di ristabilire la continuità della evoluzione psichica, e risolvere con assai più validi argomenti, quali poteva fornirgli la moderna psicologia, il problema della causalità interna, già posto dallo Spinoza e dal Leibniz e da loro risolto in modo troppo semplice. La causalità psichica è infatti intesa da essi sul tipo di quella meccanica. Era la tendenza del tempo, alla quale obbedì poi anche l'Hartley nel formulare la sua famosa teoria sulla associazione delle idee. Al Wundt spetta indubbiamente il grande merito di avere con maggiore risolutezza e chiarezza di qualsiasi altro contemporaneo cercato di applicare ai problemi speculativi, e specialmente a quello della causalità psichica, tutti i concetti elaborati dalla moderna psicologia. Nella sua doppia qualità di psicologo e di filosofo egli si sforzò di determinare colla maggior possibile precisione i termini del problema che s'era posto, e giunse così a formulare quelle « leggi » o « principî » della evoluzione psichica che costituiscono tuttora il più serio e fondato tentativo di contrapporre alle leggi della natura fisica qualche principio generale che possa con esse competere se non nella precisione almeno nella continuità dello sviluppo.

Ma forse appunto la preoccupazione di gareggiare colle forme più generali delle leggi fisiche ha impedito al Wundt

in questo come in altri punti delle sue dotte trattazioni psicologiche, di raggiungere quella piena e netta visione del vero e profondo carattere della realtà psichica che egli tuttavia aveva con tanta serietà e tenacia d'indagine cercato di scoprire. Si può realmente affermare che lo scienziato ed il naturalista abbiano in lui tarpato le ali allo psicologo. Fu uno degli errori ai quali fu condotta l'investigazione psicologica questo di voler ad ogni costo tenersi aderente ai metodi sperimentali; lo sforzo del raggiungere quell'esattezza di cui avevan dato esempio le scienze fisiche le fece non di rado perder di vista l'intimo e specifico carattere dei fatti mentali. Di qui quella forma schematica, arida, astratta che tali indagini hanno assunto e che tanto e sì stranamente contrasta colla mobile e ricca varietà della reale e concreta vita dello spirito; di qui, naturalmente, il disprezzo non sempre giustificato onde gli amanti della libera ed ampia analisi psicologica che intende spaziare nei vasti cieli della vita e dell'arte, hanno coperto tali indagini, giudicate sterili esercizi di brave e diligenti persone illuse, nella loro pedantesca miopia, di poter fermare la vasta e profonda vita della psiche nelle cosidette « misure » dei loro pochi e incerti apparecchi, trasformando lo studio complesso dell'anima umana in quella che da un contemporaneo fu argutamente denominata una « psychologie d'horlogerie ».

Ma non di questo vogliamo ora occuparci, bensì intendiamo esaminare il valore del principio di causalità nella forma che il Wundt gli conferì applicandolo allo svolgersi dei processi mentali.

Abbiamo già esposta la sua tesi. La causalità psichica ha comune con quella fisica la successione nel tempo. In ambedue, egli dice, causa ed effetto sono « avvenimenti che ricevon il « proprio significato solo dal rapporto in cui son collocati, « mentre in una diversa connessione la causa può esser pen- « sata come effetto, e viceversa » (1). Al che nulla si potrebbe opporre se accanto alla constatazione di questo carattere formale ed esteriore della causalità psichica, si esaminasse l'intimo modo onde questa si forma e svolge. Limitata invece l'indagine a quelle forme puramente esterne, collo studio evidente di trovare quante più affinità o « parallelismi » sia possibile di scoprire tra le due serie fisica e psichica dei fenomeni,

(1) *System der Philosophie* (3 ediz. 1907) vol. I, p. 299.

non possiamo sottrarci all'impressione che la vera natura del processo volitivo non sia sufficientemente penetrata, e che i concetti di motivo e di fine sian mantenuti in un reciproco rapporto convenzionale, derivato per lunga tradizione da un abito mentale che involontariamente induce a considerare tutti i concetti scientifici e speculativi sul tipo di quelli escogitati e foggiati dalle discipline aventi per oggetto la natura fisica.

A questa tendenza non si potè mai del tutto sottrarre lo stesso Wundt la cui speculazione è tuttavia indubitabilmente animata da aspirazioni schiettamente idealistiche. Onde avviene che assai più che indagare il modo particolare onde i motivi agiscono sulla nostra volontà, il Wundt si indugi a studiare il rapporto tra il fine ideato, che vale come il motivo determinante dell'atto, ed il fine obiettivo o raggiunto. E non è difficile vedere come un tal punto di vista gli sia forse involontariamente suggerito dalla corrispondenza che sotto l'aspetto formale si può scoprire tra questo rapporto e quello che nella serie causale fisica intercede tra la causa e l'effetto. Le geniali considerazioni alle quali egli giunge riguardo alla libera evoluzione della causalità psichica non possono non far sentire il bisogno di una analisi che, cercando per quanto è possibile di spiegare il perchè di quella particolare forma di processo causale, ne sarebbe la necessaria integrazione.

Ad imprendere un simile esame occorre anzitutto spogliarsi interamente di una vieta concezione psicologica che permane tuttora ostinatamente come una lontana eco della antica psicologia delle facoltà. Per quanto, infatti, la maggior parte degli psicologi contemporanei insista sull'intimo intreccio in cui si presentano e svolgono i processi mentali, è tuttavia assai dubbio se nelle analisi che di tali processi istituiscono essi si attengano effettivamente a quel principio che dovrebbe esser direttivo e fondamentale, o non piuttosto si lascino inconsapevolmente dominare da idee che nella sostanza lo contraddicono. Così l'atto volitivo è comunemente inteso come determinato dall'azione di un elemento particolare e distinto, di carattere conoscitivo o sentimentale, che sarebbe il cosidetto « motivo » sopra la nostra volontà la quale verrebbe così ad esser mossa da quello, come da una forza ad esso estrinseca. Il processo del volere viene in tal guisa concepito come un giuoco di forze distinte dominato dalla legge fisica della maggiore o minore resistenza. L'atto di volere si svolgerebbe per conseguenza nella direzione della forza o motivo preponderante, secondo la misura e la forma in cui questo sarebbe capace di

smuovere la coscienza, la quale potrebbe anche tra due motivi egualmente forti rimanere inerte, il che è quanto dire indifferente. Da questa concezione che ricorda davvicino quella degli scolastici aggirantesi intorno al famoso principio dell'*arbitrium indifferentiae*, non è ancor riuscita, pur con tutti i progressi da essa compiuti, a intieramente liberarsi la nostra psicologia. Si fonda tale concezione sul tacito presupposto del rapporto di due ben distinti elementi: uno passivo, che sarebbe la nostra volontà ed in genere tutta quanta la coscienza, e l'altro attivo, rappresentato dal motivo operante in quella. E siccome la coscienza equivale in sostanza a tutto il nostro io, la nostra personalità sarebbe implicitamente imaginata come del tutto estranea ai motivi che la determinano, e tutto il problema della libertà del volere si ridurrebbe alla possibilitá o all'impossibilità del nostro io di sottrarsi al loro influsso.

Così posta, la questione si risolve in una semplice ripetizione o trasposizione nel dominio psichico del problema meccanico del giuoco delle forze, trasposizione alla quale non manca che di applicare il calcolo matematico perchè la somiglianza formale sia completa. Ma a questo risultato non si giunge se non rinunciando ad ogni indagine che giustifichi una siffatta assimilazione tra due processi si profondamente diversi, e che cerchi di determinare l'intimo e caratteristico modo onde può sorgere e svolgersi il fenomeno del volere. Ora è certo che una indagine la quale voglia tenersi intieramente libera da ogni preconcetto o preoccupazione ad essa estranei, deve necessariamente muovere dalla considerazione della coscienza come di un fatto assolutamente originale, operante secondo principî suoi propri, escludenti in modo assoluto l'intervento e l'ausilio di analogie che non le possono in alcun modo giovare.

E come primo risultato di una tale considerazione schiettamente psicologica noi troviamo, contro l'affermazione tradizionale che vorrebbe scorgere nella vita psichica una forma di rapporti simile al giuoco delle forze fisiche, che il motivo non può agire *sulla* coscienza come su di un oggetto passivo, in quanto essa, anche nelle sue forme più elementari, è sempre più o meno attiva. Considerata infatti, per astrazione, nella semplice forma sensitiva, la coscienza rivela una certa attività subiettiva che toglie ogni possibilità di ridurla ad una pura e semplice funzione degli stimoli esteriori. Il cosiddetto grado d'intensità della sensazione (che in ultima analisi si rivela

come un fatto puramente qualitativo) dipende infatti non solo dalla forza dello stimolo esteriore, ma anche e in gran parte da un rapporto assai più complesso e cioè da un rapporto colle sensazioni precedenti e colla qualità e il grado dell'interesse che noi portiamo verso gli stimoli che ci colpiscono; in breve con tutto quanto il nostro stato psichico generale.

Nè vale l'argomento che si suol portare innanzi per salvare la natura obbiettiva della funzione psichica, che tali rapporti siano già considerati e ridotti a formula matematica dalla legge che esprime il rapporto psicofisico; chè anche i più acuti difensori di tale legge non sono peranco riusciti a vincere la fondamentale obiezione della impossibilità di separare i due aspetti della « qualità » e della « intensità » della sensazione, dei quali aspetti il secondo dovrebbe, con altra difficoltà ben lungi dall'esser superata, tradursi in elemento quantitativo. Anzichè indebolirsi, le obiezioni mosse alle cosiddette « leggi » psicofisiche, si sono al contrario fatte sempre più chiare e convincenti: inavvertite o quasi nei primordi delle polemiche sorte intorno all'interessante argomento, son divenute per effetto delle conferme fornite dalle risultanze stesse delle indagini sperimentali, così incalzanti, che la speranza di ridurre la serie dei processi psichici a proporzione numerica sembra esser ormai dileguata e le ricerche psicofisiche vanno rapidamente perdendo ogni pretesa di esattezza matematica, accentuando invece ogni giorno più il loro carattere schiettamente qualitativo e introspettivo, che è quanto dire, in una sola parola, « psicologico ».

Che se tale è lo stato attuale della psicofisica, non è d'altra parte men vero che quand'anche la speranza della riduzione delle due serie mentale e materiale ad un esatto rapporto fosse attuabile, non muterebbe per questo il carattere subiettivo delle sensazioni, ed il rapporto stesso intercederebbe tra due serie di natura eterogenea, obiettiva l'una, subiettiva l'altra. Ed anche su questo punto la battaglia può dirsi vinta; tutti i tentativi della psicofisica tedesca di trasformare in obiettivo un fatto essenzialmente e irreducibilmente subiettivo non hanno resistito alla critica, non lasciando dietro di sè che l'ammirazione dovuta alla tenace fedeltà verso un principio prediletto e ad una dialettica se non solida certo assai acuta e sottile.

Il carattere subiettivo è dunque manifesto già nella serie delle sensazioni; e si deve ad un principio verso il quale culminano gli elementi della relazione reciproca e dell'interesse, più sopra accennati. Questo principio o meglio fatto fondamen-

tale e specificamente caratteristico della vita psicofisica è quello dell'*attenzione* il quale fa sì che in ogni momento del processo mentale noi rileviamo dal contenuto della coscienza questo o quell'elemento al quale attribuiamo inconsapevolmente un'importanza e un valore maggiore in confronto di altri. È questa la prima radice di quella funzione giudicatrice che consiste appunto nello stabilire delle gradazioni di valori o conoscitivi, o estetici, o morali o d'altro genere nel complesso dei fatti che alla coscienza si presentano. Ora se il carattere della subbiettività è già manifesto nelle forme elementari sensitive, è ovvio che esso sia anche più evidente nei processi sentimentali, non solo, ma pure nei fatti conoscitivi più complessi, come quelli associativi e meglio ancora in quelli più propriamente intellettuali; e che la particolare natura dei processi mentali risulti tanto più spiccata e caratteristica quanto più essi investono ed esprimono la nostra personalità. Via via che la vita psichica sale alle forme più complesse la subiettività rivela sempre più chiaro e preciso il carattere della finalità che è il tratto più profondamente distintivo della natura cosciente. Tutte le manifestazioni della coscienza sono infatti guidate da un'interna e originale attività che non solo conferisce loro un carattere assolutamente distinto dai fenomeni della natura esteriore; ma che toglie ogni possibilità di pensare il rapporto tra i termini dell'atto volitivo come analoghi ad un'azione esercitantesi sopra un oggetto da essa diverso e puramente passivo. Una differenza di tal genere non è nella vita psichica pensabile, in quanto in essa tutto è, in forma più o meno rilevata e spiccata, attività e finalità.

I caratteri generali della coscienza coincidono adunque in tutto con quelli ordinariamente attribuiti al volere; e tutta la coscienza è volontà. È volontà perchè ogni manifestazione psichica segna un momento del fatto fondamentale della „ attenzione „, dalla semplice preferenza accordata ad una sensazione in confronto ad un'altra contigua, alla comprensione di un vasto disegno mentale in cui l'attenzione si volge a un fine più remoto.

Onde la vecchia concezione di una volontà determinata da motivi ad essa estranei, conoscitivi o affettivi, cade necessariamente di fronte a questo nuovo modo di considerare il giuoco degli elementi psichici, quale ci vien dato dalla osservazione psicologica. Non è quindi esatto l'affermare che l'intelligenza o il sentimento determinino il volere, poichè essi medesimi sono già volontà, e quest'ultima non si può pensare come uno stato d'indifferenza che possa muoversi in questa o

in quella direzione, secondo la spinta più forte che le venga dal di fuori. Tutta la psicologia dei processi associativi e logici ci dà la dimostrazione evidente del loro carattere eminentemente volitivo. Le distinzioni, infatti, che da alcuni psicologi si son volute fare tra associazioni semplici e associazioni appercettive (che è quanto dire volitive) non possono intendersi se non in senso puramente relativo, in quanto il carattere volontario appare più evidente e spiccato in queste in confronto di quelle. Ma il principio informatore è in entrambe identico, in quanto a base di entrambe sta il fatto essenzialmente volitivo dell'attenzione. Le nostre rappresentazioni, infatti, non si richiamano e associano mai in modo puramente passivo, obbedendo cioè semplicemente ad una determinazione esterna o interna; ma è sempre in esse presente un'attività selettiva e teleologica che le atteggia e configura secondo un impulso proprio originale, impulso derivato dall'insieme delle nostre tendenze psicologiche, dalla nostra esperienza interiore, attuale o remota, da tutta in breve la nostra vita psichica antecedente, considerata nelle sue originarie attitudini. L'attenzione, che costituisce il nucleo primordiale e centrale di tutta la nostra attività interiore, non manca mai in nessuno dei momenti nei quali questa si svolge; ed è appunto il fatto nel quale appare nella sua forma più semplice ed insieme più evidente la fondamentale identità psicologica tra l'attività conoscitiva e quella volitiva.

Non meno che nelle varie forme percettive, associative e logiche della conoscenza, il carattere unitario e teleologico è evidente nella vita affettiva. Il sentimento infatti non solo accompagna ogni stato conoscitivo ed ogni manifestazione psichica esteriore e ci dà la consapevolezza diretta della nostra personalità, ma accogliendo e accentrando tutte quante le energie interiori in una reazione intima e spontanea costituisce l'espressione più viva e immediata della unità e finalità del nostro io. Come tale esso è lo stimolo più naturale e diretto all'azione ed il sostrato più saldo della nostra personalità.

Sotto qualsiasi aspetto, adunque, si consideri la vita della coscienza, sia come conoscenza, sia come affettività, essa appare sempre come un tutto realmente indistinto nelle sue parti e diretto ad un fine. La volontà è quindi, assai più che un particolare aspetto della vita cosciente, la forma tipica di tutta quanta la psiche; la coscienza è anzitutto volontà e finalità. Il corso delle nostre rappresentazioni, come quello delle nostre disposizioni affettive ed emotive, prendon sempre, con maggiore o minore consapevolezza, le forme ed il carattere di una

tendenza, di uno sforzo verso un fine; tendenza e sforzo che determinano a lor volta l'atteggiarsi degli elementi singoli onde si compone la trama reale della vita psichica. Non già le parti costruiscono il tutto aggiungendo elemento ad elemento, ma il tutto, o meglio la tendenza all'unità e al fine conferiscono una speciale e mutevole configurazione alle singole parti. Così il contesto del discorso spiega assai più il particolare significato e colorito che le parole in esso acquistano, di quanto possan fare le singole parole astrattamente considerate fuori dei rapporti reali e variabili del discorso stesso.

Tale rapporto della parte col tutto è poi evidentissimo nella vita affettiva in cui i singoli elementi non possiedono nemmeno quella relativa generica indipendenza che possano avere i processi conoscitivi, i quali se non veramente fissati sono almeno circoscritti o indicati dal concetto e dalla parola. Nel sentimento, invece, anche questa larva di autonomia scompare: le parti non hanno, fuori del tutto, non solo valore, ma neppure esistenza propria. Dato il loro carattere eminentemente subiéttivo, i sentimenti di piacere e di dolore hanno il solo significato che vien loro direttamente dall'impressione attuale, e questa è sempre data dalla corrente generale affettiva che occupa e muove la coscienza. Staccati da questa, essi non possono per sè soli valere che come astrazioni psicologiche, vuote d'ogni significato concreto e vivente, che possono tutt'al più acquistare una vaga parvenza di vita dalla indicazione di uno stato d'animo corrispondente ad un certo fatto conoscitivo.

Se dunque la vita psichica è sopratutto volontà, quegli atti ai quali comunemente diamo il nome di « volitivi » per distinguerli dagli altri che chiamiamo « conoscitivi » ed « emotivi », debbon pensarsi in modo alquanto diverso da quello che ci venne insegnato dalla psicologia tradizionale. Il quadro che questa tracciava, secondo il quale il « motivo » agirebbe sul « volere », non può più esser mantenuto, in quanto il « motivo » stesso, intellettuale o affettivo che sia (oppure, come effettivamente sempre avviene, l'uno e l'altro insieme) è invece esso medesimo espressione volitiva. Il motivo nasce dalla volontà, il che è quanto dire dalla nostra coscienza e dalla nostra personalità. Non esso determina il volere, ma questo determina al contrario il motivo, e tanto meglio e più chiaramente lo determina quanto più profonda è la consapevolezza che abbiamo del suo valore e del suo fine.

Il grado di libertà dell'atto si misura dalla profondità

della sua elaborazione entro la coscienza. « C'est de l'âme « entière » osserva con la usata sua efficacia e vivezza di stile il Bergson, « que la decision libre émane; et l'acte sera d'au- « tant plus libre que la série dynamique à laquelle il se rat- « tache tendra davantage a s'identifier avec le moi fonda- « mental (1) ». Non è libero, invece, l'atto derivato da un impulso estraneo alla vera nostra natura, non strettamente congiunto alla serie dei nostri atti precedenti e alle nostre attitudini originali, ma staccato, isolato nella trama della corrente psichica. Nella sua apparenza esteriore un atto di tal genere si accosterebbe al modello ideale che dell'atto libero si faceva la vecchia dottrina spiritualistica dell'indeterminismo, di un atto cioè assolutamente autoctono, sciolto da ogni legame causale, sorgente da sè nel campo della coscienza, e risultante dalla pura azione di un'idea pura d'ogni mescolanza di impulsi o tendenze sensibili, sopra una volontà accessibile alla sola determinazione dell'intelletto. Tale è ad un di presso l'atto morale quale ce lo rappresenta il Kant. a cui la moderna critica psicologica potrebbe con fondamento muovere l'obiezione che la sua « legge morale », emanazione di una « ragione » che non è possibile staccare dalla compagine dei processi mentali, per collocarla in un mondo mentale soprassensibile, invece che imporsi dal di fuori alla volontà, emana invece dalla volontà stessa, anzi, dato l'altissimo grado di consapevolezza che presuppone, costituisce la più lucida ed energica espressione della personalità umana, profondamente penetrata del suo più nobile fine.

Nulla adunque vi è di meno libero dell'atto staccato oppure debolmente connesso coi suoi antecedenti psichici. Libero invece è l'atto profondamente maturato nell'intimo del nostro essere.

Non può in altro modo spiegarsi il prevalere di una risoluzione sopra un'altra nel dibattito interiore in cui l'anima sembra trascinata in questa o in quella direzione e incerta tra opposti desideri. La vittoria di un motivo sopra altri motivi contrastanti non dipende già da un conflitto esteriore, da una specie di battaglia della quale il premio sarebbe la conquista della coscienza e della volontà; bensì dall'intima forza che ad un'idea e ad sentimento deriva dal loro ricollegarsi a tendenze profonde dell'animo delle quali sono l'espressione cosciente, in

(1) *Essai sur les données immédiates de la conscience*, p. 128. Lo studio del Bergson su questo argomento è indubbiamente uno dei saggi psicologici più profondi e acuti che conti la filosofia contemporanea.

confronto ad altri moventi che ne sfioran solo la superficie. Meglio che di contrasto di motivi dovremmo più propriamente parlare adunque di contrasto di tendenze. Vi è in tali casi la rivelazione di un'intima preferenza del nostro spirito a noi stessi prima inavvertita. Talora, anzi, la rivelazione può essere improvvisa e violenta, come in quei momenti drammatici della esistenza, in quelle rivoluzioni interiori, in quelle rapide « crisi dell'anima » in cui l'uomo tocca di colpo il fondo di sè stesso e ne esce trasformato e rinnovato. L'uomo in cui si svolge il dramma interiore si ripiega su sè stesso e per la prima volta veramente si conosce. Il cozzo violento delle sue intime tendenze lo mise al contatto colle sue prime fonti spirituali, colle energie veramente sue proprie; gli diede la coscienza immediata e sicura del suo proprio essere. Allora egli si sente veramente libero.

Ma la libertà fu da lui acquistata agitando tutte quante le sue intime energie. La teoria che prima e dopo il Kant fu sempre cara alla filosofia spiritualistica, affermante non potervi essere atto veramente libero se non quello determinato dall'intelletto, il quale solo potrebbe redimere la volontà sia dalla schiavitù esteriore della natura ambiente, sia da quella interiore delle passioni, non è più sostenibile. Un simile contrasto è fondato su quel dualismo tra la cosiddetta « facoltà » intellattuale e quella affettiva che non ha più ragione di ammettersi quando si pensi all'intima strettissima connessione intercedente tra esse e quindi al fatto che ogni idea richiede per smuoversi e svolgersi, per acquistare una vera e propria virtù dinamica, l'aiuto di una intima e animatrice forza di sentimento che la trasformi in forza viva ed efficiente. La connessione psicologica è ininterrotta; ogni stato intellettivo si fonde con uno sentimentale; e al pari della idea e della ragione il sentimento si svolge dalle forme più semplici, legate alle elementari condizioni della vita, sino alle più vaste e alte e spirituali. Onde non già di un contrasto tra idee e sentimenti dobbiamo parlare, bensì tra sentimenti, emozioni, passioni più nobili e sentimenti, emozioni e passioni meno nobili; tra energie affettive che si apron la via verso i cieli più alti e inesplorati della idealità umana ed altre che avendo radici più profonde e tenaci nella realtà inferiore, mal riescono a sciogliersi dal fondo inerte delle abitudini, dell'istinto, da tutto quel complesso di fatti che il Kant relegava nel mondo dei fenomeni subbiettivi, contingenti e patologici, ma che pur tuttavia non cessano d'esser della medesima natura psicologica di quelli che esprimono le più alte idealità dello spirito.

Solo in tal senso è legittimo parlare di contrasti e lotte interiori, solo in tal senso si può intendere quello che dalla filosofia classica fu chiamato il dominio della ragione sulla passione. Dominare la passione non può nella realtà psicologica altro significare che il prevalere di una più alta e nobile energia emotiva sopra un'altra inferiore ed elementare, in quanto il dinamismo delle idee non può effettuarsi se non per mezzo dei sentimenti concomitanti.

Già lo Spinoza aveva con chiara penetrazione psicologica ridotto il contrasto tra l'idea e la passione ad un puro antagonismo di forze affettive. Senonchè non ci è possibile di seguire il grande filosofo allorchè egli afferma (seguito poi dal Leibniz) che la passione cessi di esser tale, e quindi sia da noi dominata e trasformata in emozione nostra, emanante dalla vera nostra natura, quando noi ne abbiamo una cognizione chiara. Trascinato nelle spire del suo sistema, l'osservatore profondo dell'animo umano cede qui il posto al filosofo intellettualista, al quale sfuggiva quell' intima e profonda connessione di elementi che costituisce la trama della vita cosciente (1).

Sentimento e passione non sono dunque, come riteneva la filosofia intellettualistica, fuori del quadro della volontà, e quindi della personalità, quasi elemento impuro ed inferiore; ma ne sono, al contrario, le più vive ed efficaci energie.

La teoria che fa del volere una speciale facoltà non riesce a spiegare come dall'idea sia possibile passare all'atto; la teoria che riduce la volontà all'intelligenza è costretta a cacciare il sentimento dal quadro della vita psichica. È invece dalla fusione dei due elementi affettivo e intellettuale che è costituita la coscienza e la personalità il che è quanto dire la volontà umana, la quale trova quindi il principio creativo in sè stesso.

Non dunque di « indeterminismo » dobbiamo parlare, ma di « autodeterminismo » o meglio ancora di « autocreazione ». Senonchè non è difficile vedere come una concezione simile possa indurre in un duplice equivoco che occorre subito dissipare. L'idea di creazione originale o autoctona potrebbe infatti intendersi nel senso di un proprio e assoluto indeterminismo, vale a dire di una mancanza completa di connessione interiore. Al contrario; la creazione originale dei motivi de-

(1) *Ethica*, parte IV, prop. XIV, demonst. « Vera boni et mali cognitio, quatenus vera, nullum affectum coercere potest. At quatenus affectus est, si fortior affectu coercendo sit, eatenus tantum affectum coercere poterit ».

terminanti la nostra azione interna o esterna deve invece concepirsi come il risultato di una sempre più salda e coerente unità e compattezza della trama interiore. E d'altra parte l'« autodeterminismo » non può pensarsi come la necessaria e invariabile derivazione degli atti psichici da quel fondo immutabile del nostro essere che si suol chiamare il « carattere », in quanto il carattere non è dato in origine se non come una vaga e indefinita disposizione particolare del nostro io, che si svolge e forma e muta via via sotto il molteplice e reciproco influsso della volontà, del sentimento e delle imprevedibili vicende esteriori della vita. Il carattere non è un principio preesistente alle sue concrete e particolari determinazioni, bensì un divenire continuo di forme e di atti svolgentesi dal volere che ne sarebbe l'attività primordiale e informatrice, nello stesso modo che permane e sempre meglio si chiarisce come il centro unificatore del nostro io. È un fatto la cui caratteristica è il muoversi e trasformarsi continui. Ed è pure un circolo di azione e reazione in cui la volontà agisce sul motivo e questo su quella. È in breve, secondo l'energica espressione del Boutroux, nato dall'azione e da esso dipendente.

Il determinismo psichico (se così ancora si può chiamare) sembra adunque riunire in sè proprietà tali da non poterlo in nessuna guisa adeguare alla necessità meccanica. E ben lo vide il Wundt nella sua geniale concezione dell'accrescimento dei « valori psichici », concezione che però richiede come illustrazione necessaria a spiegarne l'intimo significato, l'esame del carattere essenzialmente volitivo della coscienza. Alla luce di tale illustrazione il fatto psichico appare il prodotto di una attività pura, attingente dalla personalità intiera, non distinta in ipotetiche facoltà eterogenee, la sua propria energia creatrice. Da una simile concezione è ben lontana la dottrina intellettualistica della coscienza, che porta pur sempre, anche nelle sue forme più recenti, l'eco dell'antico concetto della sostanza spirituale, già superato dal Kant e dall'idealismo trascendentale. Onde la concezione volontaristica della vita psichica che rappresenta nella sua piena interezza il principio dell'attività, che l'idealismo fichtiano ed hegeliano pensava nella sola forma razionale e la filosofia dello Schopenhauer in quella del cieco impulso volitivo; appare la sola che possa dar ragione dei particolari e originali atteggiamenti dello spirito; la sola che riesca a conferire un valore e un significato veramente psicologici a quella « causalità attuata per mezzo della libertà » che il Kant non potè spiegare se non uscendo dalla realtà della coscienza umana.

MARZO 1914

TEMPO MEDIO CIVILE DI MILANO

Giorni del mese	Alt. barom. ridotta a 0° C				Temperatura centigrada						Quantità della pioggia neve fusa e nebbia condensata
	9h	15h	21h	Media	9h	15h	21h	Mass.	Min.	Media mass. min 9h 21h	
	mm	mm	mm	mm	°	°	°	°	°	°	mm
1	749.3	747.9	747.5	748.2	+ 9.6	+13.2	+11.0	+13.9	+ 6.7	+10.3	0.3
2	45.8	44.4	43.7	44.6	7.9	8.4	8.0	8.8	6.3	7.7	4.8
3	45.2	45.1	46.6	45.6	4.8	7.0	6.2	7.3	3.6	5.5	14.2
4	46.6	45.6	47.0	46.4	4.4	11.7	7.4	12.9	1.3	6.5	—
5	47.0	45.0	45.0	45.7	6.2	13.4	10.4	14.0	2.2	8.2	—
6	742.2	740.0	740.2	740.8	+ 7.1	+15.2	+11.8	+15.3	+ 4.8	+ 9.8	—
7	40.9	39.9	41 6	40.8	8.8	18.2	14.2	19.3	5.2	11.9	—
8	44.3	43.7	45.7	44.6	9.6	18.3	12.4	19.5	6.3	11.9	—
9	48.2	48.1	47.7	48.0	12.4	15.0	12.0	16.1	9.2	12.4	0.6
10	44.8	42.9	40.6	42.8	11.1	11.8	11.7	13.2	9.8	11.5	8.3
11	741.2	742.0	744.9	742.7	+11.0	+15.1	+10.2	+15.2	+ 8.3	+11.2	—
12	54.4	54.9	55.6	55.0	7.1	11.6	8.4	12.2	3.4	7.8	—
13	55.7	55.2	55.9	55.6	7.1	12.3	9.8	13.0	2.8	8.2	—
14	55.9	53.7	52.6	54.1	8.7	14.8	11.1	15.2	5.2	10.0	—
15	51.6	50.9	52.4	51.6	9.8	13.6	9.8	14.2	8.4	10.6	—
16	749.5	744.7	741.4	745.2	+ 8.9	+11.0	+10.0	+11.1	+ 5.4	+ 8.8	—
17	40.0	40.7	44.0	41.6	11.6	13.3	8.0	14.0	4.9	9.6	—
18	46.0	44.6	43.2	44.6	6.8	12.4	9.0	13.4	2.5	7.9	—
19	38.5	39.1	40.4	39.3	3.9	4.1	3.8	5.9	3.3	4.2	14.4
20	41.9	38.2	34.3	38.1	4.7	5.2	6.2	6.6	0.9	4.6	14.1
21	730.8	732.6	735.4	732.9	+ 5.5	+11.1	+ 7.4	+13.5	+ 1.7	+ 7.0	10.4
22	37.6	37.1	38.5	37.7	5.2	11.1	6.2	12.0	1.5	6.2	6.0
23	41.6	41.9	43.4	42.3	6.5	11.3	8.5	13.0	3.2	7.8	3.0
24	44.4	42.3	40.5	42.4	7.8	9.0	7.5	11.9	3.2	7.6	3.9
25	34.6	33.6	32.9	33.7	7.0	8.5	7.1	9.6	5.0	7.2	10.2
26	730.5	729.9	732.3	730.9	+ 7.2	+15.8	+ 8.4	+16.4	+ 3.8	+ 8.9	0.4
27	34.9	36.6	40.9	37.5	10.2	16.3	10.6	16.3	4.3	10.4	—
28	44.6	45.2	47.2	45.7	11.9	15.4	9.9	15.6	6.4	10.9	—
29	50.5	50.2	51.1	50.6	8.4	15.4	11.2	15.9	3.7	9.8	—
30	55.3	56.0	58.5	56.6	11.0	16.7	11.8	17.9	6.8	11.9	—
31	61.7	60.4	60.3	60.8	+11.2	+18.1	+14.4	+19.8	+ 5.2	+12 7	—
M	745.02	744.27	744.88	744.72	+ 8.17	+12.72	+ 9.50	+13.65	+ 4.69	+ 9.00	90.6

			mm						
Altezza barom.	mass.		761.7	g. 31	Temperatura	mass.	+ 19°.9	g. 31
"	"	min.	729.9	" 26	"	min.	+ 0°.9	" 20
"	"	media	744.72		"	media	+ 9°.00	

Nebbia i giorni 25 e 31
Neve il giorno 19, non misurabile

I numeri segnati con asterisco nella colonna delle precipitazioni indicano neve fusa, e nebbia condensata, o brina, o rugiada disciolte.

MARZO 1914

TEMPO MEDIO CIVILE DI MILANO

Giorni del mese	Tensione del vapor acqueo in millimetri				Umidità relativa in centesime parti				Nubulosità relat. in decimi			Provenienza del vento			Velocità media del vento in chilom. all'ora
	9h	15h	21h	M corr 9.15.21	9h	15h	21h	M. corr 9.15.21.	9h	15h	21h	9h	15h	21h	
	mm	mm	mm	mm											
1	8.0	7.8	7.6	7.7	89	69	77	80.4	10	7	9	SE	SE	SE	4
2	6.6	7.1	6.5	6.6	83	86	80	85.1	10	10	10	E	CALMA	NE	4
3	5.6	6.0	6.0	5.8	87	79	85	85.8	10	10	10	NE	SE	NW	8
4	4.1	4.8	4.9	4.5	65	46	63	60.1	3	2	3	SW	SW	E	4
5	4.6	4.6	5.5	4.8	65	40	58	56.4	3	3	7	CALMA	NW	SW	4
6	6.0	7.8	7.8	7.1	79	60	76	73.8	10	8	4	E	SW	SW	4
7	7.0	8.9	7.4	7.7	82	58	61	69.1	2	2	0	CALMA	SW	SW	5
8	7.0	8.9	8.2	7.9	79	57	77	73.1	2	4	4	E	S	W	5
9	8.1	8.4	9.7	8.6	75	66	93	80.1	3	10	10	W	SW	N	4
10	9.0	9.3	8.9	9.0	91	90	86	91.1	10	10	10	SE	SW	N	9
11	6.9	4.7	2.6	4.6	71	37	28	47.7	9	7	9	W	NW	N	7
12	5.6	5.1	4.9	5.1	74	50	60	63.7	4	4	0	SE	E	SW	5
13	5.4	4.9	5.4	5.1	71	46	59	61.1	3	7	6	CALMA	SW	NE	2
14	6.2	6.7	6.9	6.5	74	54	69	68.1	2	3	8	E	SE	E	4
15	5.9	7.1	6.7	6.5	65	62	74	69.4	10	3	8	CALMA	E	SE	3
16	6.9	6.8	6.9	6.8	81	69	75	77.4	8	10	10	CALMA	N	W	1
17	3.3	1.6	2.5	2.4	33	14	31	28.4	2	2	2	NW	N	N	18
18	3.3	4.3	5.0	4.1	45	40	58	50.1	3	6	10	E	SW	E	6
19	5.1	5.2	5.4	5.1	83	85	90	88.4	10	8	4	SW	CALMA	SE	9
20	5.1	6.1	6.7	5.9	79	92	94	90.7	10	10	10	CALMA	NE	SE	4
21	5.8	6.6	4.9	5.7	86	67	63	74.7	6	8	4	NW	W	W	7
22	4.6	5.6	5.8	5.2	69	56	82	71.7	3	9	10	E	SE	SW	6
23	5.8	5.8	6.3	5.9	81	58	75	74.0	6	3	4	NW	CALMA	W	4
24	6.2	6.4	7.2	6.5	79	74	93	84.7	9	10	10	E	CALMA	N	5
25	7.0	7.5	6.8	7.0	94	90	90	94.0	10	10	6	CALMA	NW	N	3
26	6.7	4.5	5.1	5.4	88	33	62	63.7	4	1	6	SW	W	SW	9
27	5.0	2.2	3.4	3.4	54	16	36	38.0	5	1	3	W	NW	NW	13
28	1.8	1.8	2.2	1.8	17	14	24	21.1	0	0	3	NW	NW	N	16
29	3.1	3.6	4.1	3.5	37	27	41	37.7	1	5	4	CALMA	SW	SE	3
30	4.0	4.8	5.7	4.7	41	34	56	46.4	2	0	5	SE	CALMA	CALMA	4
31	6.0	5.5	7.0	6.0	60	35	57	53.4	2	0	3	CALMA	NW	SW	2
M	5.67	5.82	5.94	5.71	70.2	55.0	66.9	66.43	5.5	5.6	6.2				5.9

Ten. del vap. mass. 9.7 g. 9
» » » min. 1.6 » 17
» » » media 5.71
Umid. mass. 94 % g. 20 e 25
» min. 14 % » 17 e 28
» media 66.43 %

Proporzione dei venti nel mese

N	NE	E	SE	S	SW	W	NW	CALMA
9	4	12	13	1	18	9	12	15

Media nebulosità relativa del mese 5,8

Adunanza del 28 Maggio 1914

PRESIDENZA DEL PROF. SEN. GIOVANNI CELORIA

VICE-PRESIDENTE

Sono presenti i MM. EE.: BERZOLARI, CELORIA, DE MARCHI A., GABBA B., GABBA L. sen., GOLGI, GORINI, GORRA, JORINI, JUNG, KÖRNER, MANGIAGALLI, MARCACCI, MENOZZI, MURANI, PALADINI, RATTI, SALVIONI C., TARAMELLI, ZUCCANTE.

E i SS. CC.: ABRAHAM, ANTONY, BORDONI-UFREDUZI, CARRARA, DE MARCHI M., FANTOLI, GABBA L. jun., JONA, LIVINI, PESTALOZZA U.

Giustificano la loro assenza i MM. EE. DEL GIUDICE, presidente, e VIGNOLI, per motivi di salute; e, per ragioni d'ufficio, ARTINI e FORLANINI.

L'adunanza è aperta alle ore 13.45.

Il M. E. prof. Luigi Gabba, segretario della Classe di scienze matematiche e naturali, legge il verbale della precedente adunanza. Il verbale è approvato. Lo stesso segretario dà comunicazione delle pubblicazioni giunte in omaggio all'Istituto. Esse sono, per la Classe di lettere e scienze morali e storiche:

Catalogo ufficiale della sezione italiana dell'Esposizione internazionale del libro e d'arte grafica in Lipsia. Milano, 1914.

E, per la Classe di scienze matematiche e naturali:

AGAMENNONE G. Come dobbiamo diffenderci dai terremoti? Torino, 1913.

Anniversario (XXX) della fondazione del Circolo matematico di Palermo. Adunanza solenne del 14 aprile 1914. Palermo, 1914.

ARCTOWSKI H. Studies on climate and crops. Corn crops in the U. St.. New York, 1912.

— On some climatic changes recorded in New York City. New York, 1913.

Izvješća o raspravama matematičko-prirodoslovnoga razreda. (Bollettino dei lavori della classe di scienze matematiche e naturali dell' Accademia di scienze ed arti degli slavi del sud) 1914, N. 1. Zagabria, 1914.

Parona C. Giacomo Doria e l' opera sua. Pisa, 1914.

Prirodoslovna istraživanja Hrvatske i Slavonije potaknuta matematičko-prirodoslovnim razredom Jugoslavenske Akademije znanosti i umjetnosti (Ricerche di scienze naturali della Croazia e Slavonia pubblicate dall' Accademia di scienze ed arti degli slavi del sud) 1913, N. 1. Zagabria, 1913.

Usai G. Sopra un tipo speciale di equazioni a derivate parziali. Napoli, 1914.

Si passa alle letture.

Il M. E. prof. Luigi Berzolari comunica la sua nota: *Sulla determinazione di una curva piana e di una superficie algebrica;*

Il M. E. prof. Carlo Salvioni discorre *Delle voci bormine rǫ́jna, brǫ́jna, rǫ́jcia;*

Il prof. Emilio Albertario, trovandosi nell' impossibilità d' intervenire all' adunanza, ha inviato una lettera di scusa e insieme il sunto della sua nota 2ª, già posta all' ordine del giorno: « *Lis contestata* » e « *controversia mota* ». La nota era stata ammessa alla lettura dalla Sezione di scienze politiche e giuridiche; il sunto viene letto dal segretario della Classe di lettere e scienze morali e storiche, M. E. prof. Zuccante.

Segue, nell' ordine del giorno, la nota dei proff. Arciero Bernini e C. Cantoni: *Sulla dilatazione del sodio, del potassio, e del litio*, ammessa alla lettura dalla Sezione di scienze fisicochimiche: ma, poichè nè l' uno nè l' altro dei due autori è presente, nè hanno inviato alcun sunto e alcuna lettera, il presidente propone, e il corpo accademico approva, che la nota sia rinviata alla prossima adunanza.

A proposito di questa assenza, che spesso si verifica, degli autori delle note e delle memorie, poste all'ordine del giorno per la lettura, il M. E. prof. Attilio De Marchi osserva che è poco conveniente tale assenza: anche l' inviare un sunto in questo caso non basta: bisogna che l' Istituto dalla viva voce degli autori sia informato delle comunicazioni presentate, anche per le eventuali discussioni che ne potrebbero sorgere, e che sono tanto necessarie al pieno adempimento del compito scientifico dell'Istituto. Il presidente accetta volontieri queste osservazioni

del M. E. De Marchi, assicurandolo che già la presidenza avea cercato in tutti i modi di ovviare all'inconveniente lamentato: il meglio è, a toglierlo del tutto, che sia proposto e votato un ordine del giorno in questo senso: « non sarà inserita nei *Rendiconti* o nelle *Memorie* dell'Istituto alcuna nota o memoria, che non sia letta dall'autore presente all'adunanza: assente l'autore, la nota o memoria sarà rinviata all'adunanza successiva ». L'ordine del giorno è approvato all'unaminità.

Terminate le letture, l'Istituto si raccoglie in adunanza privata.

Il presidente rammenta all'Istituto che, a mente dell'articolo 10 del Regolamento organico, conviene procedere alla designazione del Membro effettivo che terrà il discorso inaugurale nell'adunanza solenne del prossimo venturo gennaio. Pel discorso innaugurale dell'adunanza solenne del passato gennaio fu scelto un Membro effettivo della Classe di scienze matematiche e naturali; tocca ora a un Membro della Classe di lettere e scienze morali e storiche l'onore della designazione. Se l'Istituto, come ha mostrato di volere in simili casi, anche questa volta crede di affidare alla presidenza la proposta, il presidente è lieto di annunciare che la presidenza, unanime, propone che l'incarico del discorso innaugurale sia affidato al M. E. monsignor Achille Ratti. L'Istituto approva e plaude. Il M. E. monsignor Achille Ratti ringrazia della dimostrazione di stima, di cui si sente onorato, e dichiara di ac cettare.

S'inizia quindi la discussione intorno al bilancio preventivo per il 1914-1915. Il M. E. Bassano Gabba, lamentando che l'Istituto sia associato a pochi periodici di scienze sociali e giuridiche, raccomanda vivamente che l'associazione a tali periodici sia accresciuta. Il presidente dichiara che terrà conto di tale raccomandazione e l'appoggerà, per quanto i limiti del bilancio lo consentano, nella prossima adunanza dei conservatori della Biblioteca. Indi il bilancio viene approvato.

L'adunanza è sciolta alle ore 15.

Il Presidente
G. CELORIA

Il Segretario
G. ZUCCANTE.

SULLA DETERMINAZIONE D'UNA CURVA O D'UNA SUPERFICIE ALGEBRICA E SU ALCUNE QUESTIONI DI POSTULAZIONE

Nota del M. E. prof. Luigi Berzolari

(Adunanza del 28 maggio 1914)

1. A complemento del teorema che per $\frac{n(n+3)}{2}$ punti dati d'un piano passa una e, in generale, una sola curva d'ordine n, il sig. Severi ha aggiunta l'osservazione [1] che si possono sempre effettivamente prendere nel piano $\frac{n(n+3)}{2}$ punti in tal posizione, che per essi passi una sola curva d'ordine n.

Ora una modificazione del semplicissimo ragionamento del sig. Severi permette di stabilire, più generalmente, che sopra ogni data curva C^n d'ordine n, irriducibile o no, purchè priva di componenti multiple, si possono assegnare $\frac{n(n+3)}{2}$ punti semplici tali che per essi non passi, all'infuori di C^n, nessun'altra curva d'ordine n.

---

(1) Essa trovasi nel mio articolo *Allgemeine Theorie der höheren ebenen algebraischen Kurven*, inserito nella *Encyklopädie der math. Wiss.* (III C 4, 1906, pag. 454-5), ed è riprodotta nell'edizione francese dello stesso articolo, in corso di stampa nella *Encycl. des sciences math.* (III 19, p. 276-7), ed anche nel mio articolo *Allgem. Theorie der ebenen alg. Kurven*, nella 2ª edizione del *Repertorium der höheren Math.* di E. Pascal (vol. II, parte I, Leipzig und Berlin, B. G. Teubner, 1910, p. 273). Per un'altra dimostrazione vedansi, ad es., Bertini, *Introduzione alla geometria proiettiva degli iperspazi* (Pisa, E. Spoerri, 1907), p. 222, e Severi, *Lezioni di geometria algebrica* (Padova, A. Draghi, 1908), p. 11-12.

Con un procedimento avente qualche analogia con quello che qui indicherò, il teorema fu già dimostrato dal sig. E. KÖTTER [1] per curve *irriducibili*, facendo uso del teorema sulle intersezioni dovuto a JACOBI.

La dimostrazione che segue ha altresì il vantaggio di potersi estendere alle superficie, e, più generalmente, alle ipersuperficie di uno spazio lineare ad un numero qualunque di dimensioni.

Nel piano della data curva C^n conducansi n rette a_1, $a_2, \ldots, a_n$ secanti la curva in punti semplici tutti distinti, e si considerino due di questi punti su a_1, tre su a_2, ..., $n-1$ su a_{n-2}, n su a_{n-1}, ed n su a_n; inoltre, fuori delle stesse rette, si prenda su C^n un punto semplice P. Per i

$$2+3+\ldots+(n-1)+n+n+1=\frac{n(n+3)}{2}$$

punti di C^n così scelti non passa altra curva d'ordine n che la stessa C^n. Poichè, se un'altra ne passasse, per quei punti ne passerebbero infinite, e una (almeno) ne passerebbe per un punto Q della retta a_n non situato sopra C^n. Ma una tal curva conterrebbe la retta a_n, quindi la a_{n-1}, la $a_{n-2},\ldots$, infine la a_1, cioè consterebbe delle n rette considerate, il che è assurdo, nessuna di queste rette passando per P [2].

2. Per ciò che si riferisce all'analogo teorema negli spazî a tre e più dimensioni, basterà un cenno intorno al passaggio dal piano allo spazio ordinario.

---

[1] V. il lavoro premiato *Grundzüge einer rein geometrischen Theorie der alg. ebenen Curven*, Abh. der Akad. der Wiss. zu Berlin, 1887, p. 219-220.

[2] Il sig. SEVERI, a cui ho comunicata la dimostrazione precedente, mi ha comunicato a sua volta che, *nel caso delle curve irriducibili*, la proprietà si può stabilire in modo anche più immediato, così. Le curve d'ordine n dipendono linearmente da $\frac{n(n+3)}{2}$ parametri, evidentemente essenziali (i coefficienti della loro equazione). Ne risulta che sopra una curva *irriducibile* C^n d'ordine n le altre curve d'ordine n segnano una serie lineare di dimensione $\frac{n(n+3)}{2}-1$, e quindi che per $\frac{n(n+3)}{2}$ punti generici di C^n non passa altra curva d'ordine n che la C^n.

Però, come avverte lo stesso sig. SEVERI, la sua osservazione primitiva e la mia estensione sono forse di natura più elementare,

Sia dunque F^n una superficie d'ordine n non contenente parti ripetute, e la si tagli con n piani generici $\pi_1, \pi_2, \ldots, \pi_n$, così che neanche le curve sezioni non abbiano componenti multiple. In π_1 si conducano n rette sulle quali si prendano complessivamente $\frac{n(n+3)}{2}$ punti della curva sezione nel modo che si è sopra indicato; la stessa operazione si ripeta in π_2, ma limitandola alle prime $n-1$ rette, in π_3 limitandola alle prime $n-2$ rette, ..., in π_{n-1} e in π_n limitandola alle prime due rette e risp. alla prima retta. Di poi, su ciascuno dei piani $\pi_1, \pi_2, \ldots, \pi_n$, ma fuori delle rette considerate, si prenda un punto semplice di F^n; da ultimo, fuori degli stessi piani, si prenda su F^n un punto semplice.

Si ottengono in tutto

$$(1+2+\ldots+n-1+n+n)+(1+2+\ldots+n)$$
$$+(1+2+\ldots+n-1)+\ldots+(1+2+3)+(1+2)+1$$
$$=\left[\binom{n+2}{2}-1\right]+\binom{n+1}{2}+\binom{n}{2}+\ldots+\binom{4}{2}+\binom{3}{2}+1$$
$$=\binom{n+3}{3}-1$$

punti di F^n, e con ragionamento analogo a quello fatto per le curve piane si prova che F^n è l'unica superficie d'ordine n che li contenga.

Il passaggio dalle ipersuperficie d'ordine n di uno spazio di $r-1$ dimensioni a quelle dello stesso ordine d'uno spazio di r dimensioni, si farà in base alla nota formola

$$\left[\binom{n+r-1}{r-1}-1\right]+\binom{n+r-2}{r-1}+\ldots+\binom{r}{r-1}+1=\binom{n+r}{r}-1,$$

col mezzo della quale si estende, direttamente, agl'iperspazî anche la primitiva osservazione del sig. Severi.

3. Considerazioni analoghe alle precedenti possono usarsi anche in relazione con noti teoremi sulla postulazione di un gruppo di punti d'una curva piana algebrica per le curve di dato ordine, e sulla postulazione d'una curva gobba algebrica

o d'un gruppo di punti di una tal curva per le superficie di dato ordine [1].

Nella geometria del piano, rispetto, per es., al più generale di quei teoremi (teorema di CAYLEY), può dimostrarsi che data una curva C^n d'ordine n, irriducibile o no ma priva di parti multiple, è sempre possibile tagliarla con una curva C^m d'ordine m in modo che, tra le mn intersezioni di C^n con C^m, ne siano assegnabili

$$(1) \qquad mn - \frac{(m+n-p-1)(m+n-p-2)}{2}$$

tali, che ogni curva d'ordine p (con $p \geq m$, $p \geq n$, $p \leq m+n-3$) passante per esse passi anche per le rimanenti.

Basta infatti assumere come curva C^m l'insieme di m rette $a_1, a_2, \ldots, a_m$ secanti C^n in punti semplici tra loro distinti, e fissare n tali punti su ciascuna delle rette $a_1, a_2, \ldots, a_{p-n+2}$, inoltre $n-1$ di quei punti sulla a_{p-n+3}, $n-2$ sulla $a_{p-n+4}, \ldots$ $\ldots, p-m+3$ sulla a_{m-1} e $p-m+2$ sulla a_m. Chiamando A questi punti, il cui numero coincide precisamente con (1), e B le rimanenti intersezioni delle m rette con C^n, si riconosce facilmente che tutte le curve d'ordine p passanti per i punti A passano pure per i punti B.

Anzitutto, aggregando a C^n una qualsiasi curva d'ordine $p-n$, si ottiene un sistema lineare S, di dimensione

$$\frac{(p-n)(p-n+3)}{2},$$

di curve d'ordine p, che tutte contengono i punti A e i punti B. Sia Δ una curva d'ordine p non appartenente ad S e passante per i punti A; e dicasi S' il sistema lineare d'ordine p e dimensione

$$\frac{(p-n)(p-n+3)}{2} + 1 = \frac{(p-n+1)(p-n+2)}{2}$$

---

[1] Per questi teoremi vedasi, nel caso del piano, ad es., il citato mio articolo nell'*Encykl. der math. Wiss.*, p. 428-432, oppure il mio articolo *Die Geometrie auf einer ebenen alg. Kurve* nel citato volume del *Repertorium*, p. 320; nel caso dello spazio, il mio articolo *Allgemeine Theorie der alg. Raumkurven* nello stesso *Repertorium* (II ed., vol. II, parte II, p. 911 e 915), di prossima pubblicazione.

determinato dal sistema S e dalla curva Δ. Se, fuori di C^n, si fissano $p-n+1$ punti su a_1, altri $p-n$ punti su $a_2, \ldots$, altri due su a_{p-n} e un punto su a_{p-n+1}, risultano in tutto

$$\frac{(p-n+1)(p-n+2)}{2}$$

punti, e per essi passa dunque (almeno) una curva di S'. Ma questa curva contiene la retta a_1, quindi la $a_2, \ldots$, quindi la a_m, epperò passa per i punti B. Di conseguenza, com'erasi affermato, anche la curva Δ passa per i punti B.

Supponendo $p=m$ (teorema di Jacobi), si ottiene un modo assai semplice di assegnare sopra una data curva C^n d'ordine n (irriducibile o no, ma priva di parti multiple) un gruppo di

$$mn - \frac{(n-1)(n-2)}{2}$$

punti semplici ($m \geqq n$), tali che tutte le curve d'ordine m passanti per essi incontrino ulteriormente C^n nei medesimi punti.

4. Passando allo spazio, diciamo C una curva, irriducibile o no ma priva di parti multiple, la quale sia completa intersezione di due superficie F^m, F^n di ordini m, n.

Supposto $p \geqq m \geqq n$, e per es. $p < m+n$, dimostriamo anzitutto che è sempre possibile tagliar la curva C con una superficie d'ordine p in modo che tra le mnp intersezioni ne siano assegnabili

$$\Pi = \binom{p+3}{3} - \binom{p-m+3}{3} - \binom{p-n+3}{3} - 1$$

tali che tutte le superficie d'ordine p passanti per esse passino anche per le rimanenti.

Si tagli per ciò la curva C con tre sistemi di piani

$$\pi_1, \pi_2, \ldots, \pi_{p-m+1}; \tag{2}$$

$$\pi_{p-m+2}, \pi_{p-m+3}, \ldots, \pi_{p-n+1}; \tag{3}$$

$$\pi_{p-n+2}, \pi_{p-n+3}, \ldots, \pi_p \tag{4}$$

in punti semplici tutti distinti. Sui piani (2) si prendano risp.

$$mn - \frac{(m+n-p-1)(m+n-p-2)}{2},$$

$$mn - \frac{(m+n-p)(m+n-p-1)}{2},$$

$$\cdots\cdots\cdots\cdots$$

$$mn - \frac{(n-2)(n-3)}{2},$$

$$mn - \frac{(n-1)(n-2)}{2}$$

di tali punti, scegliendoli in guisa ch'essi presentino condizioni tutte distinte alle curve d'ordine p, $p-1$, ..., m del rispettivo piano, il che è possibile in forza del teorema di CAYLEY.

Altri

$$\frac{(m-1)(m+2)}{2} - \frac{(m-1-n)(m+2-n)}{2},$$

$$\frac{(m-2)(m+1)}{2} - \frac{(m-2-n)(m+1-n)}{2},$$

$$\cdots\cdots\cdots\cdots$$

$$\frac{(n+1)(n+4)}{2} - \frac{1.4}{2},$$

$$\frac{n(n+3)}{2}$$

di quei punti si prendano risp. sui piani (3), e altri infine, in numero di

$$\frac{n(n+1)}{2}, \frac{(n-1)n}{2}, \ldots, \frac{3.4}{2}, \frac{2.3}{2},$$

si fissino risp. sui piani (4).

Si verifica facilmente che il numero complessivo dei punti di C così considerati, e che diremo A, è Π.

Chiamando B le ulteriori intersezioni dei piani precedenti con la curva C, dico che tutte le superficie d'ordine p passanti per i punti A passano di conseguenza anche per i punti B.

Di questa proprietà godono intanto tutte le superficie d'ordine p contenenti come parte la superficie F^m o la superficie F^n, e tali superficie d'ordine p formano un sistema lineare S di dimensione

$$(5) \qquad \binom{p-m+3}{3}+\binom{p-n+3}{3}-1\,.$$

Sia Φ una superficie d'ordine p passante per i punti A e non appartenente ad S, sicchè insieme con S determinerà un sistema lineare S' di dimensione

$$(6) \qquad \binom{p-m+3}{3}+\binom{p-n+3}{3}\,.$$

Su ciascuno dei piani (2) e (3) prendansi, fuori della curva C, tanti punti quanti occorrono, insieme con i punti già fissati di C, a determinare risp. una curva d'ordine p, $p-1,\ldots$ $\ldots, m$, $m-1,\ldots, n$, e inoltre ancora un punto fuori delle curve così determinate e delle rette che quei piani hanno ordinatamente in comune con i piani precedenti. I punti così fissati sono dunque risp. in numero di

$$\frac{p(p+3)}{2}-\left[mn-\frac{(m+n-p-1)(m+n-p-2)}{2}\right]+1,$$

$$\frac{(p-1)(p+2)}{2}-\left[mn-\frac{(m+n-p)(m+n-p-1)}{2}\right]+1,$$

$$\cdots\cdots\cdots\cdots\cdots$$

$$\frac{m(m+3)}{2}-\left[mn-\frac{(n-1)(n-2)}{2}\right]+1,$$

$$\frac{(m-1-n)(m+2-n)}{2}+1,$$

$$\frac{(m-2-n)(m+1-n)}{2}+1,\ldots,\frac{1.4}{2}+1,1,$$

talchè il loro numero totale coincide con la dimensione (6) del sistema lineare S'.

Per questi punti passa dunque (almeno) una superficie di S'. La quale, incontrando il piano π_1 in una curva d'ordine p e in un punto non giacente su questa curva, contiene il piano π_1, similmente contiene π_2, quindi $\pi_3, \ldots$, infine π_p, epperò passa per i punti B. Ne segue che anche la superficie Φ passa per i punti B.

Un ragionamento del tutto analogo può farsi quando sia $p \geqq m + n$.

Con una leggiera modificazione dello stesso ragionamento si ottiene il valore

$$\Pi' = mnp - \frac{1}{2} mn(m + n - 4) + \binom{m + n - p - 1}{3}$$

della postulazione della curva C per le superficie d'ordine p, nell'ipotesi $p \geqq m \geqq n$, $p \leqq m + n - 4$, ed anzi un modo molto semplice per costruire su C un gruppo di Π' punti tali che ogni superficie d'ordine p passante per essi contenga per intero la curva.

Basta infatti tagliare C ancora con i piani (2), (3), (4), ed alle loro intersezioni con C testè considerate aggregare un nuovo punto semplice P della curva, scelto fuori di tutti quei piani. Chiamando A' i punti così fissati, il cui numero è Π', dico che tutte le superficie d'ordine p passanti per i punti A' passano necessariamente per l'intera curva C.

Sono intanto in questa condizione tutte le superficie d'ordine p contenenti come parte la superficie F^m o la superficie F^n, e formano il sistema lineare S, la cui dimensione è espressa da (5).

Se è possibile, esista una superficie d'ordine p passante per i punti A' e non per la curva, sicchè il sistema lineare S'' determinato da essa e dal sistema S avrà la dimensione (6). Su ciascuno dei piani (2) e (3) prendansi, fuori di C, gli stessi punti considerati nella dimostrazione precedente, il numero dei quali coincide con (6). Per tali punti passa pertanto (almeno) una superficie di S''; ma essa si risolve nei piani $\pi_1, \pi_2, \ldots, \pi_p$, e ciò è assurdo perchè nessuno di tali piani contiene il punto P.

Che poi le condizioni imposte dai punti A' alle superficie d'ordine p siano tutte tra loro indipendenti, si dimostra, per assurdo, ancora con ragionamento simile al precedente. Invero, se tali condizioni si riducessero a meno di Π', epperò se il sistema lineare delle superficie d'ordine p passanti per i punti A' avesse una dimensione eguale o superiore alla (6), esisterebbe in esso almeno una superficie passante per i punti dianzi

fissati sui piani (2) e (3); ma questa superficie si spezzerebbe nei piani $\pi_1, \pi_2, \ldots, \pi_p$, ecc.

L' ipotesi $p \geqq m + n - 4$ si tratta in modo del tutto analogo.

È evidente che per induzione completa anche le considerazioni precedenti possono estendersi agli iperspazî [1].

---

[1] Cfr. SEVERI, *Su alcune questioni di postulazione*. Rend. del Circolo mat. di Palermo, Vol. 17 (1903), p. 73.

‘LIS CONTESTATA, E ‘CONTROVERSIA MOTA,

Nota IIª del Prof. EMILIO ALBERTARIO

(*Adunanza del 28 maggio 1914*)

II. La litis contestatio nella hereditatis petitio.

Il MESSINA-VITRANO (1) ha già acutamente cercato di dimostrare — e la dimostrazione è secondo me riuscita — che i compilatori giustinianei, anzichè far cessare la buona fede di colui che è convenuto con la *hereditatis petitio* nel momento della contestazione della lite, la fanno cessare mediante evidenti interpolazioni nel momento iniziale della lite stessa. Il possessore di buona fede, che nel diritto classico diventava possessore di mala fede dopo la « *lis contestata* », nel diritto giustinianeo diventa tale dopo la « *controversia mota* ».

Data questa precedente indagine del valoroso collega, la mia nota ha uno scopo assai modesto: quello di rendere più completa e più precisa l'indagine già compiuta, con l'esame di nuovi testi col sussidio di nuove considerazioni.

I testi ritenuti interpolati dal MESSINA-VITRANO sono i seguenti.

D. 5. 3. 25. 7. (Ulp. l. 15 ad ed.): ‘ Si ante litem contestatam ’, inquit, ‘ fecerit ’: hoc ideo adiectum, quoniam post litem contestatam omnes incipiunt malae fidei possessores esse: [*quin immo post controversiam motam. quamquam enim litis contestatae mentio fiat in senatus consulto, tamen et post motam controversiam omnes possessores pares fiunt et quasi praedones tenentur. et hoc iure hodie utimur. coepit enim scire rem ad se non pertinentem possidere se is qui interpellatur.*] qui vero praedo est, et ante litem contestatam doli nomine tenebitur.

(1) *La mala fede con l'inizio della lite nella hereditatis petitio*, in *BIDR.*, 20 (1909), p. 230 e segg.

D. 5. 3. 20. 11. (Ulp. l. 15 ad ed.): ‘ Petitam autem <*aerario*> hereditatem ’ et cetera: id est ex quo quis scit a se peti: [*nam ubi scit, incipit esse malae fidei possessor.*] ‘ id est cum primum aut denuntiatum esset ’: quid ergo si scit quidem, nemo autem denuntiavit, an incipiat usuras debere pecuniae redactae? et puto debere: [*coepit enim malae fidei possessor esse.*] sed ponamus denuntiatum esse, non tamen scit, quia non ipsi, sed procuratori eius denuntiatum est: senatus ipsi denuntiari exigit et ideo non nocebit, [*nisi forte is cui denuntiatum est eum certioraverit, sed non si certiorare potuit nec fecit.*] (1) a quo denuntiatum est senatus non exigit: quicumque ergo fuit qui denuntiavit, nocebit.

D. 5. 3. 30. 3. (Ulp. l. 15 ad ed.): Sicut autem sumptum quem fecit deducit, ita si facere debuit nec fecit, culpa huius reddat rationem, [*nisi bonae fidei possessor est: tunc enim, quia quasi suam rem neglexit, nulli querellae subiectus est ante petitam hereditatem: postea vero et ipse praedo est*].

Indizii per ritenere alterati questi testi abbondano, ed io non ho che da rinviare alla minuta esegesi, di essi già fatta. Un motivo, d’ordine generale, che spinse il Messina-Vitrano a ritenere sicuro il risultato della sua indagine, è che, come al solito, i giustinianei conservarono — e anche fuori della compilazione giustinianea esistono — testi dai quali risalta in tutta la sua luminosa chiarezza la norma processuale classica. Mentre i testi alterati dai compilatori giustinianei affermano che « post *petitam* hereditatem, post *motam* controversiam » anche il possessore di buona fede « *praedo est* », « *omnes incipiunt malae fidei possessores esse* », noi possediamo testi non alterati dai compilatori e testi fuori della compilazione, da cui risulta che il possessore di buona fede diventa di mala fede soltanto dopo la *contestazione* della lite, o da cui ad ogni modo risulta che la posizione del convenuto si aggrava soltanto *dopo quel momento*.

C. greg. 3. 5. 1 (Imp. Antoninus A. Pontio Ingenuo): Fructus *ante litem contestatam* perceptos malae fidei possessores restituere placuit.

Paul. Sent. 1. 13B. 4: Petitio hereditatis, *cuius defunctus litem non erat contestatus*, ad heredem non trasmittitur.

D. 5. 3. 40. pr. (Paul. l. 20 ad ed.): Illud quoque, quod in oratione divi Hadriani est, ut *post acceptum iudicium* id

(1) Questo inciso « *nisi forte — nec fecit* » giudicò già interpolato il Gradenwitz, *Interpolationen*, p. 235: aderisce il Lenel, *Paling*.

actori praestetur, quod habiturus esset, si eo tempore quo petit restituta esset hereditas, interdum durum est. quid enim si *post litem contestatam* mancipia aut iumenta aut pecora deperierint? (1).

D. 5. 3. 41. pr. (Gaius l. 6 ad ed. prov.): Si quo tempore conveniebatur possessor hereditatis, pauciores res possidebat, deinde aliarum quoque rerum possessionem adsumpsit, eas quoque victus restituere debebit, sive ante *acceptum iudicium* sive postea adquisierit possessionem.

C. 3. 31. 1. 1 (Imp. T. Aelius Antoninus A. Augurino proconsuli Africae): Usuras vero pecuniarum *ante litis contestationem* ex die venditionis hereditariarum rerum ab eo factae qui antea possidebat collectas nec non etiam fructus bonae fidei possessores reddere cogendi non sunt, [nisi ex his locupletiores extiterunt]. *Post litem* autem *contestatam* tam fructus non venditarum rerum, non solum quos perceperunt, sed etiam quos percipere poterant, quam usuras pretii rerum *ante litis cantestationem* venditarum *ex die contestationis* computandas [omnimodo] (2) reddere compellantur.

Ma io non posso consentire col MESSINA-VITRANO nel ritenere che gli altri testi, che egli cita oltre questi da me riferiti, dimostrino come la posizione del convenuto mediante la *hereditatis petitio* si aggravi, secondo i principi classici, soltanto dopo il momento della *litis contestatio*. Pare a me che quei testi siano anch'essi alterati e che debbano essere messi insieme con quelli, la cui alterazione abbiamo già vista.

Consideriamoli.

D. 5. 3. 27. pr. (Ulp. l. 15 ad ed.): Ancillarum etiam partus et partuum partus quamquam fructus esse non existimantur, quia non temere ancillae eius rei causa comparantur ut pariant, augent tamen hereditatem: quippe cum ea omnia fiunt

(1) La forma di questa interrogazione (*quid enim si*) non sembra classica. Della classicità di questa forma interrogativa, che il BESELER ha affermato compilatoria (*Beiträge*, I) hanno, dopo il BESELER, dubitato molti studiosi. E il BESELER (*Beiträge*, I, 63; II, 138) ritiene il testo da « *interdum durum est* » in poi interpolato. Non è affatto strano però che qui i compilatori, riassumendo o rimaneggiando il testo originale, riferissero senza alterarla l'espressione « *post litem contestatam* » che in esso trovavano.

(2) Gli incisi, chiusi tra le parentesi, sono interpolati. Cfr. E. ALBERTARIO, *La responsabilità del bonae fidei possessor fino al limite del suo arricchimento nella restituzione dei frutti*, in *BIDR*. (1913).

hereditaria, dubium non est, quin ea possessor, si aut possideat aut *post petitam hereditatem* dolo malo fecit quo minus possideret, debeat restituere.

Come prova questo testo che la posizione del convenuto si aggrava dopo la *litis contestatio?* Il testo dice « *post petitam hereditatem* »: il che vuol dire dopo l'*inizio* della lite.

Io non comprendo come il MESSINA-VITRANO non abbia rilevato ciò, tanto più che proprio egli a proposito del fr. 31 § 3 D. 5. 3. che giustamente — come abbiamo veduto — ritiene interpolato, avverte:

« La frase '*ante petitam hereditatem*, non ha il senso classico, tecnico, di '*ante litem hereditatis contestatam*', ma invece ha evidentemente quello stesso significato che ha l'altra « *post controversiam motam* » del fr. 25 § 7; indica, cioè, l'inizio della lite » (1).

In realtà anche il fr. 27 pr. D. h. t. è interpolato. Si limitarono i compilatori a sostituire « *post petitam hereditatem* » a « *post litem contestatam* »? Io sarei più propenso a ritenere che tutto l'inciso esplicativo « *si aut possideat aut post petitam hereditatem dolo malo fecit quo minus possideret* » sia compilatorio. A ciò mi induce, anche, il trovar detto « si aut *possideat* aut .... *fecit.* » In ogni caso, « *post petitam hereditatem* » non appartiene al giureconsulto, proprio perchè è frase che richiama l'alterazione del fr. 31 § 3 D. h. t., dimostrata dal MESSINA-VITRANO, che riflette l'innovazione dai giustinianei operata in questo campo, che contrasta con quei testi da me riferiti, in cui si dà unico risalto al momento della *litis contestatio*, non al momento della *petitio*, cioè della *controversia mota*: non insomma, al momento dell'*inizio* della lite.

Più gravemente alterato è il fr. 51 § 1 D. h. t., che il MESSINA-VITRANO ritiene invece genuino e adduce, anzi, per dimostrare l'alterazione del fr. 25 § 7, 20 § 11, 31 § 3 D. h. t., da lui così diligentemente dimostrata.

(Papin. l. 2 respons.): Fructuum *post hereditatem petitam* perceptorum usurae non praestantur: diversa ratio est eorum, qui *ante actionem hereditatis illatam* percepti hereditatem auxerunt.

Per ritenere l'interpolazione della frase « *post hereditatem petitam* » non mi resta che richiamare le osservazioni svolte intorno al testo precedente.

(1) *Op. cit.*, p. 242.

Il giureconsulto verosimilmente diceva:

Fructuum < *in hereditatis petitione post litem contestatam* > perceptorum usurae non praestantur.

Ma interpolata è pure la frase successiva « *ante actionem hereditatis illatam* ». Dal testo risulta chiaro, intanto, che essa sta invece di « *ante petitam hereditatem* » e questo dimostra che « *petitio hereditatis* » è frase indicante l'*inizio* della lite. Essa, poi, non può essere classica. Non può esserlo, sia per tutte le osservazioni già fatte, sia per la frase stessa « *actio* hereditatis », che qui si trova invece della solita « *petitio* hereditatis ».

In questa seconda parte del testo il giureconsulto doveva scrivere:

Diversa ratio est eorum, qui ante < *litem contestatam* > percepti hereditatem auxerunt.

Un'altra volta, adunque, i compilatori sostituirono il momento dell'*inizio* della lite a quello della *litis contestatio*.

Vi ha, poi, un testo interpolato, la cui importanza mi sembra sia sfuggita al Messina-Vitrano, che pone nella più chiara evidenza come i compilatori facciano derivare dall'*inizio* della lite quegli effetti che il diritto classico faceva derivare dalla sua *contestazione*.

D. 5. 3. 20. 12 (Ulp. l. 15 ad ed.): Haec adversus bonae fidei possessores, nam ita senatus locutus est: 'eos qui se heredes existimassent'. ceterum si quis sciens ad se hereditatem non pertinere distraxit, sine dubio non pretia rerum, sed ipsae res veniunt in petitionem hereditatis et fructus earum. sed imperator Severus epistula ad Celerem idem videtur fecisse et in malae fidei possessoribus: atquin senatus de his est locutus qui se heredes existimant. [*nisi forte ad eas res referemus, quas distrahi expedierat, quae onerabant magis hereditatem, quam fructui erant: ut sit in arbitrio petitoris, qualem computationem faciat adversus malae fidei possessorem, utrum ipsius rei et fructuum an pretii et usurarum post motam controversiam*].

L'epistola, a cui il giureconsulto accenna, esiste nel C. 6. 35. 1 (a. 204).

Ma è facile dimostrare come il testo ulpianeo dalle parole « *nisi forte* » in poi sia compilatorio (1).

---

(1) Il Fabro (cfr. De Medio, *I Tribonianismi avvertiti da A. Fabro* in BIDR.), a cui in modo fuggevole si richiama il Messina-Vitrano, ritiene anche più largamente il testo interpolato, a cominciare da « *sed imperator* ». Il che non mi sembra verosimile.

Proprio in quell'epistola, che il giureconsulto richiama e che noi possediamo nel Codice giustinianeo, la facoltà spettante agli indegni, *qui debitum officium pietatis scientes omiserint*, è riconosciuta senza restrizioni di sorta: strano è, quindi, che queste restrizioni ponga, *interpretandola*, il giureconsulto. L'imperatore in quella epistola ammette che essi, per quanto non siano in buona fede e debbano perciò restituire i frutti della eredità, non debbano pagare gli interessi di debiti ereditari riscossi o di cose ereditarie vendute se non *dopo il momento, in cui cominciano a pagarli anche i possessori di buona fede.*

L'imperatore si riferisce alla vendita di *tutte* le cose ereditarie, genericamente senza riserve: *ex hereditate autem rerum distractarum*... post... usuras inferant ». Come potrebbe il giureconsulto *interpretare* l'epistola *restringendola* così: nisi forte ad eas res (epistulam) referemus, quae onerabant magis hereditatem, quam fructui erant?

Il giureconsulto poteva benissimo rilevare — come di fatto rileva — la diversità di trattamento fatto in questo punto alla *mala fede* nel *senatus consultum iuventianum* da una parte, nell'epistola di Severo dall'altra, ma non poteva fare — come sembrerebbe fare e come, invece, fanno secondo me i compilatori — una arbitraria interpretazione restrittiva dell'epistola per metterla in qualche modo in armonia col *senatus consultum.* Ulpiano, insomma non poteva storpiare per adattare. La storpiatura è compilatoria.

Ma ciò, che in modo forse ancor più decisivo dimostra l'origine giustinianea del testo dalle parole « *nisi forte* » in poi, è un'altra considerazione.

Ulpiano dice che l'epistola di Severo pareggiò, quanto all'obbligo di prestare gli interessi delle cose ereditarie vendute (o dei debiti ereditarii riscossi), i possessori di buona e di mala fede.

Poi restringerebbe quest'affermazione col soggiungere che, secondo l'epistola (!), il pareggiamento si deve considerare esistente tra il possessore di buona fede e il possessore di mala fede, *quando però* (ecco la restrizione!) *venda cose ereditarie quae magis onerabant hereditatem quam fructui erant.*

Ma, anche così restringendola, come potrebbe Ulpiano dire che l'uno *alla pari dell'altro* è tenuto *post motam controversiam?* Come potrebbe dirlo, se proprio la c. 1 C. 3. 31, per non citare altra fonte, dice che il possessore di buona fede è secondo il *Giuvenziano* tenuto a restituire i frutti delle cose ereditarie, e gli interessi delle cose ereditarie vendute, *post litem contestatam?*

Tutto ciò porta a ritenere — sorvolo sul *nisi forte* e su altri indizi formali di cui l'esegesi si può giovare — che l'interpolazione del testo ulpianeo, da me indicata, non deve essere posta in dubbio. E, ammessa l'interpolazione, si può affermare ancora una volta come siano i compilatori quelli che riconoscono efficacia al momento della « *controversia mota* » anzichè a quello della « *lis contestata* ».

Consideratolo bene addentro, questo testo interpolato urta contro la c. 1 C. 3. 31 e contro le altre fonti non alterate, nelle quali si afferma che l'obbligo di restituire i frutti delle cose ereditarie o gli interessi delle cose ereditarie vendute incombe al possessore di buona fede *dopo che è stata contestata la lite*.

È venuto così il momento, se non mi inganno, di considerare l'epistola dell'imperatore Severo, già citata, e di scoprire pure in essa alterazioni, che mi sembrano illuminate da considerazioni già svolte.

C. 6. 35. 1 (Impp. Severus et Antoninus A. A. Celeri): Heredes, quos necem testatoris inultam omisisse constitit, fructus [*integros?*] cogantur reddere. neque enim bonae fidei possessores ante [*controversiam illatam*] videntur fuisse, qui debitum officium pietatis scientes omiserint. Ex hereditate autem rerum distractarum vel a debitoribus acceptae pecuniae post [*motam*] litem bonorum usuras inferant. (Il resto qui non ci interessa).

Mi par chiaro — dopo ciò che ho già osservato — che qui i compilatori sostituirono il momento dell'*inizio* della lite a quello della *litis contestatio*.

La motivazione « neque enim bonae fidei possessores ante *controversiam illatam* videntur fuisse » non risponde ai principii classici. Il possessore di buona fede rimane tale non solo fino alla « *controversia illata* », ma anche fino alla « *lis contestata* ».

Per farsene convinti non ho che a richiamare il fr. 25 § 7 D. 5. 3, commentante il *senatus consultum iuventianum*:

« Si ante *litem contestatam* », inquit, « fecerit »: hoc ideo adiectum, quoniam post *litem contestatam* omnes incipiunt malae fidei possessores esse.

I compilatori qui, alterando il dettato del *senatus consultum*, soggiungono:

[*quin immo post controversiam motam. quamquam enim litis contestatae mentio fiat in senatus consulto, tamen et post motam controversiam omnes possessores pares fiunt et quasi praedones tenentur*].

E come è possibile non pensare che gli stessi compilatori abbiano nell' *epistula* di Severo sostituito, in maniera affatto identica, un momento all'altro, il momento della « *controversia illata* » a quello della « *contestatio litis* »?

La motivazione genuina doveva essere: neque enim bonae fidei possessores ante « *litem contestatam* » videntur fuisse.

Così, introdotto per alterazione è il momento della « *lis mota* » nel periodo successivo.

Ex hereditate autem rerum distractarum vel a debitoribus acceptae pecuniae post [*motam*] litem bonorum usuras inferant.

A scoprire l' interpolazione in questo punto ci aiuta l' affermazione ulpianea, contenuta nel fr. 20 § 12 D. 5. 3, che noi già conosciamo.

In questo testo Ulpiano dice che l'epistola di Severo pareggiò, a proposito delle cose ereditarie vendute, possessori di buona e di mala fede. Ora, se i possessori di buona fede debbono gli interessi del prezzo (*usuras redactae pecuniae*) dopo la *litis contestatio*, come risulta evidente dalla c. 1 C. 3. 31, perchè mai si parla qui, proprio nell' epistola di Severo, che Ulpiano richiama, di « *mota* lis bonorum »? I giustinianei sostituirono « *motam* » a « *contestatam* ». E la sostituzione, da essi qui eseguita, è perfettamente conforme a quanto essi affermano nella parte interpolata del fr. 20 § 12 D. 5. 3:

..... ut sit in arbitrio petitoris, qualem computationem faciat adversus malae fidei possessorem, utrum ipsius rei et fructuum an pretii et usurarum *post motam controversiam*.

Importa, ora, prendere in considerazione una affermazione che si può considerar centrale nello studio del Messina-Vitrano. Egli ritiene che i compilatori abbiano a bella posta omessa la menzione dell' *aerarium* quando nel fr. 20 § 11 D. 5, 3 riferiscono le parole del *Sc'um*. E svolge il suo ordine di idee così: « In questo testo si illustra l' ultimo capo del Giuvenziano, ove si dispone che l'aumento di responsabilità del convenuto avviene appena questi sa che la *hereditas* è stata domandata giudizialmente; appena cioè gli vengon fatte le *denuntiationes* oppure vien citato mediante le *litterae* o gli *edicta*. Ora, quella norma del Giuvenziano, emanata per l'erario e da Caracalla in poi estesa al fisco, al pari di tutte le altre che il Senato consulto conteneva, *non venne, come queste, estesa dalla giurisprudenza alle controversie di eredità tra privati* ».

Secondo il MESSINA-VITRANO, pertanto, la condizione del convenuto durante l' epoca classica si sarebbe aggravata post *petitam* hereditatem, quando attore era l'erario (e, dopo Caracalla, il fisco); si sarebbe aggravata post litem *contestatam*, quando attore era un privato.

Io mi propongo di dimostrare non esatta questa affermazione, che sembra del resto, non contraddetta da alcune dichiarazioni delle nostre fonti. A mio avviso la condizione del convenuto è sempre la stessa, sia attore l'erario (o il fisco), sia attore un privato qualunque. Il possessore di buona fede dell'eredità nel primo caso e nel secondo deve il *prezzo* delle cose ereditarie se vendute ante *petitam* hereditatem: deve le *cose stesse* se vendute post *petitam* hereditatem.

Trattasi di una *particolare* disposizione del Giuvenziano, ma *non limitata* dalla giurisprudenza romana esclusivamente all'erario (o al fisco). Il momento, in cui il possessore di buona fede diventa di mala fede, è nel primo caso e nel secondo sempre quello della contestazione della lite. Il classico principio procedurale romano non ha subìto limitazioni od eccezioni.

A ciò mi inducono le seguenti considerazioni. Innanzi tutto, il fr. 20 § 9 D. 5, 3 genericamente avverte:

In privatorum quoque petitionibus senatus consultum locum habere nemo est qui ambigit, licet in publica causa factum sit.

L'avvertenza è così genericamente espressa che non mi sembra possibile il pensare ad una diversità di trattamento del convenuto a seconda che l' *hereditatis petitio* sia promossa dall'erario (e poi dal fisco) o dai privati. Il momento, da cui decorre la prestazione degli interessi del prezzo delle cose ereditarie vendute e dei frutti delle cose ereditarie, deve ritenersi in entrambi i casi, lo stesso: la *litis contestatio*. Se no, il giureconsulto, anzichè formulare in quel reciso modo quella generica avvertenza, doveva subito soggiungere che la condizione del possessore di buona fede s'aggrava in *privatorum petitionibus* dopo la *contestazione* della lite, mentre *in publica causa* s'aggrava dopo *l'inizio* della lite stessa. Cosa, che il giureconsulto non soggiunge affatto.

Per quanto riguarda. poi, la prestazione degli interessi e dei frutti noi abbiamo l' importante testimonianza della c. 1 C. 3, 31 (a. 170):

Senatus consultum auctore divo Hadriano avo meo factum, quo cautum est *quid* et *ex quo tempore* evicta hereditate restitui debeat, *non solum ad fisci causas*, sed etiam ad privatos

hereditatis petitores pertinet. Usuras vero pecuniarum *ante litis contestat onem* ex die venditionis hereditariarum rerum ab eo factae qui antea possidebat collectas nec non etiam fructus bonae fidei possessores reddere cogendi non sunt [*nisi ex his locupletiores extiterunt*]. etc.

Le cose da restituire (*quid*), e il momento da cui s' inizia la restituzione (*ex quo tempore*), non diversificano menomamente nei due casi : tanto nell'*hereditatis petitio* promossa dall'erario (o dal fisco) quanto nella *hereditatis petitio* promossa dai privati. E la c. avverte che il momento, dopo il quale il possessore di buona fede è tenuto alla prestazione di interessi e frutti, è quello della *litis contestatio*.

È possibile, in terzo luogo, fare un'altra considerazione.

Il fr. 20 § 6c, riferisce il seguente passo del Giuvenziano:

« Item eos qui bona invasissent, cum scirent ad se non pertinere, etiamsi ante *litem contestatam* fecerint quo minus possiderent, perinde condemnandos, quasi possiderent ».

E nel successivo fr. 25 § 7 il passo viene dallo stesso giurista commentato così :

« Si ante *litem contesta'am* », inquit, « fecerit » : *hoc ideo* adiectum, *quoniam post litem contestatam omnes incipiunt malae fidei possessores esse*.

È chiaro quindi, che, anche *in publica causa*, anche quando l'*hereditatis petitio* è promossa dall'erario (o dal fisco), il momento in cui il possessore di buona fede diventa di mala fede è quello della *litis contestatio*. E da questo momento soltanto devono essere prestati interessi e frutti. Sono i compilatori che, subito dopo quelle parole, interpolano « *quin immo post controversiam motam* etc. » : fanno decorrere, cioè, la mala fede del convenuto dall'*inizio* della lite anzichè dalla *contestazione* della lite. E in entrambi i casi : sia *petitor* il fisco od un privato.

Che il possessore di buona fede non diventasse nell'epoca classica di mala fede dopo la *petitio hereditatis*, promossa dall'erario (o dal fisco), si intravede anche nel seguente passo del Giuvenziano (fr. 20 § 6 a) :

« Cum, antequam partes caducae ex bonis Rustici « aerario » [*fisco*] peterentur, hi, qui se heredes esse *existimant*, hereditatem distraxerint etc. ».

Non è affatto senza significato il presente *existimant*. Se, dopo avvenuto la *petitio hereditatis*, la buona fede cessava, il Giuvenziano avrebbe dovuto dire :

« Cum, antequam partes caducae ex bonis Rustici « ae-

rario „ [*fisco*] peterentur, hi qui se heredes esse *existimabant*, hereditatem distraxerint, placere etc.

Se il Giuvenziano dice *existimant*, vuol dire che la buona fede, anche avvenuta la *petitio hereditatis*, perdura fino al momento della contestazione della lite. L'argomento è *grammaticale*, ma non mi sembra, per questo, trascurabile.

Io, se non erro, mi sono aperta la via per superare gli ostacoli presentati da alcuni paragrafi del fr. 20 D. h. t., che furono quelli dai quali indubbiamente fu scosso il MESSINA-VITRANO.

Il fr. 20 § 11 avverte:

„ Petitam autem hereditatem „ etcetera. Id est ex quo quis scit a se peti: [*nam ubi scit, incipit esse malae fidei possessor*]. „ id est cum primum aut denuntiatum esset „: quid ergo si scit quidem, nemo autem ei denuntiavit, an incipiat usuras debere pecuniae redactae? et puto debere: [*coepit enim malae fidei possessor esse*].

Gli incisi, chiusi tra le parentesi, ritenne — come abbiamo veduto — interpolati il MESSINA-VITRANO. A me pare che tutta questa parte del commento ulpianeo sia un rimaneggiamento compilatorio. E, per dimostrarlo, mi sembra di non dover altro fare che richiamare il passo del Giuvenziano, che è qui commentato. Il § 6 d infatti avverte:

„ Petitam autem „ aerario „ [*fisco*] hereditatem ex eo tempore exstimandum esse, quo primum scierit quisque eam a se peti, *id est* (!) cum primum aut denuntiatum esset ei aut litteris vel edicto evocatus esset „.

Si rifletta. È verosimile che Ulpiano cominci a commentare questo passo del Giuvenziano in modo così banale:

„ Petitam autem hereditatem „ etcetera. *id est ex quo quis scit a se peti*,

quando proprio il Giuvenziano avverte:

„ Petitam.... hereditatem ex eo tempore existimandum esse, quo primum scierit quisque eam a se peti?

Io non oso pensarlo.

E come è possibile che, avvertendo il Giuvenziano che l'eredità s'intenderà *petita* ad alcuno *nei soli casi* (non deve sfuggire il decisivo valore dell'*id est !)* che „ *aut denuntiatum esset ei aut litteris vel edicto evocatus esset* „, il giureconsulto — commentando — possa dire che la *denuntiatio* non è necessaria e basta la semplice scienza *in sua vece?*

Il lavorio compilatorio è, dunque, palese. È così palese attraverso indizi logici, che non mi indugio nel rilevar indizi

formali, (ad es. la costruzione *quidem-autem*), dimostranti anch'essi la profonda alterazione del commento del giureconsulto.

In conclusione, questo § 11 fa decorrere la prestazione degli interessi del prezzo delle cose ereditarie vendute dal momento della *petitio hereditatis*, ma è un paragrafo profondamente alterato e il MESSINA-VITRANO non ne ha avvertita tutta l'importanza che esso aveva per la sua tesi.

Portiamo, ora, la nostra attenzione sul § 16:

Quid si post petitam hereditatem res distraxerit (b. f. possessor hereditatis)? hic ipsae res venient [*fructusque earum*]. [*sed si forte tales fuerunt, quae vel steriles erant vel tempore periturae, et hae distractae sunt vero pretio, fortassis possit petitor eligere, ut sibi pretia et usurae praestentur*].

Questo paragrafo dice che il possessore di buona fede deve post *petitam* hereditatem restituire le cose ereditarie *e i loro frutti*. Ma è facile vedere che le parole « *fructusque earum* » non sono genuine. Basta osservare che il giurista si propone il quesito *in modo affatto generico*, senza limitarsi al caso di una hereditas petita dall'erario (o dal fisco), dopo aver avvertito che « in privatorum quoque petitionibus senatus consultum locum habere nemo est qui ambigit ». E allora, come può dire il giurista che post *petitam* hereditatem res venient *fructusque earum*, quando noi sappiamo da tutti gli altri testi, sopratutto dalla c. 1 C. 3, 31, la quale in questa nostra indagine ha una fondamentale importanza, che *almeno* di fronte ai *privati petitores* il possessore di buona fede restituisce i frutti *soltanto dopo la contestazione della lite?* Le parole « *fructusque earum* » sono state aggiunte dai compilatori, che vogliono aggravare la condizione del convenuto nel momento della *mota controversia* anzichè — come i classici facevano — in quello della *lis contestata*.

Non mi soffermo sul periodo *sed si forte-praestentur*, la cui interpolazione ha, secondo me, dimostrata recentemente il BESELER (1). Indizi: *si forte*, *tales*, *fortassis* etc.

Giunti a questo punto, mi sembra che possiamo conchiudere. Quella deroga, che il MESSINA-VITRANO suppone sia stata fatta al classico principio procedurale romano dal Giuvenziano a favore dell'erario (e poi del fisco), non esistette mai. Il Giuvenziano stabiliva le regole seguenti nel caso di una *hereditas petita* dall'*aerarium*, vigenti anche *in privatorum petitionibus*.

---

(1) *Beiträge*, III, 84.

Il possessore di mala fede deve, in qualunque momento non il prezzo delle cose ereditarie, ma le cose stesse *e i loro frutti.* (fr. 20 § 12).

Il possessore di buona fede deve il *prezzo* delle cose ereditarie se vendette prima della *petitio hereditatis* (fr. 20 § 6 a); deve *le cose ereditarie stesse*, se vendette dopo la *petitio* (fr. 20 § 16). Ma gli *interessi* nel primo caso, i *frutti* nel secondo, egli presta soltanto dopo la *litis contestatio,* perchè propriamente soltanto a partire da quel momento egli è considerato come un possessore di mala fede. Decisiva è l'affermazione ulpianea contenuta nel fr. 25 § 7 D. h. t., da me già citata:

« Si ante litem contestatam », inquit, « fecerit »: *hoc ideo adiectum, quoniam post litem contestatam omnes incipiunt malae fidei possessores esse.*

Il classico principio procedurale romano, insomma, applicato alla *rei vindicatio*, è stato nell' epoca classica applicato *sempre* anche alla *hereditatis petitio.*

Il diritto giustinianeo — ed era, del resto, naturale — lo modificò. Dato il modo con cui la compilazione giustinianea è stata composta, l'innovazione non è dappertutto uniformemente eseguita. Non è ribadita a proposito della *rei vindicatio*: a proposito della *hereditatis petitio* non è con precisione uniforme affermata. Ma questa imprecisione della tecnica compilatoria è quella per l'appunto che permette di dimostrare la eseguita innovazione.

Per quanto naturale essa sia, per quanto rappresenti un necessario portato della nuova procedura giustinianea, difficile sarebbe stata la dimostrazione esegetica, se non fosse stato possibile di fronte ai testi interpolati collocare i testi che i compilatori riferirono senza alterare.

Molte volte, come in questa indagine, la visione del mondo giuridico orientale non splende completamente aperta. Ma d'altra parte i giustinianei non lo sottraggono al nostro sguardo completamente: ci mettono, fortunatamente per lo più, nella condizione di ricostruirlo.

LA LEGGE SULLA CITTADINANZA
13 GIUGNO 1912
E LA DOPPIA NAZIONALITÀ

Nota del M. E. prof. G. C. Buzzati

(Adunanza del 14 maggio 1914)

La recente legge sulla cittadinanza, abrogando molte disposizioni del Codice civile e di leggi penali ha regolato il rapporto di appartenenza dell'individuo allo Stato in parte con norme nuove in parte modificando e migliorando le antiche, è stata principalmente occasionata dal grandioso fenomeno della nostra emigrazione transatlantica.

Il legislatore, mosso a modificare il tit. I Cod. civ. dal bisogno di risolvere il problema della cittadinanza ai nostri emigranti di oltremare, doveva tener presente (nè trascurò di farlo) le condizioni degli italiani di fronte agli Stati di immigrazione. Quale e quanto preziosa sia l'opera dei figli della nostra terra nelle lontane repubbliche americane è noto, e non è qui il caso di ripetere; essi hanno saputo svolgere laggiù la loro attività con tali mirabili e insuperate energia e preservanza, con così grande intensità e continuità di eroismi, da produrre risultati che furono, ben a ragione, giudicati unici al mondo: basti citare il primo felice esperimento di conquista della terra, di colonizzazione agricola e spontanea, compiuta lungo le vie di comunicazione marittime e fluviali dell'Argentina.

Sarebbe quindi ragionevole ritenere che i nostri coloni avessero un'alta coscienza del loro valore e che, elemento preponderante della prosperità del paese di residenza, ne fossero anche importante elemento politico. Invece quanti hanno visitato e studiato quei nuclei della emigrazione nostra attestano che gli italiani non godono di veruna autorità, di nessuna influenza nei

consessi degli Stati ai quali danno le braccia, i figli e la potenza economica.

Lasciamo di esaminare le cause dello stano fenomeno: sono state già altre volte indicate: la mancanza di una profonda coscienza nazionale, la deficienza di coltura, il nessun soccorso dato alla emigrazione dal nostro capitale, l'isolamento in cui gli emigranti sono lasciati dal Governo; il quale certo ebbe ed ha gran colpa dell'attuale doloroso stato di fatto: ma non facciamo recriminazioni sul passato; tanto, sono altrettanto facili quanto inutili: guardiamo all'avvenire.

Occorre rendere costante, vigile, molteplice, operosa l'azione del notro Stato in America; far affluire colà il capitale, aumentare i consolati, moltiplicare le scuole, mantenere vivo il sentimento nazionale nei gruppi etnici di razza nostra, renderli consapevoli che la madre patria li ricorda li protegge, li aiuta. Non si dimentichi che laggiù rivivono la lingua, i costumi, le tradizioni italiane. Non esercitare in ogni modo e con lo sforzo più intenso una azione protettrice, non largire a piene mani aiuti e incoraggiamenti a codesti eroici pionieri di civiltà, equivale a disprezzare il bene, che spontaneamente ci è offerto, a calpestare il fiore rigolioso sbocciato d'oltremare dal sano germe d'Italia.

Se non che, per assicurare ai nostri emigrati, una larga influenza politica nei paesi dove risiedono e contribuire a farli acquistare un'alta coscienza di sè, è anzituto necessario che essi godano colà dei diritti politici e partecipino ai pubblici poteri, siano insomma, non solamente ospiti, ma cittadini dello Stato di immigrazione: — e, d'altra parte, per dar modo all'Italia di esercitare una qualsiasi azione protettrice su di loro, è altrettanto necessario che essi rimangano alla patria uniti non dal solo sentimento di nazionalità, ma dal vincolo di cittadinanza, della nazionalità espressione e simbolo concreto.

È questa una contraddizione insolubile? un conflitto irreducibile? non lo credo; la soluzione del problema esiste e sta precisamente nell'ammettere la possibilità giuridica e politica della coesistenza delle due cittadinanze, con opportune modificazioni di questo istituto, quale finora è stato concepito e regolato; so che questo mio concetto singolarmente contrasta con quanto è stato sempre ritenuto indubitabile nella scienza del diritto, nè mi dissimulo la difficoltà della sua applicazione: ma non credo sia una eresia giuridica: ad ogni modo poi l'eresia di oggi è sovente la verità di domani.

È certo che il principio classico — ognuno deve avere una

cittadinanza e non più di una — risponde esattamente alle esigenze dell'individuo e dello Stato, quando trovi applicazione nei rapporti fra l'Italia e gli Stati a popolazione indigena densa, con organizzazione politica nazionale vecchia di secoli, dove gli immigrati non possono affluire numerosi, o se vi accorrono, sono assorbiti dal potente organismo politico e sociale che li accoglie; ma non credo che quel principio più corrisponda alle esigenze di codesto interessante fenomeno sociale, il quale non trova il riscontro nel passato e, appunto perchè nuovo nella sua formazione e nelle sue caratteristiche, non più perfettamente può adagiarsi entro le regole giuridiche prodotte da ambienti politici ed economici completamente diversi da quelli che vanno elaborandosi nel continente americano.

La doppia nazionalità sarebbe stata un assurdo finchè il vincolo di cittadinanza era concepito come una vera soggezione indissolubile dell'individuo allo Stato: ma oggi in cui, per lo svolgimento del diritto pubblico, è riconosciuta la libertà di emigrare e quella di mutare nazionalità, si può comprendere come, data la particolare condizione dei nostri emigrati in America, si possa arrivare ad ammettere che codesti italiani, di fronte all'Italia non perdano tutta la loro capacità di diritto pubblico, acquistandola di diritto e di fatto completamente di fronte allo Stato di immigrazione: in ciò consiste la doppia cittadinanza. Mantenga insomma la madre patria quel tanto di vincolo di soggezione sui suoi figli che le permetta di esercitare su di essi un'azione costante di protezione e di aiuto, ed esonerandoli dai doveri che avrebbero se risiedessero nel regno, lasci loro piena libertà di assumere tutti i diritti e doveri di cittadino nel paese di domicilio: salvo poi a riprenderli completamente in grembo al loro definitivo ritorno sulla terra natale.

La doppia cittadinanza, così nelle sue linee generali ordinata, non costituirebbe poi, come può credersi, la creazione di un nuovo stato di diritto: ma niente più che il regolamento di un fenomeno giuridico già antico e dannosissimo. Siccome per le leggi americane chi nasce sul territorio di quegli Stati ne diventa cittadino e per la legge nostra è cittadino chi nasce da padre italiano, tutti i figli dei nostri emigrati, nascendo laggiù divengono americani per lo Stato americano, italiani per noi: con doppia nazionalità quindi; ma con tutti gli obblighi risultanti dall'una e dall'altra: nella impossibilità di soddisfarli, per togliersi dall'inevitabile disagio, finiscono per infrangere il vincolo con la madre antica; e son perduti per noi.

Con la doppia nazionalità la perdurante cittadinanza italiana non sarebbe ridotta ad una pura affermazione astratta, priva di contenuto, ma continuerebbe ad esplicarsi concretamente. Non potrebbe certamente l'Italia, di fronte agli italo-americani esercitare le funzioni di ordine e di difesa del complesso statuale, proprie allo Stato, alla sua natura, ai suoi fini e non concepibili rispetto ad una popolazione non vivente sul suo territorio (nè lo Stato di immigrazione potrebbe tollerare in questo campo l'ingerenza altrui); ma potrebbe bensì a reciproca utilità degli emigrati, dello Stato di origine e di quello di residenza, esercitare tutta la numerosa serie di diverse funzioni, proprie dello Stato moderno, dirette al raggiungimento del benessere del popolo. Così, la protezione degli italiani al momento del loro stabilimento nella nuova sede, la istruzione nelle varie sue forme, la beneficenza ed assistenza pubblica, gli aiuti offerti al credito, la tutela concessa al risparmio. l'assicurazione contro gli infortuni, la vecchiaia, ecc.; ecco le principali funzioni che l'Italia potrebbe compiere: la sua ingerenza in questo campo sarebbe appunto giustificata dalla perdurante appartenenza ad essa dei nuclei nostri trapiantati nelle terre lontane, nè sarebbe ragionevole avversata dallo Stato che li ospita, perchè non sono funzioni codeste che di loro natura abbiano un carattere strettamente politico e anche perchè gli Stati del nuovo mondo per la vastità del territorio e la scarsità della popolazione, non perfettamente possono provvedervi.

Avvertasi poi che sono proprio questi i mezzi migliori per mantenere costante il contatto tra la madre patria e i figli lontani, e non lasciar loro illanguidire la coscienza di appartenere pur sempre ad uno Stato che mostra coi fatti di non dimenticarli.

Riassumo qui quanto più volte largamente esposi e svolsi (1)

(1) BUZZATI, *L'Italia, l'America latina e la doppia cittadinanza* in *Ann. della R. Univ. di Pavia*, anno scol. 1906-07 ripubbl. in *Rivista Coloniale* 1908, pag. 8 e segg.; *La doppia cittadinanza studiata nei rapporti fra Italia ed Argentina*, nella stessa *Riv.* 1908, pag. 547 e segg.; *Questioni sulla cittadinanza degli emigrati in America* in *Riv. di Diritto civ.*, Milano 1909, pag. 445 e segg. Vedi anche la mia Relazione *Cittadinanza e servizio militare* in *Atti del I Congresso degli Italiani all'estero*, ottobre 1908, Roma 1910, vol. I pag. 1 e segg. e discussione relativa in *Atti* stessi, vol. II pag. 85 e segg.; infine discussione sul problema della cittadinanza negli *Atti del II Congr. degli It. all'estero*, giugno 1911, Roma 1912 pag. 94 e segg.

ottenendo molti assensi, specie dai nostri emigrati in America, e insieme molte critiche.

Della viva disputa cominciò col tener conto il ministro proponente: nella relazione lo Scialoja ricorda le opposte teorie; riconosce che l'antico principio di diritto *nemo duarum civitatum civis esse potest*, il quale viene sempre richiamato come assoluta regola decisiva contro la doppia cittadinanza è interpretato per sè più rigorosamente di quanto la storia del diritto non comporti; crede che la divergenza delle opinioni quanto al regolamento giuridico delle condizioni e degli atti a cui le opposte tendenze fanno capo non sia poi tanto grande quanto potrebbe far supporre la disparità dei principî da cui partono: e che alla legge non convenga prendere partito per una tesi o per l'altra, cercando invece di temperare gli effetti di ogni sistema e di rimuovere gli inconvenienti che l'applicazione rigorosa di ogni principio porta con sè, di raggiungere insomma, nell'intreccio e nel contrasto di norme, aspirazioni e interessi diversi, il massimo beneficio col minimo danno, per lo Stato e per i singoli: aggiunge finalmente che l'azione del governo dovrà esplicarsi a tutelare l'interesse dei nostri connazionali d'origine, prosciolti dal vincolo politico verso la patria, senza che venga meno in loro l'affetto, che giova mantener vivo e operoso per l'Italia nostra: trattarli e considerarli in tutto come stranieri non sarebbe giusto nè opportuno; potranno, finchè ciò sia compatibile coi loro doveri verso lo Stato cui appartengono, essere equiparati ai cittadini in quei rapporti d'indole amministrativa, che consentono alle autorità del regno una certa libertà discrezionale di provvedimenti, e per l'esercizio di certe prerogative che la legge non subordina rigorosamente al possesso effettivo della cittadinanza. A tutto ciò si potrà provvedere meglio, senza contraddire ai principî su cui le disposizioni del progetto sono ispirate, con istruzioni speciali ai regi agenti all'estero, o alle autorità amministrative (1).

Nella relazione al Senato il Polacco accusa la teoria della doppia cittadinanza di soverchio semplicissimo; « perchè è ovvio che, o quegli stati del Sud-America sono proclivi a consentire a questa partita doppia e noi potremo ottenerlo per via di accordi internazionali, i quali ne delineino paese per paese i caratteri e gli effetti non facili a determinarsi *a priori*, ovvero vi sono contrari, e rimarrà vana la dichiarazione di simultanea appartenenza a due Stati che noi da noi soli volessimo formu-

(1) *Atti Parlam. Senato*, leg. XXIII, 1 sess. 1909-910 *Dis. di leggi e relaz.* n. 164, Relazione del Ministro, on. Scialoia, pag. 3 e seg.

lare e concretamente disciplinare nelle nostre leggi. E peggio che vana, potrebbe riuscire dannosa per le diffidenze che susciterebbe laggiù circa i sentimenti di codesti nuovi cittadini a due faccie. La minaccia di una gran massa di naturalizzati di così dubbio calore per la patria di adozione è presumibile susciterebbe provvedimenti restrittivi nella concessione della naturalità »; il Polacco ritiene poi che l'offrire ai nostri emigrati la conservazione della nostra cittadinanza, pure riconoscendo loro quella straniera, sarebbe dar loro l'allettamento di un titolo ufficialmente conservato, benchè ridotto ombra vana, fuor che nell'aspetto; produrrebbe un ginepraio di questioni sul terreno del diritto internazionale privato; offenderebbe uno di quei principî in materia di cittadinanza che dipendono non dall'arbitrio di chi legifera, ma da ineluttabile ragione giuridica: « Più lodevole dunque, anche per l'onesta franchezza che lo ispira, ci pare l'incitamento rivolto da eminenti nostri parlamentari ai fratelli dell'America latina, di acquistare senz'altro la naturalità locale e dimostrarsi buoni cittadini del paese in cui si trovano, poichè non è la nazionalità ufficiale che si deve importare, ma la nazionalità del cuore e del pensiero, il sentimento di italianità » (1).

Finalmente il Finocchiaro-Aprile presentando alla Camera il disegno di legge approvato dal Senato affermava che esso non contiene affatto norme le quali ammettano la teoria della doppia cittadinanza: questa in realtà altro non fa che voler conciliare l'inconciliabile coesistenza di due leggi e dar luogo a infiniti e per lo più insolubili conflitti che il legislatore deve cercare di evitare, anche in considerazione dei rapporti e riguardi internazionali che vengono in giuoco (2).

Se poi si leggono le discussioni parlamentari troviamo da varie parti essere stata la doppia cittadinanza chiamata « un male, un morbo giuridico, una malattia del mondo del diritto », uno « stato patologico », « assurdo giuridico e assurdo politico » « ibrido concetto », « soluzione alla quale ripugna il senso giuridico e morale », « non giuridica nè civile », « mostro giuridico » (3).

---

(1) *Atti Parlam. Senato*, leg. XXIII, 1 sess. 1909-911, *Dis. di leggi e relaz.* n. 164 A, Relazione del Rel. dell'Uff. Centr. del Senato, on. Polacco, pag. 5 e seg.

(2) *Atti Parl. Camera dei Deput.*, legisl. XXIII, sessione 1909-11, *Dis. di leggi e relaz.* n. 966, relaz. Finocchiaro Aprile, pag. 4.

(3) *Atti Parl. Senato*, leg. XXIII, sessione 1909-11. *Discuss.* pag. 5767, 5768, 5781, 5791 ecc.; *Atti Parl.*, *Camera dei Deput.* leg. XXIII, sess. 1909-11 *Discuss.* pag. 20324, 20340, ecc.

Lo Scialoja, il Finocchiaro, il Polacco, il Baccelli e molti tra gli altri oratori nei due rami del Parlamento dissero e ripeterono poi che nella legge « non v'è la più lontana traccia di doppia cittadinanza ed è suo vanto »; che non si può riscontrarne « nemmeno l'ombra »; che è un errore credere che « ne esista uno spunto nell'art. 7 »; che è ingiusta l'accusa che « di traforo si abbia lasciato penetrare nella legge l'incriminata doppia cittadinanza » (1).

Non intendo vagliare le obbiezioni e le critiche mosse alla duplice nazionalità per non ripetere cose già dette e non entrare in una polemica cui, ormai, approvata la legge, è venuta a mancare la ragione principale d'essere: pongo solamente la questione: è proprio vero che la legge non contenga la più lontana traccia di doppia cittadinanza?

E anzitutto intendiamoci bene: la contemporanea appartenenza di un individuo a due Stati diversi è un fatto il quale, frequente nel passato, continuerà ad esserlo anche nell'avvenire, perchè è inevitabile: fino a quando gli Stati saranno perfettamente autonomi nel regolare la materia della cittadinanza e ognuno di essi, per soddisfare alle proprie esigenze politiche e demografiche più o meno necessarie diverse da quelle degli altri, addotterà norme diverse per la attribuzione e concessione della nazionalità, il fatto della doppia cittadinanza continuerà a verificarsi: era prodotto dal tit. I, Cod. civ., e lo sarà dalla nuova legge e da qualunque altra che si trovi in contatto con qualche altra legislazione straniera anche parzialmente difforme. Ma quando questo fatto della cittadinanza (chiamiamo per intenderci doppia cittadinanza di fatto) si verifica, ognuna delle due legislazioni procede diritta per la sua via, senza preoccuparsi per nulla di quanto l'altra dispone: di fronte al Cod. civ. chi nasceva da un italiano in Brasile era italiano e soltanto italiano di fronte a noi, brasiliano e soltanto brasiliano di fronte al Brasile.

Quando invece uno Stato con la sua legge, in qualunque modo e in qualsiasi misura, riconosce che il cittadino proprio contemporaneamente appartiene ad un altro Stato, non abbiamo più semplicemente la doppia cittadinanza di fatto, ma bensì una doppia cittadinanza di diritto, perchè giuridicamente riconosciuta: tale riconoscimento può essere vario di intensità e di misura, ma pur che una legge un effetto giuridico qual-

(1) *Ibidem.*

siasi al rapporto di cittadinanza in cui si trova il cittadino proprio rispetto ad uno Stato straniero, quella legge viene con ciò ad ammettere la doppia cittadinanza di dirittto: quella cioè che io ed altri sostennero dovesse essere accolta nella nuova nostra legislazione, della quale si affermò e ripetè in Parlamento che non si trova neppure la più lontana traccia nella recente legge e che invece c'è; chiara, evidente, indiscutibile (1).

Si confronti prima di tutto l'art. 11 del Cod. civ., con l'art. 8 della legge e si avvertirà subito come il primo escluda in modo assoluto che si possa, rimanendo cittadino italiano, acquistare una cittadinanza straniera, il secondo ammette che si possa rimanere cittadini pur avendo acquistato una cittadinanza straniera: il legislatore ha già con ciò cominciato a non trascurare più, a non ignorare, come faceva prima, l'acquisto della nazionalità estera da parte di chi è rimasto italiano. Inoltre in possibilità per lui di perdere la nostra cittadinanza mediante il trasporto della residenza all'estero con o senza rinuncia della cittadinanza italiana, secondo i casi, è subordinata all'acquisto dell'indigenato straniero cui viene così riconosciuto qualche effetto.

Meglio ciò appare nell'art. 7: per esso l'italiano che sia ritenuto nello Stato di sua nascità e residenza proprio nazionale, che sia cioè in possesso di una cittadinanza straniera, conserva, se vuole, durante tutta la sua vita la cittadinanza nostra: avrò forse le traveggole, ma non arrivo a comprendere come sia possibile negare che una legge la quale ammette la conservazione di una cittadinanza contemporamente al possesso di una altra, non venga a riconoscere la coesistenza di ambedue: e non mi si venga a dire non esser vero che la legge ammette il possesso della cittadinanza straniera da parte dell'italiano, perchè tale suo stato di straniero è precisamente la condizione richiesta affinchè egli abbia la facoltà di rinunciare alla nostra cittadinanza e di perderla: alla cittadinanza straniera dunque un effetto giuridico e di notevole importanza viene riconosciuto: per non vederlo, bisogna chiudere gli occhi.

Questo però, mi si può osservare, è il solo effetto giuridico che venga riconosciuto alla nazionalità estera. Tanto basta, ri-

(1) Che il disegno di legge contenesse il principio della doppia cittadinanza era stato intravveduto dai senatori Garofalo e Chironi (*Discuss.* Senato pag. 5761) e dal deputato Di Stefano (*Discuss.* Camera, pag. 20.535).

spondo, perchè non si possa parlare di unicità di cittadinanza, ma l'obbiezione non risponde neppure al vero. La legge 13 giugno 1912 deve essere intesa in relazione alle altre leggi del regno ed applicata insieme ad esse: e per quella del 17 luglio 1910 n. 538 (di due anni quindi anteriore), art. 33, codesto italiano « nato e residente in un paese, ove, per fatto di nascita, gli sia imposta la cittadinanza locale, sarà esente dall'obbligo di compiere la ferma quando provi di aver prestato nel paese di nascita un periodo di effettivo servizio sotto le armi nell'esercito regolare ». Egli è quindi esonerato dal primo obbligo del cittadino, quello di prestare servizio nell'esercito nazionale, da quel dovere che è sempre indisciplinabilmente connesso con la cittadinanza: e ciò perchè? perchè è contemporaneamente italiano e straniero.

Ancora: l'on. A. Baccelli compiacendosi segnalare alla Camera le inconcepibili esagerazioni dei sostenitori della doppia cittadinanza, scriveva: « Chi vorrebbe financo l'emigrante, dopo aver votato per l'elezione della Camera nord-americana, argentina o brasiliana, potesse salire in piroscafo e venire a votare nelle elezioni della Camera italiana! » (1). Precisamente: ma non siamo noi che fin'anco lo vorremmo, siete stati voi, legislatori, che lo avete voluto: non ve ne siete accorti? Nel quarto elenco in ordine alfabetico degli elettori, per la revisione delle liste, previsto dall'art. 28 della legge elettorale politica 30 giugno 1912 n. 666, sono segnati i nomi di « coloro che risultino, anche per semplice notorietà, emigrati all'estero, a scopo di lavoro, da almeno due anni » (art. 20 ultimo comma).

E dopo ciò si continui pure, se fa piacere, a credere che nella nostra legislazione non è possibile riscontrare nemmeno la più lontana traccia, la più incerta ombra di doppia cittadinanza!

Ma l'ombra in realtà prende corpo anche di fronte agli Stati esteri: suppongasi che Tizio sia nato e residente in Francia da Caio, che pure è nato colà ed è cittadino italiano: Tizio è francese per la Francia ed è italiano di fronte alla nuova legge, se non ha rinunciato alla nostra cittadinanza: sarebbe stato italiano anche di fronte al Codice civile, Tizio si trova in un terzo Stato ed ha bisogno della protezione nazionale: sotto l'impero del Codice civile il governo italiano avrebbe potuto

(1) *Atti Parl. Camera Deput.* legisl. XXIII, sess. 1910-912. *Dis. di leggi e rel.* n. 966 A. Relazione del rel. della Commissione, on. Baccelli, pag. 3.

esercitarla rispondendo alle presumibili proteste di quello francese, che Tizio per noi è italiano e soltanto italiano: potrà esercitarla anche adesso? Il governo francese non è autorizzato ad osservarci che noi non possiamo escludere l'azione protettrice sua, dal momento che riconosciamo Tizio in possesso della cittadinanza francese, tanto da fondare su questo possesso la facoltà attribuitagli di rinuncia alla cittadinanza nostra?

Questo italo-francese è convenuto davanti al tribunale consolare francese di Costantinopoli e della sentenza si domanda la esecuzione in Italia: potremo noi rifiutarla, come avremmo fatto sotto il Codice civile, per importanza del tribunale consolare francese?

Non esamino nè tento risolvere queste ed altre simili questioni che facilmente si potrebbero immaginare, per non allontanarmi troppo dalla via segnata: le pongo solo per mostrare le difficoltà e i dubbi che sorgono in conseguenza di codesta condizione giuridica di Tizio della quale si vuole contestare l'esistenza.

La Germania che ha comuni con noi molti problemi della sua emigrazione, ha creduto di risolverne alcuni con un articolo della recente legge sulla cittadinanza, il quale ha molta analogia col nostro art. 7, anzi nell'ammettere la contemporanea appartenenza del tedesco alla Germania ed ad un altro Stato è identico al nostro. Ma colà, con più serena visione, senza ostinarsi a voler negare ciò che appare evidente, nessuno dubita che si tratti precisamente di doppia nazionalità.

La disposizione del § 25 della legge sulla cittadinanza del 1913 (*Reichs und Staatsangehörigkeitsgesetz*) dispone: « Un germanico il quale non abbia all'interno nè il suo domicilio nè la sua abituale dimora, perde la sua cittadinanza con l'acquisto di una cittadinanza straniera, se questo acquisto è avvenuto dietro sua domanda... La cittadinanza non si perde se, prima dell'acquisto della cittadinanza straniera, egli dietro sua domanda ha ottenuto dalle autorità competenti della sua patria il permesso per iscritto di conservare la sua cittadinanza. Prima della concessione del permessso deve essere udito il console germanico. »

Noto incidentalmente che il legislatore tedesco ha col § 25 riprodotto la disposizione da me proposta al secondo Congresso degli italiani all'estero (1911) così formulata: « posto pure che la domanda di una cittadinanza straniera implichi la perdita di quella italiana, si ammetta che questa perdita potrà essere sospesa per deliberazione del governo dandogli facoltà di non

applicarla di fronte a certe categorie di emigranti, riguardo a certi paesi » (1).

Quali i motivi del § 25 della legge germanica? Il Delbrück, ministro dell'interno, presentando la legge diceva che si volle rendere le disposizioni relative alla naturalizzazione « più conformi alle nuove condizioni dello sviluppo politico ed economico, tedesco ». Il § 25 della legge 1° giugno 1870 faceva perdere la cittadinanza germanica ai tedeschi residenti all'estero da 10 anni: « questa disposizione continuava il Delbrück, è stata sancita molto tempo fa e la necessità che la giustificavano più non esistono. Già prima del 1870 gli Stati confederati lamentavano l'aumento della emigrazione; coloro che partivano non erano gli elementi meno intelligenti nè meno abili della popolazione: ma abbandonavano la patria per sempre senza intenzione di ritornarvi, sia per non essere soddisfatti della situazione politica, sia perchè credevano trovare oltremare condizioni di lavoro più favorevoli che in Germania politicamente divisa e poco sviluppata economicamente, sia infine perchè la distanza della patria — dati i mezzi di comunicazione di quel tempo — costituivano un ostacolo al loro ritorno. Inoltre gli Stati confederati non erano in grado di proteggere gli emigrati tetedeschi all'estero in modo da far loro apprezzare il valore della loro nazionalità germanica. In tali condizioni era logico non mettere ostacoli alla perdita della cittadinanza, la quale costituiva un ideale privo di pratico valore: meglio inchinarsi davanti ad un fatto innegabile. D'altra parte questa disposizione presentava il vantaggio di limitare per quanto era possibile il numero delle persone appartenenti a più Stati dei cosidetti *sujets mixtes*, tentativo completamente lodevole dal punto di vista della ragion di Stato di quell'epoca.

« In generale le persone appartenenti a più Stati non presentano nessuna utilità per gli Stati interessati, ma sono piuttosto un peso per essi. Nelle condizioni normali ordinarie appartenere a due Stati è una assurdità: un uomo non può servire due padroni, ed è inutile senza una ragione impellente — parlerò poi delle eccezioni che rendono questa condizione sotto ogni aspetto raccomandabile — aumentare il numero dei *sujets mixtes*. Ma il *civis germanicus sum* ha cessato di essere una parola fuori di senso. Esso è diventato l'orgogliosa affermazione di appartenere ad uno Stato grande e potente. La co-

(1) *Atti del II Congr. It. all' Estero*, cit. pag. 96.

scienza d'essere tedesco non consiste soltanto in rimembranze sentimentali; il tedesco d'oggidì, che si trova all'estero è, grazie alla attuale intensità di rapporti, facilità di corrispondenza epistolare, e sviluppo della nostra stampa, in costante e vivace relazione con la vita economica e intellettuale della sua patria. La coscienza di essere tedesco dà insieme il sentimento di sisurezza che tutti provano, di trovarsi sotto la protezione della bandiera di uno Stato forte. Lo stesso impero germanico ha oggi un diverso interesse a mantenersi in contatto coi suoi emigrati transoceanici, poi che le ragioni dell'emigrazione sono diventate in gran parte differenti da quelle di altri tempi. Il tedesco che emigra non lo fa più ora con l'idea di separarsi economicamente e politicamente dalla patria: ma una grande parte di coloro, che emigrano, lo fanno per servire la patria economicamente e politicamente. E noi siamo ora, grazie allo sviluppo della organizzazione consolare ed alla nostra potente flotta, in grado di largire a codesti tedeschi, che sebbene risiedono all'estero, si sentono tedeschi, la protezione di cui potrebbero aver bisogno. Porre nella legge il principio: *semel germanus semper germanus*, può apparire una soluzione soddisfacente del problema: ma praticamente produrrebbe degli inconvenienti e non assicurerebbe i vantaggi che si desidera ottenere: non si può poi disconoscere che colui il quale chiaramente e apertamente dichiara di voler restare tedesco non deve essere mantenuto forzatamente nella nazionalità di uno Stato al quale crede di non aver nessuna ragione di appartenere e a cui la cittadinanza gli crea delle difficoltà nelle sue relazioni col paese che a torto od a ragione preferisce alla patria.

« Ma bisogna pure riconoscere che vi sono dei casi in cui un cittadino germanico, che si trova all'estero, potrebbe avere interesse ad acquistare a lato della vecchia una nuova cittadinanza e che, pure essendo in possesso di questa, potrebbe rappresentare utilmente l'interesse della sua vecchia patria. Ed è per questo che nella nuova legge abbiamo accolto una disposizione in virtù della quale coloro che avranno domandato ed ottenuto la cittadinanza in un paese straniero, ma ne hanno preventivamente avvertito le autorità competenti del loro paese e ottenuto la autorizzazione, non perdono la cittadinanza tedesca » (1).

---

(1) Reischstag, 13 legislatur, Periode I, session 1912-13, Sitzung, 23, II, 1912 pag. 250-51, Vedi anche Clunet, *Journal*, 1912, pag. 1095.

La commissione di Reichstag e molti deputati, pure riconoscendo che la pluralità di cittadinanza non è desiderabile sia accolta come regola generale, dichiarano che in certi casi non riconoscerla sarebbe praticamente un errore; permettendo ad un tedesco di rimanere tale e insieme acquistare la cittadinanza russa o inglese o americana, egli potrà, ciò che restando soltanto tedesco non gli sarebbe concesso, diventare proprietario di beni immobili in Russia, accedere alla borsa di Londra, esercitare negli Stati dell'America latina una vittoriosa concorrenza contro chi abbia acquistato la cittadinanza locale e servire al tempo stesso utilmente la Germania (1).

Osservo intanto che i motivi del § 25 della legge tedesca sono, salvo la spiccata intonazione nazionalista, in gran parte eguali a quelli da me esposti qualche anno prima per invocare l'accoglimento della doppia cittadinanza nella legge italiana. Quali differenze intercedono poi tra l'art. 7 della nostra legge da un lato e la proposta mia e il § 25 di quella tedesca dall'altro? Il primo riguarda il cittadino che è ritenuto nazionale *jure soli* da uno stato estero, che possiede quindi, che ha acquisito una cittadinanza straniera: per il primo la volontà di conservare assieme a quella straniera la cittadinanza italiana, non abbisogna di essere nè manifestata nè integrata da approvazione superiore, per le seconde sì. Ma la simultanea appartenenza dell'individuo ai due Stati risulta in modo eguale così nell'uno come negli altri casi; la conservazione della cittadinanza originaria è condizionata all'acquisto di quella straniera tanto secondo l'art. 7 della legge italiana che per il § 25 di quella germanica e per la proposta mia (2).

Ma il legislatore germanico sebbene convinto che il § 25 costituisce una deroga all'antico principio teorico, apertamente riconosce di aver sancito la duplicità e parla di cittadinanza originaria conservata insieme alla nuova, di *sujets mixtes* di doppia, plurima cittadinanza (*mehrfahe*, *mehrere*, *doppelte Staatsangehörigkeit* (3)). Il legislatore italiano invece, con una

---

(1) Atti del Reichstag, indicati sopra: *Bericht der 6. Kommission zur vorberatung der Entwurfe eines Reichs und staatsangekörigkeitsgesetzes* (n. 962): pag. 58; 14 sitzung 27, II, 1912, pag. 282.

(2) La nostra legge è molto più larga di quella tedesca e della proposta mia, perchè non ha neppur riservato al governo la facoltà di vietare la duplicità di cittadinanza (ciò che in certi casi poteva essere opportuno), tutto abbandonando alla volontà dell'interessato.

(3) *Berich* cit. loco cit., Atti del Reichstag cit., Discussioni pag. 250, 262, 273, 282, 283 ecc. ecc.

caparbietà che può far sorridere, recisamente nega di averla ammessa affinchè neppur l'ombra dell'*horribile monstrum* che senza volerlo e senza saperlo egli ha procreato, possa distrarre la sua pupilla dalla estatica ammirazione delle euritmiche forme classiche.

Ma questa ormai è polemica infeconda: i rapporti che sorgono dalla intensità della vita moderna, il fenomeno sconosciuto al passato del movimento emigratorio, *usu exigente et humanis necessitatibus,* hanno costretto il legislatore a fare, incoscientemente, ciò che gli ripugnava: la doppia cittadinanza di diritto esiste ormai nella nostra legislazione: e, constatandolo, non dissimulo il mio compiacimento.

DELLE VOCI BORMINE

RÖ́JNA, *BRÖ́JNA*, *RÖ́JCA*.

Nota del M. E. Carlo Salvioni

(*Adunanza del 28 maggio 1914*)

Agli studiosi dei dialetti alpini della nostra Lombardia è riuscito un veramente prezioso regalo il Vocabolario bormino di Glicerio Longa apparso non ha guari per le cure della Società filologica romana (1). Usciva esso alla luce il giorno stesso in cui l'autore, venticinquenne appena, le chiudeva i suoi occhi per sempre; quegli occhi che da più anni erano indefessamente aperti e vigili sulle molteplici manifestazioni della vita de' convallerani, la quale in più monografie era venuto illustrando. Così aveva il Longa indagati gli usi e costumi del Bormiese (2); e in un saggio, che doveva preludere a più altri ed ebbe l'onore di venire accolto in una rivista tedesca di chiara fama, aveva incominciato a descriverne le industrie casalinghe (3). Lavori meditati e utili, ai quali il povero Longa trovava modo di assiduamente accudire, conducendo avanti di pari passo la per lui durissima lotta per la vita, che probamente si guadagnava in una scuola del nostro comune. E in mezzo alle stesse cure e lotte, condusse a fine il Vocabolario, steso con tale coscienza e intelligenza dell' assunto, con tale possesso della copiosa materia, con tale accuratezza di esecuzione, da potersi asserire che, per più d'un verso, eccella sui molti lessici ver-

(1) Costituisce il IX fascicolo (di pp. 350) degli *Studj romanzi*, diretti da E. Monaci. (Roma 1912 [ma 1913]).

(2) *Usi e Costumi del Bormiese*. Sondrio, Società tipo-litografica valtellinese, 1912. In 32°, pp. 255.

(3) *Terminologia contadinesca di Bormio*. Parte prima: *Come si preparano le vesti*; in Wörter und Sachen, III, 110-17.

nacolari nostrani. Eccelle sopratutto per il sapiente impiego di quella fedele e conseguente trascrizione de' suoni, che sola guarentisce lo studioso contro ogni possibile errore di lettura (1). Chi s' accingerà ora a descrivere il dialetto di Bormio avrà la somma fortuna di potersi valere di materiali altrettanto abbondanti (2) quanto sicuri; fortuna che non aveva l' Ascoli (Arch. glott. it., I, 286 sgg.) quando dettava le sue lucide e sempre vive pagine sullo stesso dialetto.

E sono appunto de' fenomeni bormini, sui quali s' era già fissata l' attenzione dell' Ascoli, quelli che si vogliono sottoporre, mercè l' ajuto che ci viene dal Longa, a una più attenta disanima (3).

* * *

Le tre parole che si leggono in testa a questo articolo, non sono etimologicamente peregrine. Esse significano rispettivamente: ' rovina '; ' brina '; ' pianta della rapa ' (lomb. *ravìśa* . Di esse il lettore è ora più esattamente informato dal Meyer-Lübke, REW (= *Romanisches Etymologisches Wörterbuch*), ai num. 7431, 6796, 7052. Ciò che m'induce a trattarne, è la loro figura fonetica, che molto si discosta dalle basi la-

---

(1) Le mende che si posson per questo verso rimproverare al Longa sono ben leggiere. Io avrei, per es., desiderato ch' egli non omettesse di indicare coll' apposito segno la sibilante sonora davanti a consonante sonora, che scrivesse *žbalār*, com' è realmente la pronuncia, invece di *śbalār*, ecc. È un' inezia, chi pensi alle mende, che, pure ammessi i vecchi metodi, si caricava sulle spalle il predecessore del Longa nella raccolta del materiale lessicale bormino (v. Rend. XXXIX 481 n.). Più grave menda è forse, nel Longa, l' uso promiscuo dei segni *ẹ ẹ̯* risp. *ọ ọ̯*, che pajonmi non voler dire cose diverse, non essere cioè ambedue che gli esponenti di *e* ed *o* chiusi.

(2) Più abbondanti che non appaja dalle serie alfabetiche del Longa. Poichè questi ha non di rado omesso di ripresentare in quelle serie delle parole citate, per ragion di sinonimia, sotto questo o quel vocabolo. Così, sotto *kǫ̈mọt*, latrina, si leggono gli importanti sinonimi *baśidǫ̈jr* e *lumìn*, non accolti nel loro posto alfabetico.

(3) M' attengo naturalmente alla grafia del Longa, che è poi quella del vecchio Arch. glottol. Solo adotto *ę* ed *ǫ* per le vocali aperte, *ẹ ọ* per le chiuse e *ç ś* per la sibilante dentale sorda, risp. sonora.

tine r ū ī n a, p r ū ī n a (1), *r a p i c i a, riuscite, qual punto di partenza immediata, verosimilmente a *rovina*, *provina*, *raríccia*.

Le quali voci hanno in comune un *ví* preceduto da una vocale, che nelle prime due è *o*, nella terza, *a*. Vi ha dunque tra questa e le altre una dissonanza essenziale, ch' è obbligo nostro di eliminare, se vogliamo rivendicarci il diritto di considerare le tre parole sotto la stessa ed unica luce.

La equiparazione si può tentare per due vie. La prima ci porterebbe ad ammettere che l'*a* protonico di *ravíċċa* si sia ridotto ad *o* nella vicinanza di *v*, e sia quindi possibile muovere, a Bormio, da un **rovíċċa*. Il fatto di un *a* protonico che venga ad *o* (*u*) nella vicinanza di *v* o di altre consonanti labiali, è dei più ovvi ed ha esempi in ogni dialetto (v. intanto Rend. Ist. Lomb., XLVI 1005). Per la Lombardia ricordo il cremasco *soaśá* (= **sov-*) allato a *saaśá* (= *sav-*; cfr. cremon. *savaśá*) sciaguattare, valmagg. *corazzá* (Monti) = lomb. *carezzá* (REW 1637), da me udito anche in Val Travaglia, e il *kominá*, camminare, della Valsolda (2). Un *rovíċċa*, = *rav-*, non sarebbe dunque più strano che non questi esempi o che i sa. *cuaddu* cavallo, *fueddái* favellare.

Ma per un'altra via possiamo far consonare i tre termini. È un fatto dei più comuni, nei dialetti romanzi, che le sillabe atone iniziali *ra- ro- ru- ri-* cedano all'attrazione di *re-* (3), che, come ognun sa, rappresenta un prefisso assai diffuso e sempre vitale, attrazione a cui dobbiamo, p. es., i lomb. *reśón*, *redónd*, *relóċ* orologio, *restél* rastrello, che, in parte, sono pure esemplari bormini. D'altra parte, anche le sillabe iniziali atone

---

(1) Il *b-* di *brina* ecc. sarà dovuto a *brasa* (REW 1276). Consiglia a ciò ammettere il *bracina*, brina, di Todi, che ci dimostra appunto il confluire di b r a s a e di p r u ī n a. Alla stessa ragione potrà ascriversi il *bra-* delle forme grigioni (engad. *braina* e *brağina*) e del *braina* di Bormio (S. Maria Maddalena).

(2) Spetta qui, molto verosimilmente, pure il brianz. *sguağála* (*sguága* abbondanza) = **sgov-* = it. *gavazzare* mil. *śgavažá*. Da territori più lontani mi si lasci qui ricordare il veron. *puávere* papavero, e il poles. *poéga* (allato a *pavéga*) farfalla REW 6211: due esempi dove l'*a* era imprigionato tra labiali. Quanto al mant. *morúbi* marobbio, potremmo avervi insieme un'assimilazione parziale alla tonica.

(3) Il quale *re-* (o il suo succedaneo) può poi passare alla tonica: bresc. *ridol* rullo (cfr. *ridolá* rotolare, arrotolare).

pro- ecc. possono venire sostituite da *pre-* (1) (pistoj. *pre-* e *pricissione* processione, ait. *prematica* prammatica, mil. *impremüdà* REW 4319, *prefilà* profilare, *prefüm* profumo, *premütúr* promotore , sic. *pricurari* procurare, nap. *precolatore* procuratore, ait. *pretajolo* pratajuolo. Per tali vie giungiamo di là a **revìčča*, **revìna*, di qui a **previna*.

Il comun punto di partenza l'avremo dunque o in **rovìna* **provìna* **rovìčča*, o in **revìna* **previna* **revìčča*.

Prima di procedere oltre, alla giustificazione fonetica delle attuali forme bormine, è necessario spiegarci in rapporto all'accentuazione loro. La rimozione dell'accento dalla seconda alla prima di due vocali attigue non fa punto specie, e se ne hanno esempi frequenti in ogni dialetto (v., per es., questi Rendiconti XLIII, 630, XLII 682 segg., XXXVII 522 segg.). Ma, per rimanere in Lombardia, ricorderò il mil. *pǘida* allato a *püida pürida* (2) pipita (Jud, Zeitschr. f. roman. Phil. XXXVIII 47), l'onsernon. *fàiš* faggio (ossol., valmagg., verzasch. *faiš* —*ič*), Boll. stor. d. Svizzera ital. XIX 155, il berg. (valli Gandino e Seriana) *sèjta*=*saitta* (cfr. il ven. *sita* REW 7508), con cui andrà il poschiav. *sèitola* (REW 7510). E Poschiavo (Rendic. XXXIX 519-520) ha pure *càis* di fronte a *cais* agnello d'un anno, valtell., ecc., *caisla* (3) delle Tre Pievi. Specificamente bormini sono *lẹ́jna lẹ́-* accanto a *lẹrìna* (4) lavina, e il moderno *bọ́j -ọ́jda* (< **bọi* < **bọji*) bollito -a.

---

(1) L'alternanza di *pre-* con *pro-* ecc. la si riscontra, per altre ragioni, anche negli it. *pro-* e *precojo*, *premizia* allato a *pri-*, *profenda* e *prevenda*, *pressimano* (incontro di *presso* e *prossimo*). Quanto a *impremüdà*, che ha accanto *imprümedà*, potremmo avere una metatesi reciproca tra protoniche; e in *premütúr*, cui sta di fianco *prüm-*, una dissimilazione.

(2) E a *pǘrida* che, naturalmente, è *pǘida* risententesi di *pürida*.

(3) In quella nuova improntitudine di Giulio Bertoni ch'è *L'elemento germanico nella lingua italiana* (Genova, Formiggini, 1814), s'ignora, naturalmente, il discorso che della nostra parola è fatto in Rend. Ist. lomb. XXXIX 519-20, e si ragiona di *càisla*, sulla fede del Bruckner, senza nemmen pensare ad aprire il Monti, che, a p. 381, annota *caisla*. — E mi si lasci qui ricordare la contrazione di *ai*, nel borm. *kīš -ižàta* pecora di due anni che non ha ancora figliato, valtell. *chisòt* (Biond.) agnello di circa un anno.

(4) Cfr. *lẹdín* 'ladino', *kẹ-* e *kitif* cattivo, dove la differenza tra *ẹ* (*lẹvìna*) *ẹ* e *i* ha ragioni locali. Ma dati tali esempi, potremo porre in linea con essi anche **revìča*, e aver così per questa voce una dichiarazione concorrente con quella fornita nel testo.

Il contatto tra le due vocali in **leina* (onde *lẹjna*) è determinato, come il lettore da se vede, dalla caduta del *-r-*, caduta che a Bormio, in voci schiettamente popolari, è normale (v. Arch. glott. it. I 290, e aggiungi *skẹz* scavezzato [berg. *skeés*], *raa* e *ra* rapa, *lār* lavare, *laín* *-aína* nonno -a, ' avíno -a ', *baa* e *ba* bava, ecc. ecc.) (1). Lo stesso valga delle nostre tre parole, che dunque presuppongono una trasposizione d'accento preceduta da forme in cui il *-r-* più non figurava. La vocale che precedeva al *r* era *ọ* data una delle alternative di cui sopra; doveva ormai essere *ö*, data l'altra, data quella cioè che muove da **rerína* ecc.

Poichè solo un **rörína*, venuto a **röína* e *rǫjna*, potrebbe giustificare questa seconda vicenda. E su d'un *rörína* possiam tanto più fondarci in quanto sia una tendenza fonetica bormina (2) quella di fare *ör* da *er*, come risulta da questa serie d'esempi:

bör e *böer* bevere (*böj* bevo, *böf* beve); e insieme *börár* abbeverare (*bóra* abbevera).

nöla nube, cioè *nérola*, REW 5865.

pör pepe (lomb. *pẹvẹr*, presente ora anche a Bormio).

för febbre (lomb. *fẹvẹr*), *inföjrìç* prender la febbre.

flöl fievole, REW 3362.

abröt ' brivido ' rabbrividito dal freddo (lomb. *brẹved* ecc., REW 5865)

-ö- nell' imperfetto della 2-3ª, nelle Valli, (*indolö* doleva, Longa 346, *feöj* *-ös* *-ö* (3) facevo -i -a, pag, 345 [ma *parẹ* pareva, pag. 339]). Potrebbe provenire da qui, ma anche da quelle forme di habui che riuscivano ad avere un *vẹ* (' *aresti*

(1) Cfr. ancora gli esempi come *bör* ecc., dei quali si tocca più avanti. Il fenomeno sta cedendo a Bormio davanti alla invadenza lombarda, ma maggiore resistenza ha il contado e sopratutto Livigno. Come a Bergamo, il fenomeno dev' essere relativamente fresco, posteriore cioè alla caduta delle vocali finali: cfr. *bör* bevere, *böj* bevo (= *bö*[*r*]*i*) ma *böf* beve, ecc. (berg. *bie* bevo. = *bé*[*r*]*i*, ma *bif* beve, bere, ecc.). La 3ª pers. sing. del condiz. in *-ara* nulla prova in contrario, come è esposto in Rend. Ist. Lomb. XXXIX 576.

(2) Fuori di Bormio io non saprei ricordare in Lombardia che uno sporadico *pjöera* pecora, = **pjérra*, del contado di Bellinzona.

(3) Son notevoli queste forme livignasche, anche in quanto ci mostrino il tema del presente esteso oltre i propri limiti. Poiché il *ç* non vi può essere che da *cj*: *facjeva*,

–vęmmo –vęste '), l'*ö* nel condizionale di Valfurva nel paradigma di habēre (*arös*; Longa, 343).

Questa evoluzione era esclusiva di *ẹv* tonico, o poteva anche estendersi alla formola atona? Il paradigma di *bör* (*bọé* bevete, *bọéa* beveva, *bọú bẹú* e *bu* bevuto; ma *bördá* beverà, *börđáj* beverei) parrebbe risolver la domanda nel primo senso, tanto più che poco assegnamento c'è da fare su *infö̈jriç* troppo attaccato a *för*, e sul futuro e condizionale di *bör*, troppo dipendenti dall'infinito. Ma può fare specie *börár* di fronte a *bọé* ecc.; le quali ultime forme al postutto potrebbero aver già convertito il loro *ẹ* in *ọ* quando ancora *ev* non si faceva *öv*. Certo che, dove non si meni buono *börár* (1), *rö̈jča* e compagni sarebbero i soli esempi per *ev* atono; e già per questo, non potendosi risolvere un problema con un problema, l' alternativa di **revíča* ecc. risulterebbe senz'altro caduca.

Terrebbe allora il campo, in modo esclusivo, la seconda spiegazione, quella a cui ora veniamo. È vezzo frequente del dialetto bormino (v. Rendic. XXXIX 489 n.) (2), che venga ad

---

(1) Discuto in nota *lö̈jč -š* laveggio (REW 4899). Il *j* non può qui essere che il rappresentante di un anteriore *i* da *e* (cfr. *bö́er* bevere, e, accanto ad esso, *infö́jriç* = *-öeríç*). Siamo quindi a un **lévec̀*, a un caso d'accento rimosso da paragonarsi a quello che ci offre il valbremb. *cálec̀* allato a *calèc̀* (com. *id* e *canèc̀*, berg. *-néc̀*; tutti da cuniculu REW 2397); dove, per l'*e* della prima sillaba, sarebbero da vedere i liv. *kevẹ́z*, *kenẹ́stro*, *kẹstẹ́ña*. Ma la rimozione non potrebbe aver avuto luogo movendo da **lövéc̀*? O anche da **lọvéc̀* attraverso *lọ[v]éc̀* **lọec̀*, **lọ́jč*, avendosi così un caso molto simile a quello di *rö̈jča*? Pongo le domande senza sapervi rispondere. E c'è anche *flöl* allato a *flö́ẹl* correggiato, 'flagello' (REW 3347). Comunque si spieghi poi il *-v-* è certo che si debba muovere da **fle-* < **flavello*, al che pur c'invita il friul. *freulir* manfanile. La forma *flöl* può rappresentare un **flaöl* = **flavé-*, così, come accanto a *lö̈jč* c'è *laöc̀* = **lavéc̀*. Ma *flö́ẹl* rappresenta una forma dall'accento rimosso, di cui però, analogamente a ciò che si faceva per *lö̈jč*, ci domandiamo, se sia **flével* o **flövél* > **flevél*.

(2) Lo si trova anche a Poschiavo, e altrove, come mi pare d'avere non so dove rilevato. A Bellinzona, c'è, per es., *kurö́bja* = borm. *kolọ́bja* mil. *kurúbja* (REW 5054). In Piemonte, c'è *bö́je* bollire; e, se non ad *ö*, lo stesso Piemonte arriva quantomeno ad *ọ* nel feminile de' personali in -ōre: *sartọ́jra* sarta. Ci sono poi in Lombardia e Piemonte i numerosi astratti peggiorativi in *-ö̃ñ*: (*marö̃ñ*, *vakö̃ñ* porcheria, *pultrö̃ña* bruttura, ecc.,) e i null. come lug. *Curtö̃ña Bugö̃ña*, ecc., quasi 'cortaccia' 'bucaccio', ecc.

ö un *ǫ* cui segua immediatamente o nella vicina sillaba un *j* o un suono infetto di *j*. Del che valgano questi esempi: *döj* (masc.) due (cfr. il *dǫj* di altre parti delle alpi lombarde, quel *dǫj* a cui ritorna pure del resto il comun lombardo *dū*), *pöjra* paura (REW 6315), *proçöjr* e *pru-* pressōriu REW 6744, *basidöjr* latrina, ecc., *altöñ* autunno REW 812, *serklöña* (così leggi) sarchiatrice, ecc., Rend. Ist. Lomb. XLV 274, *pöla* e *pǫla* farfalla di cui più avanti in nota, *agöl* (e *–ǫl*) pungiglione, REW 127, ecc., ecc. Non v'ha dubbio che l'*ǫ* di **rǫjča* ecc. avrebbe subita la stessa sorte, e si sarebbe ridotto ad *ö*; onde *röjča* ecc. Dove potrebbe allora parere superfluo di postulare il *v* di **rovína* e **provína*, potendosi forse riuscire a **rǫjna* e **prǫjna* da **rǫína* **prǫína* rappresentanti senz'altro le basi classiche. Senonchè la diffusione del tipo *rovína provína* (1) mi fa propenso ad ammettere tali basi anche per Bormio.

* * *

Come aggiunta alla dimostrazione di *öv* < *ęv*, mi permetto, poichè ho la penna intenta a scrivere di fonetica bormina, di soggiungere che a Bormio pure *vę* dà *vö* (v. Arch. glott. I 289) (2). Posso allegare questi esempi (3):

völ -č, in Valfurva; (borm. *vęl*).
vöria, cavolo, verza, in Valfurva (p. 206, s. ' pup ').
laöč laveggio (s. ' *löjč* ', di cui v. qui indietro, tra le note).
premöjra primavera; Merlo, Stagioni e Mesi 43.
ör avere (*ös* avesse).
sör sapere (*sös* sapesse).

---

(1) Dipende da *provína*, venuto a *proğina*, il sopras. e engad. *purğina*, e così il *brağina* di cui in una precedente nota.

(2) Esempi sporadici occorrono altrove: in Valsolda *kavéj* e *kavöi* capelli, levent. *göj* (REW 2401), già ricordato, come un **guéj*, in Rendic. XXXIX 487 n, ma che potrebbe anch'essere **gověj*, così come il biasch. *pöl*, fanciullo, o il bellinz. *pöla* (REW 6853), posson essere **püręl -vęla* = **pupellu -a* alla quale base, piuttosto che a quella del REW ritornan pure il ven. *piręlo -la* il mil. *pirę̄l*).

(3) Da essi è per cento ragioni da escludere, come devo aver già detto altrove, la voce *köz* capelli (Arch. glott. I 291), che ha *ö*, per metafonesi da *ǫ* (cfr. il *kǫz* di Gorduno di Bellinzona).

köla (1) cavicchio (cioè **karęla*; cfr. il ven. *carèga*) REW 1979.

maröla meraviglia (2).

žö žöm -t -n = 3ª 4ª 5ª 6ª pers. indic. sing. pres. di īre; e pare che le stesse forme servano pure per l'imperfetto (Longa, p. 347), dove allora l'*ö* sarà il prodotto di *öe*; *žöm* e *-ma*, *žöt*, = 1ª e 2ª plur. dell'imperativo; *žöçi* 'andassi'. Allato a quest' ultima forma, qualche varietà ha *vęçi*; e questa forma ci rivela il perchè dell'*ö* di *žöçi* e delle altre forme. Esso muove da forme come **vęmo* **vęte* (lomb. *vęm*, *vę -ī*), **vęra*, *vęsse*, ecc., ora in parte sparite, ma di cui fa appunto testimonio l'*ö*. Quanto a *žö* nella 3ª pers. sing. indic. pres. (cfr. *žöla ben?*, *koma žǫla?*, s. '*žöla*' nel vocab.), esso dipende dalla 1ª plur., per cui valgono la forma ereditaria e il tipo 'uomo va'. Quella suona *žöm*, questa *'m va*. Ma accanto a questa, n'è stata instaurata un'altra, *žö*, grazie al rapporto ordinario che correva tra le due forme della 1ª plurale (tipo *'m da*: **dam*). Siccome poi la forma come *m da* risultava dalla 3ª singolare e, toltone il pronome, era ad essa uguale, così s'introdusse l'eguaglianza pure nella flessione di īre, sostituendosi *žö* a *va*.

* * *

La maggior parte degli esempi che abbiamo allegati e per *öv* < *ęv* e per *vö* < *vę*, offre una concomitante alterazione, questa cioè, che l'*ö*, a cui da quelle formole si giunge, riassuma non solo *ęv* o *vę* ma pure la vocale che seguiva o precedeva all'*ö*. I casi vanno considerati partitamente, a seconda si tratti dell'una o dell'altra formola. Stimo, per la prima, che la condizione primaria, quella da cui muovere per la dichiarazione, ci sia conservata in *böer* = **börer* e in *flöęl*, supposta giusta la spiegazione che di questa voce è fornita qui in-

(1) Tra le mie reminiscenze bormine, c'è *pöla* farfalla, che però il povero Longa mi dichiarava di non conoscere. Lo ricordo perchè potrebbe rappresentare un **paręla* (REW 6211). Tuttavia, siccome il Longa conosce *pǫla* (**pŭllia* REW 6826), così riterremo in ogni modo che da questa forma dipenda *pöla*, secondo quanto abbiamo esposto più indietro nel testo.

(2) Questo *maröla* potrebbe però avere altra ragione, com'è detto in Rend. XXXIX 487 n.

dietro. Una ovvia deviazione era poi quella che conduceva a *öj* (cfr. *inföjriç*, *löjç*). Ma l'*ö*? Non mi par che possa essere da *öj*, vista la mancanza di esempi analoghi per altri *öj* ed essendomi sospetto il *pressoeur* del Monti (s. ' pressòir ') di fronte al *prossöjr* del Longa (1). Sarem dunque o a una apostrofe (*öe* in *ö*) o a una antica assimilazione all'*ö* della precedente sillaba (*nöla* < **nö-öla* o < *nö*[*v*]*öla*), la quale conduceva a *öö* e quindi ad *ö*. Quanto alla seconda formola, il problema gli è di sapere se, per es. l'*ö* di *sör* (2) sia da *aö* per un fenomeno analogo a quello che notiamo in *lōr*, < *laọr*, *bu* (= *boü* o *beü*) bevuto, *trūš* (= poschiav. *traüši*) calzoni (Bertoni, Elem. germ. 210), *škẹz* (se è da **skaėz* piuttosto che da **skeėz*; v. più sopra), e in *kīš* (= **kaīš*) di cui qui addietro, o se anche qui abbiamo un'assimilazione della protonica alla tonica, un' assimilazione della quale ha frequenti esempi il poschiavino (Rendic. XXXIX 491-2; e cfr. anche il borm. *žönöl* ginocchio). Moveremo allora da **söör* o *sö*[*v*]*ör*. Solo quanto a *ōr*, è da prospettare la possibilità che vi si tratti di **a*]*vẹr* (lomb. *vẹ*), venuto a *vör* e col *v*- poi scomparso (cfr. *ọlta* volta, *ōš* voce, ecc.).

---

(1) (Verte).

(2) La lunga non ci ajuta ad uscir dalle incertezze (cfr. *kọr* cuore, *kār* carro, ecc.: e anche *fẹr* sarà *fẹr*, ferro).

(3) Cfr. tuttavia *šut* asciutto, se è genuino, se dipende cioè da anteriore **šujt*. E c'è anche *kọlẹr* mietere (posch. *kler*), che può essere da *colėjre* = c o l l ĭ g ĕ r e, ma anche rappresentare un **colé*-[*j*]*ere*. La singolarità di questa desinenza *-ẹr* nonchè il partic. *kọlẹjt* (posch. *kulẹjt*) avrebbero veramente dovuto persuadere il REW che qui entri in campo il solo num. 2048 e sia perentoriamente da escludere il num. 2037.

APRILE 1914

TEMPO MEDIO CIVILE DI MILANO

Giorni del mese	Alt. barom. ridotta a 0° C				Temperatura centigrada						Quantità della pioggia neve fusa e nebbia condensata
	9h	15h	21h	Media	9h	15h	21h	Mass.	Min.	Media mass. min. 9h 21h	
	mm	mm	mm	mm	°	°	°	°	°	°	mm
1	759.1	756.0	754.5	756.5	+12.1	+20.5	+15.1	+21.3	+ 7.1	+13.9	—
2	52.4	50.0	49.7	50.7	13.4	19.1	12.6	19.4	10.3	13.9	—
3	48.4	47.9	48.3	48.2	13.3	13.9	11.4	17.7	10.2	13.1	3.4
4	47.5	45.3	46.4	46.4	12.7	17.2	9.5	18.4	8.2	12.0	7.6
5	46.1	47.1	48.4	47.2	14.0	15.7	10.6	17.4	5.8	12.2	4.8
6	747.1	742.5	742.4	744.0	+11.2	+17.4	+13.1	+18.4	+ 6.5	+12.3	—
7	42.9	41.3	40.1	41.4	12.0	19.0	16.2	20.5	6.1	13.7	—
8	36.9	37.0	39.7	37.9	12.7	16.1	13.4	18.5	10.2	13.7	2.5
9	46.4	46.5	49.3	47.4	11.3	18.2	14.7	20.3	6.5	13.2	—
10	53.9	53.3	54.1	53.8	13.4	19.4	15.0	20.3	6.8	13.9	—
11	754.6	753.7	754.7	754.3	+15.0	+19.5	+15.4	+20.9	+ 8.3	+14.9	—
12	55.3	54.2	54.2	54.6	13.2	20.5	16.2	21.7	8.8	15.0	—
13	53.4	52.3	52.4	52.7	15.9	20.8	17.4	21.7	10.3	16.3	—
14	51.7	49.6	49.0	50.1	17.0	24.4	19.4	25.0	11.0	18.1	—
15	47.4	45.5	48.5	47.1	18.4	23.4	11.5	24.4	10.2	16.1	7.0
16	753.9	752.0	753.1	753.0	+ 8.4	+15.6	+12.1	+16.5	+ 6.8	+10.9	8.3
17	53.6	52.9	53.5	53.3	10.2	13.4	9.8	14.0	8.2	10.6	—
18	52.1	50.7	53.1	52.0	11.4	15.0	10.4	16.8	6.8	11.3	—
19	53.6	54.2	56.3	54.7	9.3	11.4	9.0	12.1	6.6	9.3	4.8
20	57.9	57.7	58.6	58.1	11.8	15.8	13.0	16.9	7.7	12.4	0.8
21	758.2	755.7	756.1	756.7	+12.6	+21.1	+16.8	+22.2	+ 6.8	+14.6	—
22	56.4	54.8	54.8	55.3	16.2	23.8	18.4	25.3	9.3	17.3	—
23	54.6	52.3	53.0	53.3	17.0	24.2	19.4	25.8	10.7	18.2	—
24	53.0	50.8	50.8	51.6	19.0	24.9	20.0	25.7	12.8	19.4	—
25	49.8	47.9	50.6	49.4	18.0	19.9	13.6	20.2	12.6	16.1	1.8
26	754.7	755.6	757.5	755.9	+13.1	+15.8	+14.2	+18.0	+10.9	+14.0	12.4
27	58.1	56.6	55.8	56.8	14.3	20.5	16.0	21.8	9.8	15.5	—
28	55.8	53.9	54.2	54.6	16.0	23.1	17.8	24.0	9.4	16.8	—
29	53.9	51.9	51.5	52.4	17.7	24.2	18.6	25.2	11.0	18.1	—
30	51.1	49.5	49.2	50.0	+19.0	+20.0	+16.4	+22.2	+13.8	+17.9	—
M	751.99	750.62	751.33	751.31	+13.99	+19.13	+14.57	+20.42	+ 8.98	+14.49	53.4

Altezza barom. mass.	mm 759.1	g. 1	Temperatura mass.	+ 25°.8	g. 23
" " min.	736.9	" 8	" min.	— 5°.8	" 5
" " media	751.31		" media	+ 14°.49	

Temporale il giorno 4, 8, 15, 18, 19, 25.

I numeri segnati con asterisco nella colonna delle precipitazioni indicano neve fusa, o nebbia condensata, o brina, o rugiada disciolte.

APRILE 1914

TEMPO MEDIO CIVILE DI MILANO

Giorni del mese	Tensione del vapor acqueo in millimetri				Umidità relativa in centesime parti				Nebulosità relat. in decimi			Provenienza del vento			Velocità media del vento in chilom. all'ora
	9h	15h	21h	M corr. 9.15.21.	9h	15h	21h	M. corr. 9.15.21.	9h	15h	21h	9h	15h	21h	
	mm	mm	mm	mm											
1	7.1	6.6	3.5	5.6	67	37	28	46.9	0	5	3	CALMA	NW	SW	4
2	6.4	7.5	6.4	6.6	56	45	59	56.2	8	5	1	SW	SW	W	8
3	7.4	8.3	8.6	8.0	65	70	85	76.2	7	10	10	NW	NW	N	3
4	8.6	8.4	7.8	8.2	79	57	88	77.6	7	7	10	W	W	NW	10
5	4.0	8.1	7.2	6.3	33	61	75	59.2	3	3	3	N	SE	E	14
6	7.0	7.4	6.6	6.9	71	50	59	62.9	5	7	4	SE	SW	NW	6
7	7.2	8.0	8.7	7.9	69	49	64	63.6	2	6	10	SE	CALMA	SE	6
8	7.8	4.8	2.6	4.8	71	35	22	45.6	7	6	2	CALMA	N	N	10
9	7.0	4.0	5.1	5.3	70	26	41	48.6	1	2	0	SE	NW	W	5
10	5.6	5.2	5.7	5.4	49	31	45	44.5	2	2	0	NE	SW	W	2
11	6.9	6.8	7.1	6.8	54	40	55	52.9	8	6	5	SE	E	N	2
12	7.0	6.1	8.2	7.0	62	34	60	55.2	9	7	8	CALMA	W	E	2
13	8.8	8.9	9.8	9.1	65	49	67	63.5	9	10	5	CALMA	CALMA	CALMA	1
14	8.7	9.0	9.5	8.9	61	40	56	55.5	3	3	6	SE	SE	NE	2
15	9.0	9.6	7.8	8.7	57	45	77	62.9	9	1	10	CALMA	SE	NE	8
16	6.9	6.4	7.0	6.7	83	48	66	68.9	10	2	6	SW	SE	E	7
17	5.6	5.7	5.6	5.5	60	50	62	60.5	10	6	6	E	NE	N	8
18	4.0	5.7	5.7	4.9	39	45	60	51.2	1	10	10	SW	SE	SE	5
19	7.0	7.1	7.2	7.0	80	71	84	81.5	10	10	10	SE	E	N	6
20	6.9	6.4	7.8	6.8	67	48	70	64.9	8	6	4	E	NE	W	4
21	8.0	8.1	7.6	7.8	73	44	53	60.1	4	3	3	W	W	W	6
22	9.1	6.5	7.4	7.6	66	30	47	51.1	2	1	3	SE	S	SE	2
23	7.7	7.8	8.8	7.9	53	35	52	50.1	2	3	3	CALMA	CALMA	CALMA	3
24	7.1	7.7	8.5	7.7	44	33	49	45.4	7	4	7	S	S	SE	2
25	9.2	8.7	9.5	8.9	60	51	82	67.7	10	9	10	SW	E	E	6
26	8.5	8.1	8.4	8.2	76	61	69	72.1	10	6	10	SE	E	NE	9
27	8.5	9.1	8.8	8.7	71	51	65	65.7	2	4	3	CALMA	S	SW	2
28	8.7	8.1	9.1	8.5	64	38	60	57.4	0	2	3	CALMA	S	S	2
29	9.4	7.8	9.4	8.7	62	35	59	55.4	3	5	3	CALMA	S	NE	3
30	9.0	9.1	8.6	8.8	55	52	62	59.7	7	10	9	N	NW	CALMA	5
M	7.47	7.37	7.47	7.31	62.73	45.37	60.70	59.43	5.5	5.4	5.6				5.1

Tens. del vap. mass. 9.8 g. 13
" " " min. 2.6 " 8
" " " media 7.31
Umid. mass. 88 % g. 4
" min. 22 % " 8
" media 59.43 %

Proporzione dei venti nel mese

N	NE	E	SE	S	SW	W	NW	CALMA
8	7	10	17	7	9	10	7	15

Media nebulosità relativa del mese 5,5

APRILE 1914

Giorno	Lago Maggiore	Lago di Lugano	Lago di Como			Lago d' Iseo	Lago di Garda
	Porto di Angera M. 193.50* 12h	Ponte Tresa M. 272.10* 12h	Como, Porto M. 197.521* 12h	Lecco Malpensata M. 197403* 12h	Lecco Ponte Visconteo M. 197.427* 12h	Ponte a Sarnico M. 185.147* 12h	Salò M. 64.55* 12h
1	— 0.03	+ 0.59	+ 0.16	+ 0.18	+ 0.04	+ 0.25	+ 0.60
2	— 0.03	+ 0.59	+ 0.15	+ 0.18	+ 0.04	+ 0.24	+ 0.60
3	— 0.04	+ 0.58	+ 0.15	+ 0.18	+ 0.04	+ 0.22	+ 0.62
4	— 0.03	+ 0.58	+ 0.15	+ 0.19	+ 0.05	+ 0.22	+ 0.63
5	— 0.01	+ 0.58	+ 0.16	+ 0.23	+ 0.07	+ 0.23	+ 0.66
6	— 0.01	+ 0.58	+ 0.15	+ 0.22	+ 0.07	+ 0.25	+ 0.67
7	— 0.01	+ 0.58	+ 0.15	+ 0.22	+ 0.07	+ 0.27	+ 0.68
8	+ 0.02	+ 0.60	+ 0.20	+ 0.24	+ 0.08	+ 0.28	+ 0.67
9	+ 0.02	+ 0.61	+ 0.21	+ 0.26	+ 0.10	+ 0.30	+ 0.69
10	+ 0.02	+ 0.62	+ 0.20	+ 0.26	+ 0.10	+ 0.31	+ 0.70
11	+ 0.01	+ 0.61	+ 0.20	+ 0.25	+ 0.10	+ 0.32	+ 0.69
12	+ 0.01	+ 0.60	+ 0.20	+ 0.24	+ 0.09	+ 0.32	+ 0.69
13	+ 0.01	+ 0.60	+ 0.21	+ 0.24	+ 0.09	+ 0.33	+ 0.70
14	+ 0.01	+ 0.59	+ 0.21	+ 0.25	+ 0.10	+ 0.33	+ 0.70
15	+ 0.05	+ 0.59	+ 0.21	+ 0.25	+ 0.10	+ 0.35	+ 0.70
16	+ 0.06	+ 0.57	+ 0.21	+ 0.26	+ 0.11	+ 0.38	+ 0.72
17	+ 0.07	+ 0.55	+ 0.22	+ 0.28	+ 0.13	+ 0.39	+ 0.71
18	+ 0.05	+ 0.52	+ 0.23	+ 0.29	+ 0.14	+ 0.44	+ 0.71
19	+ 0.05	+ 0.52	+ 0.23	+ 0.29	+ 0.14	+ 0.45	+ 0.71
20	+ 0.05	+ 0.51	+ 0.24	+ 0.29	+ 0.14	+ 0.46	+ 0.72
21	+ 0.04	+ 0.50	+ 0.25	+ 0.28	+ 0.13	+ 0.47	+ 0.72
22	+ 0.02	+ 0.49	+ 0.25	+ 0.27	+ 0.13	+ 0.47	+ 0.72
23	+ 0.01	+ 0.48	+ 0.25	+ 0.27	+ 0.13	+ 0.47	+ 0.72
24	+ 0.01	+ 0.46	+ 0.24	+ 0.27	+ 0.13	+ 0.43	+ 0.72
25	+ 0.01	+ 0.45	+ 0.24	+ 0.25	+ 0.13	+ 0.43	+ 0.72
26	+ 0.03	+ 0.44	+ 0.24	+ 0.29	+ 0.14	+ 0.44	+ 0.73
27	+ 0.03	+ 0.43	+ 0.25	+ 0.29	+ 0.14	+ 0.44	+ 0.73
28	+ 0.02	+ 0.42	+ 0.26	+ 0.30	+ 0.15	+ 0.46	+ 0.73
29	+ 0.02	+ 0.41	+ 0.27	+ 0.31	+ 0.16	+ 0.46	+ 0.74
30	+ 0.03	+ 0.40	+ 0.28	+ 0.33	+ 0.18	+ 0.45	+ 0.74

(*) Quota dello zero dell'idrometro sul livello del mare.

MAGGIO 1914

Giorno	Lago Maggiore	Lago di Lugano	Lago di Como			Lago d' Iseo	Lago di Garda
	Porto di Angera M. 193.50* 12^h	Ponte Tresa M. 272.10* 12^h	Como, Porto M. 197.521* 12^h	Lecco Malpensata M. 197.403* 12^h	Lecco Ponte Visconteo M. 197.427* 12^h	Ponte a Sarnico M. 185.147* 12^h	Salò M. 64.55* 12^h
1	+ 0.07	+ 0.41	+ 0.30	+ 0.35	+ 0.19	+ 0.49	+ 0.74
2	+ 0.09	+ 0.42	+ 0.35	+ 0.40	+ 0.22	+ 0.52	+ 0.74
3	+ 0.15	+ 0.41	+ 0.36	+ 0.41	+ 0.23	+ 0.55	+ 0.75
4	+ 0.16	+ 0.40	+ 0.35	+ 0.42	+ 0.24	+ 0.56	+ 0.75
5	+ 0.17	+ 0.39	+ 0.35	+ 0.44	+ 0.25	+ 0.56	+ 0.76
6	+ 0.19	+ 0.40	+ 0.40	+ 0.45	+ 0.26	+ 0.57	+ 0.77
7	+ 0.18	+ 0.40	+ 0.39	+ 0.45	+ 0.26	+ 0.57	+ 0.78
8	+ 0.19	+ 0.39	+ 0.38	+ 0.46	+ 0.27	+ 0.58	+ 0.78
9	+ 0.27	+ 0.42	+ 0.40	+ 0.51	+ 0.31	+ 0.67	+ 0.79
10	+ 0.78	+ 0.73	+ 0.73	+ 0.80	+ 0.58	+ 0.71	+ 0.82
11	+ 1.10	+ 0.87	+ 0.91	+ 0.97	+ 0.74	+ 0.77	agitato
12	+ 1.07	+ 0.89	+ 0.93	+ 0.99	+ 0.76	+ 0.79	+ 0.84
13	+ 1.02	+ 0.87	+ 0.92	+ 0.97	+ 0.75	+ 0.80	agitato
14	+ 0.94	+ 0.85	+ 0.89	+ 0.93	+ 0.72	+ 0.78	+ 0.84
15	+ 0.86	+ 0.84	+ 0.87	+ 0.89	+ 0.68	+ 0.79	+ 0.86
16	+ 0.82	+ 0.84	+ 0.85	+ 0.85	+ 0.65	+ 0.79	+ 0.86
17	+ 0.74	+ 0.83	+ 0.80	+ 0.82	+ 0.62	+ 0.78	+ 0.86
18	+ 0.68	+ 0.82	+ 0.76	+ 0.79	+ 0.59	+ 0.74	+ 0.87
19	+ 0.61	+ 0.79	+ 0.72	+ 0.76	+ 0.56	+ 0.69	+ 0.86
20	+ 0.59	+ 0.77	+ 0.68	+ 0.74	+ 0.53	+ 0.60	+ 0.86
21	+ 0.55	+ 0.74	+ 0.65	+ 0.71	+ 0.51	+ 0.54	+ 0.88
22	+ 0.52	+ 0.71	+ 0.65	+ 0.68	+ 0.49	+ 0.52	+ 0.88
23	+ 0.50	+ 0.68	+ 0.67	+ 0.66	+ 0.47	+ 0.52	+ 0.88
24	+ 0.56	+ 0.66	+ 0.70	+ 0.64	+ 0.45	+ 0.50	+ 0.88
25	+ 0.81	+ 0.78	+ 0.85	+ 0.89	+ 0.68	+ 0.55	+ 0.92
26	+ 1.14	+ 0.95	+ 1.07	+ 1.14	+ 0.88	+ 0.60	+ 0.96
27	+ 1.51	+ 1.23	+ 1.35	+ 1.42	+ 1.15	+ 0.64	+ 0.98
28	+ 1.59	+ 1.32	+ 1.44	+ 1.48	+ 1.20	+ 0.70	+ 1.02
29	+ 1.59	+ 1.35	+ 1.45	+ 1.52	+ 1.23	+ 0.75	+ 1.06
30	+ 1.58	+ 1.38	+ 1.45	+ 1.51	+ 1.23	+ 0.75	+ 1.06
31	+ 1.52	+ 1.36	+ 1.40	+ 1.47	+ 1.20	+ 0.77	+ 1.06

(*) Quota dello zero dell'idrometro sul livello del mare.

Adunanza dell' 11 Giugno 1914

PRESIDENZA DEL PROF. SEN. GIOVANNI CELORIA

VICE-PRESIDENTE

Sono presenti i MM. EE.: Celoria, Gabba L. sen., Gorra, Jorini, Menozzi, Sabbadini, Salvioni C., Scherillo, Taramelli, Zuccante.

E i SS. CC.: Arnò, Bordoni-Uffreduzi, Carrara, De Marchi M., Jona, Pestalozza U.

Non hanno potuto intervenire all'adunanza il M. E. Del Giudice, presidente, e i MM. EE. Artini, Forlanini, Vidari E., Vignoli.

Alle ore 14 il presidente dichiara aperta la seduta, invitando il collega M. E. prof. Zuccante a dare lettura del processo verbale dell'adunanza del 28 maggio p. p., il quale viene approvato: dopo di che viene data comunicazione degli omaggi pervenuti all'Istituto che sono i seguenti: per la Classe di scienze:

Guareschi I. Sulla legge della dilatazione dei gas di Volta. Leipzig, 1914.

Osburn R. The care of home Aquaria. New York, 1914.

Report (Twelfth) Report on the Sarawak Museum. Sarawak, 1913.

Sordelli F. L'opera scientifica del socio dott. Paolo Magretti. Pavia, 1914.

E, per la Classe di lettere:

Censimento della popolazione del Regno d'Italia al 10 giugno 1911. Vol. 2 Roma, 1914.

Memoria (In) del conte Antonio Cavagna Sangiuliani di Gualdana, nel 1°. anniversario della sua morte. Pavia, 1914.

Travaglio C. Armonie fra scienza ed arte. Savigliano, 1914.

Il presidente dà poi la parola al M. E. prof. Angelo Menozzi, il quale riferisce sulle onoranze tributate in Torino ad Ascanio Sobrero nell'anniversario della sua nascita; a queste

onoranze il collega Menozzi ha assistito in rappresentanza del R. Istituto Lombardo.

Indi il S. C. prof. Uberto Pestalozza riferisce sul Congresso internazionale di etnografia e di etnologia, non ha guari tenuto a Neuchatel, in cui egli rappresentava l'Istituto Lombardo.

Il collega esprime brevemente le impressioni da lui riportate su quell'importante Congresso intorno al quale si riserva di presentare all'Istituto uno speciale rapporto.

Il presidente invita ora i colleghi a dare principio alle comunicazioni delle letture.

Il M. E. prof. Egidio Gorra legge la sua III nota: *Sulle origine dell'epopea francese.*

Il S. C. prof. Guido Bordoni-Uffreduzi presenta la sua nota avente per titolo: *Il tifo a Milano e la sua profilassi.*

Il prof. Carlo Cantoni legge la memoria da lui redatta in collaborazione col dott. Arcerio Bernini: *Sulla dilatazione termica del sodio, del potassio, e del litio.*

L'ordine del giorno indicherebbe la lettura del prof. Emilio Veneroni: *Sopra una varietà cubica dello spazio a 5 dimensioni*; ma non essendo egli presente l'Istituto delibera che la di lui nota abbia ad essere presentata alla prossima adunanza del p. v. 25 giugno.

Essendo del pari assente la dott. Paola Manfredi, la sua nota all'ordine del giorno col titolo: *Osservazioni cristallografiche dalla baritina di Su ludu nieddu*, ammessa alla lettura dalla Sezione di scienze naturali, viene rimandata all'adunanza del 25 p. v. giugno.

Infine il prof. Plinio Patrini presenta la sua nota: *I terrazzi orografici del Benaco*, essa pure ammessa dalla Sezione di scienze naturali.

Essendo esauriti gli argomenti posti all'ordine del giorno il presidente dichiara sciolta la seduta alle ore 15.30.

Il Presidente
G. CELORIA

Il Segretario
L. GABBA

I TERRAZZI OROGRAFICI DEL BENACO

Nota del dott. PLINIO PATRINI

(Adunanza dell'11 giugno 1914)

Il bacino imbrifero del Benaco, se prescindiamo dal Sarca, il quale nasce a circa 3300 m. dal massiccio dell'Adamello e sbocca nel lago fra Torbole e M. Brione, si può considerare limitato: a nord dai monti Capino (1123), M. Biaina (1413), M. Lomason (1804) e M. Gaverdina (2048); ad occidente dal crinale della grande massa dolomitica che lo separa dalle Giudicarie e dal lago d'Idro; ad oriente dal crinale del Baldo; infine a mezzodì dal vasto anfiteatro morenico benacense.

Esamino successivamente il tratto settentrionale a nord di Riva ed i lati occidentale, orientale e meridionale.

1.° *Tratto settentrionale* a nord di Riva. Questo tratto è costituito specialmente da terreni secondari, in cui predominano le dolomie ed i calcari selciosi del lias; terreni che si presentano assai dislocati e fortemente inclinati, attraversati da frequenti faglie; caratteristica la valle tectonica Tenno-Ballino, dovuta ad una sinclinale dislocata, dove si osservano in serie ascendente i terreni della creta inferiore e superiore e dell'eocene incuneati nelle potenti masse calcari e dolomitiche del lias. Il laghetto di Tenno, che quivi presso si trova, è dovuto indubbiamente, come quello di Alleghe, ad una potente frana avvenuta nelle formazioni giura-liassiche, che a ponente costituiscono il bacino idrografico del torrente Varone. Più a levante si sviluppano invece ampiamente i terreni nummulitici dell'eocene inferiore, in cui, appena fuori della mirabile gola di Arco, la valle del Sarca si apre a fondo di battello sino al lago. Questi terreni formano la base del M. Brione (367), che quivi si protende nel Garda, sul cui lato occidentale sopra l'arenaria a *pecten* si adagia regolarmente stratificata la molassa miocenica, formazione che per quanto piccola ci prova

come durante il miocene esistesse un seno marino od estuario in corrispondenza dell'attuale bacino lacustre.

In questo tratto oltre alle morene, che formano l'ampio pianoro dei Campi (667), è caratteristico il deposito marnoso di Ceole. Esso forma una collinetta che si protende nell'ameno piano di Arco, scendendo dai dirupati pendii della sponda destra del Sarca, e porta i villaggi di Gavazzo, Cologna e Ceole. Inferiormente questo deposito è costituito da un'arenaria dolomitica tenera con ciottoli alpini, più in alto questi ciottoli mancano ed abbiamo per uno spessore di oltre 30 m. un complesso di arenaria sola, che viene scavata come pietra da taglio e da costruzione; il tutto è coperto da morene. Il prof. Penck ritiene questo deposito un delta lacustre, coevo dei depositi interglaciali della valle dell'Adige, formatosi nell'ultimo interglaciale; periodo nel quale, secondo lui, il Garda si spingeva a nord di Riva con un livello di circa 100 m. superiore all'attuale, e cioè fra 140 e 170 m. Il prof. Cozzaglio, che studiò posteriormente questo deposito, lo ritiene pure subacqueo, ma formatosi nel primo interglaciale, e cioè durante quel periodo in cui il Garda era limitato al bacino tectonico Arco-Riva, ora interrato, in cui si versavano il Sarca, il Varone ed il Ponale, scaricandosi poi per il valico, pure tectonico, Nago-Mori nel corso dell'Adige (1).

2.° *Lato occidentale* da Riva a Salò. In questa porzione del nostro bacino assume un massimo sviluppo la dolomia principale, che ai monti di Notta (1384) Corna Vecchia (1416), S. Zenone (1426), Cima del Costone (1738), M. Tombea (1963), M. Carzen (1508), misura almeno 700 m. di spessore e comprende nel suo mezzo un'importante formazione di calcari marnosi bituminosi, con fauna di pesci fossili, mentre nel gruppo dei monti Rinaldo (1724), Tremalzo (1975), Lavino (1838) e Fratone (1975) si sviluppano gli strati ad *Avicula contorta* e *Terebratula gregaria*, che presso o sulla cima coronano la suaccennata dolomia. Più a sud prende invece a svilupparsi il piano superiore infraliasico, la dolomia superiore dello Stoppani, nota sotto il nome di *Corna*, come ottima pietra da costruzione e da ornamento nel Bresciano, contraddistinta

(1) Cozzaglio A., *I paesaggi prealpini e le moderne idee della geologia continentale*. Boll. Club Alp. Ital. XXII, 1899.

Id. *Studii di geologia continentale sui laghi di Garda e di Iseo*. Comm. Ateneo di Brescia 1900.

Penck A., *Die Alpen im Eiszeitalter*. II, Leipzig 1910.

dalla straordinaria compattezza delle masse più o meno stratificate. Questa dolomia presenta poi una potenza saltuaria a brevissima distanza, così da formare da sola delle montagne, come il Denervo (1460) ed il Pizzicolo (1585), e da ridursi a poche decine di metri più a sud. Nei dintorni di Tremosine ed in tutta la Riviera è assai sviluppata la *scaglia rossa*, o creta superiore, la quale si mostra più volte ripetuta in sinclinali ed anticlinali raddrizzate e rotte, come mirabilmente mostrano le ripide pareti della forra di Toscolano. Si osservano invece scarsi affioramenti del marmo maiolica, assai sviluppato nel Baldo, e tenui lembi del calcare eocenico, mentre la grande massa eocenica comincia a valle di Salò nelle colline della bassa riviera, il che ci mostra, come essa deve formare insieme alla scaglia rossa cretacea la massima parte del fondo del Garda. All'estremo meridionale abbiamo il noto lembo di spiaggia pliocenica, alla rilevante altezza di 485 m., di S. Bartolomeo di Salò, anche recentemente illustrato dal prof. Taramelli. Le marne e le sabbie fossilifere affiorano quivi ad ovest della Chiesa ai due lati del sentiero, che poco oltre scende nella valle dei Rivi, protette da una placca di conglomerato villafranchiano che tocca sul lato destro, come a sinistra della strada, l'altitudine di 568 m. Analogo conglomerato forma la massa del sottostante Cornon (413) e si estende sino a Cà del Papa.

In questo lato del bacino le morene sono poco sviluppate, e causa l'assimetrica configurazione delle sponde a forti apicchi esse si conservano solo a lembi insinuate nelle valli laterali. Così caratteristici sono gli apparati morenici di valle di Ledro, di Vesio, di Toscolano e di Tresnico sopra Gardone, coi loro laghi di sbarramento, coi loro gradini assai conservati e colle loro morene spesso alternate con vasti e ripetuti depositi argillosi lacutro-glaciali; importantissimi in particolare sono quelli di Toscolano e di Tresnico, i quali presentano anche estesi lembi di alluvioni preglaciali con ciottoli improntati e fratturati e alluvioni interglaciali cementate (1).

---

(1) TARAMELLI T., *Della storia geologica del lago di Garda*. Atti R. s. Accad. degli Agiati in Rovereto XI. 1894.

Id. *Considerazioni geologiche sul lago di Garda*. Rend. R. Ist. Lomb. vol. XXVII 1894.

Id. *Sul lembo pliocenico di S. Bartolomeo presso Salò*. Rend. R. Ist. Lomb., vol. XLVI, 1913.

COZZAGLIO A., *Osservazioni geologiche sulla Riviera Bresciana del lago di Garda*. Soc. Geol. Ital., vol. X. Roma 1891.

Non meno degni di nota sono in questo versante i potenti talus lacustri, che si osservano allo sbocco delle singole valli laterali principali, così l'ampiissimo delta del torrente Toscolano, che si avanza nel lago per oltre un chilometro con un perimetro di tre. Questo potente edificio, per la massima parte dovuto al disfacimento delle ampiissime morene insinuate, e le profonde gole che si osservano inferiormente ai gradini morenici più recenti, come quella meravigliosa del Ponale presso Riva, accennano ad un'energia grandissima nella erosione esercitata dalle correnti, ricche di acqua più del presente, nel lungo periodo che separa l'ultima ritirata dei ghiacciai dai primi albori dell'epoca dei metalli.

Le valli principali che solcano questo versante del bacino sono: La valle di Ledro, alimentata dai due rami iniziali di Concei e di Ledro, che traggono rispettivamente origine, il primo dal versante meridionale del Gaverdina, il secondo dal fianco orientale di Cima Palone e M. Giovo, riunendosi nella conca di Bezzecca. Poco oltre evvi il laghetto di Ledro, scavato nella dolomia principale, posto a 651 m. sul livello del mare, con una profondità massima di m. 47,60, dirimpetto a Mezzolago, sostenuto a valle dal pittoresco apparato morenico di Molina (665). Inferiormente il torrente Ponale corre al lago ripidissimo nella profonda forra omonima. Questa valle misura complessivamente circa 19 chilometri.

La valle di S. Michele presenta un ampio bacino idrografico coronato a nord dalle cime retiche dei monti Tremalzo, Lorina e Fratone, sotto le quali sta la brulla dolomia ruiniforme, pur'essa a guglie e dirupi. Inferiormente alla Chiesetta di S. Michele le confluenti alpine si riuniscono in un solo ramo, che si avvia al lago col nome di torrente Campione. Questo per buon tratto scorre ancora nella suaccennata dolomia ed a quattro chilometri circa dal lago si incide in profonda forra, e formidabili bastioni di calcari grigi si ergono a picco ad un'altezza di circa 200 m. sul torrente e lo accompagnano sino al lago. Ha un percorso di 11 chilometri.

Abbiamo infine l'ampia valle di Toscolano, lunga circa 21 chilometri, la quale raccoglie le acque della grande massa dolomitica centrale, che la separa dal lago di Idro e con direzione nord-ovest sud-est sbocca nel lago a Toscolano, protendendo, come si disse, nelle limpide acque del Garda per oltre un chilometro il suo ampio delta. Nella porzione superiore scorre nella dolomia principale sino a Le Camerate (295), quivi incide le compatte formazioni calcareo dolomitiche dei

monti Pizzicolo e monte Castello, per chiudersi nel suo ultimo tratto in ripidi pareti fra gli strati contorti della scaglia rossa.

3°. *Lato orientale* da Torbole a S. Vigilio. In questo tratto mancano affatto gli scisti retici, la cui flessibilità e scorrevolezza ha contribuito non poco a produrre lo scombussolamento tectonico nella regione tra il Chiese ed il Garda, e la dolomia, generalmente grossolana e di color nerastro, forma per breve tratto, al Coal Santo (2074), il crinale del Baldo. Per converso quivi si sviluppano maggiormente le più recenti e compatte formazioni della serie liassico-giurese dei calcari grigi selciferi, a luoghi potenti sino a 300 m., a cui costantemente si sovrappongono concordanti i calcari gialli oolitici, i quali a nord di Garda formano la punta di S. Vigilio ed oltre Marniga ammantano tutto il versante occidentale del Baldo. È pure assai diffuso il piano ammonitico a *Phylloceras ptychoicum* e *Terebratula dyphia*, il quale forma i dossi di parecchi monti scendendo con regolare inclinazione fino al lago, come a Castelletto di Brenzone ed all'Assenza; mentre nella Riviera questo piano è appena accennato da tenuissimi lembi. L'andamento, la potenza e la natura di questi terreni si mantengono su questa sponda con sorprendente costanza e regolarità. Però fra tante diversità devesi notare un periodo nel quale per la regione del Garda abbiamo una decisa uniformità di natura, se non di spessore, di una assai distinta formazione calcare, cioè di quella formazione detta in Lombardia del marmo *maiolica* e nel Veneto *biancone*, e che spetta alla fase di passaggio dal giura superiore alla creta inferiore. Questo deposito, di tutti il più uniforme ai due lati del Garda, è però alquanto più sviluppato nel Baldo che nella Riviera, e costituisce coi terreni più recenti della scaglia rossa e dei calcari nummulitici, accompagnati da basalti, quella porzione di spiaggia, che maggiormente si protende nel lago, quasi da far pensare ad un potente scoscendimento staccatosi dal Baldo, come appare osservando l'ampia placca di Malcesine, in cui i terreni più recenti dell'eocene inferiore si continuano in lunga striscia bagnati dalle acque del lago, e formano a sud di Malcesine le isolette dell'Olivo e di Sogno. Il suaccennato deposito affiora pure lungo il ripido fianco del Baldo, quale residuo rispettato dall'abrasione, a S. Zeno (900), a monte di Cassone, in parte ricoperto da un ristretto lembo di scaglia (1).

(1) Nicolis E., *Note illustrative della Carta geologica della Provincia di Verona*. Verona 1882. Taramelli T., *opere citate*.

In questo lato sono sviluppatissime le morene, le quali si annodano a quelle terminali, e da Costermano (254) si innalzano rapidamente sino a S. Zeno di Montagna, dove a sud-est del villaggio si possono accompagnare sino a 600 m. di altezza. Si continuano poi regolarmente interrotte solo dalle numerose vallette che solcano questo versante sino all'Assenza e M. Maggiore, dove raggiungono l'altitudine di 831 m. al dosso Pala di S. Zeno. Più a monte, a nord della cascata di Varagna, si inalzano fino a 1300 metri.

Numerosi, ma di breve corso, sono i torrenti che solcano questo versante, i quali corrono al lago con fortissima pendenza.

4°. *Lato meridionale.* Questo tratto è costituito essenzialmente dal grandioso anfiteatro morenico del ghiacciaio retico, il quale chiude a valle il nostro bacino.

La regolare disposizione di questa imponente massa di materiali di trasporto, che per la sua maestosa forma ricorda gli archi morenici della regione alpina settentrionale, è nel suo complesso un po' alterata dalla direzione del tratto settentrionale del Benaco, il quale decorre con direzione sud sud-ovest, mentre l'arco morenico si sviluppa prevalentemente verso sud, e localmente dagli sproni rocciosi del terziario antico di Rocca di Garda, di M. Moscal, di Manerba e degli isolotti di Garda, e dalla penisola di Sirmione di scaglia rossa.

Questa penisola (69), residuo dell'azione erosiva della gigantesca lima del ghiacciaio sulla rimarchevole dorsale sommersa, che si avvia verso S. Vigilio con fondo a 19,5 m. presso alla secca da cui sporge lo scoglio di Vò, divide il bacino meridionale del Garda in una porzione occidentale, la quale rappresenta la continuazione del bacino orografico principale, più angusta e più profonda (165), probabilmente sbarrata da rocce in posto, ed in una porzione orientale meno profonda (78) e paragonabile ai laghi della Brianza, dovuta essenzialmente a sbarramento morenico, quantunque abbia parte della sponda di roccia in posto.

L'ampiezza dell'anfiteatro morenico benacense è veramente enorme, basti il dire che la cerchia esterna costituisce un arco di 100 chilometri di sviluppo, la cui corda dai Tormini di Salò a Costermano di Garda è di circa 21 chilometri e la saetta sino a Volta Mantovana è di 33. Insieme a queste misure della sua ampiezza, si raccordano anche i rapporti delle altezze. infatti la cerchia delle giovani morene si eleva di circa 500 metri sulla massima profondità del lago compreso nell'an-

fiteatro, e queste toccano le massime altezze a M. Cassaga (366) e M. Forca (367) sul lato destro, mentre nel lato orientale sono un po' minori, a M. Moscal (330), però quivi la cerchia si allontana maggiormente dalla linea mediana dell'anfiteatro; esternamente questa cerchia delle giovani morene raggiunge presso Castiglione delle Stiviere e Solferino rispettivamente 200 e 206 metri, mentre più a sud-est, a Custoza, solo 127 m. Le morene interne hanno forme più dolci delle esterne, ma sono meno continue e meno chiaramente allineate in cerchia, e scendono a gradinata al lago.

Di grandissimo interesse in questo tratto è il fatto che a Sirmione, e precisamente contro lo spuntone cretaceo della penisola, sul lato meridionale esiste un lembo di tipico *ceppo*, in banchi saldamente cementati, leggermente inclinato a sud, ad elementi prevalentemente della Val Sabbia. Analoghi conglomerati si ripetono in quasi tutta la sponda occidentale dalle vicinanze di Desenzano sin presso Salò, il che ci dimostra che in epoca preglaciale il Chiese scendeva per Gazzane sopra Salò espandendovi una grande conoide, e che fu essenzialmente il deposito morenico benacense che obbligò il Chiese a deviare sboccando dalla sua valle alpina ed assumere l'attuale sua direzione (1).

Dal punto di vista geomorfologico possiamo osservare:

1.° Che il lago di Garda è incuneato fra due regioni di costituzione geologica alquanto diverse, ma prevalentemente calcari. Esso giace in una sinclinale il cui fondo si presenta notevolmente ribassato in confronto di quello delle valli confluenti, per modo che queste rimangono quasi sospese rispetto al bacino principale.

2.° Come tutti gli altri bacini orografici, il bacino del Garda è scavato in roccia in posto, ma delimitato nel suo contorno meridionale dalle potenti morene dell'anfiteatro e dai depositi fluvioglaciali. Infatti i numerosi affioramenti di rocce più antiche fra Salò e Sirmione dimostrano probabile, che già a piccola profondità sotto i depositi glaciali si trovino rocce in posto; ma se consideriamo la notevole profondità del bacino lacustre (346 m.) si può pensare ad un solco inciso nei fondi di valle più antichi, conservati nei terrazzi, che il potente ghiacciaio retico ha eroso nelle formazioni poco resistenti della

(1) SACCO F., *L'anfiteatro morenico del lago di Garda*. Ann. R. Accad. d'Agr. di Torino. XXXVIII. 1895.
PENCK A., *Op. cit.*

sinclinale. Infatti gli strati della scaglia rossa, l'intrusione dei tufi basaltici nell'eocene, le marne oligoceniche fra Arco e Riva e le marne del miocene inferiore, rappresentano strati facilmente erodibili, dimodochè il ghiacciaio che seguiva la grande sinclinale potè approfondirla fortemente in corrispondenza di questi terreni più erodibili; dove però nella conca le forze erosive glaciali e fluviali trovarono delle rocce più resistenti, le isolarono, come il M. Brione di Riva, le isolette di Malcesine e da ultimo la stretta dorsale che si eleva ad occidente dell'isola di Garda. Il nostro bacino quindi è notevolmente più giovane del più recente termine della serie ripiegata, cioè del miocene inferiore di M. Brione, e solo per questo non può considerarsi come il residuo di una insenatura dell'antico mare miocenico nelle Alpi calcari meridionali, come alcuni hanno pensato.

3°. Il potente ghiacciaio retico penetrò, quantunque in misura limitata, anche nelle valli laterali trasformandone la parte inferiore in seni. Così le insenature di Salò e di Manerba costituiscono dei bacini ramificati accanto al bacino principale. Questi però non si estendono secondo la direzione del movimento prevalente del ghiacciaio prealpino, cioè verso sud, ma nella direzione in cui decorre il substrato erodibile, cioè verso sud sud-ovest.

4°. La ragguardevole dorsale sommersa che va dal Capo S. Vigilio alla penisola di Sirmione, e che alla secca di Vò giunge fino a 4 m. dal pelo del lago, segna il confine orientale del bacino principale. Il livello del lago (65) mantenuto alto dalle formazioni moreniche copre questa irregolarità del fondo e maschera i rapporti fra bacino principale e bacino secondario, dimodochè oggi noi possiamo credere di avere innanzi un unico bacino orografico. Questo bacino secondario potè conservarsi, poichè l'erosione esercitata dal Mincio, a motivo della piccola altitudine del lago sul livello marino, non poteva essere notevole.

Consideriamo ora la plastica dei terreni che formano questo interessante bacino. Anche qui, come pei bacini del Ticino e dell'Oglio, possiamo seguire tre serie ben distinte di terrazzi, che si abbassano regolarmente da monte a valle e collimano non solo coi terrazzi della valle del Sarca, suo principale influente, ma bensì, attraverso alla valle di Loppio, anche con quelli della valle dell'Adige, come ha dimostrato il Penck (1).

(1) PENCK A., *Op. cit.*

Secondo questo acuto osservatore nella valle dell'Adige, da Bolzano per Trento e Rovereto sino a Mori, si possono seguire due gruppi di terrazzi, e solo più in basso nella stretta valle veronese essi mancano, mentre da Mori per la valle di Loppio si avviano al Garda. Egli riferisce al gruppo inferiore, sulla destra dell'Adige, il terrazzo di Eppan sul dorso di Mezza Costa (Mannhübel 643) a sud di Bolzano, inciso nello zoccolo porfirico del monte calcare della Mendola, ed il terrazzo di Penon (600) fra Kurtatsch e Magrè, inciso nella dolomia della Mendola. Sulla sinistra il pronunciato terrazzo che da S. Michele si segue sino a Matarello sotto Trento fra le quote 600-400, inciso dapprima nel porfido di Bolzano, poi negli strati triasici presso Trento, infine nella scaglia e persino nell' eocene, ed il largo terrazzo che sale sino a 500 m. in cui sbocca la valle di Leno. Al gruppo superiore riferisce l' accentuato terrazzo di Fai (960), che si vede stando a Mezzo Lombardo e poco più in alto quello di Unterfunnberg (1075) inciso nel calcare liasico, a cui corrisponde sulla sinistra un cornicione a poco più di 1000 m. fra Salorno e S. Michele, il quale taglia attraverso dolomia e porfido. Più a valle i cornicioni di dosso Vignoli (800) e di dosso Lugherini (848) rispettivamente sulle pendici dei monti Filadonna e M. Finocchio, appartenenti alle valli di Folgaria e di Cai.

A Mori dalla valle dell'Adige si stacca la profonda sella di Loppio diretta al Garda; essa si eleva di 60 m. sull' attuale soglia dell'Adige è di 154 m. sullo specchio del lago, rimanendo più bassa di 1400-1500 m. delle cime immediatamente limitrofe di C. Bianca (1618) e M. Varagna (1774) dei gruppi montuosi del Bondone e del Baldo, che essa separa. Questo stretto solco è accompagnato sino poco sopra ai 500 m. da netti terrazzi, che corrispondono al gruppo inferiore della valle dell'Adige e sui quali giace il villaggio di Castione (528) ed alcune case (576) a sud di Loppio, e sul versante nord, verso lo sprone di Carpeneda, il terrazzo di Valle S. Felice (587), sul quale sbocca la stretta valle di Gresta. Quivi presso troviamo pure terrazzi, che coincidono ai terrazzi del gruppo superiore della valle dell'Adige, su cui stanno il villaggio di Menzano e le frazioni Bordini a poco più di 700 m., ed all'estremità occidentale della valle il terrazzo di Dosso Alto (703); si hanno pure terrazzi ad altitudini superiori (900 m.).

L'autore perciò conclude, che quando l'Adige scorreva al livello di detti terrazzi sboccava attraverso alla valle di Loppio nel bacino del Garda, poichè anche qui sono presenti terrazzi

a congrue altezze. La profonda escavazione di detto passo prova inoltre, che anche posteriormente al terrazzo inferiore fu percorso dall'Adige, giacchè la sua soglia alluvionale si approfonda sin quasi al livello dei depositi interglaciali del riss-würm della valle dell'Adige, e rimane poco più alta dello specchio del Garda, che allora si spingeva a nord di Riva con un livello di 140-170 m. sul mare. Quindi secondo il Penck, il passo di Loppio fu abbandonato dall'Adige nell'ultimo periodo interglaciale riss-würm.

Vediamo ora dei terrazzi che si svolgono nell'area del nostro bacino:

1.º Terrazzo. — A nord di Riva, sulla destra del Sarca si manifestano traccie del più alto terrazzo nel tratto fra M. Brento (1544) e M. Biaina, su cui stanno le case di S. Giovanni; più oltre, a ponente di Arco, alla chiesetta di S. Pietro (976) ed in corrispondenza del pianoro di Tombio (856). Si riprende poi assai marcato sulle falde meridionali della Rocchetta di Riva ai Prati di Sotto (874) e si continua sulle falde di Cima al Bal sino al confine di Stato, quivi troncato dalle ripidi pareti di Limone. Ricompare più oltre fra le valli di S. Giovanni e di Pura formando l'ameno pianoro di Dalco (848-790), troncato verso valle da scoscesi apicchi; la continuazione di questo terrazzo si riscontra subito nell'avvallamento delle Fornaci (750-700) e nei verdi pascoli pianeggianti dei Campi (729) e di Roccolo (696), ed oltre la valle di Brasa forma i pianori di Cà della Costa Pelata, Cà Nevese (700) e Cà Volpere, che coronano i cocuzzoli dolomitici arrotondati di M. Nevese e M. Nai (842), internandosi quivi nella valle di S. Michele sino a Sarmerio (645). A ponente di questo terrazzo si svolge l'avvallamento di Polsone (630), che secondo il prof. Cozzaglio (1), costituirebbe la continuazione dell'*oasi terrazzata* di Dalco, che egli considera come una valle pliocenica conservata sino al secondo periodo interglaciale, e cioè fino a quando si formò la depressione lacustre. Allora un lavorio di franamento e di erosione, produsse a levante le tre valli di S. Giovanni, di Pura e di Brasa, le quali arretrando la loro origine intaccarono il fianco sinistro della valle Dalco-Polsone, dividendola in tre parti, dopo di che il ghiacciaio würmiano vi insinuò l'apparato morenico di Vesio, dando alla valle il suo aspetto attuale. Pertanto, secondo il Cozzaglio, questa era una valle pliocenica interdolomitica longitudinale, la quale rac-

(1) Cozzaglio A., *Studi di geologia* ecc.

coglieva le acque del bacino di Limone e di Bondo e si riversava nel fiume di S. Michele, antichissimo ed unico deflusso delle acque di Tremosine, e che il Cozzaglio chiamerebbe col nome di *Fiume Tremosine*.

Con questa interpretazione, l'egregio professore, non spiega però l'origine dei marcati terrazzi, che a varie altezze accompagnano regolarmente l'attuale valle di Brasa, e che vediamo continuarsi assai più in alto nella valle di Bondo in corrispondenza dei pascoli di Cà Marai (641), C. Segala (636) e C. Docci (681), e nella valle di S. Michele a C. Angilotta (637) e C. li Spiazzi (641), come non spiega la grande ampiezza di questa valle rispetto alla debole portata delle acque che oggi la percorrono. Sembrami del pari meno probabile essere l'avvallamento di Polsone dovuto all'azione delle acque di disgelo, causate dalle ripetute oscillazioni stadiali del ghiacciaio retico prima del suo definitivo ritiro, come afferma il Penck, perchè questo ritiro fu assai rapido. Pertanto io credo che il suaccennato avvallamento rappresenti l'antico decorso del fiume S. Michele, il quale colle acque di Bondo correva al lago per la conca di Brasa, sino al sopraggiungere del potente ghiacciaio wurmiano, il quale colla sua morena laterale determinò l'attuale idrografia. Il torrente S. Michele trovato ostacolato il suo corso dalla morena si creò una nuova via incidendo la conca di Campione, già prima abbozzata, come lo dimostrano i terrazzi, che accompagnano l'attuale forra, congrui a quelli che si rilevano nella parallela valle di Brasa; fu allora che venne anche esportato dall'erosione fluviale il materiale di riempimento morenico abbandonatovi dal ghiacciaio, costruendosi a valle il delta di Campione. Questa incisione posglaciale è pure confermata dall'attuale aspetto della profonda forra di Campione, la quale si presenta con freschi apicchi senza alcun segno di arrotondamento o striatura glaciale, il che ci fa senz'altro pensare essere questa porzione della valle relativamente giovane. A sua volta la valle di Bondo intercettata dall'arco morenico Vesio-Voiandes formò il laghetto omonimo (620), dando luogo alle risorgive di Brasa, le quali insieme alle acque della valle delle Fornaci incisero l'attuale forra.

La continuazione di questo primo terrazzo si riscontra oltre il torrente Campione alle Case Natone (641), C. le Colle (637), C. Prà di Bondo, segue le falde di Dosso della Forca (997) allargandosi in ampio pianoro in corrispondenza delle Case Ceresi (649), Olzano (610), C. Nasgule (638), C. Graino (692-679) e Case Pressa. In questo tratto sono frequenti banchi

di alluvioni cementate, costituiti in massima parte da detrito dolomitico, a cui sono frammisti ciottoli alpini con regolare stratificazione, così da far supporre ad un deposito avvenuto in seno ad acque tranquille. Oltre la valle di Piovere questo primo terrazzo è poco visibile causa le dirute cime di M. Comaro, mentre si svolge assai marcato nel territorio di Gargnano, dove forma l'ameno gradino di Sasso (584), Liano (575), Formaga (587) ed il pianoro della Verzelina (587) Perseigne con morene, ora inciso dal torrente Toscolano, e sostenuto a valle dai monti Castello e Pizzicolo. Ciò lascia credere che all'epoca di questo terrazzo le acque del bacino dolomitico di Toscolano e della valle del Vestino scendessero nella conca di Navazzo, e che l'incisione dell'attuale forra delle Camerate sia posteriore; ciò è conforme anche al modo di veder del prof. Cozzaglio, quando espone le sue ipotesi sui mutamenti idrografici di questa regione.

Oltre la valle di Toscolano questo terrazzo sostiene le case Ostello (600), il villaggio di Lavino inferiore e S. Eurosia, gira quindi le falde del M. S. Bartolomeo, su cui stanno le case di Resiniga e S. Bartolomeo (485), internandosi nella valle del Chiese. Più oltre non ci è possibile trovare la continuazione nell'area dell'anfiteatro, ciò ci conferma che durante il periodo in cui venne scolpito questo primo abbozzo del nostro bacino le acque del Chiese per Gazzane scendevano sopra Salò.

Il corrispondente terrazzo sulla sinistra del Sarca si manifesta a levante di Arco nel pianoro di Oltresarca, il quale si continua nell'ampio altipiano (1000-900) che circonda la cresta eocenica di M. Creino (1292), e potrebbe riannodarsi coi terrazzi rilevati dal Penck sopra Cavedine di Via S. Villa a circa 1000 m., di Margone (983) e presso il M. di Morte (850). Oltre la valle di Loppio si riprende sulle pendici di Dosso Casina (976) alle Case Grigolli (863) e si continua sino verso il confine di Stato, toccando quivi la quota 758 m., interrotto dalle dirute falde dell'Altissimo (2070). Questo terrazzo può essere ripreso sopra Malcesine in corrispondenza delle Case Faigolo (697), C. Val Cesera e S. Michele; superiormente a questo terrazzo si stende un ampio altipiano a fertili pascoli che sostiene le casere di Vò (1350), di Canale (1364) e Cà Nuova (1362). Nel Baldo causa i numerosi e ripidi torrenti che ne solcano il brullo fianco occidentale, si può seguire a tratti alle Font. Pruane, alla malga Fiabio (724), P. Spinonio (674) e più oltre alle case Carpenare (640) e C. Pianise (652). Questo terrazzo si riattacca alle case di Ron oltre la valle di

Trovai e con soddisfacente continuità si può seguire in corrispondenza delle Case Cresotti (616), Ca Lunga (633), Camonea (629), Cà Santi (709), Le Cà (636), Pirle (708), Cà Bodolo (672), Massagnine, Cà Serè (675-658), Cà Faval (607), Villanova (607), Borno (571), Laguna (625), Castello (615), Cà di Montagna (590), Cà Sartori (582), Cà di Schena (586), S. Zeno di Montagna (583). Conservatissimo poi si svolge nelle formazioni calcari del biancone di dosso Croce e più oltre si potrebbe annodare ai coccuzzoli arrotondati di M. Bandiera (456) e le Sengie (478).

Superiormente a questo terrazzo, appena a sud della cresta del Baldo, si stende un ampio e regolare peneplano fra le quote 1100-1000 che degrada mano mano verso la pianura, toccando a M. Belpo 887 m. Ne risulta un aspetto di topografia più antica non alterata dall'azione di alcuna vedretta che quivi abbia inciso dei circhi, come avvenne negli altipiani più elevati dei Tredici Comuni Veronesi e dei Sette Comuni Vicentini.

2°. *Terrazzo.* — Il secondo terrazzo sulla destra del Sarca si manifesta a Mandrea (791) e nella valle del Varone a Ville del Monte ed ai Campi (667). Scarse tracce se ne riscontrano sul diruto versante della Rocchetta, mentre assai marcato esso si interna nella valle di Ledro, in corrispondenza di Legos e Molina (658-618), continuandosi poi assai inclinato sulle falde di Cima al Bal sino al confine, quivi interrotto come il soprastante dalle ripidi pareti di Limone. Più a valle questo secondo terrazzo ricompare a Ustecchio (500) e si decompone nel sistema di terrazzi che fiancheggiano la conca di Brasa e su cui stanno i villaggi di Voltino (654), Sompiezzo (553), Musio (495) e Costone, prosegue poi assai marcato in corrispondenza di Mesema (583), Pregasio (520-482), Cadignano (485) e di Prabione (535-500) oltre il torrente Campione; quivi è troncato dalla ripida parete, alta 700 m. sul lago, del pittoresco M. Castello di Tignale (779). Appena a sud si riprende assai distinto e su di esso giaciono i paesi di Gardola (555), Oldesio (467), Piovere (473) e Muslone (463); più oltre sostiene Musaga (441) e forma la bellissima conca terrazzata di Navazzo (487-410). Sul fianco di M. Castello questo secondo terrazzo sostiene Cabbiana (284), Folino (287), Gaino (301), continuandosi oltre la valle di Toscolano a Sanico (361), Vigole (295), Sopiane (284) e Tresnico (313); gira quivi le pendici di M. S. Bartolomeo sino sopra Rezzano e sostiene le case Segazzina (275), C. Pignino (260) e C. Massina (240).

Oltre l'avvallamento dei Tormini la continuazione di questo terrazzo si potrebbe riannodare coi terrazzi morenici della

cerchia esterna che dai colli di dosso Rossi (329) per Bocca di Croce (324), C. Castello (341), M. Lussaga, M. Forca (367), M. Cassaga (366) scende a Lonato. Però osservo che questa continuità potrebbe essere accidentale, non corrispondendo necessariamente l'altitudine di un terrazzo di erosione al limite superiore delle morene di un corrispondente periodo glaciale; si avrebbe così una continuità topografica e non genetica.

Il corrispondente terrazzo sulla sinistra del Sarca si rimarca a Troiana e Carobbi (750) ed assai distinto a Prataca (756) coordinandosi ai terrazzi, rilevati dal Penck più a monte, di Remitorio (700), Ranzo (743), e di Cavedine. Oltre la valle di Loppio si segue a Dosso Alto (703) ed alle Malghe Zurez (683), e come il soprastante va perdendosi verso il confine. Brevi tratti (570-515) si riscontrano sulle falde dell'Altissimo, mentre assai conservato si mantiene sopra Malcesine, dove forma il pianoro dei Monti (451 407), e all'Assenza in corrispondenza delle Case Fossa (438-410), Roccolo (431), e poco oltre alle C. Perotti (392), e S. Antonio delle Pontare (406). Nel resto del versante questo secondo terrazzo si svolge assai continuo e regolare e sostiene numerose abitazioni come le Casarole (427-417), C. Pozzo Lovera (391), Buco della Volpe (327), Pian Luca (372), S. Felice (318), il Roccolo (318-293), Albisano (309), C. Soste (302), C. Ezechiele (314), C. Brè (318) e Ca Bianca (299), e C. Brè sul versante occidentale di M. Sengia.

Anche da questo lato la continuazione di questo terrazzo si potrebbe riannodare ai terrazzi morenici che da Costermano (268-237) si svolgono nei colli morenici di M. Muslongo (263), Albarè (250), Incaffi (297), S. Michele (342-246) sino a Pastrengo.

3° *Terrazzo.* — Il terzo e più basso terrazzo a nord di Riva sulla destra del Sarca si manifesta a Badaro, Romarzolo, Arco (481) e si continua a Tenno e Pranzo (463-435) nella valle del Varone; più a valle forma il marcato pianoro di Pregasine (535). Nessuna traccia di questo terrazzo è visibile, causa le ripide pareti, nel territorio di Limone e di Tremosine, il che lascerebbe credere che i vasti scoscendimenti avvenuti in questo versante siano posteriori all'epoca di detto terrazzo. Ricompare più a valle sulle falde di M. Comaro alle Case Piazza (264) e l'Amburana (294), distintissimo specialmente al Crocefisso (264-212) ed al Quercino, su cui sfilano numerose eleganti villette. Oltre Gargnano questo 3° terrazzo sostiene i paesi di Zuino (243), Fornico (207), Mornaga (177), Cecina (151), Cuzzaga (213) e Pulciano. A sud di Toscolano è conservatissimo sopra

Maderno e si continua così distinto sino a Salò, e su di esso riposano i paesi di Maclino (201), Bezzuglio (223-201), Montecucco (178), Gargnaco (126), Gardone di sopra (130) e Morgnaga (131). Oltre Salò questo terrazzo è troncato dalla depressione di Volciano, e la sua continuazione si potrebbe trovare nei terrazzi morenici che da Villa (167), per M. S. Caterina (202), M. Croce (186), Poggio Gelmini (132) vanno sfumandosi verso Balbiana.

Il corrispondente terrazzo sulla sinistra si rileva a Brena (500) e a Dosso Lei (550); oltre la valle di Loppio si manifesta sulle falde di dosso Casina ben marcato fra le quote (515-475) sopra la Madonina. Più a valle lo riscontriamo oltre il torrente Bova fra le quote (300-250) e sopra Navene a Dosso Merlo; distintissimo nelle formazioni eoceniche di Malcesine, su cui stanno numerose e ridenti villette, formando il tratto più ameno di questo versante. Più oltre sostiene C. Camparo (207), Sommavilla (154), Pozzo Borago, Zignago (181) e Castello di Brenzone; ricompare poi a Biasa (151) e si continua più o meno evidente sino a Torri del Benaco; quivi la continuazione di questo terrazzo si potrebbe annodare allo scanno subacqueo fra i 15-40 m., che da Torri si accompagna sino a S. Vigilio, continuandosi poi colla dorsale sommersa che si spinge verso la punta di Sirmione. Questa dorsale è solcata da due avvallamenti a 51 ed a 60 m. sotto il livello attuale del lago, i quali possono essere interpretati come un accidentalità dell'erosione glaciale evidentemente da essa subita.

Oltre ai precedenti terrazzi, che si possono seguire con soddisfacente continuità, se ne avvertono altri saltuari e non corrispondenti sulle due sponde; così a sud di Limone fra le valli di S. Giovanni e di Pura l'ampio terrazzo che sostiene S. Pietro (118) e le case Teroli. Sulla sinistra a pochi metri sul livello del lago si notano traccie di terrazzi a Torri del Benaco, a Cassone ed a Malcesine; inoltre un potente scanno subacqueo, compreso nella isobatica dei m. 100, da Malcesine si continua sino a Castelletto di Brenzone, e su di esso si innalzano le isolette dell'Olivo (71) e di Trimelone (75), quest'ultima sostenuta da un ampio zoccolo subacqueo che gradatamente si allarga sino alla isobata dei 75 m., con prevalente sviluppo parallelamente alla sponda.

Il Nicolis (1) poi nella Riviera Veronese segna residui di ben definiti terrazzi a Castelletto a 12 ed a 15 m. sopra il li-

(1) Nicolis, *Terrazzi e formazioni diluviali in rapporto col bacino del Garda.* Atti R. Ist. Veneto, vol. 49, 1900.

vello del lago e terrazzi più bassi presso Cassone fin oltre Malcesine, talora con indizi di continuazione nelle ripide valli del Baldo. A questi terrazzi il Nicolis collega il basso gradino eroso nella roccia liasica del promontorio di S. Vigilio; interpreta poi quali capisaldi di un più antico terrazzamento, operato da fiumane aventi il fondo di valle assai elevato e digradante, gli scaglionati ripiani di M. Brè (capo di S. Vigilio, lias-giura) a 310, 205, 173 e 90 m. sul mare ed il pianoro con conglomerato di Albisano (309).

Nella Riviera Bresciana il Cozzaglio (1) nota alcuni alti terrazzi, che corrispondono a quelli da me suddescritti; così i terrazzi orografici a 621 m. di Tremosine, a cui riferisce i ceppi a tratti orizzontali di Polsone e di Sarmerio. Gli altipiani che si stendono da Gardola ad Olzano (600-550), costituiti da un materiale dolomitico più o meno cementato, che deriva dalle sovrastanti cime di M. Traval. Il bellissimo gradino di Liano e di Formaga, inciso dalle acque che mettono in evidenza lo spaccato, in cui compaiono anche cordoni morenici dell'ultima glaciazione; infine varie linee di terrazzi a livelli inferiori fino a Gargnano col caratteristico alto terrazzo nella scaglia di Villa e Bogliaco.

Dai dati che ho esposti, basandomi principalmente sul decorso dei più distinti e più continui terrazzi, poichè in una regione ripetutamente coperta da ghiaccio la vera altezza dei terrazzi ben di rado è rimasta la originaria, e quindi la ricostruzione degli antichi pendii fluviali per mezzo di essi non può essere esente da un certo arbitrio, potrei calcolare le seguenti pendenze:

1ª	coppia	12 ‰ da Arco ai dintorni di Malcesine e di Tremosine		
		6,50 ‰ da quivi a Capo S. Vigilio ed a Salò		
2ª	"	10 ‰	nella porzione	superiore
		9 ‰	" "	inferiore
3ª	"	brevi traccie	"	superiore
		6,50 ‰	"	inferiore.

Infine il fondo del bacino del Benaco, come risulta dalla carta batimetrica pubblicata dal R. Istituto idrografico, è rapidamente declive da monte a valle sin quasi al confine di Stato, che passa a nord di Limone, con pendenza del 37,50 ‰; si stende poi quasi piano sin sotto Gargnano, con pendenza dell'1,27 ‰ toccando la massima profondità (346 m.) fra Mu-

(1) Cozzaglio A., *Studio di geologia* etc.

slone e Castelletto di Brenzone, sale quindi con contrapendenze del 12 al 45 °/₀₀ sino alla penisola di Sirmione.

Dal decorso dei terrazzi dell'Adige e del bacino lacustre sopra descritti noi non possiamo accertare con sicurezza dei disturbi stratigrafici, che dinotino che le masse costituenti la regione abbiano subiti movimenti di intensità diverse. Perciò la mancanza finora assoluta di depositi pliocenici marini sulla sponda veronese non può essere attribuita se non che ad una diversa misura di spostamento delle masse calcari sino dall'epoca preglaciale o villafranchiana, nella quale epoca anche per il resto della valle padana sono stati variamente sollevati i lembi pliocenici marini, ricoperti tutti dal più antico diluvium.

Coll'esposto esame del terrazzamento orografico ho potuto formarmi un'idea della progressiva erosione del bacino benacense attraverso la vicenda dei periodi glaciali ed interglaciali in conformità a quanto ho potuto desumere dall'esame degli altri bacini lacustri del Sebino e del Verbano, e rimango ancora nel dubbio se questo triplice sistema di terrazzi corrisponda alle tre epoche interglaciali oppure il primo terrazzo al periodo preglaciale e gli altri due ai due primi interglaciali.

L'altimetria delle morene dei successivi periodi glaciali sarà certamente in qualche rapporto col modellamento orografico della roccia in posto, ma è evidente che le morene possono essersi depositate anche ad altitudini diverse più o meno superiori dell'altitudine alla quale si svolge il terrazzo corrispondente alla rispettiva glaciazione, perciò un coordinamento cronologico delle morene delle varie glaciazioni richiede un apposito ordine di ricerche molto numerose, nelle quali si tenga conto oltre che dell'altimetria anche della conservazione relativa dei depositi morenici. Ma tale ordine di ricerche non venne ancora fatto in modo sistematico se non per l'anfiteatro. Come materiale per questa ricerca espongo i dati seguenti, che riassumo dalle mie e dalle altrui osservazioni.

Le morene laterali sulla sinistra del Benaco si annodano immediatamente alle morene terminali dell'anfiteatro e da Costermano (254) si dirigono verso Castione Veronese elevandosi rapidamente verso S. Zeno di Montagna, dove a sud-est del villaggio si possono accompagnare sino a 600 m. di altezza. Il ghiacciaio penetrò pure nella valle dei Lumini sopra Caprino dove vi è un masso di porfido a 730 m. Da S. Zeno si trovano i più alti erratici nel torrente Sandalino alle case Pora (672) ed a la Cà (682); sopra Castelletto di Brenzone giungono a

760-780 m. e verso l'Assenza arrivano sino all'altezza di San Benigno e Caro (834) presso Pala di S. Zeno. Da Malcesine salendo alla Colma (1790) si incontrano morene fino all'altezza di Val di Monte 500 m. circa; residui di morene sono pure visibili a 700 m. sopra Madonna di Navene, ed in alcuni punti più elevati di questo territorio. A nord della cresta del Baldo si trovano erratici sopra la Cascata di Varagna a 1300 m.

Sulla sponda occidentale le morene terminali cessano presso all'avvallamento dei Tormini e da Gazzane un ripiano morenico alla massima altezza di 268 m. si stende fino alla Cà Ronchi, e morene si continuano in basso scaglionate sin sotto Agneto (183). Altro ripiano morenico si riscontra lungo la mulattiera per S. Bartolomeo a 190 m. che passa sotto C. Massina ed una morena assai più sviluppata presso la Crocetta (380). Più a nord si trovano morene laterali sopra Gardone a S. Michele di Tresnico (404), che si internano nella valle di Barbarano; abbiamo poi gli altipiani con morene di Vigole (295) e di Gaino (301) e più in alto alle Case Castello di sopra (457), dove continuano verso il torrente Toscolano sino a 300 m. Nella regione di Gargnano sopra morene stanno la Chiesa di S. Antonio (534) presso Sasso e quella di S. Maria (495) presso Navazzo; questa morena corona pure la Bocchetta della Verzelina (499). Sopra le morene recenti di Gargnano se ne osservano altre più antiche ai Castegneti di Formaga (587). A monte il più vicino lembo morenico si riscontra nel bacino di Tignale, quivi si hanno tipiche morene laterali a Piovere e Oldesio a 400 m. di altezza e più in alto a 800 m. presso Casa Graino sulle falde di dosso Grumer. Un argine glaciale si trova poi alle case del Bosco (817), attraverso la valle di Lune, e il Penck lo riferisce al periodo Würm. Più a nord abbiamo le formazioni moreniche di Tremosine descritte dal Cozzaglio; esse si limitano all'arco morenico di S. Libera al valico di M. Castello; alla morena laterale sopra Prabione (575); ad un tratto di arco morenico a Cadignano (500) ed all'arco morenico di Vesio-Voiandes (630) che sostiene il laghetto di Bondo, in cui il Paglia nel 1867 aveva scorto la morena frontale del Tonale (ghiacciaio del Sarca), che supponeva non avesse potuto congiungersi al ghiacciaio del Garda. Troviamo quivi presso erratici nel piano di Dalco alle quote 800-900 e morene a quote non molto inferiori. Più oltre presso al confine, e precisamente alla malga Bestana (1300) presso al passo di Nota, Cozzaglio vi trovò erratici di rocce cristalline, e Trener alla Bocchetta di Limone (1242); quindi ad altezze congrue a quelle

a nord della cresta del Baldo. Lepsius osservò anche un lembo di basse morene a Pregasine (535) sulle falde di Cima al Bal. Abbiamo infine il caratteristico apparato morenico di Molina (665) nella valle di Ledro.

Il Penck (1) basandosi su alcuni degli esposti dati da lui raccolti aveva desunto che la superficie del ghiacciaio wurmiano declinasse assai rapidamente nell'angusta ed alta conca del lago fino a Gargnano con pendenza del 30 °/₀₀, quindi si allargasse sotto Gargnano con pendenza del 20 °/₀₀, nella parte superiore dell'anfiteatro offrisse la pendenza del 10 °/₀₀ e nella parte inferiore quella del 6-7 °/₀₀. Questi dati valgono per l'asse mediano della superficie glaciale, mentre le linee di sponda variano da sito a sito. Se per causa di scarsezza di dati non si è potuto stabilire in quel di Tremosine e di Tignale l'altitudine della superficie glaciale di detto periodo, così da doverla supporre per analogia poco diversa da quella della superficie stessa sopra l'Assenza sulla sinistra, è però certo che il lato del ghiacciaio fra Gargnano e Salò fosse 200 m. più basso che fra Castelletto e Torri, però presso Garda il lato sinistro si disponeva all'altezza del lato di Salò.

Questi rapporti della superficie glaciale wurmiana esisterebbero, secondo il Penck, anche nel periodo Riss, del quale le morene si trovano quasi dovunque sviluppate esternamente alle morene Wurmiane.

Dal Museo di geologia e paleontologia della R. Università di Pavia.

---

(1) PENCK A., *Op. cit.*

SULLA DILATAZIONE TERMICA
DEL SODIO DEL POTASSIO E DEL LITIO

Nota di ARCIERO BERNINI e CARLO CANTONI

(*Adunanza dell' 11 giugno 1914*)

§ 1. Introduzione.

Per quanto si riferisce allo studio della dilatazione per effetto del calore del sodio, del potassio e del litio, sono a conoscenza nostra le ricerche di G. De Lucchi (1) sulla dilatazione del Na allo stato solido (da 0° a 91°), quelle di Hagen (2) sulla dilatazione del Na e del K allo stato solido e liquido (da 0° a 168° pel Na e da 0° a 100° pel K), un lavoro di M. Toepler (3) sulla dilatazione del Na e K nella fusione, e finalmente un lavoro di A. Thum (4) sulla dilatazione del Li solido (da 18° a 180°).

Tale scarsità di ricerche è indubbiamente dovuta alle difficoltà che si incontrano nel sottoporre all' esperienza questi metalli. Per superare queste difficoltà, anche i pochi sperimentatori che si sono occupati dell' argomento, hanno dovuto introdurre delle cause d' errore non sempre note, in seguito alle quali è lecito asserire, che i dati, che si hanno oggidì a questo riguardo, oltre ad essere molto scarsi, sono altresì dei meno sicuri.

Per questo abbiamo creduto opportuno intraprendere lo studio dei coefficienti di dilatazione sia per lo stato solido che per lo stato liquido del Na, del K e del Li, estendendo per ciascuno le ricerche dallo zero fino a 235°.

(1) *Il Cimento* 1880. *Atti del R. Ist. Veneto*, 5ª serie, t. VI, 1880.
(2) *Ann. der Phys. und Chem.* 1883. t. XL.
(3) *Ann. der Phys. und Chem.* 1894.
(4) *Inaug. Diss. Univ. Zürich.* 1906.

Prima di riferire sui risultati ottenuti, ed allo scopo di mettere meglio in rilievo i vantaggi del procedimento da noi seguito nel sottoporre i metalli all'esperienza, riferiamo in breve sui lavori dei precedenti sperimentatori.

§ 2. Esperienze anteriori.

1. *Esperienze di G. De Lucchi.* — Il De Lucchi nota che tutti i liquidi, in cui comunemente viene conservato il sodio, ne alterano più o meno lo strato superficiale, epperciò ritiene di dover scartare il metodo dilatometrico. Usa invece il metodo idrostatico, servendosi del petrolio come liquido; e ad impedire che l'azione del petrolio sul Na abbia, per quanto lenta, a pregiudicare i risultati, determina, prima di ogni singola determinazione a diversa temperatura, il peso assoluto del blocco di Na (circa 18 cm^3), cavandolo volta per volta fuori dal bagno e introducendolo, dopo asciugato con carta da filtro e ripulito, in un recipiente di petrolio di noto peso. Ricavata così a diverse temperature la densità del Na rispetto al petrolio, e determinata mediante un dilatometro la densità del petrolio alle stesse temperature, deduce le densità del Na rispetto all'acqua, e quindi la legge della sua dilatazione.

I risultati del De Lucchi ci mostrano che la dilatazione del Na per il calore è notevolissima, e tutt'altro che regolare.

Le cause d'errore però nel procedimento tenuto, sono, anche secondo Hagen (1), parecchie:

Il sottile strato di ossido, che inevitabilmente si formava ogni volta che si trasportava il blocco dal bagno in cui era stato pesato al bagno caldo in cui se ne determinava la densità, doveva necessariamente dare luogo col calore a delle piccole bollicine, le quali, mentre lasciavano apparire il volume del blocco più grande di quello che non fosse in realtà, impedivano che questo acquistasse presto la temperatura del bagno (2), e quindi davano luogo a delle correnti nel liquido, che dovevano certo pregiudicare il risultato. Pure secondo Hagen era da evitarsi l'impiego del petrolio, perchè questo, lasciato a temperature elevate e con grande superficie libera, doveva certamente mutare la proporzione dei suoi componenti, e quindi acquistare densità diversa da quella che. mediante il dilato-

(1) *loc. cit.*

(2) Ermann, *Pogg. Ann.* 9, p. 557, 1827.

metro, il De Lucchi aveva determinato per le diverse temperature, e introdotte nei calcoli.

2. *Esperienze di E. Hagen.* — Allo scopo di determinare il coefficiente di dilatazione lineare del Na e del K, l'Hagen ne forma dei fili di circa 40 cm., aspirando il metallo fuso entro tubi di carta, lasciando raffreddare e levando poi l'involucro; fissati quindi due indici sulle estremità dei fili immersi in un bagno di petrolio, osserva mediante un catetometro orrizzontale le variazioni di lunghezza nell'intervallo di temperatura da 0° a 50°. Per determinare i coefficienti di dilatazione cubica allo stato solido, impiega dei dilatometri di capacità piuttosto grande, nei quali, per mezzo di un sottile tubo congiunto al bulbo, aspira, insieme a del petrolio, anche una grande quantità di metallo fuso, che poi lascia solidificare; indi chiude alla fiamma il tubo sottile ed eseguisce le determinazioni relative al miscuglio. Finite queste, rompe la punta del tubo, riscalda di nuovo oltre la temperatura di fusione del metallo e mediante pressione fa uscire il petrolio ed il metallo fuso. Determina poi, tenendo lo stesso metodo di riempimento, il coefficiente di dilatazione del dilatometro, ed una volta tanto il coefficiente di dilatazione del petrolio.

Per lo studio della dilatazione allo stato liquido egli deve necessariamente usare altri dilatometri, e conseguentemente ripetere, oltre al loro riempimento, le determinazioni della capacità, del coefficiente di dilatazione, etc. Trova così (vedi tabella 10) che il coefficiente di dilatazione del K nei due stati è alquanto più grande che non quello del Na. I suoi dati relativi al sodio non sono però in accordo con quelli del De Lucchi. Quanto al procedimento di rompere il dilatometro per farne uscire il metallo da studio e determinare dopo il coefficiente di dilatazione dell'apparecchio, oltre all'essere lunghissimo, costituisce indubbiamente una causa di errore, che sarebbe stato bene evitare.

3. *Esperienze di M. Toepler.* — Il Toepler, come dicemmo, si occupa soltanto della variazione di volume nella fusione. Egli stesso dichiara come, più che determinazioni esatte, cerca di fare determinazioni sopra un gran numero di corpi; e non riferisce, ciò che sarebbe stato importante, in qual modo introduceva i metalli alcalini nel suo dilatometro. Egli trova pel Na un valore concorde con quello dell'Hagen (vedi tab. 10); quanto al K, mentre afferma che la dilatazione di questo metallo dai 50° in su non è regolare, suppone tuttavia che l'andamento di detta dilatazione sia fino alla fusione

identico a quello nell' intervallo fra la temperatura ambiente ed i 50°, e deduce così un valore, pel quale conviene di non potere assegnare grado alcuno di esattezza.

4. *Esperienze di A. Thum.* — Per lo studio della dilatazione del litio allo stato solido il Thum usa il dilatometro, ma non può adottare lo stesso metodo di riempimento tenuto dall' Hagen, perchè il litio galleggia nell' olio, e perchè, una volta ridotto in goccie liquide, non è più possibile farlo riunire ancora in un unico blocco. Perciò, invece di lasciare unito al bulbo un tubo sottile da cui aspirare il metallo, lascia nel bulbo una larga apertura, per la quale, stando in un bagno d'olio di paraffina, introduce il metallo solido, eppoi chiude con un tappo smerigliato. Che il tappo anche col riscaldamento rimanga nella sua posizione senza pregiudizio per la capacità del dilatometro, egli lo prova col notare che, ritornando poi a riportare dopo il riscaldamento il dilatometro alla temperatura iniziale, il livello a cui si trovava precedentemente l'olio viene di nuovo raggiunto. V'è però un'altra obbiezione da fare. Esperienze con dilatometri consimili, da noi presi in esame, ci hanno dimostrato che, tutte le volte che il tappo a smeriglio viene levato eppoi rimesso, a meno che il foro non sia di dimensioni molto piccole, la capacità del bulbo viene ad essere sensibilmente modificata.

Ora il diametro del foro del dilatometro usato dal Thum, come appare dalla figura che egli riporta, era lunghissimo, ed il Thum deve avere ripetuto tre volte l'operazione suddetta di aprire e chiudere, e cioè, per le determinazioni del coefficiente di dilatazione del recipiente, dell' olio di paraffina e poi dell'insieme olio e litio; epperciò i suoi risultati non possono per questa causa di errore, a cui egli non accenna nemmeno, essere giudicati senza altra conferma molto attendibili (1).

Passiamo ora a riferire sul nostro lavoro.

(1) A questi lavori si può aggiungere anche una determinazione di densità alla temperatura di ebollizione dell' ossigeno (— 190°) fatta dal Dewar sul sodio (Chemical News, t. 85, 1903) col metodo idrostatico e usando come liquido l' ossigeno stesso. Dal confronto fra il valore così ricavato a —190° col valore della densità a 17°, il Dewar dedusse il coefficiente di dilatazione medio nell' intervallo da —190° a +17°.

§ 3. Descrizione degli apparecchi e procedimento tenuto nelle esperienze.

1. *Dilatometro e suo riempimento.*

Dopo di avere accuratamente calibrato un tubo di vetro capillare, abbiamo costruito con questo un dilatometro *d* (fig. 1) soffiandovi ad una estremità una bolla di circa 3 cm³. a pareti sottilissime, e saldando all' altra estremità un corto tubo di vetro circa un cm². di sezione (*s*). Quanto al riempimento coi metalli da studiare, si operava come segue: In un tubo di vetro *t* della sezione di circa un cm². si soffiava una bolla B di circa 4 cm³.; poi vicino alla bolla si affilava il tubo da una parte, riducendolo in modo che potesse scorrere dentro al tubo capillare del dilatometro. Fatto questo, si introduceva il dilatometro in un recipiente di vetro V, ripieno di olio di vasellina, nel cui fondo, sotto apposita capsulina *v* di vetro bucherellata, si trovava il metallo da studio, già liberato accuratamente dall' ossido col portarlo a temperatura di circa 100° sopra la fusione; poscia mediante una pompa pneumatica si riempiva per aspirazione il tubo *t* di olio di vasellina caldo fino al riempimento della bolla B; indi, introdottane la parte affilata nel dilatometro, si riempiva questo di olio, agendo per pressione mediante una pompa premente. Dopo ciò, immersa la punta affilata del tubo *t*, contenente ancora un po' d' olio, nel blocco di metallo fuso facendola passare attraverso ad uno dei fori della capsulina *v*, se ne riempiva per aspirazione la bolla B; indi, introducendo di nuovo la parte affilata del tubo nel dilatometro, ed agendo per pressione, si sostituiva nel dilatometro all'olio il metallo, fino a quel punto che si riteneva più conveniente. Nel caso del sodio, perchè non avesse a scindersi in goccioline, ma riempisse bene tutto il bulbo, era sufficiente, dato il suo peso specifico maggiore di quello dell'olio, che la estremità del tubo affilato toccasse il fondo del bulbo. Nel

Fig. 1.

caso del potassio, la suddivisione in goccioline, per la piccola differenza fra le densità del metallo e dell'olio alle temperature fra i 100° e 200° gradi, avveniva lo stesso; cosicchè per riempire completamente il bulbo era necessario sospendere l'operazione, ed agitare il dilatometro, con che le goccie si riunivano facilmente in un unico blocco. Nel caso poi del litio, nemmeno questo artificio era sufficiente pel completo riempimento del bulbo, poichè le goccie, come constatò anche il Thum, una volta formate, non si riuniscono più coll'agitazione nemmeno a temperature molto alte. Si ricorse allora all'espediente di capovolgere il dilatometro durante il riempimento; e disponendo le cose così come appare dalla figura 2, e curando che la punta affilata toccasse la parete interna superiore del bulbo, ci fu possibile riempire con un unico blocco di litio il bulbo senza difficoltà.

Fig. 2.

Si comprende come, mediante il solito tubo affilato, si procedesse poi, sia per lasciare nel tubo capillare del dilatometro quella quantità d'olio che si riteneva più opportuna, sia per vuotare il dilatometro, onde sostituire un metallo all'altro.

È evidente che con questo metodo tutte le cause di errore, a cui si va incontro coi procedimenti tenuti dagli altri sperimentatori, sono completamente eliminate; e non si sente nemmeno la necessità di impiegare nelle ricerche una grande quantità di sostanza. D'altra parte il metodo è semplicissimo; un solo dilatometro può servire per tutti i metalli, sia per lo studio allo stato solido che allo stato liquido.

2. *Apparecchio di riscaldamento.*

Come apparecchio di riscaldamento si fece uso fino a 157° gradi, di una stufa di vetro, della forma che appare dalla fig. 3. Il vapore del liquido che si mette in ebollizione in A, riveste due volte il tubo T contenente il dilatometro *d* ed un termometro *t*; sale quindi in un apparecchio refrigerante *r* congiunto alla stufa per ramo *c*, e ridiscende condensato in A pel tubo *d*. I liquidi usati per ottenere le diverse temperature furono l'etere solforico, l'acetone, l'alcool etilico, l'acqua di-

stillata, l'alcool amilico e l'essenza di trementina, coi quali ci era possibile mantenere l'interno della stufa rispettivamente alle temperature di 32°, 56°, 78°, 100°, 130° e 157°. I termometri usati furono due Baudin, d'una serie gentilmente prestataci dal prof. E. Salvioni. Le letture nel dilatometro venivano fatte soltanto dopo dieci minuti almeno, da che il termometro indicava la temperatura voluta. Per le temperature superiori, levato dal resto della stufa il tubo T contenente il dilatometro ed il termometro, lo si immergeva in un bagno di olio di vasellina a doppia parete con agitatore e termoregolatore, e con questo si eseguivano pel Na e per il K due determinazioni, l'una a 200° e l'altra a 235°; per il litio si eseguivano anche altre due determinazioni, l'una a 178° e l'altra a 182°. Riuscendo difficile il mantenere il termometro e quindi il bagno a queste temperature, si eseguiva una serie di determinazioni a temperature prossime ad esse, eppoi per interpolazione si calcolavano i valori, che si sarebbero ottenuti per la dilatazione alle temperature suddette.

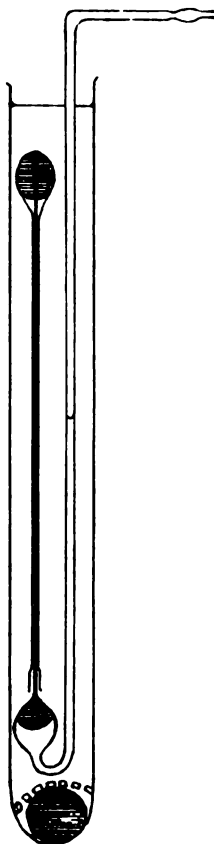
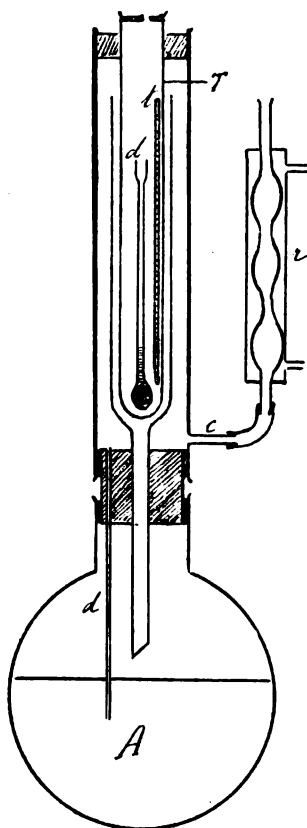



Fig. 3.

§ 4. Risultati sperimentali.

1. *Determinazione del coefficiente di dilatazione del dilatometro.*

Il coefficiente di dilatazione dell'unico dilatometro, che ci servì in tutte le nostre esperienze, fu determinato con mercurio, poco prima lavato in soluzione di acido solforico e nitrico e distillato nel vuoto, prendendo come sua densità a zero il valore di 13.59545, e come coefficiente di dilatazione

$$a = 0.000181163 + 0.000000011554\, t.$$

Data la concordanza dei risultati ottenuti per diversi intervalli di temperatura e qui raccolti nella tab. 1ª,

TABELLA 1ª.

Intervallo Temperatura	Coefficiente di dilatazione medio del dilatometro fino alla divisione 0
0° — 78°	0.00003953
0° — 130°	0.00003958
0° — 235°	0.00003954

si è introdotto nei calcoli che seguono per qualunque intervallo di temperatura il valore 0.00003955, corrispondente alla media. La capacità del dilatometro a 0° fino alla divisione 0 fu trovata di cm^3. 2,950008, e il volume, compreso fra due divisioni, di cm^3. 0,000834.

2. *Derminazione del coefficiente di dilatazione dell' olio di vasellina.*

Dell'olio di vasellina si determinò il valore del coefficiente di dilatazione medio per quegli stessi intervalli di temperatura, pei quali si sarebbe in seguito determinato il coefficiente di dilatazione dei metalli.

Poichè per le temperature superiori ai 100°, data la grande dilatazione che l' olio subisce, la colonna graduata del dilatometro non era sufficientemente lunga, si dovette ricorrere al seguente espediente, che fu pure adottato per la stessa circostanza anche nelle esperienze coi metalli: Mediante carta da filtro si estraeva dal serbatoio (*s*) l' olio eccedente all' ultima divisione; poi si pesava il dilatometro col liquido rimasto; e, conoscendo il peso del dilatometro vuoto e la densità dell' olio a zero, si calcolava il volume a 0° rimasto: quello cioè che, alla temperatura a cui era stato portato precedentemente, aveva raggiunto l' ultima divisione.

La densità dell' olio a zero, determinata col medesimo dilatometro, risultò eguale a 0,8602.

In questi calcoli però, come pure in quelli relativi alla dilatazione dei metalli, si è creduto di tener conto anche di quello strato sottile di olio, che per adesione rimane sempre

a rivestire la parete interna del tubo capillare, e che ne diminuisce conseguentemente il diametro. Di questo non tennero conto i precedenti sperimentatori, ma che ciò debba portare ai risultati una variazione sensibile lo prova il fatto che, mentre il volume fra ciascuna divisione, determinato quando il tubo era pulito, era cm³. 0.000834, quando invece nel tubo v' era il sottile velo d' olio risultò di cm³. 0.0008085; valore che si introdusse nei nostri calcoli per ricavare i dati della seguente tabella.

Tabella 2.ª

Intervallo di temperatura	Coefficiente medio dell'olio di vasellina
0° — 32°	0.00079003
0° — 56°	0.00079512
0° — 78°	0.00079895
0° — 100°	0.00080368
0° — 130°	0.00080726
0° — 157°	0.00081048
0° — 182°	0.00081691
0° — 200°	0.00081998
0° — 235°	0.00082214

Crediamo opportuno far notare che, ripetuta l' esperienza per l' intervallo da 0° — 32°, quando l' olio, in seguito al prolungato riscaldamento a temperature elevate, da bianco che era all' inizio, aveva acquistato un colore giallognolo, si trovò pel coefficiente di dilatazione il valore di 0.00079115, molto concordante con quello della tabella 2 relativo allo stesso intervallo di temperatura; e inoltre facciamo notare che, ripetuta per tale condizione anche la determinazione della densità a 0°, si ricavò il valore di 0,8613, pure molto concordante col precedente. Riteniamo perciò che i risultati relativi alla dilatazione dei metalli non vengano sensibilmente pregiudicati dalle piccole variazioni della dilatazione e della densità dell'olio, che accompagnano l' alterazione di questo, accusata dal suo cambia-

mento di colore, è dovuta al prolungato riscaldamento a temperatura elevata.

3. *Determinazione del coefficiente di dilatazione dei metalli.*

a) Dopo di aver riempito il dilatometro con metallo ed olio nel modo descritte al § 3, lo si portava a zero gradi, poscia si levava mediante il tubo affilato tanto olio fino a che il livello di questo scendesse fino alla divisione zero. Pesato poscia il dilatometro contenente la mescolanza e sottratto il peso del dilatometro vuoto (con le pareti del tubo aventi un sottile velo di olio), si otteneva il peso P della mescolanza, col quale, conoscendo la densità a zero dell'olio e dei metalli, si poteva ricavarne i volumi relativi. Infatti, se con V si indica il volume già noto del bulbo fino alla divisione zero, con v il volume del metallo e con d e d^0 le note densità a zero dell'olio e del metallo, si può scrivere la relazione

$$P = (V - v)\, d + v\, d^0,$$

da cui si ricava v, e conseguentemente si viene a conoscere $(V-v)$.

b) **Sodio.**

Il sodio da noi sottoposto allo studio ci venne fornito circa quattro anni fa dalla Ditta Merck di Darmstadt, ed ha una temperatura di fusione di 97.6°.

La quantità contenuta nel dilatometro a zero gradi, calcolata prendendo per densità a zero il valore 0.9725 (1) era di cm.³ 2.628501, ed il volume dell'olio cm.³ 0.321507.

Dalla dilatazione osservata su questo miscuglio, dedotta la parte relativa all'olio di vaseltina, ed eseguita la correzione per la dilatazione del recipiente, si è calcolato quale dilatazione si sarebbe avuta nel caso che il volume a zero del metallo fosse stato di 1 cm.³, e si sono raccolti i valori, così dedotti per le diverse temperature, sotto v nella seguente tabella 3ª :

---

(1) Hagen, *Ann. d. Phys.* (3), 19, p. 436, 1883.

TABELLA 3ª (Na).

Temperature	v		Δ
32°	0.006037		— 0.000060
56°	0.011105		+ 0.000058
78°	0.015612		— 0.000025
97°,6 τ solido	0.020391	calcolati	
97°,6 τ liquido	0.041414	calcolati	
100°	0.041535		+ 0.000041
130°	0.050738		+ 0.000069
157°	0.057871		+ 0.000040
200°	0.070105		— 0.000045
235°	0.081253		— 0.000064

Trasportando poi questi valori sopra un sistema di assi coordinati (Fig. 4), in cui le ascisse rappresentano le temperature e le ordinate i volumi, si è ottenuto la curva A, il cui tratto verticale starebbe a rappresentare l'aumento di volume durante la fusione, nell'ipotesi che l'andamento della dilatazione sia pressochè regolare anche in prossimità della temperatura τ di fusione.

Dalle due serie di valori prima e dopo la temperatura di fusione si è potuto dedurre, che l'andamento del fenomeno, sia per lo stato solido che per lo stato liquido, è rappresentato abbastanza bene da un'equazione di 2° grado in t, dove i coefficienti di t e t^2 hanno rispettivamente i valori α e β raccolti nella tabella 4ª.

TABELLA 4.ª

Intervallo di temperatura	α	β
Stato solido 0° — 78°	0.0001816	0.00000028
Stato liquido 100° — 235°	0.0002599	0.000000286

Ed infatti le differenze Δ della tab. 3ª, fra i valori di v trovati con l'esperienza e quelli calcolati con questi dati, rientrano nell'ordine di grandezza degli errori di osservazione, e sono ora in un senso ed ora nell'altro.

Dal rapporto fra i due valori di v relativi alla temperatura di fusione nei due stati, calcolati nella ipotesi della regolarità dell'andamento del fenomeno anche per le temperature prossime a quella di fusione, si dedurrebbe che l'aumento del volume del sodio per la fusione è del 2.031 %.

c) Potassio.

Anche il potassio venne fornito quattro anni fa dalla Ditta Merck di Darmstadt, ed il suo punto di fusione era di 62.04°. La quantità contenuta a zero gradi nel dilatometro, calcolata prendendo per densità a zero il valore 0.8642 (1), era di cm.³ 2.659855; quella dell'olio di vasellina cm.³ 0.290153.

Nella seguente tabella 5ª sotto v sono indicati gli aumenti di volume, che avrebbe assunto alle diverse temperature 1 cm.³ di potassio a zero.

Tabella 5ª (K).

Temperature	v	Δ
18°	0.003913	+ 0.000062
32°	0.006903	— 0.000015
56°	0.012348	+ 0.000035
62°,04 τ solido	0.013691 calcolati	
62°,04 τ liquido	0.038324 calcolati	
78°	0.042753	— 0.000081
100°	0.049310	+ 0.000101
130°	0.058335	+ 0.000073
157°	0.066684	— 0.000054
200°	0.080964	+ 0.000072
235°	0.093014	+ 0.000005

(1) Hagen, *Ann. d. Phys. u. Ch.* 1883.

0,10
0,09
0,08
0,07
0,06
0,05
0,04
0,03
0,02
cm³ 0,01
0
0
20
40
60
80
100
120
140
160
180
200
220
240
B
A
C

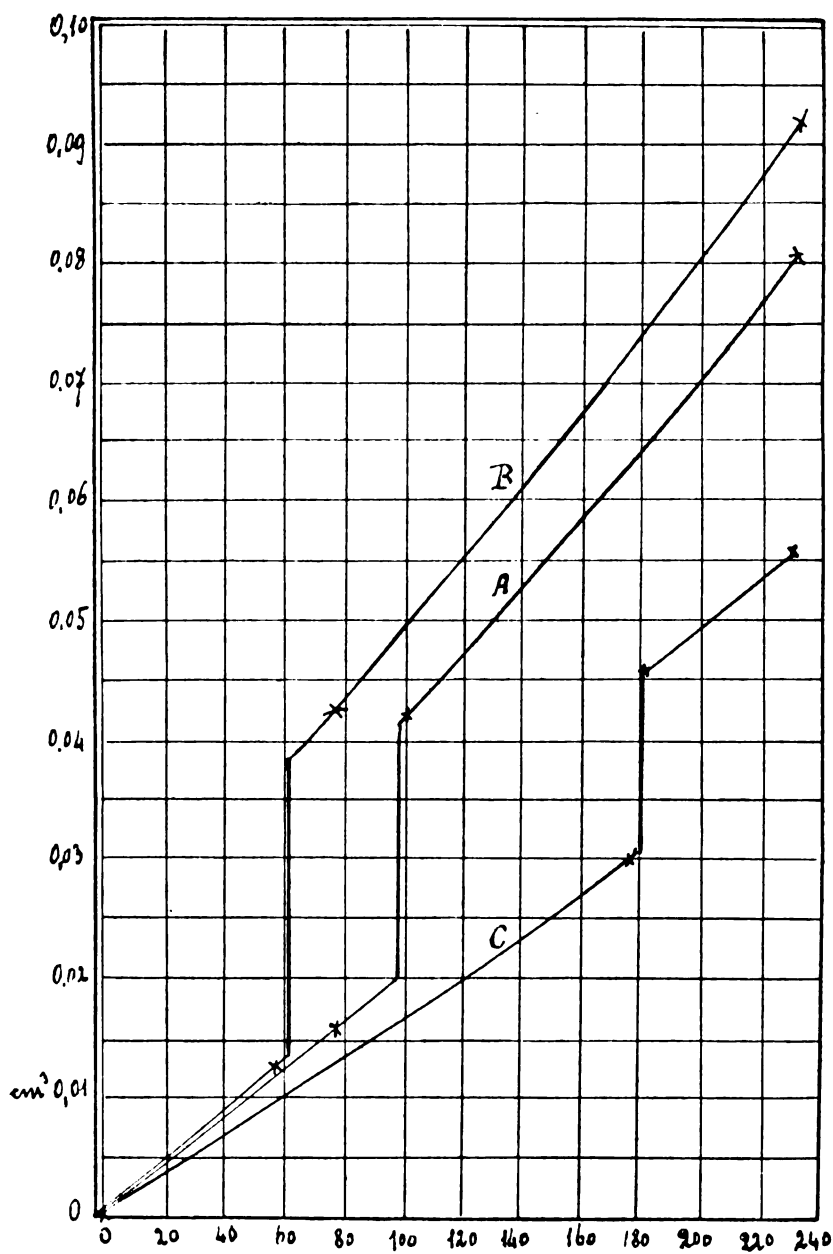



Fig. 4.

Con questi si è costruita la curva B della figura 4ª, la quale curva, nei due tratti prima e dopo la temperatura di fusione è rappresentata abbastanza bene da una equazione di 2º grado in t, quando i coefficienti α e β assumano rispettivamente i valori indicati nella seguente tabella 6.ª

TABELLA 6.ª

Intervallo di temperatura	α	β
Stato solido 0° — 56°	0.0002112	0.000000155
Stato liquido 78° — 235°	0.0002681	0.00000021

Le differenze Δ fra i valori di v e quelli calcolati sono relativamente piccole, ed ora in un senso ed ora in un altro.

Dal rapporto dei valori di v relativi alla temperatura di fusione nei due stati, e calcolati in base alla solita ipotesi dell'andamento regolare della dilatazione anche vicinissimo alla temperatura di fusione, si ricaverebbe che l'aumento di volume del potassio per la fusione è del 2,44 %.

d) **Litio.**

Il litio, di recente acquistato dalla Ditta Merck, fondeva a 180°,1 (1). La quantità contenuta nel dilatometro, prendendo

(1) La temperatura di fusione stabilita da Georg. W. A. Kahlbaüm (Zeit. für Anorg. Chem. B. 23, s. 220) per il litio preparato col metodo indicato dal Guntz (Elektrochemie, Ott. 1896) e fornito anzi dal Guntz stesso, sarebbe 186°; molto superiore dunque a quella da noi riscontrata pel nostro litio, che è già, benchè di poco, superiore a quella stabilita precedentemente dal Bunsen e da A. Thum (180°) (vedi tabelle di Landolt).

Poichè, come è noto, le impurità contribuiscono ad abbassare la temperatura di fusione, si potrebbe dubitare che il nostro litio ne contenesse, rispetto a quello preparato dal Guntz col suo metodo, in grande quantità; e che i nostri risultati avessero perciò un valore molto relativo per non dire nullo. Senonchè, esaminando il metodo tenuto dal Kalhbaüm per la determinazione del punto di fusione del Li., si intravede facilmente la poca attendibilità del suo risultato.

per densità a zero il valore 0.594, era di cm.³ 2,595566, e quella dell' olio di vasellina di cm.³ 0.354442. I risultati di esperienza, calcolati nel solito modo, sono raccolti sotto v nella seguente tabella:

TABELLA 7ª (Li).

Temperature		v		Δ
18°		0.002883		+ 0.000091
22°		0,004980		— 0.000026
56°		0.008892		+ 0.000008
78°		0.012477		— 0.000085
100°		0.016209		— 0.000061
130°		0.021478		— 0.000021
157°		0.026439		+ 0.000072
178°		0.030262		+ 0.000025
180°,1	τ solido	0.030554	calcolati	
	τ liquido	0.046116	calcolati	
182°		0.046528		0.000000
200°		0.049838		— 0.000025
235°		0.056568		+ 0.000030

e la curva C (fig. 4) ad essi relativa è pure rappresentabile con la nota equazione, quando α e β assumano i valori indicati nella seguente tabella:

D'altra parte determinazioni di punto di fusione che abbiamo eseguite sopra campioni, gentilmente a noi pure forniti dal prof. Guntz, non ci hanno mai dato valore superiore a 180°; mentre lo stesso prof. Guntz, con lettere del Dic. 1913 e Marzo 1914, ebbe a giudicare poco precisa la determinazione del Kahlbaüm, e ad ammettere, come il valore più attendibile del punto di fusione del litio puro, quello da noi riscontrato.

TABELLA 8.ª

Intervalli di Temperatura		α	β
stato sol.	0°-178°	0.0001535	0.000000092
stato liq.	182°-235	0.0001743	0.000000106

come lo provano le differenze Δ (tab. 7) fra i valori v e quelli calcolati con questi dati.

L'aumento di volume nella fusione, dedotto nel solito modo, risulta pel litio di 1,51 %.

CONCLUSIONI

Dall' esame della tab. 9ª, in cui raccogliamo i nostri risultati,

TABELLA 9.ª

Sostanza		Intervallo di temperatura	α	β	Aumento di volume nella fusione	Punto di fusione
Na	solido	0°-78°	0.0001816	0.000000280	2,031 %	97°.6
	liquido	100°-235°	0.0002599	0.000000286		
K	solido	0°-56°	0.0002112	0.000000155	2.44 %	62°.04
	liquido	78°-235	0.0002681	0.000000210		
L	solido	0°-178°	0.0001535	0.000000092	1.51 %	180°.1
	liquido	182°-235°	0.0001743	0.000000106		

e dal confronto con quelli degli altri sperimentatori, pure qui raccolti nella seguente tab. 10ª,

TABELLA 10.ª

Sostanza	Intervalli di temperatura		α	β	Variazione di volume nella fusione	Sperimentatori
Na	stato sol.	0° — 90°	0.000239601	—	—	De Lucchi
	stato sol.	0° — 95°	0.000203950	0.0000002423	2.6 °/₀	Hagen
	stato liq.	101° — 168°	0.0002781	—		
	—	—	—	—	2.5 °/₀	Toepler
K	stato sol.	(— 190)* — 17°	0.0001866	—	...	Dewar
	stato sol.	0° — 50°	0.00023935	0.00000020925	2.5 °/₀	Hagen
	stato liq.	70° — 110°	0.0002991	—		
	—	—	—	—	2.5 °/₀ ?	Toepler
Li	stato sol.	0° — 180°	0.000180	—	1.653 °/₀	Thum

possiamo giungere alle seguenti conclusioni:

a) I valori da noi ricavati pei coefficienti di dilatazione, sia per lo stato solido che per lo stato liquido, sono sensibilmente minori di quelli ricavati dagli altri sperimentatori.

b) Per tutti e tre i metalli si devono ritenere soddisfatte le note relazioni stabilite dal Mayer (1), dal Carnelley (2) e dal Wiebe (3), e cioè: il coefficiente di dilatazione è tanto più grande quanto più grande è il peso atomico, quanto più bassa è la temperatura di fusione, e quanto più piccolo è il calore specifico (4).

(1) L. MAYER, *Mod. Theor. d. Chem.* p. 152 1880 IV edizione.

(2) CARNELLEY, *Chem. Ber.* 12 p. 440, 1879. *Phyl. mag.* (5) 8 p. 305 1879.

(3) WIEBE, *Chem. Ber.* 12 p. 788, 1879.

(4) Nel 1879 il Pictet (C. R. 88), partendo da certe sue considerazioni teoriche, e valendosi dei risultati ottenuti da diversi sperimentatori su un gran numero di metalli, aveva stabilito la relazione

$$a = KT^3 \sqrt{\frac{\text{densità}}{\text{peso atomico}}},$$

in cui A e T rappresentano rispettivamente il coefficiente di dilata-

c) Gli aumenti di volume nella fusione sono pur essi, per tutti e tre i metalli, sensibilmente minori di quelli ricavati dagli altri sperimentatori.

d) Essi risultano tanto più piccoli quanto più elevata è la temperatura di fusione.

Nota. — Del presente lavoro spettano al Bernini, oltre al procedimento e alla relazione, i dati sul K e sul Li; sono state eseguite invece dal Cantoni le determinazioni pel Na.

Appendice

Avevamo già pronto per le stampe questo nostro lavoro, quando siamo venuti a conoscenza di una memoria di L. Hackspill (Ann. d. Chem. u. Phys. 1913. 28), in cui, fra l'altro, sono riferiti dei risultati di nuove determinazioni sulla dilatazione pel calore del Na e del K.

Per introdurre i metalli nel dilatometro, l'Hackspill agisce per distillazione nel vuoto; e, mentre per le misure allo stato liquido i dilatometri vengono riempiti anche per qualche tratto della colonna capillare graduata, per le determinazioni allo stato solido il metallo riempie incompletamente il bulbo, e sul metallo viene sovrapposto un liquido inattivo di noto coefficiente di dilatazione, fino a raggiungere la parte graduata.

Questo sistema elimina in buona parte le cause di errore accusate per gli altri metodi; tuttavia esso è ben lungi dal presentare la semplicità di quello da noi descritto, senza d'altra parte averne vantaggio di sorta.

Riportiamo nella tabella 11ª che segue i risultati dell'Hackspill:

---

zione cubica e la temperatura assoluta di fusione, e K sarebbe una costante uguale a circa 3,5.

Secondo questa relazione il valore del coefficiente di dilatazione dei tre metalli alcalini dovrebbe crescere dal potassio al litio. I risultati d'esperienza mostrano invece tutto il contrario, ossia il coefficiente minore appare quello del litio, a cui segue quello del sodio, poi quello del potassio. Tali valori dei coefficienti, sostituiti nella formula del Pictet, farebbero acquistare a K, invece che il valore 3,5, rispettivamente pel litio, sodio, e potassio i valori 4, 5 e 6 circa.

TABELLA 11ª

Sostanza		Intervallo di temperatura	a	Variazione di volume nella fusione
Na	solido	0 — 80	0,000 216	1,50 %
	liquido	100 — 180	0,000 274	
K	solido	0 — 58	0,000 250	2,42 %
	liquido	70 — 150	0,000 283	

Confrontati con quelli della tab. 9, i valori dei coefficienti di dilatazione si mostrano alquanto superiori ai nostri, senza che si possano dire in disaccordo. Non altrettanto si può concludere per gli aumenti di volume nella fusione: mentre si trova una coincidenza quasi perfetta pel K, nel caso del Na il valore è di $\frac{1}{4}$ circa inferiore al nostro. Fu per ciò che, prima di pubblicare il nostro lavoro, ci siamo creduti in dovere di ripetere insieme ancora una volta le esperienze sul Na. Anche dopo questo controllo non riteniamo però di modificare il nostro dato (che è già di molto inferiore a quello dei precedenti sperimentatori). In ogni caso si tratterebbe di una variazione di qualche unità sulla seconda cifra decimale, ma come aumento, non come diminuzione.

Non sapremmo indicare la ragione di una così grande divergenza. Solo crediamo far rilevare che, mentre il nostro sodio fonde a 97,6°, quello studiato dall'Hachspill fonde a 96,5°: ed è noto che le impurità abbassano il punto di fusione.

Dall' Istituto Tecnico di Pavia.

SULLE TEMPERATURE
LUNGO LA PROGETTATA GALLERIA
ATTRAVERSO ALLO SPLUGA

Nota del dott. FRANCESCO VERCELLI

(Adunanza del 14 maggio 1914)

Introduzione

1. A complemento degli studi relativi alla determinazione della temperatura nell'interno di una massa montuosa, pubblicati nella Memoria di C. Somigliana e F. Vercelli « Sulla previsione matematica della temperatura nei grandi trafori alpini » (1), ho intrapreso lo studio delle temperature lungo una delle progettate gallerie attraverso allo Spluga (progetto Rigoni-Locker).

La superficie topografica della regione dello Splupa è assai complessa. Mentre nella maggior parte dei grandi trafori alpini ultimamente costruiti, la galleria sbocca in due grandi vallate parallele e di andamento normale al suo asse, allo Spluga, invece, la galleria ha un andamento generalmente parallelo alle linee di valle e di cresta che caratterizzano il massiccio montuoso. Una riduzione del problema al caso piano, in tali condizioni, non è possibile. La previsione della temperatura lungo una galleria attraverso allo Spluga deve quindi essere fatta considerando il problema in tre dimensioni.

---

(1) C. SOMIGLIANA e F. VERCELLI, Memorie R. Acc. scienze di Torino. Serie II, tom. LXII, 1912, pag. 327. Un riassunto di questa memoria e alcune considerazioni complementari sono pubblicati nelle note:

F. VERCELLI, *Sulla previsione delle temperature nelle gallerie alpine.* — Giornale di geologia pratica, anno XI, fasc. II.

F. VERCELLI, *Considerazioni complementari alla Memoria di C. Somigliana e F. Vercelli.* — Atti R. Acc. Torino, Vol. XLVIII, 1912-13, p. 836.

Nella memoria Somigliana-Vercelli è sviluppato completamente lo studio termico del Sempione, tipico esempio in cui è possibile risolvere il problema riducendolo al caso piano. Appare di grande interesse studiare un altro esempio, in cui una tale riduzione non sia possibile: e questo esempio è offerto dallo Spluga.

Secondo una notizia pubblicata in una nota del prof. A. Stella (1), le condizioni termiche di questa galleria furono già studiate dal prof. K. Königsberger di Freiburg in Breisgau, per incarico del Comitato italo-svizzero promotore di questa nuova galleria transalpina. Per quanto mi consta i risultati ottenuti dal Königsberger non sono stati finora pubblicati. Solo è detto, nella nota dello Stella, che « il prof. Königsberger ha applicato un metodo di calcolazione analogo a quello già da lui e dal dott. Thoma provato e verificato a posteriori al caso del Gottardo e del Sempione »; e che « il risultato di questi calcoli fu tradotto poi graficamente nel diagramma delle linee isoterme su una sezione verticale condotta lungo l'asse della galleria, il quale diagramma mostra essere le condizioni termiche probabili della progettata galleria analoghe e un po' migliori di quelle della galleria del Sempione, cioè con un massimo di qualche grado inferiore, salvo eventuali sorgenti d'acqua che fossero capaci di modificare e più probabilmente di abbassare ancor più la temperatura. »

Il metodo del Thoma (2), usato dal Königsberger, presta il fianco a molte critiche, quando il problema è considerato anche solo nel piano (3); ed ora che la superficie topografica

---

(1) A. Stella, *Sulle condizioni geologiche di una grande galleria dello Spluga.* — Boll. Soc. geol. italiana, Vol. XXX, 1911, p. 961.

(2) Inaugural Dissertation: *Ueber die Wärmeleitungsproblem* ecc. — Karlsruhe, 1906.

(3) Vedi Mem. cit. pag. 329. Questo metodo implica si possa determinare, lungo il profilo del monte, una isoterma prossima alla superficie, cioè presuppone si conosca il *gradiente termico* lungo le verticali passanti per i punti del profilo stesso.

Ma questo *gradiente termico* e la *temperatura interna* sono precisamente le due incognite del problema. Voler determinare una di esse supponendo nota l'altra, non è risolvere la questione ma trasformarla nell'altra: noto il gradiente e la temperatura lungo il profilo, determinare la temperatura lungo la galleria. E per potere, con qualche fondamento, fare ipotesi verosimili sui valori di tale gradiente, occorre conoscere la temperatura della galleria, e quindi limitarsi a considerare solo gallerie già perforate; in ogni altro caso i risultati del calcolo possono avere solo un valore ipotetico.

ha una configurazione opposta a quella in cui si può ritenere lecita una riduzione al caso piano, non pare possa venire applicato con razionale fondamento di attendibilità nei risultati. Le temperature previste dal Königsberger sono invero alquanto lontane da quanto un semplice criterio di analogia può fare supporre. La galleria dello Spluga ha una elevazione media sul mare che si aggira sui 1000 metri; quella del Sempione raggiunge solo 700 metri nel punto culminante e scende sino a 640 m. all'imbocco sud. L'altezza media di montagna sovrastante presenta nei due casi una certa analogia. La temperatura massima, al Sempione, era di circa 55°; in base al valore medio del grado geotermico pare quindi naturale ammettere come probabile, allo Spluga, una temperatura massima che si aggiri sui 45°: questo risultato, sebbene suggerito da un grossolano confronto, viene proprio a coincidere con quello dedotto dai calcoli riferiti nel seguito. L'ultima parola per stabilire se le nostre previsioni corrispondevano, o meno, alla realtà, sarà detta dalla osservazione diretta, se vinte le controversie tuttora agitantisi nei riguardi dello Spluga, verrà aperto al traffico internazionale questo grande valico ferroviario. Il buon accordo verificatosi al Sempione fra calcolo ed osservazione, specie riguardo alle massime temperature, dà buon affidamento ad aspettare analogo risultato per lo Spluga, tanto più, che in quest'ultimo caso, il problema è trattato in modo diretto, senza ricorrere ai procedimenti di approssimazione, che occorrono per ridurre il problema al caso piano. Ora che lo studio termico dei monti, dall'ambito della geologia è trasportato in quello della fisica-matematica, credo sia ormai sorpassato il tempo, sia pure recentissimo, in cui le previsioni termiche di un monte rappresentavano un dato di grande incertezza nello stabilire un preventivo di una galleria alpina e facevano esclamare al sen. G. Colombo (1) che: « per quanto riguardo si abbia per la scienza geologica e pei geologi

---

Anche supposta nota l'isoterma superficiale, il metodo analitico del Thoma non risolverebbe un problema posto in modo preciso, come abbiamo osservato nella Memoria cit. (pag. 329). In tal caso si potrebbe utilmente fare uso del metodo fisico proposto dal *sen. V. Volterra* (Nuovo Cimento, agosto, 1912: Sulle temperature nell'interno delle montagne.

(1) SEN. G. COLOMBO, *Conferenza relativa al « Passaggio ferroviario dello Spluga »* detta in Roma il 15 Marzo 1910, nella sede della Società degli ingegneri ed architetti italiani. — « Conferenze e Prolusioni » Anno III, Vol. III, N. 9, pag. 165-171.

non si può negare che in tutte le grandi gallerie perforate sinora nelle Alpi, le previsioni non furono mai esattamente verificate, tanto riguardo alla natura e all'andamento delle stratificazioni, quanto in riguardo alle temperature delle rocce incontrate. È ben difficile di figurarsi le condizioni del sottosuolo a qualche migliaio di metri sotto la superficie ».

La galleria dello Spluga (1).

2. Fra i grandi valichi alpini del Gottardo e del Brennero, una lunga linea di circa 200 Km. rimane tuttora chiusa alle comunicazioni fra la valle Padana e la Svizzera orientale. La galleria dello Spluga dovrebbe frangere questa barriera.

Secondo l'idea, arditamente avanzata fin dal 1838 da Zanino Volta, figlio del grande fisico, e modificata poi nei progetti studiati dal Giordano (1865), dalla Società delle Ferrovie meridionali (1887) e dal Comitato italo-svizzero (1906), il nuovo valico alpino sarebbe destinato a congiungere la valle dell'Adda e la valle del Reno, partendo da Chiavenna e giungendo ad Andeer dopo aver attraversato in galleria il grande massiccio montuoso che si eleva ad oriente del passo dello Spluga. Il Comitato italo-svizzero, promotore di questa ferrovia transalpina adottò un tracciato, concordato nel 1907 fra gli ingegneri Locher e Rigoni, che, partendo da Chiavenna (m. 330), si sviluppa con una pendenza del 25 °/₀₀ risalendo la valle Bregaglia e la valle del Liro sino a Who (940 m.) dove entra in una galleria di 24290 m., di cui 19000 a foro cieco e il resto con pozzi. La pendenza della galleria è del 7.5 °/₀₀ nel tratto italiano e del 3 °/₀₀ in quello svizzero; il punto culmimante ha un'altitudine di 1033 m. La galleria sbocca ad Andeer (995 m.), nella valle del Reno; e la ferrovia scendendo questa valle, prosegue per Thusis e Coira, con un percorso totale di 88 Km.

3. Il massiccio montuoso, attraversato da questa galleria, è circondato ad oriente dalla lunga valle di Lei, a Nord dalle valli di Hinter Rhein e di Averser Rhein, e a Sud-Ovest dalla valle di Liro, lungo la quale si svolge la parte italiana della

---

(1) A. Stella, *Sulle condizioni geologiche ecc.* loc. cit.

G. Colombo, *Conferenza relativa al « Passaggio ferroviario dello Spluga »*. loc. cit.

C. Jorio, *I valichi alpini orientali della Greina e dello Spluga*. — Atti Società degli ingegneri ed arch. di Torino, fasc. 3-4, 1910.

grande rotabile dello Spluga. Due distinti gruppi montuosi caratterizzano questo massiccio: quello orientale, costituito da una catena che dal Pizzo Groppera (2948 m.), sopra Campodolcino, si dirige verso Nord sino al Piz Mietz (2839 m.) sopra Inner Ferrera; e quello occidentale, che dal grande nucleo del monte Suretta, ricoperto di ghiacciai, si protende a Nord, circuendo con due distinte catene il vallone Suretta.

La galleria si mantiene parallela alla direzione comune di questi gruppi montuosi. Nel suo primo tratto passa sotto la vallata di Campodolcino e di Madesimo, solcate dai torrenti Liro e Scalcoggia; attraversa poi lo spartiacque italo-svizzero, che dal Suretta scende sino al Passo di Emet (2280) e risale al Piz Timun (3210), punto culminante di tutto il massiccio montuoso; corre in seguito sotto il fianco orientale del Suretta e del Piz la Mutalla (2960) e sotto la linea di cresta del monte Hirli (2859) e si avvicina infine alla superficie esterna presso la gola della Rofna. I tratti estremi, da ambo i lati della galleria, possono venire scavati mediante pozzi profondi da 70 a 200 m.

La commissione incaricata dello studio geologico e termico dello Spluga, composta dei proff. A. Stella, C. Schmidt e K. Königsberger, ha stabilito quali previsioni si possono fare relativamente ai terreni, alle acque ed alle temperature che il traforo potrà incontrare.

Un riassunto della relazione è pubblicato nella nota del prof. A. Stella (1), citata a pag. 2. Secondo la commissione si possono formulare le seguenti previsioni di indole geologica lungo l'asse della galleria:

« Dall' imbocco Who Km. 0 al Km. 6, zona micascistoso-gneissica; dal Km. 6 $^1/_2$ al Km. 12 zona calcarea; dal Km. 12 $^1/_2$ al Km. 18, zona micascistoso-gneissica; dal 18 al 24 $^1/_2$ (imbocco Andeer) zona porfirica (forse con una lingua calcarea verso il Km. 20 ».

4. Per quanto riguarda le previsioni termiche lungo la galleria, ho già accennato, nell' introduzione, ai lavori compiuti dal Königsberger, ed ho concluso, che, per difetto del metodo adoperato, i suoi risultati non sembrano accettabili. Grande merito ebbe invece il Königsberger pel modo razionale con cui seppe organizzare misure di temperature in alcuni punti della superficie, scaglionati fra Who ed Andeer.

(1) A. Stella, *Nota cit.*, pag. 967.

Per queste misure vennero scavati cinque pozzi tubolari di 10 m. di profondità con camera inferiore naturale, in guisa di avere in essa temperatura quasi costante nel corso dell' anno.

Per la costanza della temperatura di questo strato, le oscillazioni termiche superficiali non hanno più sensibile influenza sulla distribuzione delle temperature negli strati profondi del suolo. Questa distribuzione, non verrebbe alterata, se in luogo di una temperatura superficiale oscillante, si avesse una temperatura stazionaria, sempre crescente dalla superficie verso l' interno. Questa temperatura ipotetica della superficie, si deduce con grande approssimazione da quella che si ha a 10 m. di profondità, facendo uso di valori approssimati del gradiente termico medio: essa, nel seguito, verrà chiamata semplicemente *temperatura superficiale.* I risultati di queste misure, tenendo conto anche di altre determinazioni, inducono il Königsberger ad ammettere, come temperature del suolo nelle Alpi centrali, i valori dati nella seguente tabella:

Tabella delle temperature del suolo nelle Alpi centrali.

Altitudine	Esposizione	
	NORD temperatura del suolo	SUD temperatura del suolo
m. 500	8°.9	—
„ 1000	7°.2	8°.8
„ 1500	5°.1	6°.1
„ 2000	3°.0	3°.7
„ 2500	0°.8	1°.0
„ 2670	0°	—

Con questi valori e con quelli che si ottengono mediante interpolazione, si può stabilire la temperatura di ciascun punto della superficie montuosa. La temperatura superficiale, allo Spluga, si può quindi ritenere nota con sufficiente approssimazione.

5. Altro merito del Königsberger è quello di avere ripetutamente dimostrato che i coefficienti di conduttività dei materiali costituenti la più parte delle rocce alpine (1) poco differiscono tra loro, e che, per conseguenza, il gradiente termico non può essere considerato come quantità che debba dipendere dalla natura delle roccie stesse (2); mentre la conduttività varia invece, nelle rocce stratificate, secondo la direzione, quantunque l'umidità attenui assai le differenze. Allo Spluga la giacitura degli strati è generalmente di poco inclinata sull'orizzonte; in conseguenza il gradiente termico, a grande profondità è probabilmente alquanto più elevato di quello avuto al Sempione, cioè di $0.032 \frac{\text{gradi}}{\text{metro}}$. Assumerò perciò nei calcoli il valore di $0.033 \frac{\text{gradi}}{\text{metro}}$. Il gradiente termico a grande profondità, e le temperature superficiali sono i dati fisici fondamentali su cui è basato lo studio delle temperature nell'interno di un monte. Per procedere al calcolo, occorre pure la determinazione delle coordinate dei punti superficiali. Per tale ricerca, e per lo studio dei caratteri topografici della regione, mi sono valso delle carte svizzere alla scala di 1 : 50000. Uno schizzo della regione dello Spluga, con alcune linee di livello caratteristiche, è dato nella tavola annessa a questa memoria.

Determinazione analitica della temperatura (3).

6. Per ridurre il problema a forma analitica determinata, cioè tale che non possa avere più d'una soluzione, consideriamo la regione montuosa che si vuole studiare come limitata dalla superficie esterna s e dal piano s_0 che rappresenta la superficie del geoide terrestre. Si può ritenere nota sopra s, per osservazione diretta, la temperatura media annua e si può ammet-

---

(1) Cioè comunemente graniti, gneiss, calcari. I materiali quarziferi avrebbero un coefficiente più elevato, ma per la minore loro diffusione possono solo esercitare un' influenza di ordine secondario.

(2) G. Königsberger, *Ueber die Wärmeleitung der gesteine und deren Einfluss auf die Temperatur in der Tiefe*. Geol. Rundschau, IV, 7; 1913.

(3) Riassumo in questo paragrafo i concetti fondamentali del metodo proposto nella memoria, citata da principio, di Somigliana e Vercelli.

tere con grande approssimazione che sopra il piano s_0 regni il gradiente termico terrestre medio.

Inoltre possiamo immaginare di isolare, nella regione montuosa, una porzione finita S, mediante una superficie cilindrica s_1 verticale, che passi pel contorno di una porzione della superficie s. Se questo contorno segue linee di valle o di cresta della superficie topografica, si può ritenere che sul cilindro s_1 sia costantemente nullo il gradiente termico secondo la direzione normale. Infatti, le superficie isoterme, provenienti dagli strati profondi sottoposti alle pianure, s'incurvano sotto alle superficie montuose, attratte in certo modo dalle loro protuberanze, così da presentare linee di cresta e di valle, che hanno una certa corrispondenza colle grandi vallate e colle elevate catene sovrastanti.

Un cilidro verticale, che passi lungo le vallate o le linee di cresta, incontra le superficie isoterme secondo linee analoghe e quindi ortogonalmente; in ogni punto della sua superficie il gradiente normale può essere dunque ritenuto costantemente nullo. La temperatura U nella regione S così limitata dovrà soddisfare alle seguenti condizioni :

1.ª Assumere sopra s i valori dati dall'osservazione diretta ;

2.ª Avere, sul piano s_0, derivata normale eguale ad un numero c dato (gradiente medio) e sulla superficie cilindrica s_1 derivata normale nulla ;

3.ª Rappresentare in S una temperatura stazionaria (potendosi astrarre completamente dalle variazioni di temperatura prodotte dal raffreddamento secolare terrestre), ed essere quindi vincolata dalla condizione di armonicità, espressa dall'equazione di Laplace :

$$\Delta_2 u = \frac{\partial^2 u}{\partial x^2} + \frac{\partial^2 u}{\partial y^2} + \frac{\partial^2 u}{\partial z} = 0$$

Siamo così condotti a considerare il seguente problema :

« Determinare una funzione armonica regolare u in uno spazio S limitato da un piano orizzontale s_0, da una superficie cilindrica s_1 e da una superficie s arbitrariamente data; quando sopra s_0 si conoscono i valori della derivata normale, sopra s_1 si sa che i valori di questa derivata sono nulli, e sopra la s si conoscono i valori della funzione ».

Per teoremi ben noti si sa che con queste condizioni la funzione u è « univocamente determinata ». E per le conside-

razioni, precedentemente svolte, sull'influenza della non omogeneità dei materiali sulle condizioni termiche di un monte (N. 4), potremo anche ritenere che, se i dati al contorno sono quelli già indicati secondo le condizioni fisiche del problema, essa rappresenti con sufficiente approssimazione la temperatura interna della massa montuosa, che è nostro proposito di determinare. Siccome si tratta di arrivare a soluzioni che siano suscettibili di calcolazione numerica, i metodi più recenti fondati sull'uso delle equazioni integrali appaiono subito del tutto inefficaci.

Si può allora pensare alla applicazione di quei metodi più particolarmente diretti alla soluzione numerica dei problemi della fisica matematica, che furono in questi ultimi tempi studiati da W. Ritz, da S. Zaremba e da L. F. Richardson.

Ma anche questi metodi si presentarono di troppe difficile e laboriosa applicazione.

Pertanto fondandoci sopra un concetto assai semplice, abbiamo cercato, seguendo gli antichi metodi classici, di costruire delle soluzioni elementari dell'equazione di Laplace, che soddisfacessero alle equazioni al contorno per quella porzione di esso che può riguardarsi come analitica, ed abbiamo poi cercato di soddisfare per approssimazione alle condizioni relative alla parte non analitica del contorno (quella data direttamente dalla superficie montuosa) determinando i coefficenti dello sviluppo in serie delle soluzioni sopraccennate in base al metodo dei minimi quadrati.

Ciò non costituisce alcunchè di essenzialmente nuovo dal punto di vista matematico; ma può considerarsi come sufficiente ed adatto al nostro scopo, in quanto l'approssimazione, che può effettivamente raggiungersi, può ritenersi soddisfacente, anche senza ricorrere ad un numero molto grande di termini della serie ed a calcoli eccessivamente laboriosi. Ed in ogni caso poi non vi è alcun ostacolo, almeno teoricamente, ad una illimitata approssimazione.

7. Nella memoria citata è trattato il caso in cui la s si proietti sul piano orizzontale s_0 in una figura assimilabile ad un rettangolo, di guisa che il cilindro s_1 abbia sezioni orizzontali rettangolari. Nelle applicazioni pratiche questo è il caso più comune ed è pure quello che meglio si adatta alla superficie dello Spluga.

Per i gruppi montuosi isolati o circondati da vallate disposte ad arco, il contorno della s si può assimilare ad un cerchio o ad una porzione di superficie circolare ; anche per questi casi il

problema è riducibile a soluzioni suscettibili di calcolazione numerica.

Qualunque sia il contorno della sezione orizzontale del cilindro s_1 vale la seguente considerazione.

L'equazione di Laplace

$$(1) \qquad \Delta_2 u = 0,$$

quando si supponga u della forma

$$(2) \qquad u = \psi(x, y) \cdot \cosh kz$$

ovvero

$$(2') \qquad u = \psi(x, y) \cdot e^{kz},$$

si ridude a

$$(3) \qquad \Delta_2 \psi + k^2 \psi = 0$$

ove

$$\Delta_2 \psi = \frac{\partial^2 \psi}{\partial x^2} + \frac{\partial^2 \psi}{\partial y^2}.$$

La (3) è la equazione stessa che si presenta in numerosi problemi di fisica matematica, quali le vibrazioni delle membrane elastiche, i moti dei liquidi in due dimensioni, ecc. ... Il problema nostro, dunque, si riduce ad essere analogo a questi, e può essere trattato cogli stessi procedimenti.

1.° Contorno rettangolare.

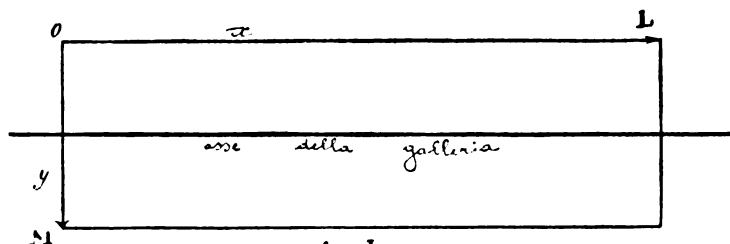



fig. I

8. Immaginiamo di limitare la massa montuosa che vogliamo considerare mediante due coppie di piani paralleli verticali; di cui i due primi passino per gli estremi dell'asse della galleria, gli altri due siano invece paralleli a questo asse ed equidistanti da esso.

Le loro tracce sul piano s_0 formano un rettangolo i cui lati hanno lunghezze L, M. Fissiamo l'origine delle coordinate in uno dei vertici, e assumiamo per assi x, y rispettivamente il lato parallelo e quello perpendicolare all'asse della galleria.

Lo spazio S che noi dovremo considerare sarà allora limitato

$$\text{dal piano } z = 0$$
$$\text{dai piani } x = 0,\ x = \mathrm{L};$$
$$\text{dai piani } y = 0,\ y = \mathrm{M};$$

e finalmente dalla superficie montuosa. Il contorno dello spazio S sarà allora costituito da una porzione che diremo *analitica*, quella rappresentata dai piani sopraindicati, e da una porzione *non analitica*, quella rappresentata dalla superficie montuosa.

È facile verificare che la funzione

$$(4)\quad u_{l,m}(x, y, z) = \cos \pi \left(\frac{l x}{\mathrm{L}}\right) \cos \pi \left(\frac{m y}{\mathrm{M}}\right) \cosh \pi z \sqrt{\frac{l^2}{\mathrm{L}^2} + \frac{m^2}{\mathrm{M}^2}}$$

oltre che essere armonica, gode della proprietà che la sua derivata normale è nulla sopra tutta la porzione analitica del contorno dello spazio S. Difatti sui piani

$$x = 0\,, x = \mathrm{L}\,; y = 0\,; y = \mathrm{M}$$

la derivata normale è rappresentata rispettivamente dalle derivate rispetto ad x e ad y, e queste evidentemente si annullano sopra tali piani; in modo analogo si vede che la derivata rispetto a z si annulla per $z = 0$.

Ciò posto costruiamo la funzione.

$$(5)\qquad u = -cz + \sum_{l,m} c_{lm}\, \mathrm{U}_{lm}(x\,, y\,, z)$$

ove le c_{lm} sono costanti da determinarsi in seguito, e la somma è estesa ad un certo numero di valori degli indici l, m; ad es. da $l = 0$ ad $l = \lambda$ e da $m = 0$ ad $m = \mu$. Questa funzione nello spazio S sarà armonica, avrà nulla la derivata normale sui piani verticali del contorno, mentre sul piano $z = 0$ soddisferà alla condizione

$$\frac{\partial u}{\partial z} = -c$$

cioè soddisferà a tutte le condizioni a cui deve soddisfare la temperatura cercata all'infuori di quella di assumere sulla parte non analitica del contorno i valori della temperatura superficiale osservata.

9. Ora per soddisfare a quest'ultima condizione noi disponiamo delle costanti $c_{l,m}$; non potremo in generale riprodurre nella u tutti i valori osservati. Solo nel caso in cui le costanti c_{lm} si prendessero in numero eguale a quello dei punti in cui la temperatura fu determinata, il problema si ridurrebbe alla risoluzione di un sistema lineare di equazioni in numero eguale a quello delle incognite. Ma in generale il numero delle equazioni supererà quello delle incognite, anche perchè non conviene prendere un numero grande di termini nella (5) per non incorrere in calcoli eccessivamente complicati.

Inoltre conviene osservare che i valori superficiali determinati sperimentalmente sono certamente affetti da errori inevitabili, e quindi dal punto di vista della determinazione della temperatura interna il riprodurli esattamente non avrebbe alcun significato di precisione.

Perciò noi ricorreremo, per determinare le costanti $c_{l,m}$ al metodo classico offerto dalla teoria degli errori, cioè al metodo dei minimi quadrati. Determineremo cioè le costanti in modo che « l'errore medio quadratico fra i valori superficiali rappresentati dalla (5) e quelli osservati abbia il valore minimo possibile ».

Quando l'errore medio sia d'ordine di grandezza uguale all'errore presumibile nei dati d'osservazione, ottenuti per la temperatura superficiale, noi potremo ritenere d'aver raggiunto tutta l'approssimazione desiderabile.

10. Un caso limite interessante del problema che abbiamo studiato si ha quando si suppone che il piano sul quale il gradiente termico assume un valore costante si trovi a distanza grandissima della superficie libera montuosa. È sotto questa forma che sostanzialmente il problema è stato considerato dal dott. Thoma. La soluzione corrispondente a questa ipotesi si trova facilmente. Prendiamo il piano $z = 0$ al disopra della superficie montuosa, e l'asse della z diretto verticalmente in basso. Basta infatti sostituire la funzione U_{lm} data dalla equazione (4) colla seguente:

$$(6) \qquad U_{lm} = \cos \pi \left(\frac{l x}{L} \right) \cos \pi \left(\frac{m y}{M} \right) e^{-\pi z \sqrt{\frac{l^2}{L^2} + \frac{m^2}{M^2}}}$$

e prendere per u invece dell'espressione (5), quest'altra

$$u = cz + \sum_{l,m} c_{l,m} e^{-\pi^2 \sqrt{\frac{l^2}{L^2}+\frac{m^2}{M^2}}} \cos \pi \left(\frac{lx}{L}\right) \cos \pi \left(\frac{my}{M}\right) \tag{7}$$

la quale nello spazio limitato dalla superficie montuosa e dai piani $x = 0$, $x = L$; $y = 0$, $y = M$, ed infinitamente esteso nel senso della verticale, diretta in basso, soddisfa a tutte le condizioni già stabilite, all'infuori di quella di mantenersi sempre finita, poichè per $z = \infty$ si ha pure $u = \infty$.

Questo fatto però non costituisce una difficoltà, poichè noi non dobbiamo considerare che punti che si trovano relativamente assai vicini alla superficie montuosa; e d'altra parte esso può dirsi implicito nelle condizioni stesse del problema.

Le formole (5), (7), posto

$$m = 0$$

risolvono pure il problema quando esso sia riducibile al caso piano. Questo avviene quando il monte è prossimamente una massa cilindrica attraversata dalla galleria in direzione normale alle generatrici.

2.° Contorno circolare.

11. Torna utile in questo caso fare uso di coordinate cilindriche r, φ, z. Le soluzioni u del problema si deducono da quelle relative ad un contorno rettangolare, sostituendo ad una delle funzioni circolari le funzioni di Bessel. Queste formule non interessano le applicazioni che voglio fare allo Spluga; mi limito perciò a riferirle senza dimostrazioni (1).

a) *Per un cilindro la cui sezione sia un cerchio.*

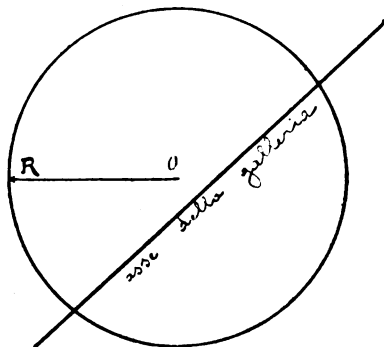



fig. II.

(1) Cfr. la nota 3a citata a pag. 1.

$$(8)\quad u = -cz + \sum_n \sum_1 c_{n,1}\, J_n\left(\frac{r\, K_{n,1}}{R}\right) \cos n\varphi \,.\, \cosh\left(\frac{z\, K_{n,1}}{R}\right)$$

ovvero

$$(9)\quad u = cz + \sum_n \sum_1 c_{n,1}\, J_n\left(\frac{r\, K_{n,1}}{R}\right) \cos n\varphi \,.\, e^{-\frac{z\, K_{n,1}}{R}}$$

ovvero le stesse formole in cui $\cos n\varphi$ sia sostituito con $\operatorname{sen} n\varphi$.

Queste formole corrispondono alle (5) e (7) dei paragrafi precedenti. J_n e $K_{n,1}$ rappresentano rispettivamente funzioni di Bessel di prima specie e le radici reali delle equazioni $J'_n(x) = 0$.

b) *Cilindro avente per sezione un settore di corona circolare.*

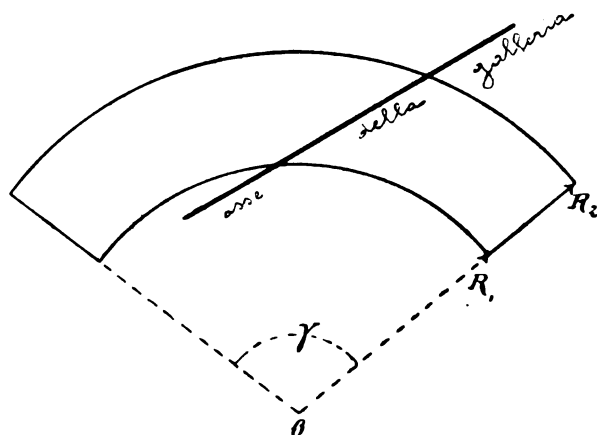



fig. III

Di notevole importanza è il caso in cui la sezione del cilindro s_1 sia assimilabile ad un settore di corona circolare, limitato da due archi di cerchio aventi raggi R_1, R_2 e da due raggi formanti tra loro un angolo γ.

Quando i raggi R_1, R_2 sono molto grandi, e γ invece molto piccolo, si ha al limite un rettangolo; se $\gamma = 2\pi$ si ha una corona circolare; se $\gamma = 2\pi$ ed $R_1 = 0$ si ha il cerchio intero. Il caso del settore comprende quindi, come casi limiti, quelli finora considerati, e bene si presta a rappresentare con approssimazione contorni che effettivamente possono presentarsi nelle applicazioni.

Le soluzioni del problema sono date dalle funzioni

(10) $u_{n,1} = [A_{n,1} J_n (rK_{n,1}) + A_{-n,1} J_{-n}(rK_{n,1})] \cos n\varphi \,.\, \cosh z K_{n,1}$

(11) $u_{n,1} = [A_{n,1} J_n (rK_{n,1}) + A_{-n,1} J_{-n}(rK_{n,1})] \cos n\varphi \,.\, e^{-z K_{n,1}}$

nelle quali:

n ha il valore dato dalla relazione $n = \frac{\nu\pi}{\gamma}$ $(\nu = 1, 2, 3, ...)$

$K_{n,1}$ ed il rapporto $A_{n,1} : A_{-n,1}$ si deducono tenendo conto delle condizioni al contorno sui cerchi di raggio R_1 ed R_2. Se supponiamo γ parte aliquota di π, allora n diventa intero e le J_n, J_{-n} non rappresentano più due funzioni distinte. Allora J_{-n} andrebbe sostituita colla funzione Y_n.

Se poi fosse $\gamma = 2\pi$ il settore si ridurrebbe ad una corona circolare; e ancora la soluzione generale sarebbe data dalle (10), (11) in cui però la funzione J_{-n} fosse sostituita colla funzione di seconda specie J_n.

Le formule sinora ottenute contengono funzioni che sono tabulate o che si possono facilmente calcolare numericamente e quindi si prestano alle applicazioni.

12. L'applicazione del metodo dei minimi quadrati alla determinazione dei coefficienti $c_{l,m}$ delle formole precedenti, conduce a sistemi di equazioni lineari abbastanza semplici.

Facciamo corrispondere una serie unica di indici da 1 a $\lambda\mu$, ai termini che compaiono nello sviluppo; un termine generico della serie può essere indicato allora con $c_i\, u_i$.

Poniamo inoltre

$$\psi = u - cz$$

funzione che riteniamo nota in quanti si vogliano punti della superficie S.

La determinazione dei coefficienti c_i dovrà farsi in modo da rendere minimo l'errore quadratico medio, che sarà rappresentato, all'infuori di un divisore costante, dalla espressione:

$$E = \int_s (\psi - \sum_{i=1}^{n} c_i\, u_i)^2 \, ds \,. \tag{12}$$

Per le condizioni di minimo avremo

$$\frac{\partial E_n}{\partial c_i} = 0 \qquad (i = 1, 2 \dots n)$$

Ponendo

$$(13) \qquad A_{ih} = \int_s u_i\, u_h\, ds\,, \quad B_h = \int_s \psi\, u_h\, ds\,.$$

Le equazioni per il minimo di E_n prendono la forma

$$(14) \qquad \sum_{i=1}^{n} A_{ih}\, c_i = B_h \qquad (h = 1,2 \ldots\ n)\,.$$

La (12) tenendo presenti le (13) può essere ridotta alla forma

$$(12') \qquad E_n = \int_s \psi^2\, ds - \sum_{h=i}^{n} c_h\, B_h\,.$$

Nelle applicazioni numeriche, agli integrali estesi alla superficie S si sostituiscono delle somme estese ad un certo numero di punti in cui sia nota la temperatura u; le formole precedenti possono allora essere scritte usando le notazioni di Gauss (1).

$$(13) \quad \begin{cases} (u_0\, u_0)\, c_0 + (u_0\, u_1)\, c_1 + \ldots + (u_0\, u_n)\, c_n = (u_0\, \psi) \\ (u_0\, u_1)\, c_0 + (u_0\, u_1)\, c_1 + \ldots + (u_1\, u_n)\, c_n = (u_1\, \psi) \\ \cdot \quad \cdot \quad \cdot \quad \cdot \quad \cdot \quad \cdot \quad \cdot \quad \cdot \quad \cdot \quad \cdot \\ (u_0 u_n)\, c_0 + (u_1 u_n)\, c_1 + \ldots + (u_n\, u_n)\, c_n = (u_n\, \psi) \end{cases}$$

$$(14') \qquad E_n = (\psi\, \psi) - (u_0\, \psi)\, c_0 - (u_1\, \psi)\, c_1 - \ldots - (u_n\, \psi)\, c_n$$

Si può dimostrare che questo valore di E_n decresce indefinitamente crescendo il numero dei termini che si introducono nella espressione della u. (Mem., pag. 358).

Il sistema (13') viene risolto, nel modo più rapido, col metodo di sostituzione di Gauss, ed i calcoli, come nella applicazione fatta al Sempione, possono essere disposti in modo opportuno, secondo lo schema proposto dal Ferrero (1) e riportato anche per disteso nella Mem. (pag. 364).

---

(1) GAUSS, *Theoria combinationis observationum minimis erroribus obnoxiae.*

(2) A. FERRERO, *Esposizione del metodo dei minimi quadrati.* — Firenze, 1876. Barbèra.

13. Se si deriva rapporto a z la formola (7) che rappresenta la temperatura u si ottiene:

$$\frac{\partial u}{\partial z} = c + \sum_n c_n \frac{\partial u_n}{\partial z} = c - \frac{\pi}{L} \sum_n c_n \, n \, u_n \tag{15}$$

In modo analogo, partendo invece dalla (5), si ottiene

$$\frac{\partial u}{\partial z} = - c + \frac{\pi}{L} \sum_n c_n \, n \, u_n \,. \tag{16}$$

Quelle due formole possono servire pel calcolo del gradiente termico verticale in un punto qualunque della massa montuosa.

Calcolo della temperatura e discussione dei risultati.

14. Per calcolare numericamente la temperatura colle formole date nel capitolo precedente, occorre determinare anzitutto: il contorno della superficie montuosa, i punti superficiali in cui dev'essere misurata la temperatura e il gradiente termico a grande profondità sotto il monte.

Come *contorno* della superficie s ho scelto il rettangolo disegnato nella tavola annessa: questa figura è suggerita dalla speciale conformazione del massiccio dello Spluga; il lato est, lungo 24 Km., segue l'andamento della grande catena che si estende da Pizzo Groppera al Piz Mietz; quello ovest, distante dal primo 6 Km., dopo avere percorso un tratto della valle del Liro, corre sotto la catena che dal Suretta si estende al Mittaghorn Le condizioni enunciate al n. 6 sono verificate, per quanto si può pretendere in questo ordine di ricerche. Come piano $z = o$ ho preso il piano orizzontale passante per la vetta del Piz Timun (quota 3210 metri).

Nella zona limitata da un tale contorno ho fissato tutti quei punti, che meglio mi parvero rappresentare, nel loro insieme, l'andamento generale della superficie.

Tali punti risultarono in numero di **93**: dalla carta topografica ho ricavato le loro coordinate (riferite nella Tab. I) e dalla tabella data al n. 4, mediante interpolazione, ho dedotto le loro temperature medie annue.

Il gradiente termico a grande profondità può essere ritenuto eguale a 0.033, per considerazioni precedentemente svolte (n. 5).

15. Il calcolo può essere eseguito partendo da una delle formole (5), (7); ho preferito usare la seconda per la maggiore rapidità con cui decrescono i primi termini della serie.

Abbiamo osservato che nella esecuzione di un calcolo occorre limitare la serie ai primi termini e che quando l' errore medio quadratico (n. 9) è dell' ordine stesso degli errori presumibili dei dati di osservazione ottenuti per la temperatura superficiale, si può ritenere di aver raggiunta tutta l' approssimazione desiderabile.

In questo lavoro non ho creduto proseguire la determinazione dei coefficienti c della serie (7) sino a raggiungere effettivamente questa *desiderabile approssimazione*. Mi sono limitato invece a considerare nella serie i primi sette termini, indicati nel seguito, rispettivamente con

$$c_0\, u_0\,,\; c_1\, u_1\,,\; c_2\, u_2\,,\; c_3\, u_3\,,\; c_4\, u_4\,,\; c_5\, u_5\,,\; c_6\, u_6$$

e corrispondenti alle seguenti combinazioni degli indici l, m (n. 12):

$$0\,,0\,;\,0\,,1\,;\,1\,,0\,;\,1\,,1\,;\,2\,,0\,;\,0\,,2\,;\,2\,,2.$$

Le operazioni aritmetiche richieste dall'applicazione del metodo dei minimi quadrati, pur con tale limitazione, sommano a parecchie migliaia, ed aumenterebbero enormemente se volessimo tenere conto di un maggior numero di termini. Questo maggior lavoro non mi pare opportuno per ora; esso tornerebbe utile quando si deliberasse l' esecuzione effettiva della galleria, per la grande importanza tecnica che avrebbe la conoscenza esatta delle temperature in ogni punto della galleria.

Ma converrebbe allora suddividere il lavoro fra più persone; ad ogni modo, i calcoli riferiti per disteso nelle tabelle seguenti, già servirebbero totalmente, perchè queste operazioni occorrerebbero pure in un calcolo esteso a maggior numero di termini.

Nel numero seguente faremo alcune considerazioni per stabilire l' approssimazione con cui vanno intese le temperature ottenute con questo primo calcolo.

16. Le tabelle seguenti contengono tutte le operazioni occorrenti per risalire, dai dati al contorno, alla determinazione della temperatura in ogni punto della galleria.

Nella tabella I sono riferiti i calcoli occorrenti alla determinazione dei valori che le funzioni $u_0\,, u_1 \ldots u_6$, assumono in ciascuno dei **93** punti scelti sulla superficie.

Nelle tabelle II e III sono eseguiti i calcoli dei secondi e dei primi membri delle equazioni normali (13').

Nella tabella IV è fatto il calcolo dei coefficienti nel modo detto al n. 12 e finalmente nella tabella V, sono dedotte le temperature nei punti lungo l'asse della galleria.

Per conseguire maggiore rapidità ed evitare possibili errori, ho fatto sistematicamente uso di un regolo calcolatore di precisione per le moltiplicazioni; di una macchina calcolatrice (tipo *Bunzel* di Vienna (1) per le addizioni, e delle tavole del Köhler per i quadrati. Con tali apparecchi ho potuto condurre a termine questo lavoro, impiegando un termine relativamente breve.

La formola che, secondo i risultati di questo calcolo, dovrebbe dare la temperatura in ogni punto della galleria è la seguente:

$$u = 0{\cdot}033\,z - 37{\cdot}5 - 4{\cdot}6\,u_1 - 3{\cdot}8\,u_2 +$$
$$+ 12{\cdot}1\,u_3 - 20{\cdot}0\,u_4 + 13{\cdot}2\,u_5 - 14{\cdot}0\,u_6.$$

Il quadrato medio delle differenze tra i dati superficiali ed i valori ottenuti con questa formola può essere calcolato colla formola (12):

$$E = (\psi\psi) - c_0\,(u_0\,\psi) - c_1\,(u_1\,\psi) - \ldots - c_6\,(u_6\,\psi).$$

Questo errore risulta notevole, circa 50. Ma basterebbe aumentare il valore assoluto c_0 di una sola unità, perchè quest'errore si riducesse assai piccolo: ciò accadrebbe se si tenesse conto di un maggior numero di termini nella serie che dà la temperatura u. Quando però si considerano punti molto lontani dal piano $z=0$, come sono quelli della galleria, l'influenza dei termini successivi ai primi si riduce a poca cosa, per i valori rapidamente decrescenti delle funzioni esponenziali che compaiono in essi termini; e quindi la differenza tra valori calcolati e valori effettivi dev'essere, lungo la galleria, assai minore di quella che si può presentare sulla superficie. Siccome però questa considerazione non può costituire quantitativamente un dato sicuro di valutazione, ho eseguito un calcolo, che non credo riferire per la sua lunghezza, tenendo

(1) Questa macchina appartiene alla Scuola di matematica della R. Università di Torino e venne gentilmente lasciata a mia disposizione dal chiar. prof. Segre, Preside della Facoltà di scienze.

conto dei termini con indice da 1 a 4, limitandomi però solo a quelli pari :

$$u_{00}\ ,\ u_{02}\ ,\ u_{20}\ ,\ u_{22}\ ,\ u_{40}\ ,\ u_{04}\ ;$$

come se la u fosse una funzione simmetrica lungo l'asse della galleria.

Le temperature ottenute in questo secondo modo, coincidono quasi esattamente con quelle calcolate prima, nel tratto medio della galleria; differiscono invece verso gli estremi. Questo fatto mi pare possa confortare l'asserzione ora fatta, che: « per quanto il calcolo non possa dirsi completo, ne tratto medio della galleria le temperature calcolate possono con ogni probabilità ritenersi assai prossime alle temperature effettive; e più precisamente devono essere considerate come superiori ad esse, in generale, di 1-2 gradi. *Le massime temperature dello Spluga oscilleranno quindi, con ogni probabilità, fra 44°-45°*, e sarebbero raggiunte sotto il fianco orientale del Monte Suretta, fra le progressive km. 38-41 da Chiavenna, cioè nell'intervallo fra i km. 11-14 dall'imbocco Nord ».

Le temperature nei rimanenti punti della galleria, calcolate di chilometro in chilometro, sono elencate nella Tab. V e indicate, nella Tavola annessa, accanto a ciascun punto lungo l'asse della galleria.

17. Qui pure, come nel caso del Sempione, si può fare anche la ricerca dei valori del *gradiente termico* in un punto qualunque del monte, e in particolare lungo l'asse della galleria e nei punti notevoli lungo le linee di cresta e di valle. Serve, a tale scopo la formola (15).

Prendiamo, ad esempio, il punto in cui la galleria raggiunge il massimo livello sul mare, alla progressiva 38. L'altezza della montagna sovrastante è 2494 m.

Col sistema di assi adottati nel calcolo (piano $x\,y$ ad una quota di 3210 m.) le coordinate z di questi due punti sono rispettivamente di metri 2210 e 716. I valori del gradiente termico si ottengono subito sostituendo in questa formola i corrispondenti valori dei coefficienti c e delle u dati nelle tavole IV, V; risultano eguali rispettivamente a

$$\cdot 031\ \frac{\text{gradi}}{\text{metro}}$$

$$\cdot 029\ \ "$$

valori che corrispondono ai gradi geotermici

$$32{\cdot}2\ \frac{\text{metri}}{\text{grado}}$$

$$34{\cdot}5\ \ "$$

Il grado medio lungo la verticale che passa per tali punti sarebbe $\frac{1500}{45} = -33{\cdot}3 \frac{\text{metri}}{\text{grado}}$

In modo analogo si può determinare il gradiente in ogni altro punto. Ometto però tale calcolo, che non presenta speciale interesse per lo studio che mi sono proposto.

Mi è grato chiudere questo lavoro ringraziando i chiar. prof. A. Stella e C. Somigliana per i consigli e le informazioni che gentilmente mi vollero favorire prima e durante la esecuzione di questi calcoli.

TABELLA I. **Dati superficiali e calcolo delle funzioni esponenziali e dei coseni.**

N.	Altezza m.	Coordinate x km.	y km.	z km	$e^{-\pi\frac{z}{L}}$	$e^{-2\pi\frac{z}{L}}$	$e^{-\pi\frac{z}{M}}$	$e^{-2\pi\frac{z}{M}}$	$e^{-\pi z\gamma}$	$e^{-2\pi z\gamma}$	$\cos\frac{\pi x}{L}$	$\cos\frac{2\pi x}{L}$	$\cos\frac{\pi y}{M}$	$\cos\frac{2\pi y}{M}$
1	390	0	3	2220	·748	·560	·314	·098	·302	·091	1	1	0	—1
2	1800	1	1	1410	·831	·691	·479	·229	·467	·218	·990	·966	·866	·500
3	990	1	3	2220	·748	·560	·314	·098	·302	·091	„	„	0	—1
4	2000	1	5	1210	·854	·729	·531	·282	·521	·271	„	„	—·866	·500
5	1860	2	1	1350	·848	·719	·493	·243	·483	·233	·966	·866	·866	„
6	1066	2	3	2144	·756	·571	·326	·106	·315	·099	„	„	0	—1
7	2050	2	5	1160	·859	·738	·545	·297	·535	·286	„	„	—·866	·500
8	1800	3	2	1410	·831	·691	·478	·228	·467	·218	·924	·707	·500	—·500
9	1100	3	3	2110	·759	·576	·332	·110	·321	·103	„	„	0	—1
10	1500	3	4	1710	·799	·639	·409	·167	·398	·158	„	„	—·500	—·500
11	1920	4	2	1290	·845	·714	·510	·260	·499	·249	·866	·500	·500	„
12	1250	4	3	1960	·774	·599	·358	·128	·348	·121	„	„	0	—1
13	1520	4	4	1690	·911	·829	·414	.171	·403	·162	„	„	—·500	—·500
14	1350	5	1	1860	·785	·616	·379	·143	·366	·134	·793	·259	·866	·500
15	1302	5	2	1908	·780	·608	·369	·136	·358	·128	„	„	·500	—·500
16	1710	5	3	1500	·822	·675	·457	·208	·445	·198	„	„	0	—1
17	1800	5	4	1410	·833	·693	·478	·228	·467	·218	„	„	—·500	—·500
18	1290	5	5	1920	·779	·606	·367	·134	·355	·126	„	„	—·866	·500
19	1800	6	2	1410	·882	·675	·478	·228	·467	·218	·707	0	·509	—·500
20	2160	6	3	1050	·873	·761	·578	·334	·568	·322	„	„	0	—1
21	1740	6	4	1470	·826	·682	·464	·215	·453	·205	„	„	—·500	—·500
22	2130	7	2	1080	·868	·754	·569	·323	·559	·312	·609	—·259	·500	„
23	2370	7	3	840	·896	·802	·644	.415	·636	·404	„	„	0	—1
24	2100	7	4	1020	·875	·766	·588	·345	·578	·334	„	„	—·500	—·500
25	2565	8	·5	645	·920	·846	.714	·510	·707	·499	·500	—·500	·966	·866
26	1860	8	1·5	1350	·838	·702	·493	·243	·482	·232	„	„	·707	0
27	2640	8	3	570	·928	·862	·742	·551	·736	·541	„	„	0	—1
28	2300	8	4	910	·888	·788	·622	·386	·612	·375	„	„	—·500	—·500
29	1540	8	5	1670	·804	·646	·417	·174	·406	·165	„	„	—·866	·500
30	1946	9·25	1·8	1264	·848	·719	·517	·267	·506	·256	·352	—·751	·588	·309
31	2859	9·95	3	351	·956	·913	·832	·692	·828	·686	„	„	0	—1
32	2400	9·25	4	810	·900	·810	·655	·429	·647	·418	„	„	—·500	—·500
33	1631	9·25	6	1579	·813	·661	·437	·191	·427	·182	„	„	—1	1
34	2760	10	0	450	·943	·890	·790	·624	·785	·616	·259	—·866	1	1
35	2160	10	1·5	1050	·872	·761	.578	·334	·568	·322	„	„	·707	0
36	2730	10	3	480	·939	·882	·779	·606	.772	·596	„	„	0	—1
37	2460	10	4	750	·907	·823	·675	·456	·668	·446	„	„	—·500	—·500
38	1730	10	5	1480	·825	·680	·461	·212	·451	·203	„	„	—·866	·500
39	2890	10·8	0	320	·960	·921	·846	·715	·842	.709	·156	—·951	1	1
40	2640	11	1·5	570	·939	·882	·742	·550	·736	·541	·131	—.966	·707	0
41	2900	11	2·8	310	·961	·923	·850	·723	·847	·717	„	„	·104	—·978
42	2096	11	4	1114	·864	·747	·559	·312	·549	·301	„	„	·500	—·500
43	1860	11	5	1350	·838	·702	·493	·243	·483	·233	„	„	—·866	·500
44	3031	12	1	179	·978	·956	·912	·831	·908	·825	0	—1	·866	„
45	3033	11·6	2·2	177	·978	·956	·912	·831	·909	·827	·052	—·994	·407	—·669
46	2520	12	3	690	·914	·835	·697	·486	·690	·476	0	—·1	0	—1
47	2160	12	4	1050	·872	·761	·579	·334	·568	·322	„	„	—·500	—·500
48	1890	12	4·5	1320	·842	·709	·502	·251	·491	·241	„	„	—·707	0

Segue TABELLA I. **Dati superficiali e calcolo delle funzioni esponenziali e dei coseni.**

N.	Altezza m.	Coordinate x km	y km.	z km.	$e^{-\pi\frac{z}{L}}$	$e^{-2\pi\frac{z}{L}}$	$e^{-\pi\frac{z}{M}}$	$e^{-2\pi\frac{z}{M}}$	$e^{-\pi z\gamma}$	$e^{-2\pi z\gamma}$	$\cos\frac{\pi x}{L}$	$\cos\frac{2\pi x}{L}$	$\cos\frac{\pi y}{M}$	$\cos\frac{2\pi y}{M}$
49	2640	12	6	570	·928	·861	·742	·551	·735	·540	0	1	—1	1
50	2824	12·8	1·8	386	·951	·905	·818	·669	·818	·660	—·104	·978	·588	—·309
51	2310	13	3	990	·889	·791	·625	·390	·616	·379	—.131	—·966	0	—1
52	2130	13	4	1080	·868	·754	·568	·323	·559	·312	„	„	—·500	—·500
53	2070	14	1	1140	·861	·742	·552	·304	·542	·293	—·259	—·866	·866	·500
54	2720	14	2	490	·938	·880	·774	·599	·768	·589	„	„	·500	—·500
55	2494	14	3	716	·912	·831	·687	·472	·680	·462	„	„	0	—1
56	2120	14	4	1090	·868	·753	·566	·320	·556	·309	„	„	—·500	—·500
57	2510	14	5	700	·913	·833	·693	·480	·686	·470	„	„	—·806	·500
58	1900	15	0	1310	·843	·710	·504	·254	·493	·243	—·383	—·707	1	1
59	2250	15	2	960	·883	·779	·606	·367	·596	·355	„	„	·500	—·500
60	2490	14·5	3	720	·910	·828	·686	·470	·679	·461	—·309	—·809	0	—1
61	2280	15	4	930	·886	·784	·615	·378	·606	·367	—.383	—·707	—·500	—·500
62	3175	14·5	6	35	·996	·992	·982	·965	·982	·965	—.309	—·809	—1	1
63	1940	16	1	1270	·848	·719	·515	·265	·504	·254	—·500	—·500	·866	·500
64	2130	16	3	1080	·868	·754	·568	·323	·559	·312	„	„	0	—1
65	3210	15·5	5·2	0	1	1	1	1	1	1	—.423	—·646	—·913	·669
66	1650	17	0	1560	·815	·664	·442	·195	·431	·186	—.609	—·259	1	1
67	1900	17	2	1310	·843	·710	·504	·254	·493	·243	„	„	—·500	—·500
68	2010	17	3	1200	·854	·730	·534	·285	·524	·274	„	„	0	—1
69	2734	16·5	4	476	·940	·884	·780	·609	·774	·599	—·559	—·375	—·500	—·500
70	2930	17	5	280	·964	·930	·864	·747	·860	·740	—·609	—·259	—·866	·500
71	1730	18	2	1480	·825	·680	·461	·212	·450	·202	—·707	0	·500	—·500
72	1770	18	3	1440	·828	·686	·472	·222	·460	·211	„	„	0	—1
73	2533	17.5	4	677	·915	·838	·702	·493	·694	·482	—.656	—·139	—·500	—·500
74	3022	18	5	188	·977	·954	·907	·823	·904	·817	—·707	0	—·866	·500
75	1560	19	2·4	1650	·807	·649	·422	·178	.410	·168	—·793	·259	—·309	—·809
76	1650	19	3	1560	·815	·664	·443	·196	·431	·186	„	„	0	—1
77	2400	19	4·5	810	·900	·810	·655	·429	·646	·417	„	„	—·707	0
78	1620	20	2	1590	·813	·660	·436	·190	·425	·180	—·866	·500	—·500	—·500
79	1680	20	3	1530	·819	·671	·450	·202	·439	·192	„	„	0	—1
80	1897	20	4	1313	·843	·710	.503	·253	·493	·243	„	„	—·500	—·500
81	1800	21	0	1410	·833	·693	·479	·229	·468	·219	—.924	.707	1	1
82	1200	21	1·8	2010	·769	·591	·350	·122	·338	·114	„	„	.588	·309
83	1830	21	3	1380	·835	·697	·486	·236	·474	·225	„	„	0	—1
84	1150	22	2	2060	·764	·584	·341	·116	·331	·109	—·966	·866	·500	—.500
85	1800	22	3	1410	·832	·693	·479	·229	·467	·218	„	„	0	—1
86	2040	22	4	1170	·859	·737	·542	·294	·532	·283	„	„	—·500	—·500
87	2948	21·5	6	262	·966	·934	·874	·763	·868	·754	—·945	·788	—1	1
88	1080	23	2·5	1130	·863	·744	·554	·307	·543	·295	—·990	·966	·259	—·866
89	1200	23	3	2010	·769	·591	·350	·522	·338	·114	„	„	0	—1
90	1340	23	4	1870	·783	·613	·376	·141	·365	·133	„	„	—·500	—·500
91	1540	24	2	1670	·804	·646	·418	·174	·407	·165	—1	1	·500	„
92	1070	24	3	2140	·756	·572	·331	·109	·315	·099	„	„	0	—1
93	2400	24	4·5	810	·900	·810	·655	·429	·646	·417	„	„	—·707	0

$$\gamma = \sqrt{\frac{1}{L^2} + \frac{1}{M^2}}\ ;\ L = 24\ \text{km.};\ M = 6\ \text{km.};\ \gamma = \cdot 1718\ .$$

TABELLA II. **Calcolo dei primi membri**

N.	u_1	u_2	u_3	u_4	u_5	u_6	$(u_1 u_1)$	$(u_1 u_2)$	$(u_1 u_3)$	$(u_1 u_4)$	$(u_1 u_5)$	$(u_1 u_6)$	$(u_2 u_2)$
1	·748	0	0	·560	—·098	—·091	·560	0	0	·419	—·073	—·068	0
2	·821	·415	400	·667	·114	·105	·671	·341	·328	·547	·093	·086	·172
3	·740	0	0	·541	—·098	—·088	·548	0	0	·400	—·073	—·065	0
4	·845	—·460	—·446	·705	·141	·131	·714	—·389	—·377	·596	·119	·111	·212
5	·819	·427	·401	·608	·122	·101	·671	·350	—·331	·498	·100	·082	·182
6	·730	0	0	·494	—·106	—·086	·533	0	0	·361	—·077	—·063	0
7	·830	—·472	—·447	·639	·149	·124	·689	—·392	—·371	·530	·124	·103	·223
8	·768	·239	·216	·489	—·114	—·077	·590	·184	·166	·376	—·088	—·059	·057
9	·702	0	0	·407	—·110	—·073	·493	0	0	·286	—·077	—·051	0
10	·738	—·204	—·184	·453	—·083	—·056	·545	—·151	—·136	·334	—·061	—·041	·042
11	·732	·255	·216	·357	—·130	—·062	·536	·187	·158	·261	—·095	—·045	·065
12	·670	0	0	·299	—·128	—·061	·449	0	0	·200	—·086	—·300	0
13	·789	—·207	—·174	·415	—·086	—·040	·623	—·163	—·137	·327	—·068	—.031	·043
14	·623	·328	·287	·160	·072	—·017	·388	·204	·116	·100	·045	·011	·108
15	·618	·184	·142	·158	—·068	—·017	·382	·114	·088	·096	—·042	—·011	·034
16	·652	0	0	·175	—·208	—·051	·425	0	0	·114	—·136	—·033	0
17	·661	—·239	—.185	·150	—·114	—·028	·437	—·158	—·122	·100	—·075	—·018	·057
18	·618	—·318	—.243	·157	·067	·016	·382	—·197	—·150	·097	0·41	·010	·101
19	·581	·239	·165	0	—·114	0	·338	·139	·096	0	—0·66	0	·057
20	·617	0	0	0	—·334	0	·381	0	0	0	—·206	0	0
21	·584	—·232	—·160	0	·108	0	·341	—·136	·093	0	·063	0	.054
22	·528	·284	·170	—·196	—·162	·040	·279	·150	·090	—·104	—·086	·021	·081
23	·546	·0	0	—·208	—·415	·105	·298	0	0	—·114	—·227	·057	0
24	·533	—·294	—·176	—·198	—·173	·041	·284	—·157	—0·94	—·105	—·092	·022	·086
25	·460	—·690	—·341	—·423	·442	—·216	·212	—·318	—·157	—·195	·204	—·099	·476
26	·419	.348	·170	—·351	0	0	·176	·146	.071	—·147	0	0	·121
27	·464	·0	0	—·431	—·551	·270	·215	0	0	—·200	—·256	·125	0
28	·444	—·911	—·153	—·394	—·193	·094	·197	—·138	—·068	—·175	—·086	·042	·097
29	·402	—·361	—·176	—·323	·087	·041	·162	—·145	—·071	—·130	—·035	—·016	·130
30	·299	—·304	—·105	—·540	—·082	·060	·089	—·091	—·031	·162	—·025	·018	·092
31	·336	0	0	—·686	—·692	·516	·113	0	0	—·231	—·233	·173	0
32	·317	—·327	—·114	—·608	—·215	·157	·100	—·104	—0·36	—·193	·068	·050	·107
33	·286	—·437	—·150	—·497	·191	—·137	·082	—·125	—0·43	—·142	·055	—·039	·191
34	·245	·790	·203	—·771	·624	—·534	·060	·194	·050	—·189	·153	—·131	·624
35	·226	0·409	·104	—·659	0	0	·051	·093	—·023	—·149	0	0	.167
36	·244	0	0	—·764	—·606	·516	·060	0	0	—·187	—·148	·126	0
37	·235	—·337	—·026	—·712	—·228	·193	·055	—·079	—·020	—·167	—·054	·045	·114
38	·214	—·399	—·100	—·589	·106	—·088	·046	—·085	—·021	—·126	·023	—·019	·159
39	·150	·846	·133	—·576	·715	—·674	·022	·127	·020	—·087	·107	—·101	·716
40	·123	—·525	—·068	—·833	0	0	·015	—·065	—·008	—·010	0	0	·276
41	·126	·088	·034	—·892	—·707	·678	·016	·011	·004	—·112	—·089	·085	·008
42	·113	—·279	—·036	—·722	—·156	·145	·013	·031	—·004	—·082	—·018	·016	·078
43	·110	—·427	—·055	—·678	·122	·113	·012	—·047	—·006	—·075	0·13	—·012	·182
44	·0	·881	0	—·956	·720	—·714	0	0	0	0	0	0	·776
45	·050	·371	·019	—·950	—·556	·545	·003	·019	—·001	—·047	·028	·027	·138
46	·0	0	0	—·835	—·486	·476	0	0	0	0	0	0	0
47	·0	—·289	0	—·761	—·167	·161	0	0	0	0	0	0	·084
48	·0	—·355	0	—·709	0	0	0	0	0	0	0	0	·126

delle equazioni normali (14).

$(u_2 u_3)$	$(u_2 u_4)$	$(u_2 u_5)$	$(u_2 u_6)$	$(u_3 u_3)$	$(u_3 u_4)$	$(u_3 u_5)$	$(u_3 u_6)$	$(u_4 u_4)$	$(u_4 u_5)$	$(u_4 u_6)$	$(u_5 u_5)$	$(u_5 u_6)$	$(u_6 u_6)$
0	0	0	0	0	0	0	0	·314	—·055	—·051	·010	·009	·008
·166	.277	·047	·043	·160	·267	·046	·046	·445	—·076	·070	·013	·012	·011
0	0	0	0	0	0	0	0	·293	—·053	—·048	·010	·009	·008
·205	—·324	—·065	—·060	·199	—·314	—·063	—·058	·497	—·099	·092	·020	·018	·017
·173	·260	·052	·043	·163	·246	·049	·041	·370	—·074	·061	·015	·012	·010
0	0	0	0	0	0	0	7	·244	—·052	—.043	·051	·009	·007
·211	—·301	—·070	—·058	·200	—·286	—·067	—·055	·408	—·095	·079	·022	·018	·015
·052	·117	—·027	—·018	·047	·106	—·025	—·017	·239	—·056	—·038	·013	·009	·006
0	0	0	0	0	0	0	0	·166	—·045	—·030	·012	·008	·005
·038	—·093	·017	0·11	·034	—·083	·015	·010	·204	·037	—·025	·007	·005	·003
·055	·091	—·033	—·016	·047	·077	—·028	—·013	·127	—·046	—·022	·017	·008	·004
0	0	0	0	0	0	0	0	·089	—·038	—·018	·016	·008	·004
·036	—·009	·018	·008	·030	—·072	·015	·007	·172	—·036	—·017	·007	·003	·002
·061	·052	·024	·005	·035	·030	·013	·003	·026	—·013	·003	·005	·001	0
·026	0·29	—·012	—·003	·020	·022	—·010	—·002	·025	—·011	—·003	·005	·001	0
0	0	0	0	0	0	0	0	·031	—·036	—·009	·043	·011	·003
·044	—0.36	·027	·007	·034	—·028	·021	·005	·032	017	—·004	·013	·003	·001
·077	—·050	—·021	—·005	·059	—·038	—·016	—·004	·024	011	—·003	·004	·001	0
·040	0	·027	0	·027	0	—·019	0	0	0	0	·013	0	0
0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	·113	0	0
·037	0	·025	0	·026	0	·017	0	0	0	0	·012	0	0
·048	—·056	—·046	·011	·029	—·033	—·028	·007	·038	·032	—·008	·026	—·006	·002
0	0	0	0	0	0	0	0	·043	·086	—·022	·172	—·048	·011
·052	·058	·051	—·012	·031	·035	·031	—·007	·039	·034	—·008	·030	—·007	·002
·235	·292	—·305	·149	·116	·144	—·151	·074	·179	—·187	·091	·195	—·096	·047
·059	—·122	0	0	·029	—·060	0	0	·123	0	0	0	0	0
0	0	0	0	·0	0	0	0	·186	·238	—·116	·304	—·149	·073
·048	·123	·060	—·029	·023	·060	·029	—·015	·155	·076	—·037	·037	—·018	·009
·064	·117	—·031	·015	·031	·057	—·015	·007	·104	·028	·013	·008	—·004	·002
·032	·164	·025	—0·18	·011	·057	·009	—·006	·292	·044	—·032	·007	—·005	·004
0	0	0	0	·0	0	0	0	·471	·474	—·354	·479	—·357	·266
·037	·199	·070	—0·51	·013	·069	·024	—·018	·370	·131	—·095	·046	—·034	·025
·066	·217	—·084	.060	·022	·075	—·029	·021	·247	—·095	·068	·036	—·026	·019
·160	—·609	·493	—·422	·041	—·157	·127	— 108	·594	—.481	·412	·389	—·333	·285
·043	—·270	0	0	·088	—·042	0	0	·434	0	0	0	0	0
0	0	0	0	0	0	0	0	·584	·463	—·394	·367	·316	·266
·029	·240	·077	—·065	·007	·061	·020	—·017	·508	·162	—·138	·052	—·044	·037
·040	·235	—·042	·035	·010	·059	—·011	·009	·347	—·062	·042	·011	—·009	·008
·111	—·487	·605	—·570	·017	—·076	·094	—·089	·767	—·411	·388	·511	—·482	·454
·036	· 437	0	0	·005	·057	0	0	·694	0	0	0	0	0
·003	—·079	—·062	·060	·001	—·030	—·024	·023	·796	·630	—·605	·500	—·479	·460
·010	·202	·044	—·040	·001	·026	·006	—·005	·521	·113	—·105	·024	—·023	·021
·023	·290	—·052	·048	·037	·007	—·007	·006	·460	—·083	·077	·015	—·014	·013
0	—·842	·634	—·628	0	0	0	0	·914	—·688	·682	·518	—·514	·510
·007	—·352	—·206	·202	0	·018	—·010	·010	·903	·528	·518	·301	—·303	·298
0	0	0	0	0	0	0	0	·697	·406	—·397	·236	—·231	·227
0	·220	·048	—.046	0	0	0	0	·579	·127	—·122	·028	—·027	·026
0	·252	0	0	0	0	0	0	·503	0	0	0	0	0

Segue TABELLA II. **Calcolo dei primi membri**

N.	u_1	u_2	u_3	u_4	u_5	u_6	$(u_1 u_1)$	$(u_1 u_2)$	$(u_1 u_3)$	$(u_1 u_4)$	$(u_1 u_5)$	$(u_1 u_6)$	$(u_2 u_2)$
49	0	—·742	0	—·861	·551	—·540	0	0	0	0	0	0	·551
50	—·016	·482	—·050	—·886	—·207	·200	0	·008	·001	·014	·003	—·003	·062
51	—·116	0	0	—·764	—·390	·366	·013	0	0	·089	—·045	—·042	0
52	—·114	—·284	0·36	—·728	—·162	·151	·013	·032	—·004	·083	·018	—·017	·081
53	—·223	·478	—·121	—·643	·152	—·127	·050	—·107	·027	·144	·034	·028	·228
54	—·243	·387	—·100	—·762	—·299	·255	·059	—·094	·024	·185	·073	—·062	·150
55	—·236	0	0	—·780	·472	·400	·056	0	0	·184	·111	—·094	0
56	—·225	—·283	·072	—·652	—·160	·134	·051	·064	—·016	·147	·036	—·030	·080
57	—·237	—·600	·154	—·722	·240	—·203	·056	·142	—·036	·171	—·057	·048	·360
58	—·325	·504	—·189	—·502	·254	·172	·050	—·164	·061	·162	—·082	·056	·254
59	—·338	·303	—·114	—·551	—·184	·126	·057	—·102	·038	·186	·062	—·043	·092
60	—·296	0	0	—·656	—·470	·366	·088	0	0	·194	·139	—·108	0
61	—·339	—·307	·116	—·554	—·189	·130	·115	·104	—·039	·188	·064	—·044	·094
62	—·324	—·982	·303	—·786	·965	—·764	·105	·318	—·098	·255	—·312	·244	·964
63	—·424	·446	—·208	—·359	·133	—·063	·180	—·189	·088	·152	—·056	·027	·199
64	—·434	0	0	—·377	—·323	·156	·188	0	0	·164	·140	—·068	0
65	—·423	—·913	·386	—·608	·669	—·407	·179	·386	—·163	·257	—·283	·172	·834
66	—·497	·442	—·262	—·210	·195	—·048	·247	—·220	·130	·104	—·097	·024	·195
67	—·514	·252	—·160	—·224	—·127	·031	·264	—·130	·077	·115	·065	—·016	·064
68	—·520	0	0	—·189	—·285	·071	·270	0	0	·098	·148	—·037	0
69	—·526	—·390	·206	—·338	—·305	·095	·277	·205	—·108	·178	·160	—·050	·152
70	—·588	—·748	·453	—·241	·373	—·096	·346	·440	—·266	·142	—·220	·056	·560
71	—·583	·230	—·159	0	—·106	0	·340	—·134	·093	0	·062	0	·053
72	—·586	0	0	0	—·222	0	·343	0	0	0	·130	0	0
73	—·600	—·351	·227	—·109	—·297	·031	·360	·211	—·136	·065	·178	·019	·123
74	—·691	—·786	·553	0	·412	0	·477	·544	—·384	0	—·285	0	·618
75	—·640	·131	—·100	·168	—·144	—·035	·410	—·084	.064	—·107	·092	·022	·017
76	—·646	0	0	·172	—·196	—·048	·417	0	0	—·111	·127	·031	0
77	—·714	—·463	·362	·210	0	0	·510	·330	—·259	—·150	0	0	·214
78	—·704	·208	—·181	·330	—·095	—·045	·496	—·146	—·130	—·232	·232	·031	·043
79	—·709	0	0	·335	—·202	—·096	·503	0	0	—·238	·143	·068	0
80	—·730	—·251	·213	·355	—·127	—·061	·533	·183	—.155	—·259	·093	·045	·063
81	—·770	·479	—·432	·490	·229	·155	·593	—·368	·332	—·377	—·171	—·319	·229
82	—·710	·283	—·252	·418	·038	·025	·504	—·201	·179	—·296	—·027	—·018	·080
83	—·771	0	0	·493	—·236	—·159	·594	0	0	—·380	·182	·122	0
84	—·738	·241	—·226	·506	0	0	·545	—·178	·167	—·374	0	0	·058
85	—·804	0	0	·600	—·229	—·189	·646	0	0	—·484	·184	·152	0
86	—·830	—·271	·257	·638	—·147	—·122	·689	·225	—·213	—·529	·122	·101	·073
87	—·914	—·874	·820	·741	·763	·599	·835	·798	—·750	—·677	—·698	—·548	·764
88	—·854	·144	—·139	·718	—·265	—·247	·729	—·123	119	—·613	·226	·211	·021
89	—·761	0	0	·671	—·122	—·110	·579	0	0	—·511	·093	·084	0
90	—·775	—·188	·181	·592	—·070	—·064	·601	·146	—·140	—·458	·054	·047	·033
91	—·801	·209	—·203	·646	—·087	—·083	·646	—·168	·163	—·519	·070	·067	·044
92	—·756	0	0	·572	·109	—·099	·572	0	0	—·432	·082	·075	0
93	—·900	—·463	·457	·810	0	0	·810	·417	—·411	—·729	0	0	·214
Σ	-2·190	-5·010	1·069	11·873	-4·869	807	28·655	1·117	-1·888	-1·687	-·778	·401	13·905

delle equazioni normali (14).

$(u_2 u_3)$	$(u_2 u_4)$	$(u_2 u_5)$	$(u_2 u_6)$	$(u_3 u_3)$	$(u_3 u_4)$	$(u_3 u_5)$	$(u_3 u_6)$	$(u_4 u_4)$	$(u_4 u_5)$	$(u_4 u_6)$	$(u_5 u_5)$	$(u_5 u_6)$	$(u_6 u_6)$
0	·639	—·409	·401	0	0	0	0	·741	·474	·465	·304	—·298	·292
—·024	—·427	—·010	·096	·003	·044	·010	·010	·785	·183	—·177	·043	—·041	·040
0	0	0	0	0	0	0	0	·584	·297	—·280	·152	—·143	·134
—·010	·207	·046	—·043	·001	—·026	—·006	·005	·530	·118	·110	·026	—·024	·023
—·058	—·307	·073	·061	·015	·078	—·018	·015	·413	·098	—·082	·023	—·019	·016
—·039	—·295	—·116	·099	·010	·076	·030	—·026	·581	·228	—·194	·089	—·076	·065
0	0	0	0	0	0	0	0	·518	·338	—·312	·223	—·189	·160
—·020	·185	·045	—·038	·005	—·047	—·012	.010	·425	·105	—·087	·026	—·021	·018
—·092	·433	—·144	·122	·024	—·111	.037	—·031	·521	·173	·145	·058	—·049	·041
—·095	—·253	·128	—·087	·036	·095	—·048	·032	·252	·127	·086	·065	—·044	·030
—·035	—·167	—·056	·038	·013	·063	·021	—·014	·304	·101	—·070	·034	—·023	·016
0	0	0	0	0	0	0	0	·430	·308	—·240	·221	—·172	·134
—·036	·170	·058	—0·40	·013	—·064	—·022	·015	·307	·105	—·072	·036	—·025	·017
—·297	·772	—·947	·750	·092	—·238	·292	—·232	·618	—·759	·600	·931	—·737	·584
—·093	—·160	·059	—·028	·043	·075	—·028	·013	·129	—·048	·023	·018	—·008	·004
0	0	0	0	0	0	0	0	·142	·122	—·059	·104	—·050	·024
—·352	·555	—·611	·372	·149	—·235	·259	—·157	·370	—·407	·247	·448	—·272	·166
—·116	—·093	0·86	—·021	·069	·055	—·051	·013	·044	—·041	·010	·038	—·009	·002
—·038	—·056	—·032	·008	·022	·033	·019	—·005	·050	·028	—·007	·016	—·004	·001
0	0	0	0	0	0	0	0	·036	·054	—·013	·081	—·020	·005
—·080	·132	·119	—·037	·042	—·070	—·063	·020	·114	·103	—·032	·093	—·029	·009
—·339	·180	—·279	·072	·205	—·109	·169	—·043	·058	—·090	·023	·139	—·036	·009
—·037	—·0	—·024	0	·025	0	·017	0	0	0	0	·011	0	0
0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	·049	0	0
—·080	·038	·105	—·011	·052	—·025	—·067	·007	·012	·032	—·003	·088	—·009	·001
—·434	0	—·324	0	·306	0	·228	0	0	0	0	·170	0	0
—·013	·022	—·019	—·005	·010	—·017	·014	—·003	·028	—·024	—·006	·021	·005	·001
0	0	0	0	0	0	0	0	·030	—·034	—·008	·038	·009	·002
—·168	—·097	0	0	·131	·076	0	0	·044	0	0	0	0	0
—·038	·069	—·020	—·009	·034	—·061	·017	·008	·109	—·031	—·015	·009	·004	·002
0	0	0	0	0	0	0	0	·112	—·068	·032	·041	·019	·009
—·053	—·089	·032	·134	·045	·076	—·027	—·013	·126	—·045	—·022	·016	·007	·004
—·207	·235	·110	·074	·187	—·212	—·099	—·067	·240	·112	·076	·052	·035	·024
—·071	·118	·011	·007	·064	—·105	—·010	—·006	·175	·016	·010	·001	·001	·001
0	0	0	0	0	0	0	0	·243	·116	—·078	·056	·038	·025
—·054	·122	0	0	·051	—·114	0	0	·256	0	0	0	0	0
0	0	0	0	0	0	0	0	·360	·137	—·113	·052	·043	·036
—·070	—·173	·040	·033	·066	·164	—·038	·031	·407	·094	—·078	·022	·018	·015
—·716	—·648	—·667	—·524	·672	·608	·626	·491	·549	·566	444	·582	·457	·359
—·020	·103	·038	—·036	·017	—·100	·037	·034	·516	—·190	—·177	·070	·065	·061
0	0	0	0	0	0	0	0	·450	—·082	—·074	·015	·013	·012
—·034	—·111	—·013	·012	·033	·107	·013	—·012	·350	—·041	—·038	·005	·004	·004
—·042	·135	—·018	—·017	·041	—·131	·018	·017	·417	—·056	—·054	·008	·007	·007
0	0	0	0	0	0	0	0	·327	—·062	—·057	·012	·011	·010
—·212	—·375	0	0	·209	·370	0	0	·656	0	0	0	0	0
-1.649	1·228	-1·816	-·085	4·248	·473	1·307	-·202	28·613	·992	-1·365	8·668	-4·945	5·594

TABELLA III. **Calcolo dei secondi membri delle equazioni normali** (14).

N.	z	u	$-cz$	$\psi = u - cz$	ψ^2	$u_1\psi$	$u_2\psi$	$u_3\psi$	$u_4\psi$	$u_5\psi$	$u_6\psi$
1	2220	7·6	—73·2	—65·6	4303	—49·1	0	0	—36.73	6·42	5·97
2	1410	4·1	—46·5	—42·4	1798	—34·8	—17·5	—17·0	—28.3	— 4·83	— 4·44
3	2220	7·6	—73·2	—65·6	4303	—48·5	0	0	—35·5	6·42	5·77
4	1210	3·5	—39·9	—36·4	1325	—30·8	+16·7	16·2	—25·7	— 5·13	— 4·76
5	1350	3·9	—44·5	—40·6	1648	—33·3	—17·3	—16·4	—24·6	— 4 91	— 4·07
6	2144	7·2	—70·8	—63·6	4045	—46·4	0	0	—31·4	6·74	5·47
7	1160	3·4	—38·3	—34·9	1218	—29·0	16·5	15·6	—22·3	— 5·20	— 4·32
8	1410	4	—46·5	—42·5	1806	—32·6	—10·2	— 9·2	—20·8	4·84	3·27
9	2110	7	—69·6	—62·6	3916	—43·9	0	9	—25·5	6·89	4·57
10	1710	5·8	—56·4	—50·6	2560	—37·3	10·v	9·3	—22·87	4·20	2·83
11	1290	3·7	—42·6	—38·9	1513	—28·5	— 9·9	— 8·4	—13·88	5·05	2·34
12	1960	6·5	—64·7	—58·2	3387	—39·0	0	0	—17·4	7·45	3·55
13	1690	5·4	—55·8	—50·4	2540	—39·8	10·4	8·8	—20·9	4·33	2·02
14	1860	6	—61·4	—55·4	3069	—34·5	—18·1	—10·4	— 8·86	— 3·99	— ·94
15	1908	6·2	—63·0	—56·8	3226	—35·1	—10·4	— 8·1	— 8·98	3·86	·96
16	1500	4·5	—49·5	—45·0	2025	—29·3	0	0	— 7·87	9·36	2·30
17	1410	4·2	—46·5	—42·3	1789	—28·0	10·1	7·8	— 7·61	4·82	1·18
18	1920	6·5	—63·4	—56·9	3237	—35·2	18·1	13·8	— 8·93	3·71	— ·91
19	1410	4·1	—46·5	—52·4	1798	—23·4	—10·1	— 7·0	0	4·83	0
20	1050	2·6	—34·7	—32·1	1030	—19·8	0	0	0	10·73	0
21	1470	4·4	—48·5	—44·1	1945	—25·8	10·2	7·1	0	4·66	0
22	1080	2·7	35·6	—32·9	1082	—17·4	— 9·3	— 5·6	6·64	5·33	— 1·31
23	840	1·7	—27·7	—26·0	676	—14·2	0	0	5·41	10·8	— 2·73
24	1020	2·5	—33·7	—31·2	973	—16·6	9·2	5·5	6·14	5·36	— 1·27
25	645	.7	—21·3	—20·6	424	— 9·5	14·2	7·0	8·72	— 9·10	4·45
26	1350	3·9	—44·5	—40·6	1648	—17·0	—14·1	— 6·9	14·25	0	0
27	570	·2	—18·8	—18·6	346	— 8·6	0	0	8·02	10·25	— 5·02
28	910	1·7	30·1	—28·4	807	—12·6	8·8	4·3	11.20	5·48	— 2·67
29	1670	5·2	—55·2	—50·0	2500	—20·1	18·1	8·8	16·15	— 4·35	2·05
30	1264	3·5	—41·7	—38·2	1459	—11.4	11·6	4·0	20·62	3·13	— 2·29
31	351	—·6	—11·6	—12·2	149	— 4·1	0	0	8·37	8·44	— 6·30
32	810	1·2	—26·7	—25·5	650	— 8·1	8·3	2·9	15·51	5·48	— 4·01
33	1579	5·1	—52·1	—47·0	2209	—13·4	20·5	7·1	23·35	— 8·98	6·44
34	450	—·2	—14·8	—15·0	225	— 3·8	—11.9	— 3·0	11·58	— 9·36	8·01
35	1050	2·5	—34·7	—32·2	1036	— 7·3	—13·2	— 3·3	21·22	0	0
36	480	0	—15.8	—15·8	250	— 3·9	0	0	12·08	9·58	— 8·15
37	750	1·1	—24·8	—23·7	562	— 5·6	8·0	2·0	15·91	5·40	— 4·57
38	1480	4·1	—48·8	—44·4	1971	— 9·5	17·7	4·4	26·17	— 4·71	3·91
39	320	—·7	—10.6	—11·3	128	— 1·7	— 9.6	— 1·5	9· 9	8·09	7·62
40	570	·2	—18·8	—18·6	346	— 2·3	9·8	1·3	15.51	0	0
41	310	—·8	—10·2	—11·0	121	— 1·4	— 1·0	— ·4	9·8	7·78	— 7·46
42	1114	2·8	—36·7	—33·9	1149	— 3·8	9·5	1·2	24·5	5·28	— 4·91
43	1350	4	44.5	—40·5	1640	— 4·5	17·3	2·2	27·5	— 4·94	4·57
44	179	—1·4	— 5·9	— 7·3	53	0	— 6.4	0	6·98	— 5·26	2·22
45	177	—1·4	— 5·8	— 7·2	52	— ·4	— 2·7	— ·1	6·84	4	— 3·93
46	690	·8	—22·8	—22.0	484	0	0	0	18·4	10·7	—10·48
47	1050	2·6	—34·6	—32·0	1024	0	9·2	0	24·05	5.34	— 5·15
48	1320	3·9	—43·5	—39·6	1568	0	14·1	0	18·01	0	0

Sulle temperature lungo la progettata galleria attraverso allo Spluga - Tav. X.

$u_4\,u_5$	$u_4\,u_6$	$u_5\,\psi$	$u_5\,u_5$	$u_5\,u_6$	$u_6\,\psi$	$u_6\,u_6$
·992	—1·365	235·42	8·668	—4·945	5·20	5·534
—·622	·103	—170·50	—·255	·042	28·26	—·007
·370	—1·262	64·92	8·413	—·4903	33·46	5·527
—·061	·029	—3·94	—·028	·013	1·85	—·006
·309	—1·233	60·98	8·385	—4·890	35·31	5·521
·101	·003	—17·81	—·306	— ·009	—·52	+0
·410	—1·230	43·17	8·079	—4·899	34·79	5·521
—·152	·027	—13·14	—·295	·052	2·32	—·009
·258	—1·203	30·03	7·784	—4·847	37·11	5·512
$\bar{1}$·4116	0_n ·0803	5·30	—·002	·012	—24·70	—·054
$\bar{3}$·9827	$\bar{2}_n$ ·6514	35·33	7·782	—4·835	12·41	5·458
1·1219	1·1461	1·5491	·8911	0_n ·6844	21·95	$\bar{3}$·004
$\bar{1}$·1046	$\bar{1}_n$ ·7975	·6570		$\bar{1}_n$ ·7933	34·36	2·454
		4·54		1·1461	1·5360	·3899
		8·70		0_n ·9394	1·1461	
		13·24			14·0	
		c_5			c_6	

Segue TABELLA III. **Calcolo dei secondi membri delle equazioni normali** (14).

N.	z	u	$-cz$	$\psi = u - cz$	ψ^2	$u_1\psi$	$u_2\psi$	$u_3\psi$	$u_4\psi$	$u_5\psi$	$u_6\psi$
49	570	·3	−18·8	− 18·5	342	0	13.7	0	15·94	−10·2	10
50	386	−·5	−12·9	− 13·2	174	·2	−6·4	0·7	11·7	2·74	− 2·64
51	900	1·8	−29·7	− 27·9	778	3·2	0	0	21·33	10·79	−10·22
52	1080	2·7	−35·6	− 32·9	1082	3·8	9·3	−1·2	23·96	5·33	− 4·96
53	1140	3·1	−37·6	− 34·5	1190	7·7	−16·5	4·2	22·2	− 5·24	4·38
54	490	·1	−16·2	− 16·1	259	3·9	−6·2	1·6	12·28	4·81	− 4·11
55	716	·9	−23·6	− 22·7	515	5·4	0	0	16·35	10·72	− 9·08
56	1090	2·8	−36·0	− 33·2	1102	7·5	9·4	−2·4	21·66	5·31	− 4·45
57	700	·8	−23·1	− 22·3	497	5·3	13·4	−3·4	16·1	− 5·35	4·53
58	1310	4·1	−43·2	− 39·1	1529	12·6	−19·7	−7·4	19·64	− 9·93	6·72
59	960	2·3	31·7	− 29·4	864	9·9	−8·9	3·4	16·21	5·41	− 3·70
60	720	1	−23·8	− 22·8	520	6·7	0	0	14·5	10·73	− 8.35
61	930	1·9	−30·7	− 28·8	829	9·8	8.8	−3.3	15·95	5·44	− 3.75
62	35	−2	− 1·2	− 3·2	10	1·0	3.1	−1·0	2·52	− 3·09	2·45
63	1270	3·7	−41·9	− 38·2	1459	16·2	−17·0	7·9	13·72	− 5·08	2·41
64	1080	3	−35·6	− 32·6	1063	14·1	0	0	12·3	10·53	− 5·08
65	0	−2·1	− 0	− 2·1	4	·9	1·9	− ·8	1·28	− 1·41	·86
66	1560	4·7	−51·4	− 46·7	2181	23·2	26·6	12·2	9·8	− 9·1	2·24
67	1310	4·1	−43·2	− 36·1	1528	20·1	−9·9	5·9	8·76	4.96	− 1·21
68	1200	3·6	−39·6	− 36·0	1296	18·7	0	0	6·8	10·25	− 2·56
69	476	0	−15·7	− 15·7	246	8·3	6.1	−3·2	5·3	4·79	− 1·49
70	280	− ·8	− 9·2	− 10·0	100	5·9	7·5	−4·6	2·41	− 3·73	·96
71	1480	5	−48·8	− 43·8	1918	25·5	−10·1	7·0	0	4·64	0
72	1440	4·8	−47·5	− 42·7	1823	25·0	0	0	0	9·48	0
73	677	·9	−22·3	− 21·4	458	12·8	7·5	4·9	2·33	6·36	− ·66
74	188	− 1·2	− 6·2	− 7·4	54	5·1	5·8	−4·1	0	3·05	0
75	1650	5·6	−54·5	− 48·9	2391	31·3	− 6·4	4·9	−8·22	7·04	1·71
76	1560	5·1	−51·4	− 46·3	2144	29 9	0	0	−7·96	9·07	2·22
77	810	1·4	−26·7	− 25·3	640	18·1	11·7	−9·2	−5·32	0	0
78	1590	5·2	−52·4	− 47·2	2228	33·2	−9·8	8.7	−15·6	4·48	2·12
79	1530	5	−55·5	− 45·5	2070	32·3	0	0	−15·26	9·18	4·37
80	1313	4·1	−43·3	− 39·2	1537	28·6	9·8	− 8·3	−13·92	4·97	2·39
81	1410	4	−46·5	− 42·5	1806	32·7	−20·4	18·4	−20·82	− 9·74	− 6·59
82	2010	6·6	−66·4	− 59·8	3576	42·5	−16·9	15	−25	− 2·27	− 1·5
83	1380	4·2	−45·5	− 41·3	1706	3·18	0	0	−20·36	9·76	6·57
84	2060	7	−68·0	− 61	3721	45·0	−14·7	13·8	−30·75	0	0
85	1410	4·6	−46·5	− 41·9	1756	33·7	0	0	−25·14	9·58	7·92
86	1170	3·6	−38·6	− 35·0	1225	29·1	9·5	−9·0	− 22·35	5·14	4·27
87	262	− ·6	− 8·6	− 9·2	84	8·4	8·0	−7·5	− 6·82	− 7·02	− 5·50
88	1130	8·3	−37·3	− 29·0	841	24·8	−4·2	4·0	−20·82	7·69	7·16
89	1010	7·5	−66·4	− 58·9	3469	44·8	0	0	−39·55	7·19	6·48
90	1870	7	−61·7	− 54·7	2992	42 4	10·3	−9·9	−33·38	3·83	3.5
91	1670	5	−55·1	− 50·1	2510	40·3	−10·5	10·2	−32·7	4·36	4·16
92	2140	8·2	−70·6	− 62·4	3894	47·2	0	0	−35·68	6·81	6·18
93	810	1·4	−26·7	− 25·3	640	22·8	11·7	−11·6	−20·51	0	0
			Σ	−3256.8	137067	−49·6	52·2	32·0	−139·94	235·42	5·20

TABELLA V. **Temperature**

Progressiva da Chiavenna km.	Distanza da Andeer (prog. 32) km.	Altezza sul mare m.	z	$\cos \pi \frac{x}{L}$	$\cos 2\pi \frac{x}{L}$	u_1	u_2	u_3	u_4	u_5	u_6
47	5	1000	2210	·793	·259	·595	0	0	·146	0·99	—·024
46	6	„	„	·707	0	·530	„	„	0	„	0
45	7	„	„	·609	—·259	·457	„	„	—·146	„	·024
44	8	„	„	·500	—·500	·375	„	„	—·281	„	·046
43	9	„	„	·383	—·707	·287	„	„	— 390	„	·065
42	10	„	„	·259	—·866	·199	„	„	—·487	„	·080
41	11	„	„	·131	—·966	·085	„	„	—·533	„	0·89
40	12	„	„	0	—1	0	„	„	—·562	„	·092
39	13	„	„	—·131	—·966	—·085	„	„	—·533	„	·089
38	14	„	„	—·259	— 866	—·199	„	„	—·487	„	·080
37	15	„	„	—·383	—·707	—·287	„	„	—·390	„	·065
36	16	„	„	—·500	—·500	—·375	„	„	—·281	„	·046
35	17	„	„	—·609	—·259	—·457	„	„	—·146	„	·024
34	18	„	„	—·707	0	—·530	„	„	0	„	0
33	19	„	„	—·793	·259	—·595	„	„	·146	„	—·024
32	20	„	„	—·866	·500	—·649	„	„	·281	„	—·046
31	21	„	„	—·924	·707	—·693	„	„	·390	„	—·065
30	22	„	„	—·966	·866	·725	„	„	·487	„	—·080

…ella galleria.

·033 z	—37·45	—4·64 u_1	—3·79 u_2	12·06 u_3	—20·03 u_4	13·24 u_5	14 u_6	Temperatura alla quota 1000	Temperatura alla quota effettiva
72·95	—37·45	—2·77	0	0	—2·92	—1·31	—·34	28·16	28
"	"	—2·47	"	"	0	"	0	31·71	31·4
"	"	—2·13	"	"	2·92	"	·34	35·32	35
"	"	—1·75	"	"	5·63	"	·64	38·71	38·2
"	"	—1·33	"	"	7·81	"	·91	41·58	41
"	"	— ·93	"	"	9·75	"	1·12	44·13	43·4
"	"	— ·40	"	"	10·68	"	1·25	45·72	45
"	"	0	"	"	11·26	"	1·29	46·74	45·8
"	"	·40	"	"	10·68	"	1·25	46·52	45·5
"	"	·93	"	"	9·75	"	1·12	45·99	44·9
"	"	1·33	"	"	7·81	"	·91	44·24	43·3
"	"	1·75	"	"	5·63	"	·64	42·21	41·6
"	"	2·13	"	"	2·92	"	·34	41·58	41·2
"	"	2·47	"	"	0	"	0	36·66	36·6
"	"	2·77	"	"	—2·92	"	—·34	33·70	33·7
"	"	3·01	"	"	—5·63	"	—·64	30·93	31·2
"	"	3·22	"	"	—7·81	"	·91	30·00	30·6
"	"	3·37	"	"	—9·75	"	—1·12	26·69	27·5

IL TIFO A MILANO E LA SUA PROFILASSI

Nota del prof. GUIDO BORDONI UFFREDUZI

(Adunanza dell'11 giugno 1914)

Le diverse forme morbose, che si comprendono oggi sotto il nome di *infezione tifoidea* (tifo, febbri gastriche, autointossicazione intestinale, paratifo ecc.), costituiscono un gruppo di malattie, la cui profilassi urta in gravissime difficoltà d'ordine pratico, per quanto sia nota la natura di esse e i microbi che le producono ed anche l'andamento epidemiologico sia abbastanza ben conosciuto, nei particolari che riguardano le vie di diffusione e di penetrazione degli agenti patogeni relativi.

Le ragioni di tali difficoltà sono da ricercarsi principalmente

1° nella grande diffusione di quei microbi nel mondo esterno e nelle molteplici e svariate vie, per le quali possono arrivare fino a noi ed infettarci;

2° nella mancata denuncia dei casi lievi, frequenti specialmente nei fanciulli, e nella ritardata denuncia degli altri casi, in genere;

3° nell'esistenza di portatori dei germi specifici, sotto forma di persone sane, o di convalescenti della malattia.

Ne viene di conseguenza che tali forme infettive, conosciute comunemente col nome generico di « tifo », si trovano sparse un po' dappertutto come malattie endemiche, sia nelle città che nelle campagne: e non di rado, quando si presenta qualche occasione specialmente favorevole per la diffusione del germe, si svolgono anche sotto forma di vere epidemie, più o meno estese, o circoscritte.

Milano paga anch'essa il suo tributo, certo non lieve, al tifo, il quale si svolge ordinariamente in forma di endemia, ma talvolta anche in quella di epidemie, non generali, ma circoscritte; giacchè manca qui la condizione più comune per

l'insorgere di un'estesa epidemia tifosa, che è l'inquinamento dell'acqua potabile. A Milano fortunatamente l'acqua condotta, distribuita ormai ai $^4/_5$ e più della popolazione, trovasi in condizioni di difesa naturale, così eccezionalmente fortunate, che non vi è alcuna possibilità di un suo inquinamento qualsiasi, pericoloso per la salute pubblica. Con tutto questo però si sono avute, qua e là, alcune piccole epidemie, dovute, come tra poco dirò, all'acqua di pozzo e al latte, nei quali erasi potuto infiltrare il germe morbigeno.

Quanto alle vie di diffusione di questo e alla sua importanza per la genesi dell'infezione, le idee che una volta dominavano si sono oggigiorno alquanto modificate in seguito alle osservazioni di fatto, ben raccolte e studiate; nel senso che, mentre fino a pochi anni or sono generalmente si ammetteva che l'acqua avesse la parte più importante per la diffusione dell'infezione tifoidea, oggidì è positivamente riconosciuto che nella forma endemica, più comune, dell'infezione l'importanza maggiore spetta alla trasmissione per contagio, diretto e indiretto, oltrechè ad alcuni cibi (verdure crude, ostriche, latte, ecc.).

Anche a Milano succede lo stesso: e una prova indiretta di ciò si può riscontrare già nel fatto che, malgrado le due opere più grandiose di igiene pubblica, acqua potabile e fognatura (le quali hanno pur tanto benefica influenza sulle condizioni igieniche generali), sieno ormai estese ai quattro quinti della città, tuttavia l'infezione tifoidea non accenna a scomparire e tiene anzi tuttora un posto rilevante fra le infezioni endemiche locali.

Ecco infatti il quadro della mortalità per tifo negli ultimi 25 anni, dal 1889 (in cui furono iniziate le grandi opere anzidette) al 1913, proporzionale a 10 mila abitanti.

1889	1890	1891	1892	1893	1894	1895	1896	1897
5,5	7,6	6,0	5,9	6,2	4.8	5,5	3,2	5,3
1898	1899	1900	1901	1902	1903	1904	1905	1906
4,7	3,7	4,6	4,3	5,9	4,6	3,9	2,9	4,2
1907	1908	1909	1910	1911	1912	1913		
3,9	4,0	4,1	3,6	3,8	2,7	2,7		

Come si vede la mortalità per tifo è diminuita della metà dal 1889 fino ad oggi, ma è tuttavia superiore a quella media di tutta Italia (2,2 p. 10 mila nel 1912); e fra le sue consorelle Milano è a poche seconda per tale mortalità, essendo stata su-

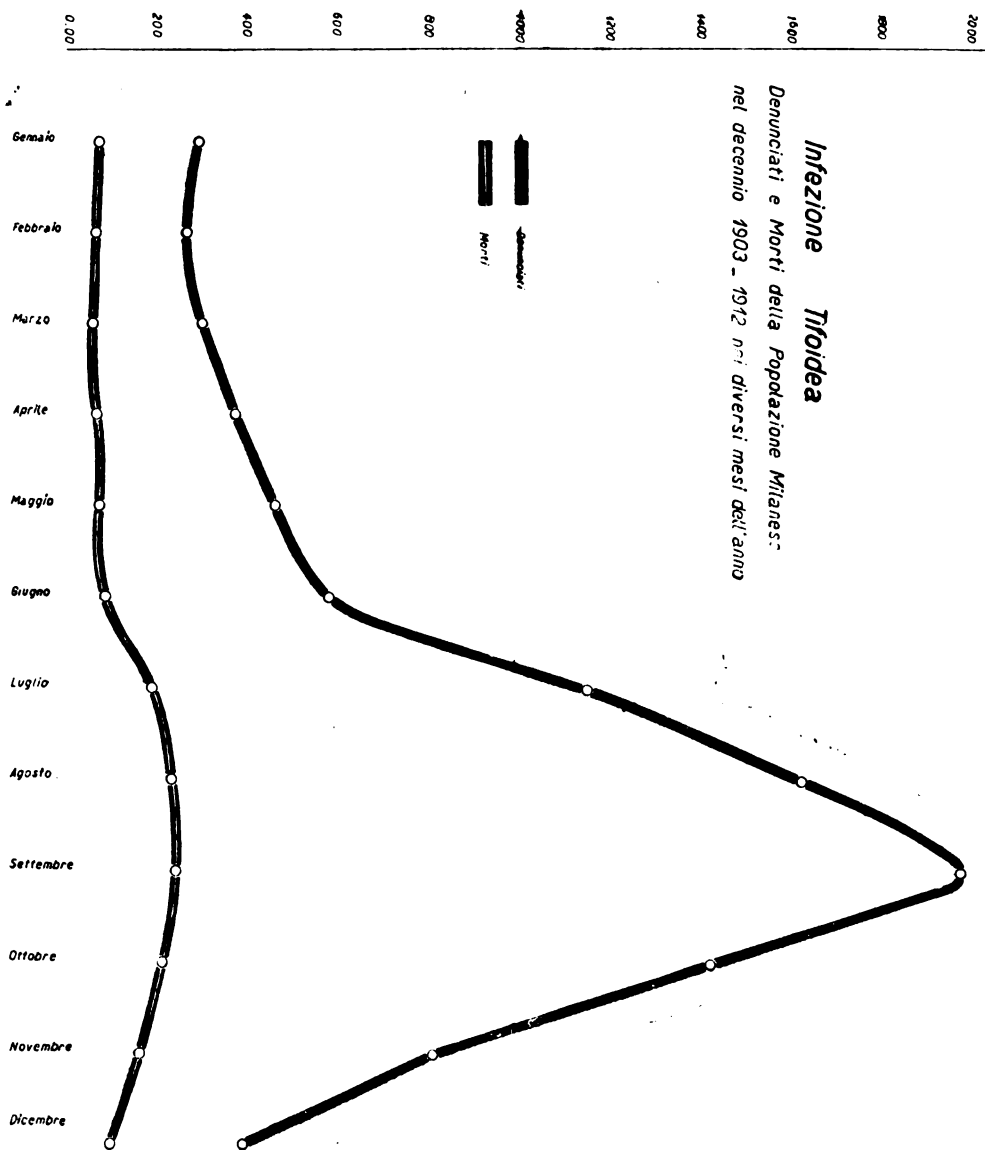
perata nel 1912 soltanto da Genova (4,8), che ebbe una piccola epidemia di tifo, e da Brescia (6,5).

Anche la provincia di Milano ha una mortalità per tifo abbastanza elevata (3,07 p. 10 mila), inferiore soltanto nel 1912 a quella della provincia di Catanzaro (4,9) e di Aquila (3,2).

Quanto all'andamento dell'infezione nelle diverse stagioni dell'anno, il diagramma seguente che comprende i casi di tifo denunciati e i morti, complessivamente per un decennio (1903-1912), dimostra questo fatto importante: che la curva dell'infezione cresce continuamente nei mesi caldi, da Marzo in avanti, fino a raggiungere il suo apogeo nel mese di Settembre, ossia non nel massimo caldo, ma un po' più tardi. Vedremo or ora come ciò può mettersi in rapporto colle vie di diffusione del germe specifico e coi mezzi di propagazione del male, i quali vengono accuratamente ricercati per ogni caso di infezione tifoidea, denunciato all' Ufficio d' Igiene.

Quivi infatti, non appena ricevuta una simile denuncia, si compie un'inchiesta diligente e minuta, per scoprire quale fu l' origine dell' infezione, cominciando dal far eseguire l' analisi (batteriologica e chimica) dell'acqua del pozzo, se la casa non è fornita di acqua condotta: oltre a ciò si indaga la provenienza del latte usato in famiglia, estendendo l' indagine fino alla vaccheria da cui proviene, per vedere se vi sono, o vi furono recentemente casi di tifo nel personale addetto al governo delle mucche, per far ricerche sulla salubrità dell' acqua adoperata pel lavaggio dei recipienti ecc.; si ricerca in pari tempo di quali cibi l' infermo fece uso in precedenza e specialmente se fece uso di verdure crude, indagandone la provenienza; essendo noto che nella buona stagione la verdura che si consuma a Milano (specialmete insalata, radici ecc.) proviene in massima parte dalle ortaglie vicine, concimate purtroppo quasi sempre col « pozzo nero ». Si indaga in pari tempo se l' infermo fu sempre a Milano, o si recò in campagna, o altrove, nei giorni precedenti al manifestarsi del male, se ebbe contatto con altri malati, o sospetti della stessa infezione; se nella casa, o nello stesso gruppo di case, vi sono, o vi furono da poco tempo altri casi della stessa malattia; se nell'abitazione regna l' ordine e la pulizia; se vi sono molti insetti, specialmente mosche ecc.

In tal guisa, se non sempre, nella maggioranza dei casi almeno si riesce a stabilire, con grande probabilità, quale fu l'origine dell'infezione. Si è trovato così che i casi di infezione dovuti all' acqua, a Milano, sono piuttosto rari, mentre

Infezione Tifoidea
Denunciati e Morti della Popolazione Milanese
nel decennio 1903 - 1912 nei diversi mesi dell'anno
Denunciati
Morti
2000
1800
1600
1400
1200
1000
800
600
400
200
0.00
Gennaio
Febbraio
Marzo
Aprile
Maggio
Giugno
Luglio
Agosto
Settembre
Ottobre
Novembre
Dicembre

invece devono essere frequenti nelle campagne circostanti; dove l'acqua per uso alimentare e domestico viene generalmente presa dagli strati più superficiali della falda acquea sotterranea, i quali sono facilmente soggetti agli inquinamenti: sono invece meno rari i casi di infezione dovuti al latte, o all'uso di verdure crude, o al contagio familiare, diretto o indiretto (mosche).

Una delle origini più frequentemente dimostrata da queste indagini è quella dal difuori. Molti infatti degli infermi di tifoide vengono a Milano dalla campagna circostante, o da stazioni climatiche o marine, dove si recano tante famiglie per sfuggire al calore snervante dell'estate milanese.

A questo fatto anzi ritengo si debba attribuire la coincidenza della massima elevazione della curva del tifo col mese di settembre, anzichè col massimo dei calori estivi, come si verifica generalmente in altri paesi.

Si è detto testè che anche l'acqua e il latte furono riconosciuti causa di diffusione del tifo; ciò è successo non molto spesso, ma in condizioni tali, che meritano di essere ricordate; anche perchè in tali casi l'infezione si è manifestata in forma epidemica, per quanto circoscritta.

Uno dei casi più interessanti è quello occorso nel luglio 1911 in un gruppo di case isolate ai n. 12, 14 e 16 di Piazza d'Armi, dove si manifestarono improvvisamente, nello spazio di 20 giorni, 17 casi di infezione tifoidea al n. 12, 5 al n. 14 e 7 al n. 16, (29 casi in tutto con 7 morti), colpendo simultaneamente parecchi di una stessa famiglia e manifestando così i caratteri di una cosidetta « epidemia di casa ».

Le indagini fatte condussero ad accertare che l'origine di essa era da attribuirsi all'acqua distribuita in detta casa, che veniva estratta localmente dal sottosuolo, mediante un impianto autonomo e che all'analisi, eseguita appena si ebbe sentore dei primi casi, si dimostrò inquinata e contenente abbondante il *bac. coli*; indizio questo, quasi sicuro, di inquinamento con materie fecali. E difatti tale inquinamento fu potuto dimostrare mediante indagini accurate, fatte localmente all'impianto di estrazione dell'acqua, in rapporto con un rigurgito di acqua cloacale avvenuto pochi giorni prima nei sotterranei di dette case, in seguito ad un violento acquazzone.

Ecco quanto risultò da queste indagini.

La tubazione in grès della fognatura domestica nei sotterranei fu trovata in cattive condizioni di impianto e di manutenzione; colle bocchette d'ispezione mal chiuse o affatto

sprovviste di coperchio, sui margini esterni dalle quali apparivano visibili le tracce del rigurgito delle sostanze fecali e del loro versamento nell'interno dei sotterranei. Il pozzo tubulare metallico dell'impianto d'acqua al n. 12 era infisso nel suolo del sotterraneo, nel mezzo di un pozzetto circolare, a fondo perdente, profondo 1 m. circa, verso il quale convergeva, con adatta pendenza, lo scolo di tutto il resto del pavimento, coperto di cemento. Vicino al tubo metallico del pozzo eravi un altro piccolo tubo, cosidetto di aerazione del pozzo, la cui estremità libera si apriva in vicinanza del pozzetto circolare a fondo perdente. Con tutta probabilità da questo piccolo tubo era penetrato nel pozzo il liquido cloacale rigurgitato nei sotterranei, dando luogo alla comparsa dell'infezione in forma epidemica negli abitanti della casa provvista di quell'acqua; i quali infatti si erano lagnati perchè, dopo l'acquazzone, l'acqua era divenuta torbida e puzzolente.

Appena riconosciuto tutto ciò, l'acqua dell'impianto locale venne sostituita coll'acqua condotta municipale e l'epidemia cessò, come d' incanto.

Un'altra *epidemia di casa* della stessa infezione si ebbe nel successivo mese di agosto, prodotta però non dall'acqua ma dal latte, in un gruppo di case popolari, nel quartiere Cagnola.

Anche questa volta la malattia si manifestò improvvisamente e in forma tumultuaria, con 35 casi nell'agosto e con 40 casi nel settembre, per terminare nell'ottobre con altri 16 casi. L'inchiesta fatta escluse tosto qualsiasi influenza locale nelle abitazioni, essendo le case colpite tutte di recente costruzione e in buone condizioni igieniche e ben tenute, provviste d'acqua condotta e di fognatura; ma riuscì a scoprire nel latte consumato l' origine dell'infezione. Questo infatti proveniva da un unico lattivendolo, il quale lo riceveva, in gran parte, da una latteria, sita fuori Comune, nella quale si erano manifestati, poco tempo prima, ben sette casi d'infezione tifoidea nel personale addetto al governo delle mucche e nelle famiglie relative. Si constatò pure il fatto che non pochi dei colpiti a Milano faceano uso di latte non bollito. Furono subito prese le misure profilattiche necessarie, sia riguardo al latte e sia riguardo ai malati di tifo che si trovavano nel cascinale e l'epidemia ben presto fu vinta.

Ho voluto ricordare questo caso, assai tipico; ma oltre a questo vi furono anche altri casi isolati di tifoide, nei quali l'inchiesta dimostrò, con tutta probabilità, l'origine lattea dell'infezione.

***

Vediamo ora che cosa si è fatto a Milano e che cosa converrebbe fare ancora per combattere questa grave malattia.

Come provvedimenti in grande, d'indole generale, si è già accennato all'impianto di conduttura d'acqua potabile, assolutamente indenne da qualsiasi pericolo d'inquinamento, e a quello di fognatura; riducendosi al minimo col primo il pericolo d'infezione per mezzo dell'acqua ed evitando col secondo l'inquinamento del sottosuolo e quello dell'acqua estratta coi pozzi comuni. Si è anche cercato di provvedere contro la diffusione del germe per mezzo delle ortaglie, che si mangiano crude, proibendo col regolamento locale d'igiene la concimazione di quelle col contenuto dei pozzi neri; ma un tale provvedimento non ha raggiunto che in parte l'effetto desiderato, sia perchè la concimazione con quel materiale, anche nel territorio milanese, si fa spesso abusivamente, malgrado la sorveglianza degli agenti municipali; e sia perchè l'autorità sanitaria centrale non ha accolto finora la nostra richiesta di proibire dappertutto nel Regno una simile concimazione, che potrebbe benissimo essere sostituita coi concimi chimici: sicchè la verdura che viene da fuori può contenere e diffondere quei germi pericolosi.

Debbo invece constatare con soddisfazione che, da quando furono introdotte nella nostra legislazione sanitaria le misure di vigilanza igienica sui parchi di allevamento delle ostriche e sulla conservazione di queste nei luoghi di produzione, i casi d'infezione tifoidea provenienti dall'uso di tali molluschi sono diventati assai meno frequenti. E posso dire con soddisfazione, perchè fui fra i primi in Italia a levare la voce contro tale pericolo e a propugnare l'istituzione di norme igieniche regolamentari, per l'allevamento e per la conservazione di quei preziosi molluschi.

Oltre a tali provvedimenti d'indole generale e a quelli speciali che si adottano caso per caso, quando si viene a scoprire l'origine diretta dell'infezione (latte inquinato, ecc.), si applicano le solite misure di isolamento del malato e di disinfezione di tutto ciò che venne con esso a contatto, più o meno diretto, compresi i locali d'abitazione, colle latrine ecc.

Tali misure però, che dovrebbero riuscire di grande efficacia, sono quelle invece che in pratica offrono le maggiori lacune, per ragioni d'indole diversa.

Anzitutto l'isolamento del malato, invece di farsi per tutti i casi d'infezione tifoidea, si fa (non esagero) nel minor numero di questi, perchè tutti i casi di infezione leggera, designati col nome di febbre gastrica, o di autointossicazione intestinale, frequenti specialmente nei bambini, non vengono denunciati dal medico, servendo così a diffondere liberamente l'infezione.

Ora a ciò anche nei casi gravi il medico si risolve a far la denuncia assai tardi, quando, cioè, ha potuto accertare la diagnosi della malattia, malgrado che la legge provvidamente imponga di denunciare anche i casi semplicemente sospetti: molte volte la denuncia si fa quando il malato è prossimo a morire, o è morto addirittura.

Ciò riesce tanto più dannoso, inquantochè è dimostrato che nell'inizio del male i germi specifici hanno il massimo di virulenza e vengono eliminati in gran copia, colle feci, colle orine e anche collo sputo.

E come se ciò non bastasse, l'isolamento per la maggior parte dei casi non si fa in ospedale, ma a domicilio; ossia è fiduciario, il che vuol dire eseguito tutt'altro che col rigore necessario. L'isolamento del malato, quindi, quest'arma così potente contro il diffondersi delle infezioni, quando si può convenientemente maneggiare, nell'infezione tifodea manca quasi completamente al suo scopo. E lo stesso può dirsi della disinfezione, la quale cammina di pari passo coll'isolamento, completandone l'efficacia preventiva, sia durante la malattia, che quando questa è terminata.

A tutte queste ragioni d'insuccesso nella lotta quotidiana contro il germe del tifo, ne va aggiunta un'altra gravissima, costituita dai « portatori e seminatori di quel germe » temporanei, o cronici, quali sono i convalescenti di tifo, o le persone che avvicinarono qualche malato, e contro i quali purtroppo ben poco si puó fare.

Questi portatori, disseminatori di bacilli sono abbastanza numerosi, giacchè le ricerche sistematiche, fatte specialmente in Germania in questi ultimi tempi, avrebbero dimostrato che circa il 5 per cento dei convalescenti di tifo diventano portatori dei germi specifici e di essi il maggior numero è costituito da donne (4 volte circa più degli uomini). Costituiscono quindi un pericolo permanente assai grave, che non si sa come combattere, anche quando sieno riconosciuti; il che non può farsi che mediante le ricerche batteriologiche delle feci e delle urine. Gli organi nei quali restano annidati i germi

del tifo in queste persone sono infatti i reni colla prostata e il fegato colla vescichetta biliare, senza però che in esso esista alcun sintomo manifesto di malattia; tutt'al più si verificano qualche volta fenomeni di infiammazione e calcolosi delle vie biliari e qualche disturbo intestinale. La reazione di Widal è però positiva nei $^4/_5$ circa dei portatori di bacilli.

Sono certamente essi che specialmente perpetuano il tifo endemico e non si conosce ancora il mezzo per renderli innocui; tutti i rimedi tentati finora, compresa l'estirpazione della cistifellea, sono riusciti senza effetto. Tutto ciò che si può fare si è, una volta riconosciuti, di escluderli dalla preparazione e dalla vendita delle sostanze alimentari.

Siccome la eliminazione dei germi tifosi, per opera di questi portatori sani, si fa per via delle feci e delle orine, e siccome non è possibile il loro isolamento, all'infuori che quando si tratti di ricoverati nei manicomi, un mezzo efficace contro la disseminazione dei germi sarebbe quello di praticare scrupolosamente la pulizia delle mani, ogni volta che si compie l'atto di eliminazione di quelle sostanze escrementizie. Ciò riuscirebbe efficace specialmente quando si tratta di persone addette alla preparazione e alla vendita delle sostanze alimentari, come molte volte si è verificato il caso.

Ma per ottener ciò converrà certamente attendere che l'educazione igienica delle masse sia molto più avanzata di quello che è attualmente. Ad ogni modo converrà far di tutto per diffondere e raccomandare al pubblico l'applicazione di questa norma semplicissima d'igiene e di pulizia personale, che può servire ad allontanare un pericolo tanto grave.

In Germania, in vista appunto della gravità dell'infezione tifoidea in certe regioni dell'impero (specialmente in quelle renane), fu dato incarico nel 1902 al celebre batteriologo e igienista Roberto Koch, da poco rapito alla scienza, di organizzare un piano di difesa metodica contro tale infezione; il che fu fatto (basandosi essenzialmente sul concetto che essa si propaga come forma endemica principalmente per contagio) per mezzo di speciali stazioni batteriologiche, per la ricerca e diagnosi sia dei casi di tifo, che dei portatori normali di germi, mediante l'analisi batteriologica sistematica delle feci e delle orine dei malati, dei sospetti, dei convalescenti e di tutte le persone indicate come portatori e come disseminatori di bacilli specifici.

Il risultato fu veramente importante; giacchè in cinque anni (dal 1904 al 1909) la mortalità per tifo in quelle regioni si ridusse alla metà di quella che era prima, conservandosi

però, quasi immutata, negli ultimi tre anni del resoconto (1909-1910-1911).

Il che vuol dire, a mio avviso, che, anche disponendo di mezzi finanziari assai vistosi, come quelli che furono spesi in Germania per l'impianto e funzionamento di quelle speciali stazioni profilattiche (1,775,000 marchi fino a tutto il 1911), non si può sperare allo stato attuale della scienza di poter domare completamente il tifo.

E allora? Dobbiamo limitarci a ciò che si è fatto finora, o si può fare ancora qualche cosa d'altro per costringere entro limiti più ristretti questa temuta infezione?

Io credo che si possa ottenere un' ulteriore diminuzione, assai notevole, dei casi di tifo, senza bisogno di ricorrere a gravi sacrifici finanziari, ma semplicemente applicando a dovere questo duplice ordine di provvedimenti:

1. Ottenere dai medici che denuncino prontamente tutti i casi d' infezione tifoidea, sia pur lieve, o semplicemente sospetta, facendovi rientrare anche le cosidette febbri gastriche, le autointossicazioni intestinali, i paratifi ecc., in modo da potere applicare prontamente ed efficacemente le norme di isolamento e di disinfezione.

2. Isolare in ospedale il maggior numero possibile di tali infermi; provvedimento questo che si è già dimostrato efficacissimo nelle regioni della Germania, dove si costituirono le stazioni profilattiche, testè ricordate.

A ciò si deve aggiungere naturalmente l'esame batteriologico, sistematico, delle feci e delle orine, sia a scopo diagnostico e sia per la ricerca eventuale dei portatori di bacilli; il che si può ottenere facilmente, aumentando il personale e i mezzi di indagine dell'attuale laboratorio micrografico municipale.

Qui non è il caso di parlare di un altro mezzo di lotta, di cui oggi molto si discute, voglio dire delle *vaccinazioni antitifiche*; perchè se queste possono talvolta essere applicate con successo per le armate, non possono invece trovare utile e pratica applicazione nella popolazione civile, pei comuni casi di endemia.

Non occorrono quindi, a mio avviso, provvedimenti nuovi contro il tifo: bisogna invece intensificare quelle misure che finora furono monche nella loro applicazione, potendo esse bastare, se applicate col dovuto rigore, a limitare i casi nuovi d'infezione, dovuti all'acqua, agli alimenti o all'importazione dal di fuori, senza il consueto strascico dell'endemia per contagio.

A tale intento sarà appunto rivolta quind'innanzi l'azione dell'ufficio d'igiene; e se, come spero, non mancherà l'assenso e la cooperazione dei medici e dell'autorità cittadina, sarà possibile fra non molto constatare con piacere che anche di quest'infezione ha potuto trionfare l'igiene moderna, se non facendola scomparire, come è avvenuto pel vaiolo, riducendola almeno entro limiti tanto ristretti, da non essere più temibile com'è tuttora.

ONORANZE AD ASCANIO SOBRERO

Parole del M. E. prof. A. Menozzi

pronunciate nell'adunanza dell'11 giugno 1914

La presidenza mi ha fatto l'onore di incaricarmi di rappresentare l'Istituto alle onoranze che si sono svolte in Torino il 31 maggio u. s. ad Ascanio Sobrero, in occasione del centenario della sua nascita.

Mentre rendo di nuovo grazie per l'onore conferitomi mi corre obbligo di esporre che le onoranze si sono svolte in modo veramente degno dell'illustre chimico italiano al quale dobbiamo la scoperta della nitroglicerina, una delle principali sostanze che si usano per quegli esplosivi moderni che sono di così largo impiego non solo per la guerra ma per tante opere di progresso e di pace, come perforazioni di tunnel, escavazione di minerali; ecc.

La cerimonia si è svolta dapprima nell'austera sala dell'Accademia delle Scienze, alla presenza di sua altezza reale il Conte di Torino, delle autorità civili e militari, e coll'intervento di moltissimi chimici venuti da varie parti d'Italia.

Oltre a vari discorsi d'occasione, come quello del presidente dell'Accademia On. Boselli e del presidente dell'Associazione chimica industriale di Torino, comm. Sclopis, si ebbe la commemorazione fatta dal nostro illustre collega prof. Guareschi, già tanto benemerito per la storia della chimica italiana.

Il prof. Guareschi mise in rilievo in modo magistrale il Sobrero, non solo come chimico, ma eziandio come insegnante e come cittadino, dotato di virtù esemplari, spiegate nell'attendere a varie funzioni di interesse pubblico, unite ad una grande modestia e a un grande disinteresse per ciò che poteva tornare di suo materiale vantaggio.

Poi, nel pomeriggio, sempre coll'intervento dell'autorità e di grande numero di chimici, ci fu lo scoprimento del monumento, nei pressi di Porta Susa; monumento semplice nel suo

insieme ma assai indovinato e bene in armonia coll'opera dell'uomo che si è voluto onorare.

Nel mattino susseguente, altra cerimonia al Valentino collo scoprimento di due busti, uno del Sobrero e l'altro del Nobel. quegli a cui si devono principalmente le applicazioni delle scoperte del Sobrero.

Onorare i grandi trapassati vuol dire invitare le nuove generazioni ad imitarli nel lavoro e nello studio, le molle più potenti dalle quali il paese aspetta nuovi trionfi e nuovo progresso.

Le onoranze di Torino sono riescite degne del celebre chimico italiano.

Il nostro Istituto non ha voluto mancare ad esse; e la sua adesione è stata molto gradita.

Adunanza del 25 Giugno 1914

PRESIDENZA DEL M. E. TORQUATO TARAMELLI

MEMBRO ANZIANO

Sono presenti i MM. EE.: Artini, Briosi, Brugnatelli, Ceruti, Colombo, Forlanini, Gabba L. sen., Gobbi, Gorini, Jorini, Jung, Marcacci, Minguzzi, Murani, Sala, Salvioni C., Taramelli, Vivanti, Zuccante.

E i SS. CC.: Carrara, De Marchi M., Grassi, Livini, Martorelli, Rocca, Supino C.

Giustificano la loro assenza, per motivi di salute, i MM. EE.: Celoria, vice-presidente, Del Giudice, presidente, Vidari E., Vignoli, e, per ragioni d'ufficio, il M. E. Gorra.

L'adunanza è aperta alle ore 13.45.

Il M. E. prof. Luigi Gabba, segretario della classe di scienze matematiche e naturali, legge il verbale della precedente adunanza. Il verbale è approvato. Lo stesso segretario dà comunicazione delle pubblicazioni giunte in omaggio all'Istituto. Esse sono, per la classe di lettere e scienze morali e storiche, le seguenti:

Ardizzone G. Medaglie commemorative degli XI Congressi degli scienziati italiani. Firenze, 1914.

Capasso G. Dandolo, Morosini, Manara e il primo battaglione dei bersaglieri lombardi nel 1848-49. Milano, 1914.

Catalogo della mostra bodoniana della r. Biblioteca Palatina. Parma, 1913.

Sanvitale L. Per il restauro di Selvapiana, 1838-1914. Parma, 1914.

E per la classe di scienze matematiche e naturali, le seseguenti:

Bollettino mensile del r. Ufficio idrografico del Po. Parma 1913... Gennaio 1913...

Gorini C. I°. Principî fondamentali per la fabbricazione razionale del formaggio (regime igienico e fermenti selezionati). II°. Consigli pratici per la fabbricazione razionale di formaggio grana scelto e buono. Milano, 1913.

Koraen T. Observations séismographiques faites à l'Observatoire météorologique d'Upsala de janvier 1907 à août 1912. Upsal, 1914.

Sànchez I. Los inventos de Torres Quevedo. Madrid, 1914.

Si passa alle letture.

Il M. E. prof. Ettore Artini comunica la prima delle sue *Note petrografiche sulla Libia. Monchiquite di Kaf Batùs.*

Il M. E. avv. Bassano Gabba, non essendo potuto intervenire all'adunanza, ha pregato che sia rinviata all'adunanza prossima la sua nota, messa all'ordine del giorno, col titolo: *Dal socialismo al sindacalismo.*

Per lo stesso motivo viene rinviata all'adunanza prossima la nota del M. E. prof. Egidio Gorra: *Sulle origini dell'epopea francese.*

Il S. C. prof. Ferdinando Livini comunica una *Nota riassuntiva intorno alla istogenesi delle ghiandole sudoripare umane.*

La signorina dott. Paola Manfredi espone le sue *Osservazioni cristallografiche sulla baritina di Su ludu nieddu.* La nota era stata ammessa dalla Sezione di scienze naturali.

Il prof. Emilio Veneroni discorre: *Sopra una varietà cubica con quindici punti doppi dello spazio a cinque dimensioni.* Anche questa nota era stata ammessa dalla Sezione di scienze matematiche.

La signorina Piera Riva riassume una sua nota, pure ammessa dalla Sezione di scienze naturali, dal titolo: *Thomsonite della miniera Gallinaria presso Casarza Ligure.*

Terminate le letture, l'Istituto si raccoglie in adunanza privata per la trattazione degli affari.

È all'ordine del giorno il *Bilancio consuntivo dell'esercizio 1912-1913.*

Il M. E. prof. Giuseppe Jung, censore, anche a nome dell'altro censore, prof. Ulisse Gobbi, legge la relazione, appunto redatta dai censori, sull'esercizio finanziario 1912-13.

La relazione, constatata la perfetta regolarità della gestione non soltanto per l'ordinaria dotazione dell'Istituto, per il le-

gato Strambio, pei fondi ricavati dalla vendita di pubblicazioni accademiche, ma anche per tutte le altre Fondazioni che sono amministrate dall'Istituto, mentre propone un ringraziamento alla Presidenza « per le diligenti cure che tanto autorevolmente « ed efficacemente dedica al buon andamento dell'Istituto » invita il corpo accademico ad approvare il bilancio quale da esso fu proposto.

E il bilancio infatti viene approvato ad unanimità.

Dopo di che l'adunanza è sciolta alle ore 15.

Il Presidente
T. TARAMELLI
MEMBRO ANZIANO

Il Segretario
G. ZUCCANTE.

Adunanza del 2 Luglio 1914

PRESIDENZA DEL M. E. GIUSEPPE COLOMBO

MEMBRO ANZIANO

Sono presenti i MM. EE.: ARTINI, COLOMBO, GABBA BASSANO, GABBA L. sen., GOBBI, GORRA, JORINI, MURANI, SALA, TARAMELLI, VIVANTI, ZUCCANTE.

E i SS. CC.: ANTONY, BARONI, CARRARA, DE MARCHI M., PASCAL C., ROCCA.

Giustificano la loro assenza, per motivi di salute, i MM. EE.: CELORIA, vice-presidente, DEL GIUDICE, presidente, LATTES E., VIDARI E., VIGNOLI, e, per ragioni d'ufficio, il M. E. GORINI.

L'adunanza è aperta alle ore 13.45.

Il presidente annunzia al corpo accademico la morte del S. C., architetto prof. Camillo Boito, e ne commemora con nobili parole le alte virtù di scienziato, d'insegnante e di cittadino, e propone — e la proposta viene accolta a unanimità — che al senatore Arrigo Boito, fratello dell'insigne estinto, siano inviate condoglianze vive e devote.

Il M. E. prof. Giuseppe Zuccante, segretario della classe di lettere e scienze morali e storiche, legge il verbale della precedente adunanza. Il verbale è approvato. Lo stesso segretario dà comunicazione delle pubblicazioni giunte in omaggio all'Istituto, che sono le seguenti:

Per la classe di scienze matematiche e naturali:

PASCAL E. I e II. Sui principî della teoria delle funzioni di linee. III. Gli integrali Riemanniani delle funzioni di linee. IV. Le formole di Green e di Stokes per le funzioni di linee. Napoli, 1914.

E per la classe di lettere e scienze morali e storiche:

Collection de monographies ethnographiques. Vol. 1 a 10. Bruxelles, 1907-13.

Soprintendenza (R.) ai monumenti della Lombardia. La cappella di S. Giovanni Battista nella chiesa di S. Pietro in Gessatė in Milano. Relazione. Milano, 1914.

GORETTI L. Conferenza pro pace Cirenaica. Lucca, 1914.

I senussi. Elegia dello sceicco Sidi Abderrahim di Bengasi in morte dell'amico lo sceicco Mohamed el Senussia di Gerebub. Pisa, 1912.

Sopra un ordine del giorno votato nell'adunanza del 28 maggio p. p. chiede di parlare il M. E. prof. Vivanti. Quell'ordine del giorno suona così: « non sarà inserita nei *Rendiconti* o nelle *Memorie* dell'Istituto alcuna nota o memoria, che non sia letta dall'autore presente all'adunanza: assente l'autore, la nota o memoria sarà inviata all'adunanza successiva ». Qualunque sia il motivo che abbia suggerito quell'ordine del giorno, la deliberazione presa pare al Vivanti troppo grave, e vorrebbe perciò che venisse attenuata nel senso che una nota o memoria, quando l'autore per legittimo motivo non possa essere presente, e invî un sunto e incarichi qualche membro o socio a leggere tal sunto o comecchessia a presentare la sua nota o la sua memoria e a discorrere, sia senz' altro accolta e inserita nei *Rendiconti* o nelle *Memorie*.

Anche il M. E. prof. Artini consente nella proposta del M. E. Vivanti.

Il presidente nota che di tal modificazione a una deliberazione già presa sarà più opportuno discutere in una prossima adunanza, in cui essa sia posta all'ordine del giorno. E rimane infatti stabilito che se ne discuterà nell'adunanza del 5 novembre venturo.

Si passa alle letture.

Il M. E. avv. Bassano Gabba espone la sua nota: *Dal socialismo al sindacalismo.*

Il M. E. prof. Egidio Gorra discorre, in una quarta nota: *Delle origini dell' epopea francese.*

Il S. C. prof. Mario Baroni parla delle: « *Vene fluenti nelle macchine idrauliche.*

Il prof. Antonio Garbasso presenta una nota dal titolo: *Azione simultanea di un campo elettrico e di un campo magnetico sulla riga rossa dello spettro dell' idrogeno.* La nota era stata ammessa dalla Sezione di scienze fisico-chimiche, e, poichè per ragioni d'ufficio il Garbasso è assente, ne discorre il M. E. prof. Murani.

Il prof. Adolfo Viterbi discorre: *Sulla risoluzione approssimata del problema di Dirichlet.* La nota era stata ammessa dalla Sezione di scienze matematiche.

Il prof. Luigi Brusotti discorre: *Sui nuovi metodi costruttivi di curve piane d'ordine assegnato dotate del massimo numero di circuiti.* Anche questa nota era stata ammessa dalla Sezione di scienze matematiche.

Il dott. Piero Martinotti espone una nota, anch'essa ammessa dalla Sezione di scienze matematiche: *Sui limiti, continuità e derivate delle funzioni di due variabili, successioni e serie di funzioni di una variabile.*

Terminate le letture, l'Istituto si raccoglie in adunanza privata.

È all'ordine del giorno la nomina della commissione giudicatrice del concorso De Angeli, scaduto il 30 giugno p. p. Sono cinque i concorrenti. Su proposta della presidenza, vengono nominati commissari i MM. EE. Jorini, Murani e il S. C. Baroni.

Dopo di che l'adunanza è sciolta alle ore 15.30.

Il Presidente
G. COLOMBO
MEMBRO ANZIANO

Il Segretario
G. ZUCCANTE.

THOMSONITE

DEL TERRITORIO DI CASARZA LIGURE

Nota di Piera Riva

(Adunanza del 25 giugno 1914)

Come è noto, il primo che si occupò dei minerali dei giacimenti cupriferi di Casarza fu il prof. Arturo Issel, il quale in due lavori successivi pubblicati nel 1878 il primo e nel 1879 il secondo (1), diede notizia della scoperta da lui fatta in quei giacimenti della *laumontite* della *datolite* e della *scolecite*. Quest'ultima fu dall'Issel determinata in base ad una analisi eseguita dal Bechi, i cui risultati verranno riportati più avanti.

Mentre però la *datolite* fu oggetto di ulteriori studî cristallografici da parte del Luedecke (2) e del Negri (3), delle altre due specie più nessuno si occupò, forse perchè, non presentandosi in bei cristalli distinti, non si prestano alle misure goniometriche.

Essendo pervenuto a questo Istituto di Mineralogia un abbondante materiale mineralogico e petrografico di quella regione e specialmente della miniera Gallinaria, donato in parte dal sig. ing. Magistretti ed in parte raccolto od acquistato sul

---

(1) A. Issel, *Zeolite ed Aragonite raccolte nei filoni cupriferi della Liguria*. Boll. Com. Geologico. Vol. 9 (1878), pag. 116.

A. Issel, *Datolite e scolecite del territorio di Casarza (Liguria)*. Boll. Com. Geologico. Vol. 10 (1879), pag. 530.

(2) O. Leudecke, *Ueber Datolith von Casarza*. Zeitsch. f. Naturw, Halle. Vol. 58 (1885), pag. 87.

Ueber Datolith. Eine mineralogische Monographie. Zeitsch. f. Naturw. Halle. Vol. 61 (1888), pag. 384.

(3) G. B. Negri, *Studio cristallografico della Datolite di Casarza*. Riv. di Min. e crist. italiana. Vol. 1. (1887), pag. 45.

posto in occasione di una gita scientifica, fatta nei dintorni di Sestri-Levante, il prof. Brugnatelli volle affidarne a me lo studio; incarico che ben volentieri accolsi e per il quale come pure pei consigli dei quali mi fu largo durante tutto il lavoro, io gli esprimo qui la mia viva riconoscenza.

Nella presente nota, mi propongo di far conoscere i risultati da me ottenuti nello studio del minerale che, come già dissi, l'Issel in seguito ai dati analitici del Bechi determinò e descrisse come *scolecite* e che dalle mie ricerche risultò essere invece *thomsonite.*

Non riferirò qui le condizioni geologiche dei dintorni di Casarza, che furono dettagliatamente descritte dall'Issel (loc. cit.) dal Mazzuoli (1) ed anche più recentemente dal Kalkowski (2); ricorderò solo che il minerale si trova a far parte di una specie di breccia costituita, come dice l'Issel « di *dalotite* compatta o cristallina, mista, a proporzioni variabili, di minerali accessori tra i quali prevalgono la *scolecite* e la *calcite* » e che trovasi a contatto tra una massa serpentinosa ed una eufotide. Questo serpentino merita che io, pur riservandomi di trattare delle roccie dei dintorni di Sestri in altro lavoro, ne dia qui qualche cenno.

Esso non rassomiglia affatto agli ordinari serpentini lherzolitici appenninici, mancandovi sopratutto quella particolare struttura a maglia che, anche nei casi di completa e profonda serpentinizzazione, non manca mai in questi ultimi. È invece costituito da serpentino che rassomiglia piuttosto alla antigorite, assai prossima, per alcune sue proprietà, alle cloriti anzi un minerale di questa famiglia vi è notevolmente diffuso con qualche lamina di *talco*, specialmente in prossimità della *calcopirite*, che in vene ed in masserelle irregolari è compresa nella roccia. Ciò però che più specialmente caratterizza questo serpentino è la notevole diffusione in esso della *titanite* e dell'*ilmenite* trasformata quest' ultima in gran parte in prodotti leucoxenici. La polvere della roccia, trattata a caldo con $H_2 SO_4$, dà infatti marcatissima la reazione del titanio con acqua ossigenata.

---

(1) L. Mazzuoli, *Sul giacimento cuprifero della Gallinaria (Liguria orientale).* Boll. Com. Geologico. Vol. 16 (1885), pag. 193.

L. Mazzuoli, *Nuove osservazioni sulle formazioni ofiolitiche della Riviera di Levante in Liguria.* Boll. Com. Geologico. Vol. 23 (1892), pag. 12.

(2) E. Kalkowski. *Geologie des Nephrites im südlichen Ligurien.* Zeitsch. d. geol. Gesellschaft. Band 58 (1906), pag. 307.

Anche il Kalkowski ha rilevato il carattere cloritico di questo serpentino anzi (loc. cit. pag. 348) lo chiama addirittura *serpentino cloritico*.

Non pare quindi che questo serpentino abbia origine lherzolitica e ciò è notevole perchè quest' ultima roccia si trova tra quelle della nostra regione, dove per la prima volta, fu osservata dal Mazzuoli.

Quanto all' *eufotide* (1) basterà che io dica come essa sia essenzialmente costituita da grandi lamine di *diallagio* e da un *feldispato* della serie labradoritica di colore verde-sporco, in generale profondamente saussuritizzato.

Interessante è la costituzione della breccia datolitica, che forma la matrice del nostro minerale; essa è talvolta molto compatta, altra volta invece a grana più grossolana e facilmente sgretolabile, specialmente in corrispondenza delle numerose venette di *datolite* e *calcite* che l' attraversano. Al microscopio sia le varietà compatte come quelle a grana grossa, si mostrano come un vero impasto cristallino di *datolite*, nel quale sono disseminati come interclusi, frammenti diversi di roccie e minerali. Si notano così lamine di *diallagio* coi caratteri che questo minerale presenta nell' *eufotide*, lamine di *feldispato* saussuritizzato, ordinariamente più alterato che non nella detta roccia ed attraversato da vene, o parzialmente circondato da un *feldispato* freschissimo, che per il suo basso potere rifrangente e per il suo carattere ottico negativo, può ritenersi come *albite*. Oltre questi due feldispati, si osservano lamine di un altro plagioclasio con indici di rifrazione vicinissimi a quelli del balsamo e con estinzioni simmetriche che raggiungono un massimo di 8° a 9°; si tratta dunque di un termine di passaggio tra le *albiti* e gli *oligoclasi* di composizione assai vicina a $Ab_6 An_1$. Questo feldispato, per quanto a me consta, non si riscontra nelle roccie predominanti della regione; un feldispato assai simile (però alquanto più basico) è invece comunissimo nei graniti che accompagnano la formazione ofiolitica appenninica, che io ho avuto occasione di esaminare, ove però è sempre assai subordinato al *microclino*, il qual ultimo minerale invece manca assolutamente nella breccia in discorso.

Frequenti poi sono i cristalletti di un *anfibolo* verde chiaro con debolissimo pleocroismo e con estinzione $z : ng = 18°$.

(1) Credo che sia bene conservare il nome di eufotide ai gabbri a grana grossa caratteristici della nostra formazione ofiolitica.

Questi cristalletti sono frequentemente riuniti con disposizione disordinata in masserelle, che perfettamente ricordano quelle descritte e chiamate dal Kalkowski (loc. cit. pag. 344) *Actinolithgestein als Abart des Nephrites.* Non mancano poi dei veri aggregati actinolitici, feltriformi, compattissimi, identici alle nefriti descritte dallo stesso Kalkowski per i dintorni di Sestri Levante e delle quali potei anch' io esaminare alcune sezioni. Si notano poi *epidoto*, *zoisite*, lamine di *clorite*, *serpentino*, *calcite*, *thomsonite*, e rarissimi granuli opachi che in parte sono certamente *pirite* limonitizzata ed in parte ricordano piuttosto l' *ilmenite* trasformata in *leucoxeno.*

Certamente lo studio di altre sezioni potrebbe far aumentare l' elenco di questi interclusi, ad ogni modo è notevole il fatto della presenza in questa breccia datolitica di elementi estranei alle roccie colle quali essa trovasi in immediato contatto, come pure l'assenza della *titanite* che, come dissi è assai diffusa nel *serpentino.*

Il prof. Issel ha descritto assai dettagliatamente i caratteri di paragenesi e il modo di presentarsi del minerale che è oggetto della presente comunicazione, io quindi mi limiterò a pochi cenni.

Esso si presenta ordinariamente in aggregati di forma sferoidale che giungono fino a 3 cm. di diametro, appoggiano sulla *datolite* e la *calcite*, minerali che alla lor volta si osservano ben cristallizzati alla superficie delle sferule, anzi la calcite ordinariamente sotto forma di patina terrosa intimamente commista al minerale, costituisce l' involucro esterno degli aggregati. Nell' interno le sferule sono di color bianco-niveo, compattissime, sopratutto nella parte centrale; venendo verso la periferia si osserva ordinariamente una o due zone perfettamente ialine che danno così alla sezione delle sferule un aspetto di coccarda. La parte centrale delle sferule è d' ordinario occupata da uno o più cristalli di *datolite* o da particelle cloritico terrose. Deve notarsi che la datolite talvolta, non è limitata alla parte centrale ed alla superficie degli aggregati, ma si trova anche diffusa nella massa stessa delle sferule. Alla periferia coi cristalli di *calcite* e con quelli di *datolite*, si osservano pure, benchè più raramente, piccoli aggregati sferoidali con lucentezza marcatamente vitrea, struttura distintamente lamellare divergente e che in modo perfetto rassomigliano ai comuni aggregati di *prehnite*, ma che l' osservazione ottica dimostrò essere anch' essi costituiti da *thomsonite.* L' osservazione microscopica mostra come le sferule, specialmente nella parte più

interna, siano costituite da un compattissimo feltro di cristalletti estremamente minuti, che solo a fortissimo ingrandimento permettono di intravedere il loro sviluppo lamellare; procedendo verso la periferia ordinariamente gli individui si rendono meglio differenziati, sempre con distinto sviluppo lamellare, sviluppo che è poi distintissimo nelle citate zone ialine. Nella zona periferica il minerale sembra sfibrarsi in un aggregato molto compatto del quale ordinariamente fa parte anche la calcite.

In un esemplare, sul quale numerose piccole sferule sono tra loro a contatto e tra le quali havvi poca calcite, ho potuto isolare queste fibre periferiche e sottoporle all'esame microscopico. Sono esilissimi aghetti, quasi sempre geminati. L'estinzione in alcuni è parallela, nella massima parte invece inclinata e non uniforme su tutta la superficie ma ondulata. Dove essa è più uniforme e dove è possibile un'esatto riferimento all'allungamento ottenni, per $z : n_p$, angoli compresi tra 9° e 12°. Da questi aghetti emerge normalmente un'asse della indicatrice, non mi fu possibile però stabilire se si tratta della bisettrice ottusa o della normale ottica. Gli indici di rifrazione sono assai prossimi a 1,50. Da queste poche osservazioni, le uniche che potei eseguire, risulta che il minerale non è *thomsonite*, che è monoclino e che probabilmente appartiene al gruppo della stilbite. Naturalmente anche in queste sferule constatai che il nucleo era di *thomsonite*. Questa associazione spiega forse, almeno in parte, i risultati dell'analisi del Bechi.

In alcuni preparati, sopratutto nella parte centrale, si notano commiste al minerale, sostanze d'aspetto terroso che non poterono essere meglio identificate ed anche numerose inclusioni, alcune delle quali liquide a forma irregolare e talvolta con libella gasosa.

Le osservazioni ottiche furono eseguite in sezione sottile sopratutto sugli individui delle zone ialine e nei frammenti dei piccoli aggregati a lucentezza vitrea d'aspetto prehnitico.

Il primo fatto che colpisce nell'osservazione delle sezioni sottili è la forte doppia rifrazione affatto insolita alle zeoliti ed in assoluto contrasto con quella bassa della scolecite. In sezioni infatti, nelle quali la datolite mostra colori azzurro-verde e verde-giallo di 2° ordine (nessuna sezione è però parallela al piano degli assi ottici) le lamelle della zeolite mostrano già il bianco deciso con principio del giallo di 1° ordine.

Altra osservazione in contrasto colla scolecite si è la piccola differenza tra l'indice di rifrazione massimo del minerale

e quello del balsamo. Quando le lamine mostrano contorno regolare oppure traccie longitudinali di una sfaldatura perfetta l'estinzione avviene in modo costantemente parallelo a queste ciò che fa pensare che il minerale non sia monoclino come la scolecite ma sia rombico.

Il piano degli assi ottici è normale alla direzione di allungamento, e le lamine normali alla bisettrice acuta mostrano che l'angolo degli assi ottici non è molto grande e che la doppia rifrazione è positiva.

Sui frammenti ottenuti rompendo gli aggregati a lucentezza vitrea si osservò come il minerale sia dotato almeno di due sfaldature, una perfetta normale alla bisettrice ottusa, l'altra meno perfetta, ma pure facilissima, normale alla bisettrice acuta.

L'osservazione di queste lamine di sfaldatura mostra come vi sia notevolissima differenza tra il valore $n_m - n_p$ e quello $n_g - n_m$, cosicchè nello stesso preparato, mentre le lamine normali alla bisettrice acuta mostrano appena il grigio-bianco di 1° ordine, quelle normali alla bisettrice ottusa, presentano invece il giallo vivo. Ho tentato la misura dell'angolo apparente degli assi ottici sia coll'oculare a vite micrometrica come coll'oculare Czapsky munito di lente di Klein ed ottenni per luce media e come media di numerose misure, comprese tra $2\,E_a = 69°$ e $2\,E_a = 75°\,10'$,

$$2\,E_a = 72°$$

Per mezzo di liquidi ad indice di rifrazione determinato col refrattometro Pulfrich, immediatamente prima ed immediatamente dopo l'osservazione, ho potuto stabilire che gli indici di rifrazione sono compresi fra:

$$n = 1{,}514 \quad \text{ed} \quad n = 1{,}54$$

e che n_p e n_g sono assai prossimi il primo a: $n = 1{,}517$ ed il secondo a: $n = 1{,}538$; quanto ad n_m è si può dire, quasi insensibilmente superiore a 1,520. Mentre tutto quanto si è detto prima concorda perfettamente colle proprietà della *thomsonite*, questi valori approssimativi degli indici di rifrazione e il conseguente valore della doppia rifrazione differiscono grandemente da quelli determinati dal Des-Cloizeaux per luce rossa e riportati nei trattati di mineralogia per questo minerale, per esempio dal Lévy e Lacroix (Minéraux des roches), dall'Hintze, nelle tavole del Weinschenk ed in quelle del Rosenbusch:

$$n_p = 1{,}497 \quad n_m = 1{,}503 \quad n_g = 1{,}525$$

Anche nel valore 2 E_a vi ha notevole differenza. Tuttavia le osservazioni da me fatte sopra cristalli di *thomsonite* delle isole Färöer, del Somma, e di una località sconosciuta (probabilmente anch'essi del Somma) esistenti nel Museo di mineralogia dell'Università di Pavia, mi hanno dato risultati che perfettamente concordano coi miei, poichè in ogni caso ho trovato che gli indici di rifrazione sono superiori a: 1,514. Inoltre col refrattometro di Herbert Smith e per mezzo di un buon piano di sfaldatura ottenuto da un bel cristalletto della combinazione: {100} {010} {001} {110} e sul quale misurai come controllo: (110) : (100) = 44°54′ (teorico = 44° 48′ $\frac{1}{3}$) dell'esemplare di località sconosciuta, ottenni valori d'accordo coi miei e cioè per il potere rifrangente medio circa 1,525 (1). I miei dati concordano d'altronde col valore di 1,52 dato da Schroeder van der Kolk (2) per l'indice minimo della *thomsonite* e con determinazioni recenti eseguite dallo Scheit (3) il quale ottenne

$$n_p = 1,521 \quad n_m = 1,523 \quad n_g = 1,534.$$

Quanto alla doppia rifrazione numerosi confronti da me fatti nelle sezioni sottili tra la *datolite* e la *thomsonite* dimostrano che il valore 0,028 dato da Michel Lévy e Lacroix è troppo elevato e che il medesimo è sicuramente non superiore a 0,02. Da ciò si può concludere che anche per il potere rifrangente il nostro minerale corrisponde perfettamente alla *thomsonite*.

Determinai il peso specifico, sia cogli aggregati ordinari, sia con quelli distintamente cristallini, nel liquido di Thoulet ed ottenni differenze non trascurabili, cogli ultimi ottenni molto concordemente i seguenti valori:

$$P_s = 2,385 - 2,394 - 2,387\,;$$

(1) Questo apparecchio, dal quale non si possono pretendere valori esattissimi degli indici di rifrazione è però utilissimo perchè può dare anche nel caso di cristalli piccoli e poco perfetti una determinazione sufficientemente approssimata dal potere rifrangente medio. Tale è quella sopra riportata.

(2) C. SCHROEDER VAN DER KOLK, *Tabellen zur Mikroskopischen Bestimmung der Mineralien. Wiesbaden* (1906) p. 30.

(3) A. SCHEIT, *Eine regelmässige Verwachsung von Thomsonith und Natrolith.* Tschermk. Min. petr. Mittheil. Vol. 31 (1912) pag. 495.

cogli altri valori notevolmente diversi e cioè:

$$P_s = 2,277 - 2,256 - 2,296 .$$

I valori notevolmente più bassi delle seconde determinazioni sono forse dovuti, almeno in parte, alle inclusioni di cui dissi sopra, poichè non possono essere riferiti a differenze dei minerali, avendo l'osservazione ottica dimostrato l'identità dei medesimi.

Il Bechi ottenne 2,33 e 2,23.

I risultati dell'analisi del Bechi sone i seguenti:

$Si\,O_2$	46,65
$Al_2\,O_3$	25,82
$Ca\,O$	14,44
$Mg\,O$	0,11
$H_2\,O$	13,00
$Bo_2\,O_3$	traccie
	100,02

Con questi risultati l'Issel non poteva evidentemente determinare il minerale che come *scolecite*.

In seguito ai miei risultati sopra riferiti io volli ripetere l'analisi. Per questo scopo non potendo raccogliere materiale sufficiente colle sferette di tipo prehnitico, che certamente rappresentano il minerale più puro, dovetti valermi delle sferule maggiori; ebbi però cura di scegliere i frammenti lontani dal centro e lontani dalla periferia essendo questi, come lo dimostrò l'esame microscopico, presso che totalmente privi di impurità.

Feci dapprima una prova qualitativa attaccando il minerale con HCl, nel quale acido viene con grande facilità completamente scomposto. Svelai così la presenza della silice, dell'allumina, della calce e della soda (oltre quella dell'acqua). Nessuna traccia ottenni di magnesia, nè di anidride borica.

L'analisi spettroscopica del residuo ottenuto dopo aver separata la calce e scacciati i sali ammoniacali, mostrò oltre la linea del sodio vivissima e persistente, fuggevole e pallidissima anche quella del potassio, dimostrando così come questo elemento sia presente in tracce.

Feci due analisi quantitative l'una incompleta disaggregando con $Na_2\,CO_3$, l'altra completa attaccando con HCl. Determinai poi gli alcali anche col metodo di Lawrence Smith e l'acqua contemporaneamente sopra due porzioni ed a diverse temperature ottenendo come medie i seguenti valori:

In essicatore a temperatura ordinaria: 0,26 % — a 115°: 0,91 % — a 145°: 2,31 % — a 180°, 190°: 2,99 % — a 240°: 3,90 % — a 290°: 4,55 % — per arroventamento: 9,07 % — totale: 13,62 %.

Devo notare che trattando la polvere con HCl si osserva una leggera effervescenza che però cessa subito.

I risultati che così ebbi sono i seguenti:

	I	II
SiO_2	37,83	38,83
Al_2O_3	29,76	30,56
CaO	15,48	13,47
Na_2O con tracce di K_2O	—	4,52
H_2O tracce di CO_2	—	13,62
		101,00

Col metodo di Lawrence Smith ottenni $Na_2O = 5,03$ valore come si vede molto prossimo a quello sopra riportato. Questi risultati concordano molto bene colle migliori analisi della *thomsonite* e soprattutto con quelle del prof. Manasse (1) per la *thomsonite* di Montecatini, minerale che il Meneghini e il D'Achiardi tratti pur essi in errore da un'analisi del Bechi, descrissero come varietà magnesiaca di thomsonite col nome di *picrothomsonite*.

Le percentuali ottenute dal Manasse sono le seguenti:

	I	II	media
H_2O	13,53	13,65	13,59
SiO_2	36,65	37,14	36,90
Al_2O_3	31,74	30,98	31,36
CaO	14,25	14,72	14,48
MgO	0,29	0,37	0,33
Na_2O	3,88	3,74	3,81
K_2O	0,62	0,68	0,65
	101,96	101,28	101,12

Non rimane dunque più nessun dubbio che il minerale sia da ascriversi alla *thomsonite*.

(1) E. Manasse, *Contribuzioni alla mineralogia della Toscana*. Proc. verb. Soc. tosc. di scienze naturali (1906) pag. 16 dell' estratto). Qui si trovano le citazioni relative al Meneghini ed al D'Achiardi. Si veda pure: A. D'Achiardi, *Mineralogia della Toscana*. Vol. 2, pag. 215.

Laboratorio di mineralogia della R. Università di Pavia
Giugno 1914.

SOPRA UNA VARIETÀ CUBICA CON QUINDICI PUNTI DOPPI DELLO SPAZIO A CINQUE DIMENSIONI

Nota II[a] del prof. Emilio Veneroni

(*Adunanza del 25 giugno 1914*)

14. — I 15 piani π che sono in un iperpiano Π_r sono quelli i cui simboli non contengono l'indice r; così l'iperpiano Π_5, che contiene i 10 punti doppi D_{01} D_{02} D_{03} D_{04} D_{12} D_{13} D_{14} D_{23} D_{24} D_{34}, contiene i 15 piani π:

(12.34)	(02.34)	(01.34)	(01.24)	(01.23)
(13.24)	(03.24)	(03.14)	(02.14)	(02.13)
(14.23)	(04.23)	(04.13)	(04.12)	(03.12)

Dei 15 « *punti* P » di tale sezione dieci sono i punti E_{ik} ($i, k = 0, 1, \ldots 4$) situati nello spazio $\varepsilon_5 = \Delta\, \Pi_5$; i rimanenti sono i cinque punti R_{05} R_{15} R_{25} R_{35} R_{45}, in ognuno dei quali si incontrano i tre piani (cospaziali) delle terne soprascritte ordinatamente. I primi sono gli incontri di ε_5 colle congiungenti a due a due dei rimanenti, poichè i 15 punti sono i vertici di un sei-spazio di Π_5 del quale ε_5 è una faccia. Anzi *la retta* $R_{i5}\, R_{k5}$ ($i, k = 0, 1, 2, 3, 4$) *incontra* ε_5 *nel punto* E_{ik}. Difatti, ad esempio, le rette R_{15} D_{34}, R_{25} D_{34} contengono rispettivamente i punti D_{02}, D_{01} quindi la D_{01} D_{02} incontra la R_{15} R_{25} e poichè la prima contiene E_{12}, che è in ε_5, sarà per l'appunto E_{12} l'incontro voluto. Si può dunque affermare che *le rette* $D_{hi}\, D_{hk}$; $R_{hi}\, R_{hk}$ ($h, i, k = 0, 1, 2, 3, 4, 5$) *si incontrano nel punto* E_{ik} *di* Δ. Dal che segue, più generalmente, che *le rette* D_{hk} D_{rs}, R_{hk} R_{rs} ($h, k, r, s = 0, 1, 2, 3, 4, 5$) *s'incontrano in un punto di* Δ. Così poichè le D_{01} D_{02}, R_{01} R_{02} concorrono in E_{12}, e le D_{02} D_{23}, R_{02} R_{23} in E_{03}, e poichè D_{45} è a un tempo sulla D_{01} R_{23} e sulla D_{23} R_{01}, le due rette D_{01} D_{23}, R_{01} R_{23} sono complane e si incontrano in un punto della E_{03} E_{12} (e

quindi di Δ) intersezione dei due piani D_{01} D_{02} D_{23}, R_{01} R_{02} R_{23}. Chiamando dunque corrispondenti due punti R_{ik}, D_{ik} i cui simboli contengano gli stessi indici, seguirà che la configurazione dei punti D_{ik} e quella dei punti R_{ik} sono omologiche essendo Δ l'iperpiano di omologia. Sia O il centro di omologia: presi i tre punti D_{01} D_{23} D_{45}, sui lati del loro triangolo stanno (n. 12) i punti R_{01} R_{23} R_{45} che sono i corrispondenti di quelli nell'omologia: dunque il piano dei tre punti D_{01} D_{23} D_{45} passa per O; cioè *ogni piano che contenga tre punti doppi, le cui coppie di indici costituiscano una partizione in tre coppie dei sei numeri 0,...5 passa per O, contenendo i corrispondenti punti* R_{ik}: Otteniamo così 15 piani, che diremo « *piani* ω », passanti per O, ognuno dei quali, insieme a un piano α di Δ, che ne risulta determinato, porta alla costruzione della **V** da cui siamo partiti (n. 7). E difatti i 12 punti doppi, che non stanno su un piano ω prefissato, si distribuiscono in tre quaterne su tre piani π, incontrantisi a due a due nei tre punti E_{ik}, ai quali spettano le stesse coppie di indici dei tre punti D_{ik} situati su ω: questi tre punti determinano un piano α di Δ che è il richiesto: così i 12 punti doppi che non stanno nel piano D_{01} D_{23} D_{45} sono, a quattro a quattro, sui tre piani π

$$(23.45)\ ,\ (45.01)\ ,\ (01.23)$$

i quali si incontrano a coppie nei punti E_{01}, E_{23}, E_{45}: gli iperpiani conici $\mathbf{E}_{01}$, $\mathbf{E}_{23}$ contenendo rispettivamente i piani (45.01) (23.45) contengono il punto E_{45}, ed hanno in comune un S_3, il quale sega **V** nel piano (01.23) contato due volte e in un piano semplice che dovrà essere E_{01} E_{23} E_{45}. E questo è il voluto piano α.

15. — La ricordata costruzione, fatta mediante un piano ω e il piano α che ne risulta determinato, mostra, come si è visto, che gli iperpiani polari rispetto alla **V** di ogni punto di ω contengono α, e che la traccia d di Δ su ω è la polare armonica di O rispetto al triangolo dei punti doppi di **V** sito in ω, i cui lati danno la C^3 sezione di **V** con ω. Allora l'iperpiano polare di O rispetto alla **V**, dovendo contenere d ed α, è l'iperpiano Δ. E poichè i punti R_{ik} sono le proiezioni dei corrispondenti punti D_{ik}, fatte da O sulla **V**, la detta relazione di omologia fra le due configurazioni dei punti D_{ik} e dei punti R_{ik}, — omologia che ha per centro O, per iperpiano di punti

uniti Δ e per rapporto caratteristico — 2, — si poteva ricavare anche da un teorema generale del sig. *Segre* ([13]).

16. — I 15 punti R_{ik}, per la detta omologia, si distribuiscono a 10 a 10 su sei iperpiani $\mathbf{P}_h$ ($h = 0,1 \dots 5$) e l'iperpiano $\mathbf{P}_h$ conterrà quei 10 punti R_{ik} i cui simboli non contengono l'indice h. Si osservi ora che in uno degli iperpiani Π_i, per esempio in Π_5, le faccie del sei-spazio completo che ha per vertici i 15 « *punti* P » della V^3_3 sezione (cioè i 10 punti E_{ik} e i cinque punti R_{5h} ($i, k, h = 0, 1, \dots 4$)) sono lo spazio ε_5 e i cinque S_3 che congiungono a quattro a quattro i punti R_{5h} ora detto (n. 14); sono quindi le traccie su Π_5 dell' iperpiano Δ e dei cinque iperpiani $\mathbf{P}_h$ ($h = 0, 1, \dots 4$). Le sezioni di $\mathbf{V}$ con Δ e con Π_5 sono prospettive essendo centro di prospettiva quel punto, Q_5, — esterno a Π_5, (n. 1) — la cui quadrica polare contiene l'iperpiano Π_5, e poichè per la sezione di $\mathbf{V}$ con Δ il sei-spazio covariante anzidetto è costituito, oltre che da ε_5, dai cinque spazî $\varepsilon_0\ \varepsilon_1 \dots \varepsilon_4$, questi ultimi sono le proiezioni fatte da Q_5 su Δ dei cinque S_3 di Π_5 che congiungono a quattro a quattro i cinque punti R_{5h} ($h = 0, 1, \dots 4$). Ma gli spazî $\varepsilon_0\ \varepsilon_1 \dots \varepsilon_4$ stanno colle quaterne che si ottengono dai cinque punti R_{5h} tralasciando ordinatamente R_{50}, R_{51}, ..., R_{54}, rispettivamente negli iperpiani $\mathbf{P}_0\ \mathbf{P}_1 \dots \mathbf{P}_4$; (mentre i punti di una quaterna, per esempio della prima, *non* stanno in un S_4 con nessun altro degli spazî ε_i ($i = 1 \dots 4$), per esempio con ε_1, perchè l'S_4 di ε_1 e di R_{52} è $\mathbf{P}_1$ che *non* contiene R_{51}) onde gli S_4 che da Q_5 proiettano a coppie le faccie dei due sei-spazî anzidetti sono — oltre all'S_4 di Q_5 e di ε_5 — i cinque iperpiani $\mathbf{P}_0\ \mathbf{P}_1\ \mathbf{P}_2\ \mathbf{P}_3\ \mathbf{P}_4$, e Q_5 è il vertice dell'esaedro ($\mathbf{P}$), determinato dai sei iperpiani $\mathbf{P}_i$, opposto alla faccia $\mathbf{P}_5$; detto, dunque, Q_i il vertice dell'esaedro ($\mathbf{P}$) che si oppone alla faccia $\mathbf{P}_i$, *la quadrica polare di* Q_i *rispetto alla* $\mathbf{V}$ *contiene l'iperpiano* Π_i.

17. — Sul già considerato piano ω (n. 14), determinato dai punti $D_{01}\ D_{23}\ D_{45}$, gli iperpiani Π_i, $\mathbf{P}_h$ segnano a coppie i lati dei due triangoli $D_{01}\ D_{23}\ D_{45}$, $R_{01}\ R_{23}\ R_{45}$, passando per le rette $D_{23}\ D_{45}$, $D_{45}\ D_{01}$, $D_{01}\ D_{23}$; $R_{23}\ R_{45}$, $R_{45}\ R_{01}$, $R_{01}\ R_{23}$ ordinatamente le coppie di iperpiani $\Pi_0\ \Pi_1$, $\Pi_2\ \Pi_3$, $\Pi_4\ \Pi_5$; $\mathbf{P}_0$

([13]) Il teorema citato — che ne generalizza uno del Rosati — si trova in Rosati, *Sulle superficie di Veronese e di Steiner*. Atti R. Acc. delle Scienze. Torino, Vol. XXXV, 1899; ed è riportato nel trattato del Bertini, *Introduzione alla Geometria Proiettiva degli iperspazi*. Pisa, Spoerri 1907, pag. 340.

$\mathbf{P}_1$, $\mathbf{P}_2$ $\mathbf{P}_3$, $\mathbf{P}_4$ $\mathbf{P}_5$; ne segue che il punto D_{01} è separato armonicamente da O mediante l'S_1-spigolo $Q_0 Q_1$ dell'esaedro (**P**) e l'S_3-spigolo opposto. Dunque *i 15 punti* D_{ik} *sono i punti separati armonicamente da O mediante gli S_1-spigoli e gli S_3-spigoli rispettivamente opposti dell'esaedro* (**P**). In particolare i 10 punti D_{ik} che sono in Π_5 si otterranno colla costruzione precedente dai 10 spigoli $Q_i Q_k$ (i, k = 0, 1,... 4) dell'esaedro (**P**) che sono in $\mathbf{P}_5$, e dagli S_3-spigoli rispettivamente opposti che escono da Q_5. — Proiettando da Q_5 e poi segando con Π_5 — che non contiene Q_5 (cfr. n. 16 in fine e n. 1) — si vede che i 10 punti D_{ik} in Π_5 sono separati armonicamente dalla proiezione di O da Q_5 su Π_5 mediante gli S_1-spigoli e gli S_2-spigoli opposti del cinque-spazio determinato in Π_5 dalle traccie dei cinque iperpiani $\mathbf{P}_h$ (h = 0, 1,...4). Questa costruzione vale dunque per i 10 punti doppi di una V_3^3 di *Segre-Castelnuovo* generica, come è la sezione di **V** con Π_5, per la quale potrà farsi in sei modi differenti, partendo dai sei cinque-spazi, che si possono formare colle sei faccie del sei-spazio covariante, e da altrettanti punti che sono i corrispondenti vertici dell'esagono coniugato [14]. Pertanto la configurazione dei 15 punti D_{ik} in S_5 deve riguardarsi come l'estensione all'S_5 della configurazione dei 10 punti doppi di una V_3^3 di *Segre-Castelnuovo* in S_4.

18. — Poichè la quadrica polare di Q_i rispetto alla **V** contiene Π_i, i 10 punti di contatto di Δ con **V** si ottengono proiettando da un vertice Q_i qualunque dell'esaedro (**P**) su Δ i 10 punti D_{hk} che stanno nel corrispondente iperpiano Π_i; se C è uno di tali punti di contatto, per la costruzione del n. 17, la retta CO deve appoggiarsi ad uno degli S_2-spigoli di (**P**) che escono da Q_i ed all'S_2-spigolo opposto al primo; e ciò dovrà avverarsi, fissato un punto C, per ogni vertice Q_i. Dal ohe si ricava facilmente, avendo presente ancora la costruzione del n. 17, che la CO deve appoggiarsi a due S_2-faccie opposte dell'esaedro (**P**), essendo C ed O separati armonicamente da queste. Cosicchè *i 10 punti di contatto di* **V** *con* Δ *sono separati armonicamente da* O *mediante le 10 coppie di* S_2-*spigoli opposti dell'esaedro* (**P**).

La costruzione — che varrà per una V^3_3 di *Segre-Castelnuovo* generica — compie per la **V** quella del n. 17.

[14] *Castelnuovo* l. c. (4) n. 23, 24 pg. 563. L'ultima parte di questa asserzione si verifica subito sulla nota equazione esaedrica della V_3^3.

19. — *Esistono 10 iperpiani passanti per* O — che diremo iperpiani Ω — *contenenti ciascuno 9 punti* D_{ik} *e quindi i corrispondenti punti* R_{ik}. Le coppie di indici spettanti ai nove punti D_{ik} situati in un iperpiano Ω si hanno partendo in due terne i numeri 0,1,...5 e accoppiando ciascun numero della prima terna con ciascuno della seconda. Sono, così, in un iperpiano Ω i punti D_{03}, D_{13}, D_{23}, D_{04}, D_{14}, D_{24}, D_{05}, D_{15}, D_{25}.

Difatti lo spazio che congiunge i due piani ω su cui sono le terne D_{03} D_{14} D_{25}, D_{04} D_{15} D_{23}, i quali si incontrano in O, contiene i piani O D_{03} D_{15}, O D_{14} D_{23}, O D_{25} D_{04} e con essi (n. 14) i punti D_{24}, D_{05}, D_{13}. Esso non è dunque un S_3 (che conterebbe nove punti doppi di **V**) ma un S_4 al quale appartengono i nove punti indicati, e con essi i nove piani π, i cui simboli si ottengono combinando una coppia della terna 0, 1, 2, con una della terna 3, 4, 5, cioè i 9 piani π rappresentati dai simboli

(01.34) (01.35) (01.45) (02.34) (02.35) (02.45) (02.34) (12.35) (12.45)

All' S_4 appartengono così anche i punti E_{01}, E_{02}, E_{12}, E_{34}, E_{35}, E_{45}, per ognuno dei quali passano tre dei piani anzidetti posti nell' S_3 comune all' iperpiano Ω considerato e all' iperpiano conico tangente a **V** nel punto stesso. I nove piani si ottengono dunque, in Ω, come sezioni degli S_3 di due terne determinati su Ω dagli iperpiani conici $\mathbf{E}_{01}$ $\mathbf{E}_{02}$ $\mathbf{E}_{12}$, $\mathbf{E}_{34}$ $\mathbf{E}_{35}$ $\mathbf{E}_{45}$ [15].

I 10 iperpiani Ω e i 15 piani ω formano nella stella (O) la configurazione correlativa a quella dei 10 punti doppi e dei 15 piani di una V_3^3 di Segre-Castelnuovo. Difatti i 15 piani ω si possono distribuire in sei quintuple per modo che i piani di ognuna contengano una ed una sol volta i 15 punti D_{ik}: una di esse è per esempio quella formata dai piani ω contenente le terne

D_{01} D_{23} D_{45}; D_{02} D_{14} D_{35}; D_{03} D_{15} D_{24}; D_{04} D_{13} D_{25}; D_{05} D_{12} D_{43}

Considerando un iperpiano Ω — ad esempio quello corrispondente alle terne 012, 345 — esso è determinato dal terzo e

[15] La sezione di **V** con Ω è dunque la V^3_3 con 9 punti doppi e 9 piani che è studiata nelle opere citate del *Castelnuovo* e del *Segre*. La notazione adottata dal *Segre* (l. c. (2) n. 21 e segg.) coincide con la nostra riguardo ai punti doppi: pei nove piani si passa da questa a quella rappresentando un piano coi due indici mancanti nella quaterna che qui lo denota.

dal quarto piano della quintupla: analogamente per gli altri. Gli iperpiani Ω sono dunque quelli che congiungono a due a due i piani della quintupla medesima.

Gli stessi iperpiani Ω — uniti nella già detta omologia — contengono pure a 9 a 9 i punti R_{ik}, che, com'é noto, sono a tre a tre sui piani ω.

20. — Una facile discussione — che omettiamo — mostra che: *Esistono due gruppi di iperpiani che contengono otto punti* D_{ik}; sono: 1° i 15 iperpiani conici $\mathbf{E}_{ik}$; 2° i 90 iperpiani determinati, ciascuno, da un piano π e da due coppie, non complane, di punti D_{ik}, esterni a π, e allineati coi due punti E_{ik} che sono su π. Così è un iperpiano di quest'ultima specie quello determinato dal piano (01.23) e dalle due coppie di punti D_{04} D_{14}, D_{25} D_{35} rispettivamente allineati con E_{01}, E_{23}. La sezione di esso con **V** possiede 8 punti doppi e 5 piani che sono

(01.23) , (01.24) , (01.34) , (05.23) , (15.23)

Vi sono 15 iperpiani contenenti sette punti doppi, ognuno dei quali con un iperpiano conico $\mathbf{E}_{ik}$ *compie la quadrica polare di un punto* E_{ik} *e contiene tre piani, in un* S_3, *uscenti dal punto* R_{ik}. Così stanno in un iperpiano, che compie con $\mathbf{E}_{01}$ la quadrica polare di E_{01}, i sette punti D_{23} D_{24} D_{25} D_{34} D_{35} D_{45} D_{01}, coi tre piani (23.45), (24.35), (25.34) uscenti da R_{01}. La sezione di **V** con un tale iperpiano è un caso particolare della V_3^3 con 7 punti doppi del *Segre* ([16]).

21. — *Per ogni punto* D_{ik} *passano 12 piani* π; quelli i cui simboli contengono, *disgiunti*, l'indice i e l'indice k. *Per ogni punto* E_{ik} *passano 6 piani* π, quelli i cui simboli contengono, *accoppiati* l'indice i e l'indice k. *Se i simboli di due punti doppi hanno un indice comune, per la loro congiungente passano tre piani* π; *se non hanno indice comune, ne passan due soli.* Allora il cono sestico delle rette di **V** che escono da un suo punto doppio — per esempio da D_{01} — ha per traccia, sopra un S_4 non passante per D_{01}, una f^6_2 con 14 punti doppi e 12 rette, le sezioni dell'S_4 coi 12 piani π che passano per D_{01}. Dette D'_{ik}, E'_{01} le proiezioni sull'S_4 da D_{01} dei punti D_{ik}, E_{01}, otto dei punti doppi della f_2^6 sono i punti delle quattro coppie D'_{0i} D'_{1i} ($i = 2, 3, 4, 5$), poste su quattro rette uscenti da E'_{0i}; gli altri sei, dicendo omologhi i due punti D'_{0i}

([16]) l. c. ([2]) n. 15 e segg.

D'_{1i}, sono gli incontri della congiungente di due punti non omologhi delle due quaderne D'_{0i}, D'_{1i} e della congiungente dei loro omologhi. Essi sono i sei punti D'_{rs} $(r, s = 2,...5)$, e sono nell' S_3 proiezione da D_{01} dello spazio in cui sono i sei punti D_{rs} $(r, s = 2,...5)$ allineati a coppie con R_{01}; esso è l'S_3 polare di E'_{01} rispetto alla quadrica in l' S_4 è segato dal cono osculatore in D_{01} a **V**, cosicchè le due quaderne D'_{0i} D'_{1i} si corrispondono nella omologia armonica di centro E'_{01} che ha per spazio di punto uniti l'anzidetto S_3. La $f_2{}^6$ è sezione della quadrica con un cono cubico con quattro generatrici doppie, di vertice E'_{01}, tangente alla quadrica nei sei punti D'_{rs} anzidetti etc. ([17]).

22. Se due piani π si incontrano lungo una retta questa congiunge due punti D_{ik}, onde (n. 21) *un piano π ne incontra in rette altri 10*. Se i due piani π hanno un solo punto comune, questo è un punto D_{ik} oppure un punto E_{ik}, onde *un piano π ne incontra altri sei, solo in ciascun dei quattro punti* D_{ik} *che stanno sul piano π, ne incontra un altro, solo in ciascuno dei due punti* E_{ik} *che stanno sul piano. Quindi un piano π non incontra altri otto piani π.* Se due piani π non si incontrano, i loro simboli hanno due e due soli indici comuni i quali sono *accoppiati* nell' uno e *disgiunti* nell' altro. Così il piano (01.23) è sghembo agli otto piani

(04.15) (05.14) (24.35) (25.34)
(02.45) (03.45) (12.45) (13.45)

([17]) La $f_2{}^6$, proiettata su un S_3 dell' S_4 da un punto generico o particolare dell'S_4, dà luogo a casi notevoli di superficie del 6°, 5°, 4° ordine con un numero finito di rette e di punti doppi ed altre eventuali singolarità. La stessa $f_2{}^6$ è immagine — nel modo consueto — di una congruenza di rette del 3° grado immersa in un complesso lineare non speciale, dotata di 14 raggi doppi e di 12 fasci. Per costruirne la configurazione, si determinino quattro coppie dirette a,a'; b,b'; c,c', d,d' coniugate rispetto e un prefissato complesso lineare non speciale **A**, per modo che le due rette di ogni coppia siano distinte e quindi non incidenti, e le a', b', c', d' incontrino invece le rette delle terne bcd, cda, dab, abc ordinatamente, determinazione questa che si fa agevolmente. I 12 fasci sono quelli delle 6 coppie; ab', $a'b$, ac', $a'c$, ad', $a'd$; bc', $b'c$; bd', $b'd$; $c'd$, $c'd$.

I due fasci di ciascuna delle coppie hanno in comune una retta, e le quattordici rette doppie della congruenza sono per l'appunto le otto rette date e le sei rette comuni ai fasci delle 6 coppie. I 12 fasci appartengono a un complesso lineare **A'** involutorio al complesso lineare considerato **A**.

23. — Un piano α contiene tre punti E_{ik} corrispondenti a una partizione in tre coppie dei numeri 0,1,...5 (n. 14), e si potrà rappresentare mediante queste tre coppie di numeri; così il simbolo

$$(01.23.45)$$

può rappresentare il piano α che contiene i tre punti E_{01} E_{23} E_{45}. *Un piano* α *incontra lungo una retta* (congiungente due dei tre punti E_{ik} che gli appartengono) *tre piani* π; *e incontra in ciascuno dei tre punti* E_{ik} *altri quattro piani* π. I simboli di questi 15 piani π hanno in comune due o una coppia col simbolo di α. Fuori di detti punti E_{ik} *il piano* α *incontra ancora sei piani* π. I simboli di questi si ottengono dal simbolo di α considerandone due coppie e scambiando un indice dell'una con uno dell'altra. Così il piano α sovraindicato incontra il piano (02.13) nel coniugato armonico di R_{45} rispetto ai punti D_{03} D_{12}: infatti la retta E_{01} E_{23} del piano (01.23) incontra nel punto indicato la retta D_{03} D_{12}, e il punto è dunque comune al piano α che contiene la prima retta e al piano (02.13) che contiene la seconda. Infine *un piano* α *non incontra* 24 *piani* π. Il simbolo di uno di questi contiene *disgiunti* gli indici di una coppia del simbolo di α: gli altri due indici appartengono uno alla seconda, l'altro alla terza coppia del simbolo di α. Così il piano α sopraindicato *non* incontra ad esempio il piano (02.14).

24. — Fissati due piani π che non si taglino, per esempio i piani

$$\pi' \equiv (01.23) \ , \ \pi'' \equiv (03.45)$$

un S_3 per uno di essi sega ulteriormente **V** in una quadrica, e l'altro piano in un punto di questa dal quale escono due generatrici della quadrica. Pertanto le rette di **V** che incontrano i due piani stabiliscono fra i punti di questi una corrispondenza [22], quando s'intendano omologhe le traccie sui due piani di una stessa retta di **V**; l'S_3 tangente a **V** lungo π'', che contiene π'' e il piano $\alpha \equiv (03.12.45)$, incontra π' (n. 23) nel punto R' separato armonicamente da R_{45} mediante D_{02}, D_{13}; gli S_4 per esso toccano **V** lungo le coniche c'' circoscritte al quadrangolo dei punti doppi su π'', mentre le loro traccie su π' sono le rette del fascio (R') il quale risulta così proiettivamente riferito al fascio di coniche (c''). Similmente, l'S_3 tangente a **V** lungo π', che contiene π' e il piano $\alpha \equiv (01.23.45)$ sega π'' nel punto E_{45}; gli S_4 per esso toccano **V** lungo le coniche c' circoscritte al quadrangolo dei punti doppi su π', mentre le loro

traccie su π'' sono le rette del fascio (E_{45}), il quale risulta così proiettivamente riferito al fascio di coniche (c'). — E due punti M', M'' di π', π'' sono omologhi nella stabilita corrispondenza [22] quando alla conica c' e alla retta del fascio (R') che passano per M', corrispondano, nelle proiettività ora determinate, la retta del fascio (E_{45}) e la conica c'' che passano per M''. La corrispondenza [22] fra π' e π'' si traduce dunque nella corrispondenza biunivoca fra i gruppi delle due involuzioni I_2^2 fissate, su π' e π'', dai fasci di coniche e dai fasci di rette dati, che è stabilita dalle ricordate proiettività.

25. — Similmente, le rette di **V** che si appoggiano a un piano π e a un piano α non incontrantisi, per esempio ai piani

$$\pi' \equiv (01.23) \quad \alpha'' \equiv (02.14.35)$$

stabiliscono fra i punti di π' e di α'' una corrispondenza [22] quando si ritengano omologhi gli incontri dei due piani con una stessa retta di **V**. L'S_3 tangente a **V** lungo π' contiene π' e il piano (01.23.45), e incontra α'' in un punto S'' che, per essere comune a due piani α non cospaziali, è uno dei quattro punti di contatto di A con **V**, che sono su α''. Gli S_4 per tale S_3 toccano **V** lungo le coniche c' circoscritte al quadrangolo dei punti doppi su π', e segano α'' nelle rette del fascio (S''), che risulta così proiettivamente riferito al fascio di coniche (c'), Invece, poichè su α'' non sono punti doppi di **V**, ogni S_3 per α'' tocca **V** lungo una conica c'' della rete $[c'']$ che ammette per triangolo autoconiugato il triangolo E_{02} E_{14} E_{35}, la quale è così riferita proiettivamente ai punti di π', pensati come traccie di S_3 per α''. Due punti M', M'' di π', α'' sono omologhi nella detta corrispondenza [22], quando la conica c'' corrispondente al punto M' di π', passi per M'', e insieme la conica c', corrispondente al raggio S''M'' di α'', passi per M'.

26. — Le corrispondenze [22] accennate nei numeri precedenti rientrano, come casi particolari, nella corrispondenza [22] che sopra due piani sghembi μ', μ'' appartenenti semplicemente a una varietà cubica Γ dell'S_5, del resto generale, è determinata dalle rette di Γ che si appoggiano a μ', μ''; nè sarà inutile una breve digressione in proposito. *La varietà cubica Γ non ha in generale punti doppi, ma è tuttavia razionale*, potendosi agevolmente rappresentare punto a punto su un S_4 che non contenga nè μ' nè μ'', facendo uso del 4-Complesso di 1° ordine delle rette che si appoggiano a μ' e a μ''. — Ogni S_3

per μ' (o μ'') incontra μ'' (μ') in un punto M″ (M′) e tocca Γ lungo una conica c' (c'') che al variare di M″ su μ'' (di M′ su μ') varia generalmente in una rete $[c']$ di μ' ($[c'']$ di μ'') che risulta così riferita proiettivamente ai punti M″ di μ'' (M′ di μ'). Due punti M′, M″ di μ', μ'' sono gli incontri di questi piani con una retta di **V**, cioè sono omologhi nella anzidetta corrispondenza [22] quando la conica c'' corrispondente al punto M′ contenga M″, e insieme la conica c' corrispondente al punto M″ contenga M′. Se ora — come già al n. 7 — si considera il fascio delle omografie dell' S_5 in sè che ammettono μ' e μ'' come piani di punti uniti, e con le omografie del fascio si trasforma Γ, si otterrà un fascio di varietà cubiche (Γ), completamente determinato dalle due varietà Γ' e Γ'', con piano doppio μ' o μ'', costituite dai coni che dai punti di μ' o di μ'' proiettano le coniche corrispondenti delle reti $[c'']$ o $[c']$. Due varietà del fascio — diverse da Γ', Γ'' — sono proiettivamente identiche. La base del fascio è costituita dalle rette che congiungono coppie di punti omologhi nella predetta corrispondenza [22] fra i piani μ', μ''. *Queste riempiono dunque una varietà $\gamma_3{}^9$ base del fascio di varietà cubiche (Γ).* Il risultato si può anche invertire: fissate cioè in due piani sghembi μ', μ'' di S_5 due reti $[c']$, $[c'']$ di coniche, e riferitele proiettivamente ai punti M″ di μ'', M′ di μ', si considerino come omologhi due punti M′, M″ di μ' e μ'' quando la conica corrispondente a ciascuno contenga l' altro: le congiungenti coppie di punti omologhi nella corrispondenza [22] che viene così a determinarsi fra i due piani μ', μ'' riempiono una $\gamma_3{}^9$ base di un fascio di varietà cubiche (Γ). Basterà osservare che questo fascio risulta completamente determinato dalle varietà cubiche, con piano doppio, Γ', Γ'' ottenute nel modo su esposto ([18]). Dal fatto che le Γ del fascio — fuori di

([18]) Sulla corrispondenza [22] fra piani qui ottenuta notiamo ancora che: *Il luogo delle coppie di punti di μ' (o di μ'') corrispondenti ai punti di una retta m'' di μ'' (m' di μ'), è una curva del 5^0 ordine di μ', (di μ'') che si può ottenere come luogo delle coppie di punti comuni alle coniche di un fascio e alle rette di un inviluppo di 2 classe riferito proiettivamente al fascio.* Difatti i fasci di coniche c'' che hanno un punto base variabile su m'' formano nella rete $[c'']$ un tal sistema ∞' che ogni c'' appartiene a due fasci del sistema; per cui le rette che a quei fasci corrispondono su μ' nella fissata proiettività appartengono a un inviluppo di 2^a classe; e la coppia di punti di μ' omologhi a un punto M″ variabile su m'' si otterrà come sezione di una

Γ', Γ'' — sono proiettivamente identiche si ha che *se una* Γ *diversa da* Γ', Γ'' *ammette un punto doppio esterno ai piani* μ', μ'', *tutte le* Γ *hanno un punto doppio variabile su una retta che incontra* μ' *e* μ''. Se il punto doppio della Γ stessa è su μ' o μ'', esso è doppio per tutte le del Γ fascio.

27. — Le cose dette si applicano — con evidenti e facili modificazioni — alle corrispondenze [22] dei n. 24 e 25, le quali permettono così di ottenere, in due altre maniere, la **V** come varietà generica di un fascio. L'esame minuto di quelle corrispondenze, dei loro elementi eccezionali, del modo con cui variano i punti doppi (fuori di π' e π'') della varietà, al variare di questa nel fascio, si può eseguire completamente con quanto si è detto.

28. — La costruzione della **V** data al n. 7 permette di determinarne l'equazione in alcune forme ridotte. I piani α

---

retta dell' inviluppo e della conica c' che su μ' corrisponde a M'', la quale varia in un fascio, al variare di M'' su m''. *I quattro punti base di questo fascio sono anzi doppi per la detta curva del 5° ordine*, come la sua generazione dimostra. Segue anche da ciò che *Sulla retta* m'' *di* μ' *(*m' *di* μ'*) stanno quattro coppie di punti congiunti, omologhi cioè a un medesimo punto di* μ' (di μ''). Estendendo una nota denominazione relativa alle involuzioni nel piano, potremo dire che *la trasformazione simmetrica* [22] *congiunta alla data in ciascuno dei due piani è della 4ª classe.* Per le corrispondenze particolari dei n. 24, 25 le cose esposte devono essere opportunamente modificate. Ad esempio, nella corrispondenza del n. 24, la trasfomazione congiunta su *ciascuno* dei due piani diviene una involuzione del 2° ordine e di classe zero (di Jonquières), cosicchè la corrispondenza si può costruire nel primo dei modi notati dal Baldus per quelle trasformazioni [m_1 m_2] fra piani che si posson ridurre a prodotti di corrispondenze razionali e birazionali. Vedasi R. Baldus, *Zur theorie der gegenseitig mehrdeutigen algebraischen Ebenen transformationen*, Math. Ann. LXXII, 1912, pag. 32 e segg., anche per le notizie sui pochi lavori precedenti; per questo vedansi anche le due note di G. Marletta sulle trasformazioni quadratiche e cubiche [22] fra piani in *Rend. Circ. Mat. T. XVII*, Palermo, 1903. Osserviamo ancora che una nota del compianto prof. Pieri, (*Sul complesso cubico di rette che contiene una stella e un piano rigato.* Atti dell' Acc. Gioenia, Catania Sª. 4ª Vª. XV. 1902) se non riguarda direttamente la Γ di cui qui si tratta, ne studia, dal punto di vista della geometria della retta, la intersezione con una quadrica passante per i due piani di Γ, e specialmente la rappresentazione di tale intersezione sui punti di un S_3.

ed ω là usati siano le due faccie opposte $A_0A_1A_2$, $A_3A_4A_5$ dell'esaedro di riferimento in S_5: i lati del triangolo $A_0A_1A_2$ siano le tre rette doppie della rete di coniche in α; nel piano ω siano $A_3A_4A_5$ i tre punti doppi di V: come proiezione da $A_0A_1A_2$ su $A_3A_4A_5$ del punto unità, si assuma il centro di omologia O fra il triangolo $A_3A_4A_5$, e il triangolo, in esso iscritto, i cui vertici corrispondono alle tre rette doppie anzidette nella proiettività da stabilirsi fra i punti di ω e la rete di coniche. Questa su α sarà la

$$\lambda x_0^2 + \mu x_1^2 + \nu x_2^2 = 0$$

la quale sarà allora riferita ai punti di ω in modo che alle tre coniche

$$x_0^2 = 0, \quad x_1^2 = 0, \quad x_2^2 = 0$$

corrispondano i tre punti (000011), (000101), (000110) del piano ω. Supponendo inoltre — com'è sempre possibile — che la conica corrispondente ad O sia la

$$x_0^2 + x_1^2 + x_2^2 = 0$$

al punto $(000x'_3x'_4x'_5)$ di ω corrisponderà in α la conica avente ivi l'equazione

$$(-x'_3 + x'_4 + x'_5)x_0^2 + (x'_3 - x'_4 + x'_5)x_1^2 + (x'_3 + x'_4 - x'_5)x_2 = 0$$

cosicchè l'equazione della varietà V_1, costituita dai coni che dai punti di ω proiettano le corrispondenti coniche di α, sarà la

$$(-x_3 + x_4 + x_5)x_0^2 + (x_3 - x_4 + x_5)x_1^2 + (x_3 + x_4 - x_5)x_2^2 = 0$$

e poichè quella della varietà V_0 (n. 7) è

$$x_3 x_4 x_5 = 0$$

sarà

$$(1) \quad (-x_3 + x_4 + x_5)x_0^2 + (x_3 - x_4 + x_5)x_1^2 + (x_3 + x_4 - x_5)x_2^2 + \lambda x_3 x_4 x_5 = 0$$

l'equazione della $V \equiv V_1 + \lambda V_0$.

La (1) mostra che la V, oltre ai tre punti doppi A_3, A_4, A_5, possiede dodici punti doppi che hanno le coordinate

$$(2) \quad \begin{array}{cccccc} 0, & \pm\sqrt{-\frac{\lambda}{2}}, & \pm\sqrt{-\frac{\lambda}{2}}, & 0, & 1, & 1 \\ \pm\sqrt{-\frac{\lambda}{2}}, & 0, & \pm\sqrt{-\frac{\lambda}{2}}, & 1, & 0, & 1 \\ \pm\sqrt{-\frac{\lambda}{2}}, & \pm\sqrt{-\frac{\lambda}{2}}, & 0, & 1, & 1, & 0 \end{array}$$

i segni dei radicali di ciascuna sestupla potendosi combinare a piacere. I 15 punti doppi si dispongono, a 10 a 10, nei sei iperpiani Π_i

$$(3)\qquad x_0 \mp \sqrt{-\frac{\lambda}{2}}\, x_3 = 0\,, x_1 \mp \sqrt{-\frac{\lambda}{2}}\, x_4 = 0\,, x_2 \mp \sqrt{-\frac{\lambda}{2}}\, x_5 = 0$$

la qual verifica inverte, come si disse, il risultato del n. 8.

L' iperpiano decatangente $\varDelta$ che proietta da $A_0 A_1 A_2$ l'asse d' omologia dei due triangoli su ω, è l' iperpiano

$$x_3 + x_4 + x_5 = 0$$

cosicchè i sei iperpiani P_i, trasformati dei Π_i nella omologia nota di centro O e iperpiano di punti uniti $\varDelta$, sono rappresentati dalle

$$(4)\qquad \begin{aligned} x_0 \pm \sqrt{-\frac{\lambda}{8}}\,(-x_3 + x_4 + x_5) = 0 \\ x_1 \pm \sqrt{-\frac{\lambda}{8}}\,(x_3 - x_4 + x_5) = 0 \\ x_2 \pm \sqrt{-\frac{\lambda}{8}}\,(x_3 + x_4 - x_5) = 0 \end{aligned}$$

Le (2) (3) (4) permettono di vedere come variino i punti doppi, e gli iperpiani Π_i, P_i al variare della **V** nel fascio.

29. — Poichè le **V** del fascio sono proiettivamente identiche, a rappresentarne una sola, fissiamo per λ il valore -8, con che le (1) (2) (3) (4) si mutano nelle

$$(1)' \quad (-x_3+x_4+x_5)\,x_0^2+(x_3-x_4+x_5)\,x_1^0+(x_3+x_4-x_5)\,x_2^2-8\,x_3x_4x_5=0$$

$$(2)' \quad 0, \pm 2, \pm 2, 0, 1, 1\ ;\ \pm 2, 0, \pm 2, 1, 0, 1\ ;\ \pm 2, \pm 2, 0, 1, 1, 0$$

$$(3)' \qquad x_0 \mp 2\,x_3 = 0 \qquad x_1 \mp 2\,x_4 = 0 \qquad x_2 \mp 2\,x_5 = 0$$

$$(4)' \quad x_0 \pm (-x_3+x_4+x_5) = 0,\ x_1 \pm (x_3-x_4+x_5) = 0,\ x_2 \pm (x_3+x_4-x_5) = 0$$

Se si assume allora come esaedro fondamentale quello degli iperpiani P_i e il punto O per punto unità, la **V** acquista l'equazione semplicissima

$$(5)\qquad \left(\sum_{r=0}^{5} y_r\right)^3 - 4\sum_{r=0}^{5} y_r^3 = 0$$

e i quindici punti doppi hanno nel nuovo sistema quattro coordinate uguali a $+1$, le rimanenti a -1. Si può quindi intendere che il punto D_{ik} sia quello per cui le coordinate uguali

a − 1 siano y_i, y_k. L'iperpiano decatangente è, in questo sistema, l'iperpiano unità

$$\sum_{r=0}^{5} y_r = 0$$

e i 10 punti di contatto di esso colla **V** hanno tre coordinate uguali a + 1, le rimanenti a − 1. I poli di Δ rispetto alla **V** sono — oltre ai 10 punti di contatto e al punto O − i sei punti di cui cinque coordinate sono uguali a + 1, la sesta a − 1. Cosicchè il punto O e i 15 punti doppi da una parte, e i rimanenti 16 poli dell'iperpiano Δ costituiscono i due gruppi (B_{16}) (C_{16}) in S_5 già studiati dal prof. *Veronese* (19).

(19) Cfr. G. VERONESE, *Interprétations géometriques de la théorie des substitutions de* n *lettres, particulièrement pour* n = 3, 4, 5, 6, *en relation avec le groupes de l'Hexagramme mystique.* Annali di Matem. S.ª II, T°. XI, 1882-83, pg. 193. È da osservarsi che la stessa (5), estendendosi le somme da *0* a *3*, anzichè da *0* a *5*, diviene l'equazione di una superficie cubica con 4 punti doppi dello spazio ordinario; i 4 punti doppi hanno tre coordinate uguali a + 1, l'altra a − 1; il piano tritangente è $\sum_0^3 y_r = 0$; i suoi tre punti di contatto hanno due coordinate uguali a + 1 e due uguali a − 1; i suoi poli rispetto alla superficie sono questi tre punti e il punto unità, che danno così un tetraedro il quale insieme col tetraedro dei 4 punti doppi forma la figura dei due tetraedri (B), (C) del Sig. *Veronese* (Mem. cit. pg. 159): essi hanno colla superficie cubica relazioni analoghe a quelle che i gruppi (B_{16}) (C_{16}) hanno colla **V**. La stessa (5), estendendosi le somme da 0 a 4, aggiuntavi la condizione $\sum_{r=0}^{4} y_r = 0$, si riduce alla equazione pentaedrica della stessa superficie: per questa forma e per la precedente vedasi ad es. RODENBERG, *Zur Klassification der Flächen dritter Ordnung* n. 51, in Math. Ann. XIV, 1879. Ancora la (5), estendendovi la somma da 0 a $2n+1$, rappresenta una varietà cubica V^3_{2n} di un S_{2n+1}, con $\binom{2n+2}{n}$ punti doppi nei punti di cui *n* coordinate sono uguali a − 1, le rimanenti a + 1, la quale è toccata dall'S_{2n} unità di quell'S_{2n+1} in $\frac{1}{2}\binom{2n+2}{n+1}$ punti di cui n + 1 coordinate sono uguali a + 1, le rimanenti a − 1, che saranno altrettanti punti doppi per la V^3_{2n-1}, sezione con quell'S_{2n}. I gruppi dei punti doppi delle V^3_{2n}, V^3_{2n-1} hanno legami analoghi a quelli qui notati colle configurazioni del Sig. *Veronese* (Mem. cit. p. 123 e segg.).

I sei iperpiani Π_i sono ora rappresentati dalla

$$(6) \qquad -2\, y_i + \sum_{r=0}^{5} y_r = 0 \qquad (i = 0, 1, 2, 3, 4, 5)$$

i 10 iperpiani Ω, e i 45 piani π rispettivamente dalle

$$y_i + y_h + y_k = y_l + y_m + y_n$$

$$y_i + y_j = y_h + y_k = y_m - y_n = 0$$

dove $i\ h\ k$, $l\ m\ n$; $i\ j$, $k\ k$, $m\ n$ sono due partizioni, in tre coppie e in due terne rispettivamente, dei sei numeri 0, 1, ... 5. Etc. Infine assumendo come esaedro fondamentale quello dei sei iperpiani Π_i e ancora O come punto unità, l' equazione della **V** assume l' aspetto

$$(7) \qquad \left(\sum_{r=0}^{5} z_r\right)^3 - 6 \sum_{r=0}^{5} z_r \sum_{r=0}^{5} z^2{}_r + 8 \sum_{r=0}^{5} z^3{}_r = 0$$

e i 15 punti doppi hanno tutte le coordinate nulle, tranne due fra loro uguali. — La stessa (7), estendendo le somme da 0 a 4, rappresenta la sezione di **V** coll' iperpiano Π_5; è dunque una equazione simmetrica della $V^3{}_3$ di *Segre-Castelnuovo* in sole cinque coordinate omogenee.

NOTE DI PETROGRAFIA LIBICA

I. Monchiquite di Kaf Batús

per

il M. E. Ettore Artini

(Adunanza del 25 giugno 1914)

In una nota di recente pubblicazione (1) ho riferito in forma affatto preliminare i risultati dell'esame petrografico di numerose rocce eruttive libiche, raccolte e affidatemi per lo studio dal cav. I. Sanfilippo. Frutto di tali ricerche era la constatazione della diffusione grande della nefelina nelle rocce eruttive della Libia, rocce le quali per grandissima parte sono da considerare come derivanti da magmi foyaitico-theralitici. Questo concorda del resto con le poche vecchie osservazioni dei petrografi tedeschi e con le pochissime recenti dei francesi, tra i quali ricorderò solo il Gentil (2).

Mentre stavo completando le mie ricerche sulle rocce della spedizione Sanfilippo-Sforza, il prof. C. F. Parona, presidente della Commissione governativa per lo studio agrologico della Libia, ebbe la cortesia di offrirmi in esame anche i non pochi esemplari di rocce eruttive raccolti nella regione fin qui esplorata dalla Commissione. Naturalmente accettai con molto piacere la gentile offerta, che mi permetteva di completare i miei studî con un nuovo e ricco materiale; e oggi sono ben lieto di poter qui attestare la mia riconoscenza per la prova di fiducia e di benevolenza fornitami dall'illustre amico prof. Parona e dai suoi egregi colleghi.

(1) E. Artini, *Sulla diffusione delle rocce a nefelina nella Libia.* Rendic. R. Acc. dei Lincei; seduta del 4-1-1914.

(2) Cfr. L. Pervinquière, *Géologie du Sud Tunisien, et de la Tripolitaine.* — Bull. Soc. Géol. de France. XII. 1912, pag. 190.

Dall'esame sommario del materiale raccolto dal prof. Parona risultano confermate interamente le conclusioni esposte nella mia prima nota: benchè non manchino i rappresentanti effusivi dei magmi granitico-dioritici, questi sono in assoluta minoranza, e si riducono ad un basalto feldspatico e due andesiti, mentre sono frequenti i basalti nefelinici, e abbondano sopra tutto le fonoliti ad egirina, tra le quali parecchie presentano un evidente carattere nefelinitoide.

I risultati delle mie ricerche, necessariamente lunghe, sopra tutto per il tempo che richiedono le analisi chimiche indispensabili dei tipi principali, saranno da me esposti successivamente in una serie di note che mi riservo di presentare di mano in mano a questo Istituto. E per ben cominciare credo opportuno di porre in testa alla serie la descrizione di una roccia raccolta dal prof. Parona, di tipo assolutamente nuovo per la regione. Si tratta di una roccia filoniana, che nessuno dei precedenti osservatori ebbe a notare; essa forma un sottile dicco (1-2 m. di potenza) che traversa normalmente i banchi quasi orizzontali della serie triasica al Kaf Batús 1), a S. E. di Azizía. La stessa roccia, anche da me riconosciuta identica sul campione, fu pure dal Parona rinvenuta erratica nella grande conoide di Bugheilan, ciò che fa ritenere ch'essa si ritrovi in qualche altra località nel Gebel. Altro affioramento, ma profondissimamente alterato, fu osservato, sempre dal Parona, in altra collina pregarianica, ad occidente della strada fra Azizía e Bugheilan.

Macroscopicamente la roccia, grigio nerastra, ha aspetto basaltico, ed evidentissima struttura porfirica; vi si riconoscono subito numerosi grossi interclusi di orneblenda, dalle brillanti facce di sfaldatura, e meno abbondanti ma evidentissime macchiette gialle, date da carbonati pseudomorfi di olivina. Salvo l'alterazione, abbastanza evidente, specie per i prodotti di ossidazione del ferro che infiltrano tutta la massa, l'abito macroscopico e microscopico è in certo modo intermedio tra quello ben noto dei basalti ad orneblenda del Rhön o del Westerwald, e quello delle tipiche monchiquiti del Mittelgebirge boemo. Ma la giacitura eminentemente filoniana, la composizione mineralogica, e in modo particolare la presenza nella pasta fondamentale di molta orneblenda barkewikitica e di abbondante vetro più o meno alterato, accanto al feldspato

(1) KAF vale *monte*, o *collina*.

plagioclasico, in uno ai risultati dell'analisi chimica, mi conducono a definire la roccia in questione come una *monchiquite camptonitica ad augite ed orneblenda*, cioè come un tipico lamprofiro theralitico.

L'*augite* è presente in notevole abbondanza, ed è anzi forse il minerale prevalente, sia tra le segregazioni porfiriche, sia nei piccoli individui della pasta fondamentale.

I cristalli interclusi, nitidamente idiomorfi, in forma di prismi tozzi, presentano molto evidente la caratteristica sfaldatura prismatica; non rara, ma neppur frequentissima, vi è la geminazione secondo {100}. La tinta è di solito il bruno violaceo caratteristico delle augiti titanifere; tale colorazione violacea è sempre più evidente nelle zone periferiche, di più recente formazione; talora anzi, benchè raramente, e solo in pochi grossi cristalli, si osserva un nucleo interno più antico di colore verdastro.

Otticamente, come di regola in questo tipo di pirosseno, si ha una forte dispersione delle bisettrici, che si estrinseca con estinzioni incomplete ed incerte a luce bianca. Frequentissima vi è pure una struttura zonare, con chiaro accenno ad una divisione in settori, a clessidra, tra nicols incrociati. I settori {$\bar{1}$11} presentano una inclinazione di estinzione poco diversa da quella del nucleo centrale, talora di 1°-2° più forte, talora di altrettanto più bassa; hanno invece una birifrazione sensibilmente più viva. I settori {100} all'incontro differiscono dal nucleo centrale per una più intensa colorazione violacea, una birifrazione alquanto minore, e un valore assai più elevato dell'angolo $\mathfrak{c} : c$; anche la dispersione delle bisettrici vi è assai più evidente. I valori da me osservati su varie sezioni prossime a {010} sono, in media, i seguenti:

	Nucleo centrale	Settori {100}
$\mathfrak{c} : c$ (ϱ) =	49°	61°
(Na)	50°	63°
(v)	51°	66°

Quando esista un nucleo centrale verde, la birifrazione vi è alquanto più bassa, ma l'angolo $\mathfrak{c} : c$ vi è tutt'altro che piccolo: anzi piuttosto egirinaugitico che augitico normale.

Gli individui della pasta fondamentale, naturalmente assai più piccoli, ma in generale ben formati, non differiscono di molto, otticamente, dai maggiori cristalli delle segregazioni; e spessissimo, malgrado le piccole dimensioni, vi è nettamente

riconoscibile una struttura zonare con divisione in settori, a clessidra, come in quelli. La colorazione di questi piccoli individui della pasta è normalmente bruno violacea, e perfettamente simile a quella della zona più esterna delle segregazioni porfiriche.

Scarse sono, di regola, le inclusioni; i più grossi cristalli augitici si distinguono anzi per la relativa purezza; frequenti specialmente granuli di ossidi di ferro e piccole porzioni di sostanza vitrea; più rare le facule di orneblenda bruna.

Anche l'*orneblenda* si trova sia tra le segregazioni porfiriche, sia tra i più piccoli individui della pasta, ed è quasi altrettanto abbondante quanto l'augite. Si tratta di una varietà bruna, di tipo evidentemente barkewikitico; gli interclusi, abbastanza grossi e, come fu detto in principio, perfettamente riconoscibili ad occhio nudo sul campione di roccia, presentano un notevole grado di idiomorfismo; non raramente sono geminati secondo {100}. Quasi costante vi è una struttura zonare: per lo più si nota un nucleo bruno scuro, traente al bruno giallastro, talvolta con una lievissima tendenza al verdastro; segue una larga zona bruno-chiara; e finalmente una più sottile fascia esterna di un bruno più scuro e più rossastro. Dove la zona bruna esterna è più larga ed evidente, il cristallo mostra, in questa sua parte periferica, una certa tendenza a dividersi in subindividui, cresciuti a mo' di cuspidi di ineguale lunghezza, e formanti così una specie di frangia alle estremità libere dell'asse verticale.

La zona esterna e il nucleo interno più oscuri presentano una birifrazione un poco più viva che la zona chiara intermedia e un angolo di estinzione leggermente più basso. Il valore $\mathfrak{c} : c$ è infatti di 12°-13° per le parti di colore carico, e arriva a 15° per la zona intermedia più chiara. L'assorbimento è $\mathfrak{a} < \mathfrak{b} = \mathfrak{c}$; $\mathfrak{b}$ presenta i toni più rossastri, o bruno caffè; mentre $\mathfrak{c}$ trae piuttosto al bruno giallastro; $\mathfrak{a}$ è giallo bruniccio chiaro.

Concrescimenti regolari di orneblenda sulle grosse segregazioni di augite non sono rari; ma limitati per lo più a qualche cuspide di orneblenda bruno-caffè cresciuta in associazione regolare, secondo la solita norma, sulle estremità dell'individuo augitico.

Scarse sono le inclusioni reciproche dell'orneblenda con l'augite: e si osserva così la prima inclusa nella seconda come il viceversa. Notevole, ma osservato una sola volta, il

fatto di una orneblenda bruna, fortemente corrosa dal magma, con abbondante e largo anello magnetitico di riassorbimento magmatico, inclusa regolarmente entro a uno spesso astuccio di augite violacea.

Gli individui di orneblenda della pasta sono piccoli, di dimensioni piuttosto uniformi, prismatici allungati secondo l'asse verticale, ma non così distintamente aghiformi come di regola nelle più tipiche monchiquiti. Questi prismetti di orneblenda barkewikitica si trovano misti ai minori individui di augite, con una certa irregolarità, per modo che in un punto della pasta prevale l'un minerale, in altro punto prevale l'altro. Frequentissimamente essi trovansi regolarmente concresciuti, e allora di solito l'orneblenda è più recente, e forma la terminazione, allungata, del cristallo misto, il cui nucleo è costituito da augite violetta. Nelle plaghette isterogenetiche di cui dirò tra poco, l'orneblenda bruna, in lunghi e sottilissimi aghi, sostituisce interamente l'elemento pirossenico.

Di *olivina* inalterata la roccia, nei campioni da me avuti in esame, non presenta più traccia alcuna; ma dalla alterazione di tal minerale derivano sicuramente alcune plaghe, non abbondantissime, ma pur abbastanza frequenti e regolarmente disseminate nella massa. Queste plaghe, già riconoscibili ad occhio nudo per il colore d'insieme giallo, che le fa spiccare nettamente sul fondo nerastro della roccia, conservano ancora nitidissimi i contorni del minerale originario, ma constano di prodotti d'alterazione. Il serpentino costituisce spesso una parte di questi prodotti; ma molto più abbondante è un carbonato romboedrico *(ankerite?)* gialliccio chiarissimo fino ad incoloro in sezione sottile, dove sia fresco: spesso, per ossidazione del ferro che vi è contenuto, tinto in un intenso color giallo rossastro; questo fatto si osserva specialmente ai margini, verso il confine delle plaghe oliviniche alterate con la pasta, confine che è spesso sottolineato da una marcata bordatura ocracea.

Le screpolature lungo le quali è proceduta la alterazione sono sempre visibilissime, e di solito ai margini di esse stanno i prodotti serpentinosi, mentre i carbonati si annidano, in maggiore o minor proporzione, nelle maglie del reticolato. L'aspetto dell'insieme è quanto mai caratteristico, e non permette dubbî circa la natura olivinica del minerale originario.

Il *feldspato plagioclasico*, totalmente mancante fra le segregazioni porfiriche, forma solo parte della pasta, in listerelle di dimensioni un poco maggiori di quelle dei cristalli d'au-

gite e d'orneblenda. Costante vi è la geminazione secondo la legge dell'albite; ma le lamine sono ordinariamente assai poco numerose, e non di rado ridotte a due sole. Il potere rifrangente è forte, e normalmente si osserva $\alpha > n$ del balsamo; ma costante e molto evidente è una struttura zonare, con nucleo più basico all'interno e zona esterna assai più acida. L'estinzione massima nella zona $\perp$ (010) raggiunge e talora anche supera di poco 28° nel nucleo interno, il quale ha pertanto composizione prossima a quella di una labradorite $Ab_1 An_1$; e scende nella zona esterna ordinariamente fino a 15°, cioè al valore dell'andesina $Ab_4 An_3$, ma talora anche molto al di sotto di questo. Nei maggiori cristalli plagioclasici delle plaghe isterogenetiche di cui dirò poi, la zona esterna raggiunge normalmente la composizione dell'oligoclasio, presentando la direzione di estinzione negativa quasi parallela all'allungamento delle liste; e dello stesso tipo sono le fibre raggiate che se ne dipartono, a formare il fiocco o pennello terminale.

Questo plagioclasio, sempre assai fresco, limpido ed incoloro, si mostra distintamente allotriomorfo rispetto agli elementi colorati; esso include sempre numerosissimi aghetti di apatite, irregolarmente disposti, di una piccolezza e sottigliezza veramente notevoli e non comuni.

Abbondantemente diffusi in tutta la pasta sono gli ossidi di ferro. In parte, specie per i più piccoli granuli, sembra trattarsi di *magnetite*; ma buon numero, particolarmente dei maggiori cristalli, sono certo da riferirsi ad *ilmenite*. Caratteristica in sommo grado è, per questi ultimi, la forma di scheletro cristallino romboedrico: l'interno dello scheletro è occupato da un nucleo, pure di natura ilmenitica, il quale manda verso l'esterno delle propaggini vermicolate; tra il nucleo e la zona esterna resta tuttavia ordinariamente una intercapedine, occupata da base vitrea, con qualche granulo di augite violetta. Che si tratti di ilmenite è provato, oltre che dalla quantità notevole di TiO_2 rivelata dall'analisi, anche dalla alterazione leucoxenica caratteristica che presentano alcune di tali plaghe.

Alquanto più abbondante che il plagioclasio è nella pasta una sostanza isotropa, jalina, di colore ordinariamente gialliccio, che io interpreto come *base vitrea*. L'indice di rifrazione è relativamente abbastanza elevato, e leggermente superiore a quello del balsamo là dove la tinta ne è più marcatamente gialla; più basso, e all'incirca eguale a quello del balsamo, dove la sostanza è più chiara, quasi incolora. Ma nella stessa sezione il colore varia assai, a chiazze, irregolarmente; io ritengo che

tale variazione sia dovuta ai diversi stadî d'alterazione, con ossidazione più o meno completa dei composti di ferro: in certe plaghe, dove la roccia è più alterata, questa sostanza isotropa è tinta infatti di un vivo colore giallo rossastro. Dove la tinta gialla della base vitrea sia più evidente, le listerelle plagioclasiche, fresche ed incolore, se ne distaccano assai bene, anche a luce naturale.

Nei vacuoli fra gli elementi cristallizzati, dove più abbondantemente è raccolta la sostanza vitrea, si riconosce chiaramente che l'alterazione porta alla formazione di masserelle concrezionate, a superficie mammellonare o botrioidale, per lo più isotrope; non mancano tuttavia, qua e là, come rivestimento di vacuoli e piccole cavità amigdaloidi, anche sferoliti con sensibile birifrazione, di tipo francamente delessitico, ma di color rosso arancio vivo.

Oltre a sottili granuli dei minerali colorati, in questa sostanza vitrea, come del resto abbiamo visto nel plagioclasio, sono inclusi numerosi esilissimi aghetti di apatite.

Risulta da quanto fu esposto fin qui che la pasta normale della roccia, nella quale sono immerse le numerose segregazioni di augite e di orneblenda, e quelle più scarse, alterate, di olivina, è formata da piccoli cristallini prismatici abbastanza nitidi di augite violetta, e d'orneblenda barkewikitica; da listerelle alquanto maggiori di plagioclasio; e da abbondante base vitrea, un po' alterata, che riempie i vani tra gli elementi predetti.

Però i maggiori vacuoli, e le zone circostanti alle cavità amigdalari, sono occupati da una massa isterogenetica di tipo alquanto diverso. Qui la base vitrea è più copiosa, e più scarso il plagioclasio, ma in liste maggiori e più nette; dalle estremità di queste ultime si dipartono numerose fibrille feldspatiche, di natura acida come quella della zona più esterna, divergenti e raggiate, formanti una specie di pennello; queste fibrille si cacciano entro la sostanza vitrea, con la quale sono tanto intimamente unite e confuse, da non potersene distinguere nettamente i limiti; dove il fenomeno è più evidente si hanno quasi degli sferoliti incompleti, con debole birifrazione, ed estinzione sempre negativa sensibilmente parallela all'allungamento dei singoli elementi.

In queste plaghe di più recente consolidazione manca affatto l'augite, e l'orneblenda si presenta in aghi più distinti, allungatissimi, di colore bruno carico.

Il riempimento della piccolissima cavità amigdaloide, quando essa sia sviluppata in modo apprezzabile, è dato normalmente da un minerale zeolitico, a bassissimo potere rifrangente, con debolissima birifrazione e struttura ottica analoga a quella della leucite: probabilissimamente si tratta di *analcime.* In altri casi sono invece presenti piccole quantità di carbonati romboedrici, e talora i carbonati e l'analcime occupano insieme una stessa amigdaletta, della quale il secondo riveste le pareti, mentre i primi obliterano la cavità residua al centro.

Plaghette di questo genere furono da me già osservate e descritte in rocce basiche della serie theralitica: così in un basalto ad orneblenda del M.e Baldo; in un basalto nefelinico di Recoaro; e in una roccia di tipo trachidoleritico, con orneblenda accessoria, di Grigio, pure nel Vicentino (1). Un analogo fenomeno fu osservato anche, e analogamente interpretato, dal Maddalena, nella roccia basaltico-nefelinica da lui trovata a formare un filone nella massa porfirica delle Guizze di Schio (2). Confermando ora qui pienamente la interpretazione data allora di tali parti a struttura anomala, caratterizzate dalla maggiore abbondanza dell'elemento incoloro, dalla sostituzione totale della orneblenda barkewikitica in lunghi aghi all'augite della pasta normale, e dalle maggiori dimensioni degli elementi cristallizzati, ritengo si tratti di masse isterogenetiche leucocrate, a tipo pegmatitico.

Della roccia studiata ho fatto l' analisi chimica quantitativa completa, con le cautele che oggi sono ormai ritenute necessarie per tali lavori, seguendo cioè le norme segnate nella guida dell' Hillebrand (3).

I risultati si trovano qui esposti nella Col. I, e posti a confronto con quelli delle analisi: di una monchiquite (fourchite della Pulaski Co., Arkansas. — Col. II); di una camptonite (Oxford, New Jersey. — Col. III); e di un basalto ad orne-

(1) Cfr. E. Artini, *Un basalto nefelinico a noseana di Recoaro.* — Rendic. R. Ist. Lomb. Adunanza del 4 IV 1907.

(2) L. Maddalena, *Un nuovo filone di basalto nefelinico a noseana nel Vicentino.* — Rendic. R. Acc. d. Lincei; seduta del 21 VI 1908.

(3) Hillebrand-Wilke Dörfurt. *Analyse der Silicat- und Karbonatgesteine.* — Leipzig, 1910.

blenda (Todtenköpfchen, Rhön — Col IV); risultati che per queste ultime tre rocce sono riportati come tipici dal Rosenbusch (1).

	I	II	III	IV
SiO_2	40.63	42.03 (2)	40.03	42.68
TiO_2	3.47	3.70	5.46	0.51
Al_2O_3	11.90	13.60	10.88	9.42
Fe_2O_3	9.43	7.55	12.24	11.55
FeO	4.34	6.65	5.12	7.23
MnO	0.08	tr.	tr.	—
MgO	6.78	6.41	4.13	10.09
CaO	12.84	14.15	11.74	13.15
Na_2O	3.39	1.83	3.67	2.71
K_2O	1.78	0.97	3.33	1.16
H_2O a 130°	1.61	1.08	2.22	1.06
H_2O al rosso	1.65			
P_2O_5	0.85	0.57	0.76	1.29
CO_2	2.05	—	1.15	—
Somma	100.80	99.23	100.73	100.85

La discussione di questa analisi, e i relativi confronti con quelle delle altre rocce eruttive della regione devono naturalmente essere rimandati al momento in cui tutti i risultati di queste ricerche, già avviate, potranno essere presentati come un insieme organico e completo.

(1) H. Rosenbusch, *Elemente der Gesteinslehre*. — III ediz. 1910. pagg. 301 e 434.

(2) Inoltre: 0.56 FeS_2, 0.05 NaCl, 0.08 SO_3.

OSSERVAZIONI CRISTALLOGRAFICHE SULLA BARITINA DI SU LUDU NIEDDU

Nota della dott. PAOLA MANFREDI

(*Adunanza del 25 giugno 1914*)

Il prof. Domenico Lovisato inviò, tempo addietro, a scopo di studio cristallografico, al Laboratorio di Mineralogia del Museo, una serie di campioni di baritina di una nuova località sarda. Il lavoro venne affidato a me dal prof. Ettore Artini; e sono veramente lieta di poter rendergli qui grazie vivissime e sincere per il largo aiuto ed i consigli preziosi di cui mi fu sempre cortese.

Il minerale in questione è contenuto nei litoclasi entro ai calcescisti di Su ludu nieddu, in vicinanza di Làconi, a circa 7 minuti dalle ultime case di questo paese.

I cristallini, nitidi, brillanti, incolori, o appena sensibilmente colorati in gialliccio, sono piuttosto piccoli, con dimensioni massime di mm. 5 per 2. Nelle geodine, sono accompagnati da cristallini romboedrici aggruppati di dolomite ferrifera; più raramente da qualche cristallino di gesso.

L'abito è prismatico, sensibilmente allungato secondo l'asse *y*; e i cristalli sono, per lo più, impiantati sulla matrice per un'estremità dell'asse stesso.

Le forme semplici che ho potuto osservare sono le seguenti:

{100}, {010}, {001}, {130}, {120}, {110}, {10.7.0}, {320}, {210}, {106}, {104}, {102}, {101}, {011}, {111}, {112}, {113}, {115}, {122}, {124}.

Il tipo più comune fra i cristalli studiati è rappresentato dalla combinazione disegnata nella fig. 1.

Tra i pinacoidi, {001} e {010} sono, normalmente, bene sviluppati, mentre {100} manca assai spesso od è strettissimo. Tra i prismi verticali, solo {110} ha sempre facce ampie, nitide, brillanti; gli altri sono, per lo più, subordinati, talvolta affatto lineari; si presentano, press'a poco, colla stessa frequenza e combinati in modo vario. Della forma {10.7.0} che, per quanto mi risulta, è nuova per la baritina, trovai quattro faccettine, (due delle quali sullo stesso cristallo), piccolissime ma ben visibili colla lente, e nitide, cosicchè il simbolo può essere ritenuto attendibile, malgrado la sua relativa complicazione. Riporto qui gli angoli misurati, posti a confronto coi relativi valori calcolati:

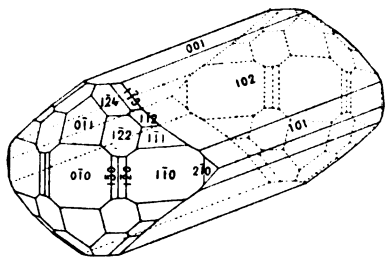



Fig. 1.

(10.7.0).(100) =	29°.40′		calc. = 29°.41′.15″
(10.7.0).(110) =	9 .25		
	9 .27		
	9 .41		
	9 .20	media = 9°.28′.15″	calc. = 9 .28 .24
(10.7.0).(210) =	7 .32		
	7 .11		
	7 .17	media = 7 .20	calc. = 7 .31 .50
(10.7.0).(102) =	56 .56		
	56 .47		
	57 .—		
	56 .42		
	57 .19		
	57 . 4 .30′	media = 56 .58 .5	calc. = 56 .57 .26
(10.7.0).(111) =	27 .10		
	27 .16 .30		
	27 .18		
	27 .29	media = 27 .18 .22	calc. = 27 .15 .39

Dei prismi paralleli all'asse y, {102} è il solo che sia sempre presente con facce ampie e abbastanza belle; più strette, e talvolta curve, sono quelle di {101}; quelle di {104} sono lineari, e non di rado mancanti; la {106} fu riscontrata una volta sola, ma il suo simbolo venne controllato coll'osservazione delle due zone [124.115], $[\bar{3}20.\bar{1}13]$. Sviluppo mediocre, ma belle facce piane ha sempre {011}. Costante è la presenza delle bipiramidi {111} e {122}, che sono anche le meglio sviluppate. Molto frequenti, ma di solito assai ridotte, sono invece {113} e {124}, che talvolta hanno facce assolutamente lineari, presentandosi come smussamenti dello spigolo [011.102]. Meno frequenti sono {112} e {115}; quest'ultima però, in via eccezionale, può presentare uno sviluppo molto più ampio, come nella combinazione rappresentata dalla fig. 2.

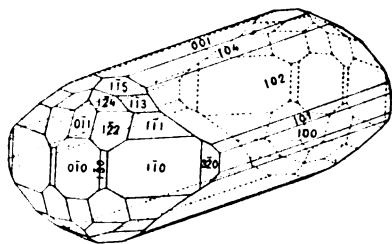



Fig. 2.

Finalmente, non è raro il caso che la curvatura di {101} aumenti, verso l'estremità libera del cristallo, in modo che alle sue facce si raccordino gradualmente, senza spigoli netti, le facce di una bipiramide, indeterminabile per la grande imperfezione della superficie, che rende impossibili misure precise; ma non troppo lontana, per la posizione, dalla {28.7.24} di Helmhacker (1). È noto, del resto, che numerose altre forme a facce curve, e a simboli incerti, abbastanza vicine a questa, furono da varî autori osservate su cristalli di baritina di parecchie località. In un solo cristallo, poichè una delle facce di questa forma rifletteva un'immagine quasi nitida, mi riuscì di misurarla, con sufficente precisione, sulle adiacenti; potei così calcolarne il simbolo {36.8.33}, che, naturalmente, dò come affatto incerto, malgrado l'accordo non del tutto cattivo fra misura e calcolo, come risulta dalla seguente tabellina.

(1) R. Helmhacker, *Ueber Baryte des Eisensteinführenden Böhmischen Untersilur's.* — Denkschriften der K. Akad. d. Wiss. zu Wien. 1872, XXXII, 2 Abth.

Spigoli misurati	Angoli osservati	Angoli calcolati
(36.8.33) . (111)	25°,43′	25°.49′.30″
(36.8.33) . (11$\bar{1}$)	61 .43	61 .30 .39
(36.8.33) . (110)	40 .14	40 .10 .45
(36.8.33) . (101)	9 .22	9 .12 .11
(36.8.33) . (010)	81 . 2	81 . 3 .30
(36.8.33) . (011)	99 .59	99 .54 .37

Per il calcolo del rapporto parametrico fondamentale sono partita dai due angoli (111) . (110) e (110) . (010), che, per il numero delle misure eseguite, la strettezza dei limiti, e sopra tutto la nitidezza delle immagini, mi sembrarono i più attendibili.

Le mie costanti:

$$a : b : c = 0.81443 : 1 : 1.31326$$

sono assai prossime a quelle calcolate da Kupffer (1) e adottate da Brooke e Miller (2), Vrba (3), ecc.:

$$a : b : c = 0.8146 : 1 : 1.3127$$

Gli angoli misurati, coi relativi valori calcolati in base alle mie costanti, sono esposti nella seguente tabella:

(1) A. Kupffer, *Handbuch der rechnenden Krystallonomie*. — 1831, p. 358.

(2) H. Brooke a. W. Miller, *An elementary introduction to Mineralogy*. — 1852, p. 529.

(3) C. Vrba, *Baryt von Swoszowice*. — Zeit. f. Kryst, V, 1881, p. 433.

Spigoli misurati	Angoli osservati			Angoli calcolati
	N.	Limiti	Medie	
(111).(110)	30	25°.32′ — 25°.50′	25°.40′.52″	*
(110).(010)	18	50 .46 — 50 .54	50 .50 .22	*
(130).(010)	10	21 .59 — 22 .45	22 .18 .40	22°.15′.30″
(130).(110)	10	28 . 7 — 28 .53	28 .32	28 .34 .52
(130).(120)	2	9 .23 — 9 .25	9 .24	9 .17 .18
(120).(010)	7	31 .31 — 31 .41	31 .35 .20	31 .32 .48
(120).(110)	7	19 .10 — 19 .58	19 .21 .26	19 .17 .34
(110).(100)	5	39 .— — 39 .11	39 . 7 .24	39 . 9 .38
(320).(110)	3	10 .38 — 10 .45	10 .40 .40	10 .39 .38
(210).(110)	8	16 .42 — 17 .1	16 .53 .17	17 . 0 .13
(210).(100)	1	—	22 .11	22 . 9 .25
(106).(115)	1	—	14 . 1	14 .18 .43
(106).($\bar{1}$13)	1	—	46 .37	47 .13 .53
(104).(001)	11	21 .35 — 22 .20	21 .57 .30	21 .57 .19
(104).(102)	11	16 .13 — 17 .22	16 .50 .20	16 .55 .18
(102).(001)	25	38 .41 — 39 .29	38 .58 .37	38 .52 .37
(102).(101)	23	18 .53 — 19 .43	19 .16 .20	19 .19 . 6
(101).(10$\bar{1}$)	11	63 .25 — 63 .36	63 .30 .40	63 .36 .41
(101).(100)	6	31 .42 — 31 .49	31 .46	31 .48 .20
(101).(001)	1	—	58 .21	58 .11 .40
(011).(010)	13	37 .15 — 37 .21	37 .18	37 .17 .17
(011).(001)	13	52 .28 — 52 .38	52 .33 .28	52 .42 .43
(122).(011)	22	25 .59 — 26 . 6	26 . 1 .36	26 . 1 .57
(122).(111)	24	18 . 6 — 18 .26	18 .17 .39	18 .17 .49
(111).(011)	2	44 .20 — 44 .27	44 .23 .30	44 .19 .47
(111).(100)	5	45 .36 — 45 .48	45 .40	45 .40 .13
(115).(001)	5	22 .14 — 22 .39	22 .29 .48	22 .35
(115).(113)	4	12 . 1 — 12 .11	12 . 7 .45	12 . 8 .47
(115).(111)	5	41 .39 — 41 .47	41 .43 .36	41 .44 . 8
(113).(001)	23	34 .23 — 35 . 1	34 .39 .30	34 .43 .47
(113).(112)	4	11 .18 — 11 .26	11 .21 .20	11 .23 .17
(113).(111)	21	29 .25 — 29 .40	29 .34 .31	29 .35 .21
(113).(110)	2	55 .10 — 55 .21	55 .15 .30	55 .16 .13

Spigoli misurati	Angoli osservati			Angoli calcolati
	N.	Limiti	Medie	
(112).(001)	6	45°.45′ — 46°.43′	46°.13′.20″	46°. 7′. 4″
(112).(111)	5	18 . 5 — 18 .15	18 . 9 .20	18 .12 . 4
(112).(110)	6	43 .26 — 44 .—	43 .48 .24	43 .52 .56
(111).(001)	31	64 .— — 64 .31	64 .14 .30	64 .19 . 8
(124).(001)	14	37 .21 — 37 .45	37 .32 .55	37 .36 .51
(124).(122)	14	19 . 9 — 19 .29	19 .20 .10	19 .24 .18
(124).(120)	8	52 . 8 — 52 .28	52 .18 .52	52 .23 . 9
(122).(001)	29	56 .36 — 57 .14	56 .52 .49	57 . 1 . 9
(122).(122̄)	13	65 .56 — 66 .27	66 . 2 .32	65 .57 .41
(120).(122)	12	32 .53 — 33 . 6	33 . 0 . 5	32 .58 .51
(124).(111)	4	30 .24 — 30 .27	30 .26 .15	30 .24 .28
(124).(1̄02)	3	65 . 8 — 65 .29	65 .21 .20	65 .24 . 7
(110).(102)	17	60 .27 — 60 .53	60 .47 . 3	60 .52 .41
(110).(122)	17	37 .37 — 37 .52	37 .42 . 4	37 .39 . 4
(122).(1̄02)	17	81 .21 — 81 .40	81 .28 .30	81 .28 .15
(111).(102)	21	38 .53 — 39 . 6	39 . 1′. 6	39 . 6 .26
(111).(120)	6	31 .34 — 31 .45	31 .41 .—	31 .43 .19
(111).(011̄)	19	79 . 2 — 79 .13	79 . 4 .50	79 . 1 .57
(120).(011)	6	47 .20 — 47 .30	47 .23 .—	47 .18 .38
(011).(124)	10	26 .12 — 26 .45	26 .31 .34	26 .39 .20
(011).(113)	15	38 .15 — 38 .26	38 .20 .51	38 .21 .37
(011).(102)	20	61 .42 — 62 . 6	61 .51 .—	61 .51 .36
(124).(102)	11	35 . 8 — 35 .45	35 .21 .30	35 .12 .16
(113).(102)	16	23 .22 — 23 .53	23 .30 .49	33 .29 .59
(113).(124)	9	11 .11 — 12 . 7	11 .45 .17	11 .42 .17
(112).(102)	5	26 .42 — 27 . 7	26 .57 .	27 . 4 .31
(112).(122)	5	18 .26 — 18 .54	18 .39 .36	18 .33 .30
(122).(102)	27	45 .29 — 45 .56	45 .36 .55	45 .38 . 1
(122).(010)	27	44 .15 — 44 .27	44 .22 . 9	44 .21 .59
(111).(101)	1	—	34 .33 .—	34 .41 .19
(111).(010)	6	55 .14 — 55 .21	55 .18 .50	55 .18 .41
(115).(101)	2	41 .33 — 42 .28	42 . 0 .30	42 .17 .44
(115).(102)	1	—	25 . 1 .	25 . 4 .58

Spigoli misurati	Angoli osservati			Angoli calcolati
	N.	Limiti	Medie	
(115).$(\bar{1}13)$	3	44°.12' — 44°.23'	44°.19'	44°.23'.39"
(115).$(\bar{1}11)$	1	—	70 .47	70 .43 .36
(115).(124)	1	—	17 .45	17 .42 .25
(115).(122)	1	—	36 .14	36 .13 .41
(113).(100)	1	—	63 .53	63 .47 . 7
(113).(113)	5	52 .25 52 .29	52 .26 .24	52 .25 .47
(113).(124)	3	45 .45 — 45 .52	45 .48 .40	45 .48 .22
(113).(320)	1	—	56 .— —	55 .57 .10
(113).(010)	2	68 .54 — 69 .—	68 .57 —	68 .54 .51
(112).(011)	1	—	38 .31 —	38 .32 .58
(112).(101)	1	—	32 .53 —	32 .49 .49
(111).$(10\bar{2})$	4	84 . 5 — 84 .10	84 . 7 —	84 .11 .24
(111).$(\bar{1}02)$	4	95 .42 — 95 .49	95 .46 .45	95 .48 .35
(122).(122)	1	—	52 . 4 —	52 . 3 .55
(130).(102)	2	76 . 8 — 76 .17	76 .12 .30	76 .14 .47
(130).$(\bar{1}02)$	2	—	103 .45 —	103 .45 .13
(110).(101)	1	—	48 .47 —	48 .46 .49
(110).(011)	1	—	59 .48 —	59 .50 .23

Il tipo prismatico allungato dei nostri cristalli, impiantati per un' estremità e liberi all' altra, e la perfezione delle misure ottenibili sul maggior numero di essi, mi hanno consigliato di verificare se vi si riscontrasse quell' assottigliamento all' estremità libera che il Sansoni (1) ha creduto di osservare sui cristalli di baritina della Vernasca; tanto più che la base delle conclusioni del Sansoni, in seguito alle precise osservazioni critiche dello Strüver (2), appare alquanto scossa.

Per questa ricerca ho scelto, fra i miei cristalli, alcuni dei più perfetti, e in questi ho misurato, con cura particolare, le zone [001.010], [102.010], $[\bar{1}02.010]$, [100.010].

I risultati ottenuti sono esposti nella seguente tabella:

(1) F. Sansoni, *Sulla barite di Vernasca.* — Mem. d. R. Accad. d. Scienze d. Ist. di Bologna. Serie IV, Tomo VI, fasc. 3, p. 471.

(2) G. Strüver, *Ulteriori osservazioni sui giacimenti minerali di Val d'Ala in Piemonte.* II. *L' idocrasio del banco d' idocrasio nel serpentino della Testa Ciarva al Piano della Mussa.* — Mem. d. Accad. d. Lincei, 1888. Serie, IV, Vol. V.

	XX n°. 1	XX n°. 3	XX n°. 4	XX n°. 5	XX n°. 6	XX n°. 8	XX n°. 10	XX n°. 11
(001).(011) (011).(010)	52°.39'.30" 37 .18	52°.33' 37 .20	52°.32' 37 .18	52°.36' 37 .21	52°.37' 37 .17	— —	52°.34' 37 .18	52°.39'.30" 37 .18 .30
	89°.57'.30"	89°.53'	89°.50'	89°.57'	89°.54'		89°.52'	89°.58'
(010).(01$\bar{1}$) (01$\bar{1}$).(00$\bar{1}$)	89°.54'.30"	37 .18 52 .33	37 .19 52 .31	37 .16 52 .36	37 .20 52 .31	— —	37 .16 52 .34	— —
		89°.51'	89°.50'	89°.52'	89°.51'		89°.50	
(102). 122) (122).(010)	45°.34' 44 .25 .30"	— —	45°.34' 44 .22	45°.39' 44 .19	45°.35' 44 .22 30"	— —	45°.37' 44 .20	45°.34' 44 .23
	89°.59'.30"		89°.56'	89°.58'	89°.57'.30"		89°.57'	89°.57'
(010).($\bar{1}$2$\bar{2}$) ($\bar{1}$2$\bar{2}$).($\bar{1}$0$\bar{2}$)	44 .23 .30 45 .34	— —	44 .23 45 .36	44 .25 45 .36	44 .20 45 .38	— —	44 .22 45 .34	44°.21'.30" 45°.35'
	89°.57'.30"		89°.59'	90°. 1'	89°.58'		89°.56	89°.56'.30"
($\bar{1}$02).($\bar{1}$22) ($\bar{1}$22).(010)	45°.34' 44 .23	— —	45°.40' 44°.20	45°.37' 44 .21	45°.35' 44 .20	— —	— —	45°.41' 44 .22 .30"
	89°.57'		90°	89°.59'	89°.55'			90°. 3'.30"
(010).(12$\bar{2}$) (12$\bar{2}$).(10$\bar{2}$)	44 .23 45 .36	— —	44 .15' 45 .42	44 .25 45 .33	44 .23 45 .33	— —	— —	44 .21 .30 45 .40
	89°.59'		89°.57'	89°.58'	89°.56'			90°. 1'.30"
(100).(110) (110).(010)	— —	— —	39°. 9' 50 .49	— —	39°. 8' 50 .52	— —	— —	39°.11' 50 .50
			89°.58'		90°			90°. 1'
(010 .($\bar{1}$10) ($\bar{1}$10).(100	— —	— —	— —	— —	50 .51' 39	50°.49' 39 . 9	— —	
					89°.51'	89°.58'		

Si rileva facilmente, dalla ispezione di questi risultati, che nelle zone [102.010], [$\bar{1}$02.010] e [100.010] le differenze dal valore teorico di 180° sono sempre molto piccole, e che, sebbene le differenze per difetto siano assai più frequenti di quelle per eccesso, tuttavia anche queste non mancano. Inoltre, nello stesso cristallo si osserva ad es. che mentre la somma degli angoli di una zona è minore di 180°, la somma degli angoli nella zona omologa è maggiore di 180°. Non si può dunque parlare di un vero assottigliamento dei cristalli all'estremità libera.

La cosa è ben diversa per la zona [001.010], in cui le differenze da 90°, e rispettivamente da 180°, sono abbastanza forti, e, sopra tutto, costanti per il senso, verificandosi tutte per difetto; le due facce di base convergono infatti verso l'estremità libera, formando un angolo che varia fra 8' e 20'.

Non è improbabile che il fenomeno sia dovuto a poliedria della base, come per la Celestina di Romagna ha creduto di poter osservare l'Artini (1).

Milano, dal Laboratorio di Mineralogia del Museo Civico di Storia Naturale.

---

(1) E. Artini, *Contribuzioni di mineralogia italiana. Celestina di Romagna.* — Rendic. d. R. Istituto Lomb. di Sc. e Lett. Serie II. Vol. XXVI, 1893; p. 323.

SULLE ORIGINI DELL' EPOPEA FRANCESE

Nota III[a] del M. E. prof. EGIDIO GORRA

(Adunanza dell' 11 giugno 1914)

V. L'*elemento storico* nell'epopea francese ha formato si può dire l'argomento precipuo delle ricerche in questi ultimi tempi. Si parte dal presupposto che l'epopea francese è una epopea « storica » e quindi si tende a trovare il maggior numero possibile di identificazioni o di corrispondenze fra i personaggi epici e i personaggi storici; fra gli avvenimenti cantati o adombrati nell' epopea e gli avvenimenti reali. Le ricerche dei dotti furono per questo rispetto assai laboriose e pazienti: furono esumate e interrogate storie, cronache, narrazioni d'ogni maniera nella speranza o nella illusione di risolvere un problema che implica altresì una questione generale di estetica e di psicologia: la questione dei rapporti che possono intercedere fra la creazione fantastica e la realtà obbiettiva, fra la *storia* e la *poesia*.

Scrive il Bédier (1) che l'età delle ricerche, dovrebbe, dopo tanti tentativi, considerarsi come chiusa. Dai tempi lontani di Dom Vaissete ad oggi si frugano le cronache carolingie le quali non sono certo inesauribili. Inoltre innumerevoli furono le identificazioni proposte tra fatti o personaggi storici e fatti o personaggi epici, senza che i dotti pervenissero a mettersi d'accordo se non in pochissimi casi. Ad esempio, generalmente si ammette che il Guglielmo dell' epopea altri non è se non Guglielmo di Tolosa; ma i critici non s' acquetarono a ciò: secondo essi altri personaggi reali di nome Guglielmo contribuirono a formare il tipo poetico. Il Bédier ne enumera non meno di sedici, e li sottopone ad una disamina critica molto vivace,

(1) *Les légendes épiques* ecc.; vol I, p. 16.

e talvolta ironica (1), riuscendo alla conclusione che per ottenere le desiderate concordanze fra la storia e la leggenda i critici ricorsero all'espediente di « extraire d'une série d'événe- « ments historiques certains traits et par là modifier le système « vrai de leurs rapports: répéter la même opération sur une « série d'événements épiques; et si ces faits historiques et ces « faits épiques ont fini par prendre un air de ressemblance, « c'est seulement parce que, les isolant de leur série, on les a « d'abord dénaturés ». V'è nei critici il preconcetto che nessuno al mondo è più dei poeti sprovveduto di fantasia; per la qual cosa, poichè tutto quello che le chansons de geste riferiscono a Guglielmo d'Orange deve essere storico, e poichè Guglielmo di Tolosa e di Gellona non ha fornito se non pochi elementi della sua figura all'epopea, ne consegue di necessità che altri Guglielmi storici devono aver fornito gli altri tratti dell'eroe (2); donde la caccia che fu affannosa e vana ad un tempo, poichè i risultati finora ottenuti sono quanto mai poveri e scarsi (3).

Nè fortuna più lieta coronò le indagini intorno all'elemento storico nel *Girart de Roussillon*, poichè qui pure, sebbene tutte le concordanze che furono dai critici rinvenute fra la storia e la leggenda formino « un ensemble imposant », « chacune d'elles, « malheureusement, n'est obtenue que par un jeu d'à peu « près » (4). E di questo importantissimo argomento il Bédier discorre di proposito in uno speciale capitolo del quarto volume della sua opera (5), dove appunta gli strali contro una delle idee fondamentali degli avversarii. È questo uno dei capitoli più notevoli; e noi già conosciamo i concetti che lo informano. L'autore si propone di fare « un bilancio » dei risultati sinora ottenuti, e all'uopo stende una lista di cinquanta nomi che passa ad uno ad uno in rassegna e sottopone ad un esame, il quale culmina nella conclusione che basta collegare le leggende epiche a santuarii per spiegarne l'elemento storico: basta considerare la vita dell'età capetingia per comprendere che questi romanzi dei secoli undecimo, duodecimo e decimoterzo, lungi dall'essere

(1) *Ibidem*, I, p. 180 e segg.

(2) *Ibidem*, I, 201 sgg.; 219 sgg.

(3) *Ibidem*, I, 333-335.

(4) *Ibidem*, II. 24 sgg.; 95 sgg.; 206. Cfr. anche vol. III, p. 1: *Les enfences de Charlemagne*.

(5) *Ibidem*, IV, 344-402: *L'histoire dans les chansons de geste*.

rifacimenti di canti o di raccconti epici delle età merovingia e carolingia, sono opere relativamente tardive e individuali. « Nos chansons de geste sont des *romans historiques*, assuré- « ment. Pourquoi Charlemagne est-il devenu le héros central « d'un cycle de romans, comme Arthur de Bretagne le héros « d'un autre cycle, et Alexandre de Macédoine le héros d'un « troisième? C'est la question que nous avons réservée en ré- « servant son nom, et nous y reviendrons. Mais pour l'instant « le fait étant donné que les Français du temps de Louis le « Gros et de Philippe-Auguste ont eu le goût de ces romans, « qui se déroulaient de préférence à la cour de Charlemagne, « constatons qu'ils l'ont satisfait à peu de frais, et que, si les « chansons de geste sont des romans historiques, elles le sont « aussi peu que possible » (1).

VI. Il Bédier non discute particolarmente la questione della genealogia dei poemi epici, la quale è per il Becker fondamentale; ma avendo egli accettati i capisaldi del sistema del critico tedesco, non può naturalmente dissentire su questo punto, come del resto apparisce da tutta la sua trattazione. Anche pel critico francese soltanto i poemi nei secoli undecimo e duodecimo, non ipotetici poemi anteriori, furono i capostipiti o i modelli dei poemi composti più tardi.

VII. Come il suo predecessore, e forse più di lui, il Bédier a un certo momento raccoglie le sue forze per rivolgerle contro una teoria che è fondamento alla dottrina de' suoi avversari: la teoria delle *origini antiche e popolari* dell' epopea francese. Dice egli che a fare la critica di un sistema occorre tesserne la storia, poichè non di rado tale storia significa demolizione del sistema stesso. A tale fine egli scrive un capitolo il quale è senza dubbio uno dei più notevoli dell'opera, come quello che potrà essere fecondo di utili risultati (2).

Anzitutto egli rende un cavalleresco omaggio alla teoria che si propone di combattere con tutte le sue forze, « car

(1) *Ibidem*, IV, 398-399.
(2) *Ibidem*, III, p. 200 e sgg.

« elle fut belle, car elle fut bienfaisante, et ceux qui comme « nous la contestent aujourd' hui n' en seraient pas venus aux « idées qu'ils veulent faire prévaloir contre elle, si d'abord « les bons ouvriers de vérité qui l' ont maniée n'avaient pre- « preparé les voies. Vraies ou erronées, nos idées procèdent « des leurs, ou de moins de notre effort pour controler les « leurs, ce qui est, en dernières analyse, nous controler nous « mêmes ». Da Herder e da Wolf, dai fratelli Grimm al Fauriel e al Renan, è tutto un inno alla poesia concepita come l'effusione spontanea del genio popolare, come l'espressione diretta e vera del carattere e dello spirito nazionale. Il Bédier, seguendo le orme del bel libro del Tonnelat (1), ci fa assistere al sorgere, allo svolgersi e al propagarsi di una teoria in se stessa poetica e suggestiva quanto altra mai, la quale deriva forza e autorità da quel senso di mistero e di grandioso che tutta la pervade e sorregge. Secondo Herder prima dell'azione riflessa degli individui, colla sola tensione di quella forza viva che palpita nella coscienza di una nazione, la poesia nasce spontaneamente, in ogni popolo, da tutto quanto il popolo. Tutte le grandi creazioni della vita sono ugualmente impersonali, anonime, collettive. Non a grado a grado, non a tentoni, ma ad un tratto, senza sforzo, per virtù di una intuizione immediata la quale è la manifestazione del divino nell'uomo, il genio popolare ha creato il linguaggio, il mito, la legge, la poesia. Coi fratelli Grimm, la teoria delle origini popolari delle epopee diviene qualcosa di più di una teoria di filologi, diviene una filosofia, anzi qualcosa di più di una filosofia, diviene una fede. Prima dei lunghi poemi epici esistettero brevi canti epici, e prima di questi esistette l' « *epos* », vale a dire una materia leggendaria fluttuante, ma tuttavia organica, che variamente si cristallizza e raccoglie in questo o quel canto. Perciò la poesia popolare non procede da poeti individuali, ma scaturisce dal popolo stesso. Certo ogni racconto, ogni canto poetico risale a qualche individuo, ma questo agisce non come tale, sibbene come organo accidentale della collettività. Quindi è il popolo intero il creatore dell'epopea, e sarebbe impossibile a un individuo l'inventarne una; spontanea, necessaria, perfetta, l'epopea è, in ultima analisi, rivelata. La poesia ha origini divine come la religione, come il linguaggio: « poesia di natura » e « poesia di origine

(1) E. TONNELAT, *Les frères Grimm*. Paris, Colin, 1912.

divina » sono termini sinonimi per i fratelli Grimm, i quali perciò davanti alla ragione ultima del fenomeno si arrestavano perchè su di essa vedevano stendersi il mistero, e noi dobbiamo credere al mistero.

Queste idee, furono feconde di risultati meravigliosi, come quelle che diedero un impulso prodigioso alle ricerche folkloriche, alla demopsicologia, alla mitologia comparata, all'etnografia: e che trasportate in Francia vi furono propagate dal Fauriel, dal Quinet e dal Renan, che seppero esporle in pagine eloquenti. E appunto in esse il Bédier trova la radice del sistema di G. Paris e di P. Rajna intorno alle origini dell'epopea francese. Ma tali idee hanno ormai dato quello che esse potevano di utile, e ora sono divenute o infeconde o dannose.

VIII. L'epopea carolingia nasce nei secoli undecimo e duodecimo, afferma e riafferma il Bédier con non minore insistenza del Becker. Ma perchè v'è una « gesta di Carlomagno »? Questi era tedesco, e la « gesta » che lo celebra è francese. Nei poemi francesi Carlo trascorre la vita a guerreggiare i Saraceni. La grande idea che ha presieduto alla formazione dell'epopea (scrive G. Paris) può definirsi la lotta dell'Europa cristiana contro i Saraceni, sotto l'egemonia della Francia. Tuttavia, obbietta il Bédier (1), le imprese di Carlomagno contro i Saraceni non furono durante il suo regno se non episodii molto secondarii. Perchè dunque la gesta di Carlomagno lo dipinge come il capo di una perpetua crociata contro i Saraceni? Il problema si può formulare nel modo seguente: In quale età e sotto l'impero di quali circostanze si cominciò a comporre su Carlomagno poemi in lingua volgare?

Il Bédier raccoglie le testimonianze e le schiera in ordine cronologico, allo scopo di dimostrare che la figura leggendaria di Carlomagno, quale ci appare nel *Roland*, eroica e sacerdotale ad un tempo e pur tanto francese, fu disegnata molto anticamente senza alcun dubbio, ma non per opera dei guerrieri dell'imperatore o degli aedi che (nei secoli ottavo, nono e decimo) avrebbero cantato per la classe guerriera canti epici in lingua volgare, presunti modelli delle canzoni di gesta. Egli perciò

(1) *Op. cit.*, IV, 437 sgg.

passa in rassegna dapprima « les témoignages sur Charlemagne du VIII[e] siècle jusqu'à l'an Mil » (1), e poscia « les témoignages du XI[e] siècle et du début du XII[e] » (2). L'insegnamento che da tutti questi fatti deriva è che: vivente Carlomagno, e poscia nei secoli nono e decimo, la sua figura poetica si delinea, la sua leggenda si forma, ma non nel mondo dei guerrieri, sibbene in quello dei « chierici », per opera di un lavoro puramente ecclesiastico, di un lavoro di riflessione dotta, il quale non fu suggerito nè sostenuto da nessuna produzione poetica in lingua volgare. Solamente nel secolo undecimo « le type de Charle- « magne, préformé dans l'esprit des clercs des âges précédents, « va s'achever par l'oeuvre des chansons de geste ».

Ma il secolo undecimo è appunto il secolo che preparò la crociata e finì con l'imprenderla; è il tempo delle grandi « iniziative » francesi. Però « i re di Francia rimasero semplici « spettatori di questi avvenimenti. Che furono i tre re dell'un- « decimo secolo, Roberto II (996-1030), Enrico I (1031-1060), « Filippo I° (1060-1108)? Inerti ed inutili, essi non presero « parte nè alla lotta dei papi e degli imperatori, nè alle « guerre d'Italia, di Spagna, d'Inghilterra, nè alla crociata in « Terra Santa. Ma questa loro stessa pochezza richiamò allora « alla mente degli uomini di pensiero e di sapere i tempi in cui « i popoli erano uniti sotto una mano potente, e allora Carlo- « magno divenne sempre più il simbolo di questo grande pas- « sato ». I cronisti nelle loro scritture, Urbano II predicante la crociata, rivolgono la mente e le parole alla Francia. Al Concilio di Clermont il papa rievoca Carlomagno e Lodovico il Pio; e la leggenda dal canto suo proclama che il grande imperatore presto risusciterà.

Ecco perciò come il Bédier spiega le ragioni per cui la poesia francese, quando volle rappresentare il tipo del re di Francia scelse, fra tutti i re, un « germano » che era stato bensì re di Francia, ma eziandio di dieci altre nazioni (3). Le medesime ragioni che hanno fatto la Francia conquistatrice e direttrice delle coscienze nel secolo undecimo, la indussero a far proprio il disegno che Carlomagno aveva ideato e espresso con le parole: « Difendere dovunque con le armi la Chiesa di Cristo ». Perchè la poesia francese anzichè celebrare i trentatre anni di

---

(1) *Ibidem*, IV. 439 sgg.
(2) *Ibidem*, IV, 452 sgg.
(3) *Ibidem*, IV, 461-464.

guerra contro i Sassoni e gli Slavi ha cantato le guerre di Carlomagno contro i Saraceni, che furono un episodio secondario del suo regno? Per le ragioni medesime che spinsero la Francia dell'undecimo secolo non contro i Sassoni e gli Slavi, ma contro i Saraceni di Spagna, dappprima, poscia contro quelli d'Oriente. E così la *Chanson de Roland* è il poema originale e il *Roulandsliet* è l'imitazione, perchè le crociate furono le *Gesta Dei per Francos* e non le *Gesta Dei per Germanos.* E la *Chanson de Roland* si spiega nella stessa misura in cui possiamo spiegare le Crociate; e rimane misteriosa nella misura in cui queste sono per noi misteriose. E così il poema trae origine dal pensiero del clero in quanto le idee venute da Roma, da Saint-Denis, da Cluny provocarono le Crociate; esso è di origine laica e popolare in quanto le Crociate furono moti popolari spontanei; e Turoldo si può comprendere nella misura in cui possiamo comprendere Pietro l'Eremita. « J'arrive « donc — c'est ce qui fait ma force (scrive il Bédier) — à cette « tautologie et à ce truisme : les chansons de geste et les croi« sades sont des oeuvres du XI^e et du XII^e siècle. Qu'il y « ait de certains rapports entre l'esprit des croisades et l'esprit « de la *Chanson de Roland*, c'est un des lieux communs de la « critique. Je me borne à débarasser la critique de l'idée il« lusoire que la *Chanson de Roland* que nous avons serait un « remaniement de poèmes du VIII^e, du IX^e, du X^e siècle: qui « donc voudrait marquer des rapports entre l'esprit de la « *Chanson de Roland* et l'esprit du X^e siècle » ?

Le età anteriori al secolo undecimo senza dubbio qualcosa tramandarono a questo: alcune idee che diverranno poi, a tempo debito, ispiratrici di canzoni di gesta; alcuni procedimenti di narrazione e di versificazione che, a un dato tempo, formeranno la tecnica dei poemi. Neppure il Bédier crede che le canzoni di gesta siano una *proles sine matre creata*; poichè ammette che per formare il solo personaggio di Carlomagno concorsero circostanze storiche, le quali mantennero vive nella tradizione di molte chiese il tipo dapprima disegnato da Eginardo, da Angilberto, da Alcuino. E così gli autori di poemi religiosi o morali, quali il *Saint-Alexis* e il *Boezio* provenzale offersero l'esempio del decasillabo e della assonanza. E prima che fossero celebrati in lingua volgare i nuovi santi, i paladini, occorse che fossero cantate le gesta degli eroi del santuario, e che sin dal secolo decimo sorgesse in Francia quel genere letterario che canta la vita dei santi in lingua volgare. E fonte di ispirazione non mancavano, di origine o biblica o romana o agiogra-

fica o patristica, poichè l'undecimo secolo « disposait de toute « l'histoire héroïque de l'antiquité sacrée et de l'antiquité pro- « fane, de toute l'épopée antique et de toute l'épopée chré- « tienne ». Ma con tutto ciò l'apparizione delle canzoni di gesta nell'undecimo secolo non ci sorprende meno di un miracolo; ma ci sorprende alla stessa guisa in cui ci sorprendono le Crociate, o la poesia dei più antichi trovatori, o i primi statuti comunali, o i primi saggi di pittura su vetro, o i primi tornei o i primi archi ogivali, o tutte le creazioni francesi di questo grande secolo undecimo. Sono sincronismi codesti che è dover nostro rilevare: Turoldo e Guglielmo IX di Poitiers, vale a dire: la *Chanson de Roland* e l'opera lirica, opera raffinata, voluttuosa e già complessa del più antico trovatore, sono contemporanee. E anche quest'opera lirica suppone degli antecedenti, dei modelli. Ma « que savons-nous de ces modèles? et « quand une théorie prétendrait que ce durent êtres des chan- « sons d'amour du temps de Charlemagne ou de Chilpéric, « aurait-elle expliqué quoi que ce soit de l'art et de la technique « de Guillaume de Poitiers? Il en va pareillement des chansons « de geste: supposer que les poètes de l'âge capétien durent « renouveler des chants en langue vulgaire du temps de Char- « lemagne ou de Chilpéric sans d'ailleurs pouvoir rien préciser « et pour cause, ni de l'esprit, ni de la forme de ces modèles « problématiques, c'est sans doute se donner du champ pour « l'explication des problèmes; mais ce n'est pas les résoudre, « ce n'est que les rejeter arbitrairement dans l'obscurité d'un « passé plus nébuleux » (1).

IX. Perchè un'epopea, perchè un poema epico sia concepito e scritto non occorre una lunga tradizione poetica anteriore: anche un breve ed arido racconto di una cronaca può fornire argomento e incentivo a un capolavoro. Quindi, scrive il Bédier, una pagina della *Vita Caroli* di Eginardo contiene l'e-

---

(1) Vol. IV, p. 464. Non sarà inutile il riportare qui anche quello che il Bédier, che suole di proposito insistere su certe idee fondamentali, ha scritto a p. 401-402 del medesimo volume: « L'idée qui do- « mine les plus belles chansons du cycle du roi, c'est que Charles « et ses barons sont les héros et les martirs d'une croisade sans fin « contre les Sarrasins. Ce n'est pas vrai historiquement; mais ce qui « l'est, c'est que l'ardeur de la croisade contre les Sarrasins, Sarrasins « d'Espagne ou de Palestine, a rempli le coeur et la vie des hommes

lemento storico della *Chanson de Roland*: il nome dell' eroe, la notizia di una spedizione fortunata in Ispagna, quella del ritorno da Saragozza e della battaglia dei Pirenei, con la disfatta dei Franchi. « Un homme de génie a fait le reste » (1).

Non si nasconde il Bédier che questa spiegazione urta contro tutto quello che noi abbiamo appreso sin dall' infanzia: ripugna a tutto quello che ci fu insegnato l' ammettere che la leggenda di Orlando sia potuta nascere dalla lettura di una cronaca latina. Ipotesi assurda senza dubbio, finchè noi potevamo immaginare che un poeta del nord della Francia abbia compulsato cronache vecchie di tre secoli per cercarvi l'argomento di un poema. Chi gli avrebbe fatto conoscere queste cronache? Perchè avrebbe letto piuttosto che questa quella? Perchè si sarebbe fermato piuttosto su questa che su quella pagina? Ma il nostro studio ci ha condotti sulla via che va da Blaye a

« au XI^e et au XII^e siècle. L'idée qui domine les chansons du cycle de « Guillaume, c' est que le vieil Aymeri, ses fils, ses petits fils se dé« vouent, de génération en génération pour défendre la terre chrétienne « et pour soutenir le roi de France, et qu'ils rivalisent entre eux d' hé« roïsme par orgueil de leur lignage. Ce n'est pas vrai historiquement, « rien de tel ne s'étant passé aux temps de Charlemagne et de Louis le « Pieux. Mais ce qui est vrai historiquement, c'est qu'au XI^e et au XII^e « siècles se développèrent ces belles idées d'honneur chevaleresque, de « dévoûment au roi de France, de solidariété et d'émulation familiales, « qui inspirent et soutiennent les romans du cycle de Guillaume. Les au« teurs des chansons de geste ont donc simplement projété dans le « passé les idées et les sentiments de leur temps. Le camp de Charle« magne fut pour eux le lieu de toute courtoisie. Comme Perceval et « Lancelot, sous leur costume breton, sont de courtois chevaliers de « France, ainsi un Olivier ou un Vivien, sous leur costume carolingien, « sont de preux croisés du XII^e siècle. Nos romanciers n'avaient pas « besoin, en vérité, d'être mieux renseignés sur la vraie biographie du « roi Artur, c'est pourquoi il y a si peu d' histoire dans les chansons de « geste » (Vol. IV, p. 401-402). E altrove (III, 451) il B. spiega l'origine della *Chanson de Roland* enumerando i principali elementi onde essa consta, i quali poterono essere patrimonio anche di età anteriori al secolo undecimo; ma, soggiunge egli, ciò che è peculiare al poema. « c'est qu'ils y apparaissent tous, et tous en plein épanouissement, et « reliés entre eux par une idée dominante, par l'idée des croisades, « celle d'une mission héroïque de la France: voilà ce qui n'est pas con« cevable avant la fin du XI^e siècle. La primitive *Chanson de Roland* « ne peut dater que de ce siècle au plus tôt; et si nous n'en sommes « pas à vingt ans prés quand il s'agit de dater une chanson de geste, « encore importe-t-il de ne pas l'antidater de trois siècles ».

(1) *Ibidem.*, III, 376 sgg.

Pamplona: « c'est à Roncevaux même ou sur le chemin de « Roncevaux qu'un premier poète découvre la chronique d'Ei- « nard ou quelqu'un la découvre pour lui. Partout ailleurs, « elle serait pour lui lettre morte, non pas ici. Si des clercs lui « montrent cette page, s'il s'y attache, si demain son public de « croisés, doit à son tour se passionner pour le récit qu'il « en tirera, c'est que ces clercs, ces chevaliers et lui-même « sont déjà dans l'état d'imagination propice. Ils vivent de « l'athmosphère légendaire déjà créée en ces lieux autour du « nom de Charlemagne. Déjà ils vénèrent en lui le roi qui les « précéda contre les Sarrasins ».

Perciò, affinchè da elementi leggendarii, vaghi e amorfi, che vegetavano nelle chiese di Roncevaux o nelle chiese che sorgevano sulla via di Roncisvalle, nascesse la *Chanson de Roland*, è inutile e vano il supporre che siano occorsi secoli e che innumerevoli cantori si siano succeduti nell'opera infaticabile. « Une minute a suffi, la minute sacrée où le poète, ex- « ploitant peut-être quelque fruste roman, ébauche grossière du « sujet, a conçu l'idée du conflit de Roland et d'Olivier ». Allora egli si mise all'opera, al suo tavolo di lavoro. Non si contentò di « cantare », ma egli pure dovette « chercher des combi- « naisons, des rimes, calculer, combiner, raturer, peiner. Ainsi « font les poètes d'aujourd'hui; ainsi ont fait les poètes de « tous les temps » (1). Nessuna meraviglia quindi se nel poema noi ritroviamo « ce qu'il y a de plus spécifiquement national « en notre poésie, le sens classique des proportions, la clarté, « la sobriété, force harmonieuse. Nous y reconnaissons l'esprit « de notre nation, aussi bien que dans l'oeuvre de Corneille » (2).

X. L'importanza che nell'origine e nello sviluppo dell'epopea francese ebbero i pellegrinaggi e l'opera consociata dei monaci e dei giullari è uno dei concetti principali della teoria del Bédier, come di quella del Becker. Ma il critico francese ha ribadito questo concetto in guisa da farne uno dei fondamenti del nuovo sistema. Tuttavia nel corso dei quattro volumi della sua opera, l'idea che, in ispecie nei due primi, era stata espressa e sostenuta con una sicurezza e vivacità, che parvero ad alcuni eccessive, fu nel seguito circondata da cau-

(1) *Ibidem.*, III, 448 sgg.
(2) *Ibidem.*, III, 451-452.

tele e da circospezioni di tale natura da indurre nel lettore l'opinione che qualche incertezza o qualche dubbio abbia più di una volta attraversato la mente del critico, sebbene le sue affermazioni suonino ancora qua e là ferme e recise.

Perciò, anzichè seguire il Bédier nella lunga serie delle sue argomentazioni, giudico miglior partito il riassumere le pagine in cui egli raccoglie le sparse fila delle sue lunghe e laboriose disquisizioni ed espone nella forma definitiva il suo pensiero (1). Un capitolo assai notevole dell'opera si intitola: *Les légendes localisées* (2). In esso l'autore muove dal concetto che a spiegare le leggende delle canzoni di gesta, e massime quelle che hanno un fondamento storico, occorre « localizzarle », vale a dire ricercare in quali luoghi alcune particolari persone furono, da alcune particolari ragioni, nei secoli undecimo e duodecimo, indotte a immaginare o a ripetere e a propagare quelle leggende. Dopo una dotta e minuziosa indagine intorno alle tombe degli eroi dei poemi, alle chiese che furono asilo di leggende, alle rovine romane, ai castelli, alle valli, ai monti, alle grotte, ai ponti, alle torri a cui queste leggende si abbarbicarono, il Bédier osserva che la distribuzione geografica, o piuttosto il disordine geografico in cui tutti questi nomi o ricordi si distribuiscono e che a prima vista sembra inestricabile, facilmente prende ordine e chiarezza quando si consideri che questi luoghi « qui forment le paysage des chan« sons de geste, bordent la plupart des routes qui menaient « aux sanctuaires les plus célèbres du moyen âge ».

Si osservi inoltre che per gli autori delle canzoni di gesta, all'infuori della via di Compostella, il resto della Spagna è una *terra incognita*, e così la Germania di là da Colonia, e così l'Italia all'infuori delle strade dei pellegrini verso Roma e il Santo Sepolcro. E anche è da ricordare che i giullari furono legati da rapporti, a volte stretti, coi chierici di parecchie chiese; che un certo numero di libri latini, scritti da chierici di questa o quella chiesa, celebra i medesimi eroi delle canzoni di gesta; che altri documenti o liturgici o diplomatici hanno pure attinenza alla storia dell'epopea; e infine che tutti i fatti messi ora in rilievo si possono richiudere entro limiti precisi di tempo: fra il secolo undecimo e il decimoterzo, non prima nè dopo.

---

(1) *Ibidem.*, IV, 425-433 e 473-77.
(2) *Ibidem.*, IV, 403 sgg.

Certo si potrà obbiettare che non tutti questi fatti hanno il medesimo valore; che sono meno numerosi di quanto potremmo desiderare; che sono, da soli, insufficienti a spiegare la formazione delle canzoni di gesta. Tuttavia, se alcune leggende epiche cercarono asilo nei santuarii, perchè altre prima di esse avevano avuto nei santuarii la loro culla, è da considerare che quelle che nacquero in santuarii sono le più antiche e le più belle: la leggenda di Guglielmo, di Girardo, di Gormond, di Orlando, per tacere di altre; ed è questo che importa. « Laïcs « et clercs ont travaillé à les constituer; chevaliers, marchands, « bourgeois, poètes de métier, gens du peuple et gens d'église, « dans l'église, autour de l'église, sans qu' il soit à l'ordinaire « possible de discerner l'apport de chacun ». I focolari delle più grandi leggende epiche furono le più grandi chiese della cristianità: Saint-Denis, Aix-la-Chapelle, Gellone, Vézelay, Saint-Jacques de Compostelle, Saint-Gilles di Provenza, San Pietro di Roma. Le canzoni di gesta che non si collegano a qualche chiesa (come *Gaydon*, *Parise la duchesse*, *Aye d'Avignon*, *Macaire*, *Galien*, ecc.) sono semplici romanzi che nulla hanno di tradizionale, nè di epico, nè di storico. Al contrario, Girardo di Rossiglione era il *genius loci* di Pothières e di Vézelay; Guglielmo d'Orange era il *genius loci* di Aniane e di Gellone; Roland era il *genius loci* di Blaye e di Saint-Sauveur d'Ibañeta; e in tal guisa si spiega l'elemento storico di queste leggende. E qui sta la risposta all'obbiezione che « de tels faits ne sau- « raient suffire à expliquer la formation des chansons de geste: « ce n'en est pas non plus la formation qu'ils prétendent ex- « pliquer, c'en est seulement l'élément historique » (1).

Questo elemento storico è quanto mai povero nei poemi francesi. Composti a grande distanza degli avvenimenti che cantano, i loro autori furono quasi indifferenti alla verità storica, nè si diedero cura di assumere informazioni più ampie. « Ils n' ont « pas pris la peine de se renseigner auprès des clercs instruits: « ils se sont contentés de ce que disaient le frère hotêlier, le « sacristain, les gens du pays ».

Perciò quale parte ebbe il clero nella formazione dell'epopea? « Ainsi le rôle des clercs dans la constitution de nos lé- « gendes fut à la fois primordial et médiocre; primordial puisque « c'est d'eux en dernière analyse que procèdent les données hi- « storiques des chansons de geste; médiocre en ce sens que les « poètes ont peu demandé. Ces poètes sont restés « peuple »;

(1) *Ibidem.*, IV, 427-428.

« ils se sont interessés aux traditions des églises dans la mesure « où s'y interessaient autour d'eux les marchands, les chevaliers, « les bourgeois, les pélerins qui venaient vers ces églises ».

Chi confronti queste conclusioni del Bédier con le affermazioni che si riscontrano nei due primi volumi dell'opera, deve rilevare nolevoli differenze. Ora il Bédier non ci descrive più monaci e giullari che stavano come in agguato per sorprendere i pellegrini che si recavano ai santuarii; monaci o monasteri in lotta fra loro per ragioni solamente economiche; monaci e giullari stretti in una specie di società di mutuo soccorso intenta a trarre guadagno dalla credulità o dabbenaggine dei fedeli (1).

Inoltre il Bédier esclude che i fatti e le testimonianze da lui raccolte possano organarsi in un sistema rigido. Dirà alcuno, scrive egli, che questi fatti inducano ad ascrivere l'origine delle canzoni di gesta all'influsso dei grandi pellegrinaggi? Sì, in un certo senso. Senza dubbio la ricerca delle loro origini si collega per un lato allo studio delle vie e delle « croisées » dell'antica Francia; de' suoi mercati, de' suoi pellegrinaggi, dei luoghi in cui gli uomini incontrandosi poterono dar vita a forme imprevedute del pensiero, dell'arte e della poesia. « Et « pourtant une telle formule n'exprimerait qu'une faible part « de la verité. Il ne faut pas abuser des pélerins; et si quel« qu'un était tenté d'expliquer par eux principalement la for« mation des chansons de geste, nous serions des premiers à « lui rappeler l'hypotèse de Voltaire, qui, lui avait une théorie « des pélerinages: pourquoi trouve-t-on des coquillages dans les « terrains de montagne? C'est, disait-il, que des pélerins y ont « laissé tomber les coquillages de leurs bourdons ».

(1) Vol. I, 136: « Des jongleurs devaient guetter aux étapes les pas« sages des pélerins », « Il semble donc vraisemblable.... que dès le « début du XIIe siècle au plus tard, moines et jongleurs collaboraient « à l'exploitation des pèlerins qui, suivant la *via Tolosana*, passaient per « Gellone. Il s'agissait, pour les moines de les attirer et de les retenir; « et c'est pourquoi la *vita sancti Wilhelmi*, tout comme le *Guide* des « pélerins a accueilli les fables des jongleurs, leur a fait un sort, les « a accréditées ». Lo stretto rapporto in cui si tenevano monaci e giullari spiega anche l'origine dell'*Aliscans* (I, 384): « Il faut considérer ces « moines de Saint Honorat et ces jongleurs français, non pas comme sé« parés par les monts, les vaux, les fleuves et les forêts, mais comme « liés par des rapports les plus constants ». Perciò senza Guglielmo monaco non avremmo Guglielmo guerriero, e quindi neppure la « geste de Guillaume ». E così ci spieghiamo la ragione del capitolo che si intitola: *Les Chansons de geste et les routes d'Italie* (II, 139 sgg.).

Oppure i fatti raccolti potrebbero spiegare il sorgere delle canzoni di gesta coll'influsso dei « chierici » alleati ai giullari? E anche qui il Bédier ci consiglia ad evitare l'esagerazione, poichè « non plus qu'il ne faut pas abuser des pélerins, il ne « faut pas abuser des clercs. Espliquer les chansons de geste « par la piété intéressée des gens d'église, regarder ces poèmes « comme les instruments d'une propagande organisée à frais « communs par les moines et les jongleurs pour capter des foules « credules, quelle vue incomplète des choses ce serait, et combien « fausse ».

O, ancora, dirà alcuno che quei fatti inducono a considerare le redazioni a noi pervenute delle canzoni di gesta, come le forme primitive di queste? Certo è da considerare che tutti i testi, francesi o latini, poetici e agiografici, appaiono a un dipresso nel medesimo tempo, nel duodecimo secolo, o, al più presto, nell'undecimo; e non v'è ragione di supporre una preistoria di parecchi secoli. Tuttavia, « c'est, croyons-nous, dans « une période un peu antérieure à ces textes qu'il en faut « chercher les sources d'inspiration, les germes, les premiers « modèles, tout au long des cent années de ce XI^e siècle, qui, « dans tous les domaines de l'action et de la pensée, fut si « fécond, si puissamment créateur, si grand ».

Ed ora, poichè non è legittimo il formulare una teoria dell'influsso dei chierici, o una teoria delle origini recenti delle canzoni di gesta, che cosa insegnano le osservazioni finora raccolte? Se occorresse in una sola frase riassumere la risposta a questa domanda, il Bédier risponderebbe che esse una cosa insegnano, che cioè « les romans du XII^e siècle sont des romans « du XII^e siècle, et qu'il faut les expliquer par cela que nous « savons du XII^e siècle, du XI^e au plus tôt, et non point par « cela que nous ignorons du siècle de Charlemagne ou du « siècle de Clovis ».

Vana quindi è la ricerca di ipotetici modelli perduti di canzoni di gesta: studiamo e comprendiamo i testi a noi pervenuti (poco diversi dovettero essere i loro modelli, se pure esistettero) e per comprenderli dobbiamo collocarli nell'ambiente in cui sorsero. Per questa ragione i pellegrinaggi, le fiere, le chiese hanno per noi interesse, se vogliamo che le canzoni di gesta riprendano il contatto dei tempi e dei luoghi. Ma, per spiegarle, i pellegrinaggi non bastano: occorrono le Crociate. « Croisades d'Espagne au XI^e siècle, croisades de Terre-Sainte « du XII^e; il y faut le concours des idées et des sentiments qui « formèrent l'armature de la société féodale et chevaleresque;

« Il y faut le pélerin et le clerc, sans doute, mais aussi le che- « valier, le bourgeois, le vilain; il y faut le poète surtout, non « pas ce barde on ce scalde romantique qui, au VII[e] siècle ou « au X[e], composait, dit-on, ses chants en pleine bataille, mais « le poète du XII[e] siècle, celui qui a rimé le roman que nous « avons, qui a pené à le rimer comme ferait un écrivain d'au- « jourd'hui ». Gli autori propagatori delle canzoni di gesta erano nomadi che andavano cercando il loro pubblico intorno alle abbazie, sulle fiere, sui mercati, in occasione di certe feste religiose; donde la legittima importanza che devesi attribuire alle feste, alle fiere, ai pellegrinaggi. Ma questo altro non è se non « un frammento della verità ». « Pour rendre compte de ces « romans, il faut les traiter comme on traite ceux d'une époque « quelconque: dans leurs relations avec toutes les conditions « sociales, religieuses, morales, imaginatives de l'époque qui « les a produits: et cette époque commence au XI[e] siècle ».

Perciò il Bédier, che rifugge dal proposito di formulare una dottrina generale o di esporre un sistema, riassume, nella conclusione (1), l'opera sua con una frase che racchiude l'idea che tutta la domina e alla quale egli dice di esser pervenuto a poco a poco; « les chansons de geste sont nées au XI[e] siècle « seulement, à une longue distance des événements qu'elles retra- « cent ». Quindi esse si sono formate « selon un mécanisme très « différent de celui qu'on a trop souvent supposé »; sono nate al tempo dei Capetingi; sono di origine francese e non germanica, e a noi pervennero in redazioni molto simili alle versioni originali. Loro culla fu la Chiesa: « l'église fut le ber- « ceau des chansons de geste aussi bien que des mystères. « Revendiquer pour elles leur vieux nom délaissé de romans « de chevalerie et marquer par là que leur histoire est insé- « parable de l'histoire des idées chevaleresques à l'époque capé- « tienne; rappeler les faits psycologiques généraux qui provo- « quèrent en même temps qu'elles les croisades d'Espagne et « les croisades de Terre Sainte; en un mot les rattacher à la « vie, c'est à que je me suis efforcé ».

(1) *Ibidem.*, IV, 473 sgg.

DAL SOCIALISMO AL SINDACALISMO

Nota del M. E. avv. Bassano Gabba

(*Adunanza del 2 luglio 1914*)

Ciò che nel mondo pratico della vita vissuta quotidiana si verifica anche nell'intellettuale.

Come invenzione si aggiunge ad invenzione e gli stromenti oggi combinati domani sono antichi e disadatti, così anche nel mondo delle dottrine l'una incalza l'altra e la trionfante di un giorno è tolta di seggio da quella che segue.

Ma mentre nel campo della meccanica o della medicina la pratica esperienza assoggetta a prove infallibili e giudica e proscrive inesorabilmente quelle invenzioni le quali non reggono a un severo esperimento, in quello invece delle dottrine sociali non vi ha riprova di fatto, per lo meno pronta e immediata, che sciolga dubbiezze o dissipi illusioni, tanto più facili a concepirsi e formularsi.

Ne viene che in esse e per esse la fantasia si sfreni a voli e concepimenti folli od assurdi, che suscitano paure e diffidenze ben fondate e che per giunta hanno il torto di far riverberare discredito su altre dottrine che invece la scienza è e deve essere ben disposta ad accogliere e vagliare, per quanto siano esse state il punto di partenza delle più deplorate esagerazioni.

Avviene per tal modo che lo studioso sia costretto a rivolgere la sua attenzione anche a insegnamenti che non solo per la loro vacuità non dovrebbero aver diritto di cittadinanza nel territorio della scienza ma che sono a priori condannate dal senso comune.

Nè si sa capire come tali eccentricità abbiano potuto suscitare curiosità, considerazione da tanti cervelli serî e sani, che sciuparono e vengono sciupando tempo e fatica anche solo per combatterle; mentre, abbandonate a sè, sarebbero finite per inanità o futilità di contenuto.

In verità, che si possa ricavare di utile dalle fisime di un Max Stirner, di un Nielscke e anche di un Tolstoi, io non ho mai potuto comprendere. Eppure è giocoforza occuparsene, tanto se ne dice e se ne scrive, sebbene non abbiano neppure influito sull'atteggiamento del movimento sociale nè abbiano saputo determinare un nuovo e diverso indirizzo alla attività delle sociali energie.

Ma se da quelle stranezze nulla uscì di pratico e di vitale, è però certo che esiste una affinità fondamentale tra di esse e una recente conformazione della attività sociale riformatrice che invece si è stranamente affermata e consolidata in modo da costruire una realtà distinta, forte e attiva: il sindacalismo.

È noto come, secondo il gran profeta del socialismo, Carlo Marx, il trionfo del proletariato dovesse avvenire in forma catastrofica.

Secondo lui, la creazione della grande industria, concentrando in poche mani i mezzi di produzione, doveva intensificare la tirannia del capitale sul lavoro.

Le stesse riforme e le provvidenze introdotte dalla legislazione borghese a tutela degli operai e per la salubrità delle fabbriche, uccidendo la piccola industria, rinforzavano la grande e dovevano ridurre i lavoratori a totale discrezion dei patroni; e la condizione di quelli, peggiorata sempre, li avrebbe condotti alla insurrezione, ossia all'espropriazione del capitale a profitto del proletariato.

Per questo egli salutava con gioia fidente ogni moto rivoluzionario che si pronunziasse qua o là nel mondo civile e talvolta ne sognava anche di fantastici, come quando sperò che la guerra di Crimea del 1854 potesse determinare lo scoppio di una generale rivolta.

Ma negli ultimi anni di sua vita, la delusione lo avea visitato e invece di eccitare nel 1871 il proletariato francese a resistere alla creazione della repubblica borghese, lo esortava a lavorare per la salvezza della patria. « Ogni tentativo — così scriveva — di abbattere il nuovo governo, mentre lo straniero picchia alle porte sarebbe una follia da disperati ».

Intanto però, la sinistra previsione del rincrudimento progressivo delle sorti delle classi si veniva smentendo nei fatti. In realtà, dette sorti andavano quotidianamente, dovunque e sollecitamente, migliorando.

Ond'è che morto il Marx (14-3-1883), il suo collaboratore Federico Engels, se non si ricredeva nella dottrina, non potea però ribellarsi alla lezione della realtà; e più tardi, poco prima

che anch' egli uscisse di vita, confessava sinceramente: « la storia ha dato torto a noi e a quanti come noi pensavamo ». « L' ironia della storia sconvolge tutto. Noi possiamo ora fare assai miglior profitto delle vie legali che di quelle di fatto ».

E più che tutto significativo è il seguente passo:

« I risultati dell' uso già fatto del suffragio universale rivelarono al proletariato un nuovo metodo di lotta... quelle stesse instituzioni dello Stato che servono al dominio della borghesia, si prestano bene all' operaio per combatterle ».

Ho voluto richiamare questi pensamenti dei due celebri maestri del socialismo, perchè, come ben dice il Milhaud (Democr. social. germ. pag. 165) la loro dottrina costituisce il fondo di tutta la teoria scientifica del socialismo.... e la mentalità del proletariato istruito ne è profondamente penetrata.

Era troppo naturale che poichè un così valido stromento di agitazione quale il suffragio universale e di influenza (che avrebbe potuto divenire anche prevalenza) si offriva alle classi lavoratrici per l' attuazione dei loro ideali, esse non lo lasciassero inattivo, ma se ne impadronissero a tutto loro profitto.

Ed ecco così formarsi in Germania la democrazia sociale, la quale aspira ad essere maggioranza e quindi ad impadronirsi del potere per poi procedere all' incameramento dei mezzi di produzione mediante l' intervento della legge.

A ciò non si può, non si deve arrivare altrimenti che con un lavoro persistente e intenso di propaganda, rimosso ogni appello alla violenza, alla insurrezione che dai più autorevoli caporioni del gran movimento (Liebknecht, Bebel, Kautski) viene insistentemente e vivamente sconsigliata (Id. pag. 195).

E subito allora si designò fra i primi due dissidio circa l' azione da esplicarsi al Reichstag, volendo il Bebel una partecipazione attiva al lavoro parlamentare, opponendosi il Liebknecht, attesa la impossibilità di influire efficacemente secondo i loro scopi sulla rappresentanza nazionale. Per lui la attività parlamentare doveva esercitarsi al solo scopo di profittare della agitazione elettorale per il lavoro di propaganda, limitandosi a protestare in seno alle Assemblee contro ai metodi del Governo.

In seguito però lo stesso Liebknecht mutò d' avviso e fu uno dei più ferventi apostoli della attività parlamentare da parte dei deputati socialisti.

Dati questi autorevoli precedenti, non è da meravigliare se dovunque, anche in Italia, la tattica del socialismo cambiasse metodo e indirizzo.

Chiaramente, in poche linee ci addita e tratteggia questo cambiamento Ivanhoe Bonomi (Le vie nuove del socialismo pag. 91), come segue:

« L'antica tattica marxista insegnava: bisogna instaurare « la dittatura del proletariato per procedere poi gradualmente « e con una lunga teoria di provvedimenti rivoluzionari alla « abolizione del capitalismo.

« Al quale insegnamento l'odierno socialismo aggiunge « prudentemente: intanto che si aspetta la prognosticata ditta-« tura, giova imporre alla borghesia, le riforme che agevolano « il passaggio dalla civiltà presente alla futura ».

Le parole hanno proprio la loro fortuna. *Dittatura* era parola che facea fremere tempo fa; ma accompagnata dal correttivo *Proletaria* diventa un talismano.

Veniva così dischiusa la porta di tutti i parlamenti ai deputati socialisti i quali avevano il duplice compito: vigilare protestando ed imporre riforme alla borghesia.

Ma qui si presentava un pericolo. E se le imposte riforme riuscissero ad accontentare le classi lavoratrici non poteva forse avvenire che si acquetassero le loro smanie rivendicatrici e si rimettesse a un futuro sempre più lontano lo incameramento dei mezzi di produzione, ossia del capitale?

Ed ecco accentuarsi in seno al partito quella duplice tendenza che vedemmo nel Reichstag, poichè, come ancora scrive il già citato Edgard Milhaud, mentre da una parte stanno gli intransigenti che, fermi nei principi, vogliono a questi conformare la azione; dall'altra sono coloro che, tenendo calcolo delle contingenze, sono disposti a transigere nella applicazione dei principi colle necessità pratiche pel conseguimento più sollecito dei maggiori risultati.

Ciò che in Germania, accadde press'a poco in tutti gli altri paesi, e si videro dappertutto nelle rappresentanze nazionali penetrare e poi affluire i campioni del socialismo ufficiale, con propositi più o meno spinti e audaci, in massima però, più che alla cooperazione legislativa, intonati alla più desta e diffidente vigilanza e armati sempre di tutto punto per resistere alle spese improduttive e più che mai alle spese militari.

Per questo la scuola autentica e coerente non vede mai volentieri, anzi avversa, ogni partecipazione del rappresentante socialista al potere esecutivo, la quale infatti non può che condurre a compromissioni e ad incontrare responsabilità che ripugnano coi principî fondamentali del socialismo.

Come potrebbe infatti un vero socialista assumere solidarietà con colleghi che domandano sempre nuovi milioni per le corazzate, pei cannoni? E come in uno stato monarchico potrebbe un ministro socialista rendersi solidale nella presentazione di un bilancio dove si imposta una lista civile e un appannaggio per i principi del sangue?

Grande fu lo stupore nell'ambiente socialista quando nel giugno 1899 si apprese che, inaspettatamente un deputato socialista, Millerand, entrava nel gabinetto Waldek Rousseau.

Non si trattava già di impossessarsi di tutto il potere centrale, ma di una partecipazione individuale frammentaria, per effetto di cui il rappresentante della scuola, più che signore era captivo di una maggioranza contraria. Dopo Millerand, Briand e dopo Viviani e più tardi ancora Briand con altri elementi, per quanto radicali, e ieri ancora un sospetto e oggi una realtà di Viviani....

Ma l'esperimento fatto provava che la partecipazione dei socialisti al Governo nulla cambiava allo stato delle cose di fronte al socialismo, poichè tutti gli organi di coercizione, esercito, polizia, giustizia, amministrazione, funzionavano come prima.

La lezione era eloquente e non poteva non condurre al risveglio di ben diverse e decise e rivoluzionarie aspirazioni.

Di qui un rincrudimento di antipatia e di reazione verso lo Stato, il quale sempre più veniva rivelando la propria inettitudine alla attuazione dell'ideale socialistico.

Anche quando esso emanava leggi intese a proteggere lavoro e lavoratori, il vero socialista non sapea che farne. Il Pelloutier nella sua storia delle borse del lavoro (pag. 53) ci enumera una serie di leggi sul lavoro dei fanciulli e delle donne, su le ore del lavoro, sul riposo festivo, sui probiviri etc. e soggiunge che tutte queste leggi erano rese inapplicabili dal farisaismo delle interpretazioni, dagli ostacoli nell'applicazione, onde ogni illusione venne meno nelle coscienze illuminate e si abbandonò ogni fiducia e speranza nella azione legislativa.

Lo Stato politico economico, dichiara il Lagardelle nella sua prefazione al libro di Goumont — La Nation contre l'Etat — è divenuto per tutti quelli che osservano, sinonimo

di tirannia, di arbitrio, di dissipazione, di concussioni, di incompetenza.

Un rimprovero, che fino a un certo punto dobbiamo riconoscere fondato, mosso al parlamentarismo, è che le funzioni supreme amministrative risultano fidate a mani incompetenti; onde si vede lo stesso uomo politico passare dal ministero delle poste e telegrafi a quello della giustizia, magari a quello della guerra e marina, frustrando talvolta il lavoro dei subordinati competenti.

Profondamente osserva il prof. Moreau, che i parlamenti troppo preoccupati della questione politica, si rivelano sempre meno adatti alla funzione legislativa; effetto inevitabile del regime rappresentativo che instituisce in permanenza la lotta dei partiti per la conquista del potere esecutivo. Salvo rare eccezioni, il Parlamento ormai non discute seriamente che le questioni politiche e accoglie e vota distrattamente le leggi tecniche. (Le code civil. t. II. pag. 1045).

Questo fenomeno ancor più accentuato in Francia, assume sempre maggior risalto anche da noi.

Oggi stesso ne siamo testimoni. L'aula legislativa quasi deserta quando si discutono o si deliberano i più importanti progetti di legge, si ripopola fino alla pienezza o quasi, se si tratta di fare riuscire un tiro esiziale al governo in funzione e preparare il ritorno di quello appena cessato.

Nè il regime democratico e anche repubblicano ha punto attenuato questo vizio fondamentale, poichè anche in esso la supremazia degenerante in idolatria dello Stato spiega gli stessi effetti dell'assolutismo monarchico di un tempo.

Ben se ne fecero le tristi esperienze in Francia sotto al ministero Clemenceau.

La legislatura sorta fra l'entusiasmo generale nel 1906, col più bel programma di miglioramento sociale che mai fosse stato edito (scrive il Gaumont pag. 45), non seppe attuare che... l'aumento della indennità parlamentare e il ristabilimento della ghigliottina.... E quanto ai metodi di governo verso le classi lavoratrici basti ricordare 15 operai uccisi 467 mutilati 194 anni di reclusione distribuiti fra i renitenti, 392 funzionarî revocati ed altri traslocati.

In conseguenza di ciò, dice il Gaumont, la società produttrice nulla deve più attendere da questa baraonda decrepita, degenerata.... ma tutto invece deve aspettarsi dal proletariato, che si fa ogni giorno più cosciente, più illuminato e che si accende di entusiasmo al proposito di togliere di mano alla

classe che proclamò i diritti dell'uomo, quella missione che poi non seppe adempire.

Dal lavoro riconosciuto creatore di ogni ricchezza sociale deriva la preminenza del lavoratore sul cittadino e per conseguenza la organizzazione di un regime basato su la sovranità del lavoro (Gaumont, pag. 74).

Riconosciuta definitivamente la insufficienza dello Stato e quindi la necessità di sostituirlo con altri organismi, non si durò fatica ad additare questi nei singoli gruppi di lavoratori o sindacati composti di veri competenti, conoscitori per quotidiana esperienza della azienda cui sono addetti, meglio di ogni azione parlamentare in grado di conoscere l'indole e i bisogni e quindi emanare provvedimenti saggi ed opportuni.

Cotali organizzazioni hanno il vantaggio di non abdicare mai la loro competenza regolatrice conferendone gli attributi ad un delegato che poi, per reggersi e dirigersi è costretto a pattuizioni e concessioni, per effetto delle quali il vero interesse del delegante si trascura e si oblitera; ma esse stesse si riuniscono e deliberano e poi su le proprie deliberazioni vigilano e richiamano se e quando occorre.

E i gruppi si alleano a formare federazioni, i cui consigli si regolano secondo i voti delle assemblee a cui fanno capo, nè cosa alcuna possono deliberare se non ad referendum.

Essi poi, come informa Feliciano Challay, nel suo libro « Syndicalisme réformiste et révolutionnaire » non si occupano soltanto del lavoratori organizzati ma anche degli estranei che pietosamente chiamano incoscienti.

Alla loro testa si stabilisce una nuova aristocrazia di operai scelti per cultura o abilità a dirigere e amministrare.

Il compito dei detti organismi consiste per ora nello imporre, coll'arma dello sciopero, tali riduzioni del profitto da rendere alla fine il capitalismo indifferente alla presa di possesso dei mezzi di produzione da parte di quelle associazioni, le quali, impadronendosene, ne faranno una applicazione più esperta e competente.

E così il trionfo della classe avverrà al rovescio di quanto era stato profetato da Marx. Per costui la tirannide capitalista

doveva ridurre, come vedemmo, l' operaio alla disperazione e quindi alla rivolta. Secondo i sindacalisti invece, scrive Challay, la emancipazione dei lavoratori uscirà da un progresso continuo, da un continuo incremento di benessere e di libertà per gli stessi.

Or qui il nostro Labriola mette innanzi certi principî direttivi secondo lui destinati a inspirare l' esercizio sindacale dell' industria e che fanno davvero stupire.

« Noi riconosciamo, egli scrive nel già citato suo libro « Socialismo e Sindalismo » che nessuna forma di società come quella che definiamo capitalistica ha saputo realizzare progressi industriali ed economici che, anche da lontano, si avvicinassero in certa guisa a quelli che il capitalismo ha saputo realizzare. Ora, noi che vogliamo essere gli eredi della società capitalistica, non vogliamo punto dimenticare la lezione economica che esso ci ha dato.... Il socialismo come erede della società che ha spinto al più alto grado la efficacia produttiva del lavoro umano non può che svolgere ed applicare su più vasta scala i principî economici del capitalismo ».

Se non mi inganno, a dire dei socialisti, questi principî economici del capitalismo erano e sono tuttora: sfruttamento, sfrenata libera concorrenza, che poi, per necessità di mutua difesa, degenera in monopolio, protezionismo etc.

Di guisa che i poveri consumatori potranno ricantare il vieto ritornello: « Cà ne valait pas la peine assurément de changer de gouvernement ».

« Quelle riforme immediate alle quali debbono frattanto intendere i sindacati non si otterranno mai se non costringendovi l' intervento del legislatore o piegandovi per necessità i padroni mercè la imposizione dei lavoratori: i quali debbono servirsi di diversi mezzi: manifestazioni in pubblico, sciopero, acciabattamento (così assai bene Zoccoli traduce la parola sabotage), boicottaggio, label.

« La soppressione dei *Bureaux de placement* potè essere ottenuta mediante dimostrazioni tumultuose di strada.

« Le concessioni dei padroni si ottengono con scioperi fatti a tempo, ossia quando tornano a costoro più molesti e dannosi, di sorpresa, e con estensione vasta più che possibile ».

Coll' acciabattamento si mira a fare un prodotto scadente, con lungo lavoro, impedito magari con guasti alle macchine o alle materie di lavoro. I fornai lasciano cadere nella pasta qualche goccia di petrolio, i fabbricatori di mobili dimenticano i chiodi nel pezzo di legno che va sotto la sega, e così via.

Il *boicottaggio* così detto da Boycott che ne fu la prima vittima (v. Brisson, Histoire du travail et des travailleus, pag. 519) tutti sanno in che consista.

Il *label* o piccolo cartello o appendice è una marca o segno che gli operai americani per i primi immaginarono di appiccicare ai manufatti di quegli stabilimenti dove si lavora secondo le norme prescritte dal sindacato.

Ma altre e ben più efficaci misure invoca e attende il sindacalismo, come la legge propugnata dal partito operaio guesdista di rendere obbligatorie per tutti gli operai anche non organizzati le decisioni delle masse sindacali. Enrico Leone desidera una legge che renda arbitro il sindacato di comminare disposizioni punitive per i krumiri. E si vanta di avere egli stesso in Italia propugnato « una legge per la obbligatorietà dello sciopero per le minoranze e per la proibizione del krumiraggio.... *non senza suscitare la idiota meraviglia degli orecchianti* del socialismo.... » Meno male che egli stesso così ci assicura che vi sono fra i socialisti ancora uomini che hanno imparato e ricordano che significhi la parola libertà!

Ancora però tutte queste riforme immediate non sono che una tappa sulla via del trionfo completo dell'ideale socialista; in quanto esse lasciano sussistere la massima, la fondamentale fra le iniquità: il salariato.

Bisogna pensare alla emancipazione integrale, mercè cui si potrà attuare la spropriazione dei capitalisti.

E il mezzo supremo decisivo per arrivarvi è lo sciopero generale, sovratutto applicato alle industrie essenziali della vita; del quale fu principale propagandista Aristide Briand.

Dopo di aver sospeso il lavoro, i proletarî si impadroniranno dei mezzi di produzione, terre, officine, macchine etc. di tutte le ricchezze e trasformeranno queste proprietà individuali in proprietà sociale.

Sarà questa, al dire di G. Sorel la gran battaglia napoleonica che schiaccerà definitivamente l' avversario.

E allora, non più privilegi economici, non più autorità padronale o amministrativa, non più cittadini capaci di lavorare e che non producono. Tutti produttori per tutti. Le associazioni operaie esse stesse organizzeranno la produzione e la repartizione dei prodotti.

Che poi le società attuali siano incamminate verso questa rivendicazione si fa palese da sintomi non equivoci che già ci fanno accorti che la convinzione contemporanea se ne vien ogni giorno più penetrando.

Che sono e che significano si domanda Jean Gaumont questi sindacati fra di loro federati, queste borse del lavoro organizzate e fra di loro solidali, se non i primi stanziamenti della città economica dell' avvenire dove ognuno per partecipare al beneficio della convivenza sociale dovrà, secondo le sue forze e nei limiti della sua volontà, esercitarsi alla funzione augusta di produttore della ricchezza?

Anche fra i nostri Arturo Labriola e Enrico Leone esaltano il prestigio dello sciopero generale.

Scrive il primo: « l' Esperienza ha dimostrato che l' idea dello sciopero generale come simbolo della catastrofe del capitalismo è un buon mezzo per far crescere la temperatura rivoluzionaria del proletariato ed educarne il sentimento eroico del sacrificio.... Per noi sindacalisti la predicazione dello sciopero generale equivale alla affermazione che il socialismo deve essere operaio, economico e rivoluzionario. Perciò noi sindacalisti affermiamo che il socialismo operaio è tutto nello sciopero generale ».

E il Leone scrive che « l'arma dello sciopero generale deve essere maneggiata con *espertezza* (sic)... Oggi ha bisogno di guadagnare la propria efficacia col danno pro lotto sulla compagine dei presenti rapporti economici ». Ciò vuol dire che per oggi serve soltanto come una forma di *sabotaggio...* » ma, prosegue il coraggioso autore, « quando sarà la espressione consapevole e illuminata dell'universale mondo del lavoro, che al di là di ogni frontiera si leva contro al mondo del capitale, — allora l'opera di espropriazione capitalistica — questo (attenti bene) contraccolpo attivo dell'astensione universale del lavoro sarà l'inevitabile parto dello sciopero generale ».

Capitalisti respirate! Vi resta del tempo ancora per godervi i profitti delle vostre imprese! Quando così tutto il mondo operaio delle 5 parti della terra concorde romperà un bel giorno allo sciopero generale il regno del sindacalismo sarà assicurato. E invano allora la borghesia correrà ai soliti ripari.

« Lo sciopero generale della caserma risponderà allo sciopero generale delle fabbriche ».

E quì il focoso autore è più pratico e coerente del suo compagno e concittadino Labriola. Il quale invece ha tutt'altro che in animo la sospensione e lo sciopero della caserma, dal momento che sogna nuove guerre di rivincita e di conquista.

« La pace, egli, scrive, consacra talvolta le maggiori iniquità e la guerra può essere strumento di progresso. La guerra della Manciuria è stata per la crescente industrializzazione del

mondo più importante che la scoperta (voleva dire invenzione) della macchina a vapore.

« Grazie ad essa la Cina è stata strappata al suo torpore e la Corea costretta a civilizzarsi.

.... « Naturalmente questo progresso si è compiuto fra molte lacrime che sarebbe stato desiderabile evitare. Ma non spetta a noi socialisti che consideriamo le cose *un poco sub specie aeternitatis* (impagabile quell' *un poco*) indugiare troppo sui dolori dei presenti....

« Il Vollmar sembra abbia intesa la dottrina di Hervè appunto nel senso di un pacifismo a tutta oltranza. Ma noi sindacalisti non siamo punto herveisti a questa maniera ».

E poi, bruciato un grano d'incenso a Napoleone, prosegue « noi sindacalisti pensiamo che la nostra ripugnanza per la guerra tra la Francia e la Germania deriva piuttosto da un timore che abbiamo intorno alle forze militari della Francia, anzichè dall'orrore verso della guerra ».

Vada il complimento di *compagni* tedeschi.

E ancora « Ci domandiamo (noi sindacalisti) se una guerra condotta da una Russia trasformata dalla Rivoluzione contro la Germania di Guglielmo, unto da Dio, ci avrebbe avuti pacifisti decisi. Simili imbecillità noi le lasciamo pascolare (sic) sotto la penna di tutti i Turati che debbono smascolinare il partito socialista (Socialismo e sindacalismo pag. 150).

Altro che herveismo! Una vera nostalgia della guerra.

Un uomo animato da questi elementi non può non volere perpetuata la caserma. E allora? Allora ha ragione Enrico Leone.

SU LA RISOLUZIONE APPROSSIMATA DEL PROBLEMA DI DIRICHLET

Nota del prof. ADOLFO VITERBI

(Adunanza del 2 luglio 1914)

Generalmente la risoluzione del problema di Dirichlet a l'interno od a l'esterno di una superficie, anche nei casi in cui è possibile teoricamente, presenta, quando si tratti di una superficie avente forma diversa da quella sferica, difficoltà gravissime di calcolo materiale e, quando pure queste si possono superare, conduce, come avviene ad es. per l'ellissoide di rivoluzione, a formule oltremodo complicate, le quali, mal prestandosi a calcoli numerici, non presentano, nelle effettive loro applicazioni, una vera utilità.

Se non che varii problemi che si incontrano appunto in molteplici applicazioni della teoria del potenziale, e specialmente in Geodesia, sono ricondotti a la determinazione di funzioni armoniche, nello spazio interno od esterno a superficie convesse, soggette inoltre ad assumere valori assegnati nei punti delle superficie stesse, la quale determinazione deve compiersi in condizioni tali da rendere conveniente e relativamente facile la ricerca di soluzioni approssimate del problema di cui trattasi. Generalmente tali soluzioni sono approssimate in quanto ottenute trascurando sia quegli elementi che caratterizzano lo scostamento della superficie, a cui si riferisce la cercata funzione armonica, da la forma sferica, sia tenendo conto soltanto di grandezze di un determinato ordine rispetto a gli elementi accennati.

Tali semplificazioni nella risoluzione del problema di Dirichlet si ritengono, nella pratica, giustificate sia da la natura stessa degli elementi intrinseci della superficie di cui trattasi, sia da la relativa piccolezza dei *valori* che la cercata funzione

deve assumere su la superficie stessa. Tutti questi elementi vengono ordinariamente utilizzati per una valutazione approssimata della differenza fra la soluzione esatta e quella approssimata del problema. Ora si presenta quasi spontanea la ricerca del limite superiore dell'errore da cui è affetta la ottenuta soluzione approssimata e più precisamente di una funzione *maggiorante* della differenza fra essa e la soluzione esatta. Per funzione *maggiorante* rispetto ad una funzione Δ va naturalmente intesa una funzione delle coordinate dei punti della regione dello spazio in cui è definita la Δ, la quale, in ognuno di tali punti, assuma un valore positivo, non mai minore della corrispondente grandezza Δ.

A tale ricerca, condotta sotto il punto di vista che più interessa in particolare la geodesia, è dedicato il presente lavoro. Si considereranno soltanto superficie convesse, sodisfacenti a certe limitazioni che saranno chiarite nel corso della trattazione. È ovvio come la presente ricerca possa essere probabilmente suscettibile di qualche applicazione non del tutto priva d'interesse a quelle superficie di forma poco diversa da quella sferica, quali ad es. si può ritenere siano le superficie di livello terrestri, almeno in quella regione a cui si limitano gli studii geodetici e geofisici. In questo lavoro si parte da la considerazione della ordinaria funzione di Green G relativa a la regione dello spazio interna od esterna ad una superficie Σ (convessa e chiusa) costituita da un sol pezzo: anzi per fissare le idee si tratterà soltanto della regione interna, non presentando il problema di Dirichlet rispettivamente relativo a lo spazio interno od esterno ad una superficie, differenze concettuali, quando si tenga il debito conto del comportamento a l'infinito delle funzioni armoniche.

Ricordiamo brevemente la definizione di G.

Si adotterà pertanto la notazione: $r(\mathrm{P},\mathrm{Q})$ oppure $r(x,y,z\,;\,a,b,c)$ a designare la mutua distanza di due punti P, Q dello spazio tali che, riferitili ad un arbitrario sistema di coordinate cartesiane, ortogonali, siano x, y, z le coordinate di P: a, b, c quelle di Q. Ciò posto, si dice funzione preliminare di Green (relativamente a la regione S dello spazio interna a la considerata superficie Σ) una funzione; $\Gamma(x,y,z\,;\,a,b,c)$ (che si designerà pure con $\Gamma(\mathrm{P},\mathrm{Q})$) delle coordinate dei punti P, Q la quale sodisfi a le seguenti condizioni (supposto che nessuno dei due punti sia esterno a la Σ):

« 1°). Essa è simmetrica rispetto a le due terne di variabili da cui dipende »:

« 2°). Supposto fisso uno dei due punti (ad es. P). variabile l'altro (a l'interno di Σ) la Γ, considerata come funzione delle coordinate di quest'ultimo, è *armonica*.

« 3°). Sempre essendo P un punto fisso a l'interno di Σ, la Γ, considerata come funzione di a, b, c, è definita da la seguente condizione al *contorno* »:

$$\Gamma(P, Q_*) = \frac{1}{r(P, Q_*)}$$

detto Q_* il punto *corrente* della superficie Σ, a cui da l'interno si è fatto convergere Q.

Ciò premesso, la funzione ordinaria di Green G è, come è ben noto, una funzione delle due terne di variabili x, y, z; a, b, c (simmetrica rispetto a queste) data da:

$$\text{(I}^\circ\text{)} \quad G(P, Q) \text{ (oppure } G(x, y, z;\, a, b, c)) = \frac{1}{r(P, Q)} - \Gamma(P, Q) .$$

È pure ben noto che, detta U_0 una funzione finita, continua delle coordinate dei punti della Σ, la funzione U armonica a l'interno di questa superficie e che in ogni punto di essa coincide con U_0, è data da:

$$\text{(II}^\circ\text{)} \qquad U = \frac{1}{4\pi} \int U_0 \frac{\partial G}{\partial n_{Q_*}} \, d\Sigma ,$$

ove designi $\frac{\partial G}{\partial n_{Q_*}}$ il limite a cui tende la derivata della G calcolata lungo la normale n_{Q_*} a Σ, in un punto Q_* di questa, allorchè converge Q, inizialmente interno (a Σ), al detto punto Q_*. La integrazione va naturalmente estesa a la detta superficie: variabili di integrazione sono le coordinate di Q_*, punto corrente della Σ, ed in funzione di esse è espressa U_0. La (II°) fornisce così i valori della U in ciascun punto P della regione S interna a Σ; le coordinate di questi, costituendo la seconda terna di variabili che figura in $\frac{\partial G}{\partial n_{Q_*}}$.

In sostanza la risoluzione del problema di Dirichlet può ritenersi ricondotta a la determinazione della funzione che abbiamo designata con $\frac{\partial G}{\partial n_{Q_*}}$. Noi qui ci limiteremo implicitamente a considerare superficie Σ, per le quali si assuma *a priori* assicurata la esistenza della corrispondente (unica) fun-

zione di Green (con tutte le sue proprietà ben note, concernenti pure le sue derivate).

La presente ricerca raggiunge due obbiettivi:

1°). La determinazione di una funzione *maggiorante* Φ rispetto a la differenza:

$$\frac{\partial G}{\partial n_{Q_*}} - \left\{ 2 \frac{\partial \frac{1}{r}}{\partial n_{Q_*}} - \frac{1}{R_m\, r(P, Q_*)} \right\}$$

ove designi R_m un valore intermedio (scelto del resto ad arbitrio) fra il massimo ed il minimo dei valori che possono assumere i *raggi di curvatura principali* della Σ (¹).

2°). La determinazione di una funzione *maggiorante* Ψ della derivata:

$$\frac{\partial G}{\partial n_{Q_*}}.$$

(Una funzione siffatta fu già data da Zaremba (²): se non che qui fu ottenuta una nuova funzione Ψ che è diversa da quella da lui data e che, mentre fu dedotta sotto ipotesi forse più restrittive di quelle presupposte da lo stesso autore, si può però, a mio debole avviso, come si vedrà più innanzi, prestare meglio, per il modo con cui è costruita, ad applicazioni a la geodesia).

A la considerazione della Φ fin qui guidato dal concetto che, ove la Σ si riducesse ad una sfera di raggio R_m, sarebbe identicamente:

$$\frac{\partial G}{\partial n_{Q_*}} = 2 \frac{\partial \frac{1}{r}}{\partial n_{Q_*}} - \frac{1}{R_m\, r(P, Q_*)}.$$

Ciò si vede subito, ponendo mente che in tal caso sarebbe la normale n_{Q_*} il raggio della sfera che va al punto Q_*.

(¹) Si badi che nella formula testè scritta anche $\dfrac{\partial \frac{1}{r}}{\partial n_{Q_*}}$ è funzione delle coordinate di P (oltre che di quelle di Q_*).

(²) v. ZAREMBA. — *Contribution a la theorie de la fonction de Green.* — Bulletin de la Société Mathématique de France. Tomo 24°, pag. 19-24. Paris, 1896.

mentre [1]:

$$\frac{\partial G}{\partial n_{Q_*}} = \frac{R^2_m - \varrho^2}{R_m (R^2_m + \varrho^2 - 2 R_m \varrho \cos \psi)^{\frac{3}{2}}}$$

designando ϱ la lunghezza del raggio vettore che va dal centro O della sfera al punto designato con P; ψ l'angolo delle direzioni OP, OQ_*. Avrebbe quindi evidentemente Φ il medesimo *ordine di grandezza* degli elementi caratterizzanti lo scostamento di Σ, da la forma sferica.

Detta quindi U_0 una funzione (finita, integrabile) sempre positiva delle coordinate dei punti della Σ, tale che sia in ogni punto:

$$|\mathbf{U}_0| \leq U_0,$$

è chiaro, in virtù di quanto precede che l'integrale (esteso a la Σ):

$$\text{(III}^0\text{)} \qquad \frac{1}{4\pi}\int U_0 \, \Phi \, d\Sigma$$

sarà una funzione delle coordinate dei punti interni a Σ tale che il suo valore in ciascuno di essi sarà $\geqq$ del modulo corrispondente della differenza fra la soluzione rigorosa del problema di Dirichlet e la soluzione approssimata:

$$\frac{1}{2\pi}\int U_0 \frac{\partial \frac{1}{r}}{\partial n_{Q_*}} d\Sigma - \frac{1}{4\pi R_m}\int \frac{U_0}{r(P, Q_*)} d\Sigma .$$

(Qui, come nella (III^0) si intende la integrazione estesa a la superficie Σ).

La formula testè scritta sarebbe evidentemente la differenza fra le due funzioni potenziali, l'una di una distribuzione di doppio strato, l'altra di una distribuzione di semplice strato fatte entrambe su la Σ, la prima con densità: $\frac{U_0}{2\pi}$, la seconda con densità $\frac{U_0}{4\pi R_m}$.

---

[1] v. ad es. GOURSAT, *Cours d'analyse mathématique.* — (2ª ediz.) vol. III^0. (Paris, 1913), pag. 259.

La differenza in parola rappresenterebbe, ove la Σ fosse una sfera di raggio R_m, come è ben noto, la funzione armonica (entro detta sfera) U la quale coincide su la superficie in parola con U_0 (1).

In taluni casi (quando si tratti di una superficie Σ di forma molto vicina a quella sferica) può essere lecito sostituire (per maggiore semplicità) a:

$$\frac{\partial \frac{1}{r}}{\partial n_{Q_*}}$$

la derivata della stessa $\frac{1}{r}$ secondo il raggio vettore (da un certo punto P) dello stesso Q_* ed anche tale sostituzione dà naturalmente luogo nel calcolo della U ad un errore ulteriore di cui vedremo a suo tempo come si calcoli il limite superiore.

La considerazione invece della funzione designata con Ψ interviene quando del problema di Dirichlet (relativo a la Σ) si determini una soluzione approssimata sotto quell'altro punto di vista. Si consideri cioè una superficie (chiusa) Σ', esterna (dato che qui si tratta di problema di Dirichlet *interno*, mentre se si trattasse di problema *esterno* dovrebbe la Σ' essere interna a la Σ) a la Σ. Sia la Σ' tale che il problema di Dirichlet relativo ad essa si possa risolvere senza difficoltà (mentre altrettanto non avvenga nei riguardi della Σ) e che si possa stabilire convenientemente una corrispondenza biunivoca fra ogni punto Q_* della Σ ed un punto Q'_* della Σ'. Si consideri quindi una funzione U'_0 dei punti di Σ', la quale assuma in ciascun punto Q'_* della superficie stessa il medesimo valore che in Q_* assume la U_0 e si determini la funzione armonica U' a l'interno di Σ' che nei punti di questa superficie coincide con U'_0.

Ciò premesso, sia $\Delta U'$ una funzione sempre positiva delle coordinate dei punti di Σ, tale che fra i valori assunti in ciascun punto Q_* rispettivamente da essa e da U', U_0 sussista la disuguaglianza:

$$|U' - U_0| \leq \Delta U'.$$

È chiaro allora che la differenza: $U - U'$, renderà, in ogni punto P interno a la Σ, sodisfatta la disuguaglianza:

(1) v. ad es. GOURSAT, *Op. cit.*, stessa pagina.

$$(IV^0) \qquad |U' - U| \leq \frac{1}{4\pi} \int \Psi(P, Q'_*) \Delta U' \, d\Sigma$$

l' integrale essendo esteso a la superficie Σ.

La (IV^0) fornisce così un modo per calcolare il grado di approssimazione col quale si può assumere la U' come soluzione del problema di Dirichlet relativo a la Σ.

Caso tipico, che può presentarsi in ricerche geodetiche, è quello in cui sia la Σ' una sfera di centro O e si considerino come punti corrispendenti, secondo il criterio sopra indicato, di Σ, Σ', quelli posti su un medesimo raggio vettore uscente da O. Naturalmente la approssimazione con la quale si può ricorrere a la U' anzichè a la U dipende, oltre che da la grandezza degli elementi caratterizzanti lo scostamento delle due superficie, anche da la grandezza dei valori di U_0.

Non sarebbe questo il luogo per diffonderci in maggiori dettagli circa le principali applicazioni dei concetti suesposti (che saranno illustrati con un esempio *numerico*), applicazioni non rare ad es. nello studio del potenziale della gravità e delle superficie di equilibrio terrestri.

La trattazione stessa poi dell' argomento ci porterà, come vedremo, a ottenere per nuova via il risultato ben noto, che cioè la risoluzione del problema di Dirichlet si può ricondurre a quella di una equazione integrale (lineare) di Fredholm con *nucleo* $\dfrac{\partial \frac{1}{r}}{\partial n_{Q_*}}$. In secondo luogo si otterrà qui un metodo, che credo nuovo, per la risoluzione del problema in parola relativo ad una classe speciale si, ma non ristretta, di superficie (convesse, chiuse), mercè successive approssimazioni. La soluzione sarebbe data da una serie tale che i successivi suoi termini siano ordinati secondo il grado minimo (crescente di una unità da uno ad altro termine) al quale in ciascuno di essi compaiono gli elementi caratterizzanti lo scostamento della superficie considerata da la forma sferica. E si vedrà come sia (almeno teoricamente) facile calcolare il *resto* di una tale serie relativamente ad un *indice* qualunque, in guisa che la somma di un primo numero finito di termini della serie possa condurre ad una soluzione approssimata del problema di Dirichlet.

§ 1.° — Equazione integrale fondamentale.

Si consideri una regione S dello spazio, limitata da una superficie Σ, che al momento supporremo soggetta a le sole limitazioni necessarie a che, per la regione S che, per fissare le

idee, supporremo (v. introduzione) interna a Σ, esista (ed ammetta derivate prime anche nei punti della stessa Σ) la ordinaria (unica) funzione di Green, funzione, che in base a le notazioni ed a i simboli usati nella introduzione, a i quali, ben si intende, manterremo sempre il medesimo loro significato, andrà rappresentata con $G(x, y, z; a, b, c)$ oppure $G(P, Q)$. I due punti P, Q apparterranno a la regione S.

È noto allora che la funzione preliminare di Green, che fu designata con $\Gamma(P, Q)$ (relativa a la regione S) renderà sodisfatta la relazione:

$$\text{(A)} \qquad \Gamma(P, Q) = \frac{1}{4\pi} \int \frac{\partial G}{\partial n_{A_*}} \frac{1}{r(A_*, Q)} d\Sigma$$

ove designi $\frac{\partial G}{\partial n_{A_*}}$ il limite a cui tende la derivata della considerata funzione di Green $G(P, A)$ calcolata rispetto a la normale n_{A_*} a la Σ nel punto A_* di essa, allorchè il punto A da l'interno di Σ converge ad A_*.

La integrazione si intende estesa a la Σ e ciò si riterrà senz' altro sottinteso ogni qualvolta si incontreranno, nel corso di questo lavoro, integrali per i quali non sia specificato il campo a cui sono estesi e dove l'elemento del campo di integrazione sia $d\Sigma$. Le coordinate di A_* saranno naturalmente le variabili di integrazione.

Si consideri quindi la derivata di $\Gamma(P, Q)$ (risguardata come funzione delle coordinate di Q) rispetto ad una direzione qualunque k. Si avrà:

$$\frac{\partial \Gamma}{\partial k} = \frac{1}{4\pi} \int \frac{\partial G}{\partial n_{A_*}} \frac{\partial \frac{1}{r(A_*, Q)}}{\partial k} d\Sigma,$$

valida, ogni qualvolta, come supponiano noi, sia P interno a la Σ.

Perciò in virtù della (I°) (introduzione):

$$\text{(1)} \qquad \frac{\partial G}{\partial k} = \frac{\partial \frac{1}{r}}{\partial k} - \frac{1}{4\pi} \int \frac{\partial G}{\partial n_{A_*}} \frac{\partial \frac{1}{r(A_*, Q)}}{\partial k} d\Sigma.$$

Se in particolare fosse k la direzione della normale n_{Q_*} a la Σ in un suo punto generico Q_*, diverrebbe manifestamente la (1):

$$(1') \quad \frac{\partial G(P, Q)}{\partial n_{Q_*}} = \frac{\partial \frac{1}{r(P, Q)}}{\partial n_{Q_*}} - \frac{1}{4\pi} \int \frac{\partial G}{\partial n_{A_*}} \frac{\partial \frac{1}{r(A_*, Q)}}{\partial n_{Q_*}} d\Sigma .$$

È ovvio potersi il secondo termine del secondo membro di questa relazione risguardare (a prescindere dal segno) come la derivata rispetto a la normale (n_{Q_*}) a la Σ, del potenziale:

$$\frac{1}{4\pi} \int \frac{\partial G}{\partial n_{A_*}} \frac{d\Sigma}{r(A_*, Q)},$$

della distribuzione di semplice strato, fatta su la Σ con densità: $\frac{\partial G}{\partial n_{A_*}}$. Tale densità è una funzione sempre finita delle coordinate del punto A_* delle superficie essendosi escluso che il punto (parametrico) P appartenga a la stessa Σ.

Si faccia ora convergere il punto Q (da l'interno di Σ) al punto Q_*, ponendo brevemente:

$$\lim \frac{\partial G(P, Q)}{\partial n_{Q_*}} \text{ al convergere di } Q \text{ a } Q_* = \frac{\partial G}{\partial n_{Q_*}}$$

$$\lim \frac{\partial \frac{1}{r(P, Q)}}{\partial n_{Q_*}} \quad " \quad " \quad " = \frac{\partial \frac{1}{r}}{\partial n_{Q_*}} .$$

Allora, in virtù di una delle proprietà fondamentali ben note delle funzioni potenziali delle distribuzioni superficiali di semplice strato, evidentemente [1]: (con una conveniente scelta di segni e di *versi positivi* per le direzioni):

$$(2) \quad \lim_{Q=Q_*} \int \frac{\partial G}{\partial n_{A_*}} \frac{\partial \frac{1}{r(A_*, Q)}}{\partial n_{Q_*}} d\Sigma = \int \frac{\partial G}{\partial n_{A_*}} \frac{\cos(\widehat{A_* Q_*, n_{Q_*}})}{r^2(A_*, Q_*)} d\Sigma - 2\pi \frac{\partial G}{\partial n_{Q_*}},$$

dove con la notazione $\widehat{d_1, d_2}$ si intenda di rappresentare l'angolo di due direzioni d_1, d_2.

---

[1] v. ad es. GOURSAT, *loc. cit.* — Pag. 284.

Quasi superfluo far notare doversi risguardare $\frac{\partial G}{\partial n_{Q_*}}$ come il valore che nel punto Q_* assume la $\frac{\partial G}{\partial n_{Q_*}}$ considerata come funzione delle coordinate del punto corrente (di Σ) A_*.

Da questa ultima relazione associata a la (1′) segue immediatamente la equazione integrale:

$$\text{(B)} \qquad \frac{\partial G}{\partial n_{Q_*}} = 2 \frac{\partial \frac{1}{r}}{\partial n_{Q_*}} - \frac{1}{2\pi} \int \frac{\partial G}{\partial n_{A_*}} \frac{\cos(\widehat{A_* Q_*, n_{Q_*}})}{r^2(A_*, Q_*)} d\Sigma,$$

a la quale sodisfa la $\frac{\partial G}{\partial n_{Q_*}}$, considerata come funzione delle coordinate del punto Q_*; e ciò, qualunque sia l' altro punto P, purchè interno a Σ.

La (B) sarà la equazione fondamentale costituente il punto di partenza della presente ricerca. Intanto essa conduce, per nuova via, a la conclusione ben nota potersi ricondurre la risoluzione del problema di Dirichlet nello spazio a quella di una equazione integrale (lineare) (la (B)), il di cui *nucleo* è la funzione $\frac{\cos(\widehat{A_* Q_*, n_{Q_*}})}{r^2(A_*, Q_*)}$ che può divenire infinita nel campo di integrazione.

Si è insomma, con la (B) data nuova forma ad un noto risultato ormai classico, posto nella luce più completa in particolare da le ricerche fondamentali di Fredholm. La difficoltà che proviene dal fatto che il *nucleo* della (B) divenga ∞ al coincidere dei due punti A_*, Q_* si supera mercè uno degli artifici usuali (ricorrendo cioè a i *nuclei iterati*) nella teoria delle equazioni integrali [1] e nelle sue applicazioni.

§ 2°. — Prima approssimazione per $\frac{\partial G}{\partial n_{Q_*}}$. Sua funzione maggiorante.

Introdurremo ora nei riguardi della superficie Σ le restrizioni seguenti:

1. Sia la superficie in parola convessa e chiusa, abbia le curvature principali sempre positive e finite, ammetta in ogni punto

[1] v. ad es. Kneser, *Die Integralgleichungen und ihre Anwendungen* ecc. ecc. — Braunschweig, 1911, (§ 51, pag. 212 e seg.).

piano tangente unico determinato: di più sia essa tale che gli elementi intrinseci relativi a la prima e seconda forma differenziale (quatratica) fondamentale, pertinenti a la superficie stessa, siano funzioni finite delle coordinate dei suoi punti.

2. Si consideri un generico punto M della Σ ed il piano tangente Π_M ad essa in detto punto. Sia M_1 un altro punto qualunque della stessa Σ. Supporremo che la distanza: z_{M_1} di M_1 dal piano Π_M sia essenzialmente positiva e più precisamente che esista una grandezza positiva l_{M_1}, dipendente da le coordinate di M_1 tale che:

$$z_{M_1} \geqq l_{M_1} .$$

3. Si consideri la geodetica definita da i due punti M, M_1 stabilendo che se M_1 trovasi rispetto a M in posizione tale che fra M, M_1 possano condursi parecchie geodetiche, si abbia ad intendere per (linea) geodetica individuata da i due punti stessi, quella, fra tutte le accennate linee, tale che venga a fornire col suo arco intercetto fra M, M_1 la minima distanza fra i detti due punti [1]. Detta ora l tale geodetica, σ la lunghezza dell' arco di essa compreso fra M, M_1 si consideri il punto M_1 del suo circolo osculatore in M, tale che l'arco M M_1 abbia la stessa lunghezza σ. Si presupponga allora che esista una grandezza (finita) h_σ (funzione in generale della lunghezza σ) tale che:

$$\mathbf{M}\,\mathbf{M}_1 \leqq h_\sigma .$$

È ovvio che le superficie che ordinariamente si considerano in geodesia, come possibili forme di superficie di equilibrio terrestri, soddisfano esuberantemente a tali restrizioni. Ciò sarà chiaramente confermato da l' esempio sul quale ci soffermeremo più innanzi.

Ciò posto, si considerino i due punti (di Σ), fisso l' uno, corrente l'altro, Q_*, A_* che figurano nel 2° membro della (B) e si consideri un sistema di assi cartesiani ortogonali x, y, z con l' origine in Q_* e l' asse z coincidente con la normale

(1) Se poi questa ultima proprietà compete a parecchie di tali geodetiche passanti per M, M_1 nel senso che gli archi di tutte queste, intercetti fra M, M_1 abbiano la medesima lunghezza, sarà a scegliersi in modo completamente arbitrario fra queste, la l ed, una volta fatta tale scelta, si applicheranno a la geodetica fissata le considerazioni che seguono.

n_{Q_*} a la Σ in Q_* stesso. Così il piano tangente Π_{Q_*} a la superficie in Q_* sarà da assumersi come piano xy sul quale potremo scegliere ad arbitrio la direzione dell' asse x.

Si consideri poscia la geodetica l individuata da i due punti Q_*, A_*, fissandola, ove fra essi ne passasse più di una, secondo il criterio precedentemente indicato. Sia σ la lunghezza di un generico arco di l contato a partire da Q_*: si designeranno con R, T (funzioni di σ) rispettivamente i raggi di 1ª e 2ª curvatura della l in un suo punto corrente tale che sia σ la lunghezza dell' arco di l intercetto fra esso e Q_*. Si designeranno poi, giusta la comune consuetudine, con α, β, γ; ξ, η, ζ; λ, μ, ν le tre terne di angoli caratterizzanti le direzioni rispettive di tangente, normale principale, binormale a la l nell' accennato suo punto, riferite a gli assi x, y, z, intendendo che gli elementi di ciascuna delle tre terne soprascritte siano ordinati secondo l'ordine col quale si susseguono gli assi x, y, z a cui gli elementi stessi corrispondono uno per uno.

I valori speciali che R, T e i nove angoli sopra indicati assumono nel punto Q_* (cioè quando $\sigma = 0$) si designeranno con la medesima lettera adottata a rappresentare l' elemento ogni volta considerato, apponendo al piede di questa l'indice o. Presupporemo pure che: $\frac{1}{R}$ oltre ad essere, come funzione di σ, finita e continua, ammetta, come tale, derivata pure sempre finita.

È chiaro che, mentre l' angolo α_0 sarà un elemento generico caratterizzante la linea l, si avrà:

$$(3)\quad \left\{ \begin{array}{l} \cos\beta_0 = \text{sen}\,\alpha_0 = \cos\lambda_0 \quad , \quad \cos\gamma_0 = 0 = \cos\nu_0 \, , \\ \cos\mu_0 = -\cos\alpha_0 \ , \ \cos\xi_0 = \cos\eta_0 = 0 \ , \ \cos\zeta_0 = 1 . \end{array} \right.$$

Sotto tali premesse furono da me dedotte, in altro lavoro [1] per le coordinate x, y, z del punto A_* (stabilendo che σ designi la lunghezza dell' arco $Q_* A_*$ di l) le espressioni seguenti:

---

[1] v. la mia nota: « *Su la risoluzione approssimata delle equazioni integrali di Volterra e su la applicazione di queste a lo studio analitico delle curve.* — (Rendic. del R. Istit. Lombardo di Scienze e Lettere. Serie II, Vol. XLV, Milano 1912, pag. 1027-1060) — formule (14) e formula (H).

$$
(4) \quad \begin{cases} x = R_0 \cos a_0 \operatorname{sen} \frac{\sigma}{R_0} + \varphi_1(\sigma) \\ y = R_0 \operatorname{sen} a_0 \operatorname{sen} \frac{\sigma}{R_0} + \varphi_2(\sigma) \\ z = R_0 \left(1 - \cos \frac{\sigma}{R_0}\right) + \varphi_3(\sigma) \end{cases}
$$

ove si sia posto:

$$
\varphi_i(\sigma) = \int_0^\sigma \delta_i(\tau)\, d\tau \qquad (i = 1, 2, 3)
$$

designando le $\delta_i(\sigma)$ (che sotto il segno di integrazione si espressero, ad evitare equivoci, in funzione di altro parametro τ) le soluzioni rispettive delle equazioni differenziali:

$$
(4') \quad \begin{cases} \frac{d^2 \delta_1}{d\sigma^2} = \frac{d \frac{1}{R}}{d\sigma} \cos \xi - \sigma H(\sigma) \cos a - \frac{\cos \lambda}{R T} - \frac{\delta_1}{R_0^2} \\ \frac{d^2 \delta_2}{d\sigma^2} = \frac{d \frac{1}{R}}{d\sigma} \cos \eta - \sigma H(\sigma) \cos \beta - \frac{\cos \mu}{R T} - \frac{\delta_2}{R_0^2} \\ \frac{d^2 \delta_3}{d\sigma^2} = \frac{d \frac{1}{R}}{d\sigma} \cos \zeta - \sigma H(\sigma) \cos \gamma - \frac{\cos \nu}{R T} - \frac{\delta_3}{R_0^2} . \end{cases}
$$

Si è posto qui:

$$
\sigma H(\sigma) = \frac{1}{R^2} - \frac{1}{R_0^2} ,
$$

designando $H(\sigma)$ una funzione finita di σ, in guisa da porre in evidenza il fatto che la differenza: $\frac{1}{R^2} - \frac{1}{R_0^2}$ si annulla con σ. Le δ_i sarebbero inoltre soggette a le condizioni a i limiti:

$$
\delta_i = 0 \quad , \quad \frac{d\delta_i}{d\sigma} = 0 \quad , \quad \text{quando: } \sigma = 0 \quad (i = 1, 2, 3) .
$$

Da le (4′), assocciate a queste ultime condizioni iniziali risulta:

$$(4'') \quad \delta_i(\sigma) = -R_0 \int_0^\sigma \left\{ \tau H(\tau) \cos\alpha + \frac{\cos\lambda}{R T} - \cos\xi \frac{\partial \frac{1}{R}}{d\tau} \right\} \operatorname{sen} \frac{\sigma - \tau}{R_0} d\tau$$

con le analoghe che si ottengono in modo di per sè evidente per $\delta_2(\sigma)$, $\delta_3(\sigma)$. Le varie funzioni (R, T ed i singoli coseni direttori) che compaiono sotto il segno di integrazione si intendono ancora espresse in funzione dell' argomento τ.

È ovvio come i primi termini dei secondi membri delle (4) rappresentino rispettivamente le coordinate x', y', z' del punto, che diremo A'_* del circolo osculatore c a la l in Q_*, tale che l' arco $Q_* A'_*$ di c abbia la stessa lunghezza σ (¹). Perciò la lunghezza φ del segmento rettilineo $A_* A'_*$ sarà data da:

$$(5) \qquad \varphi = \sqrt{\varphi^2_1 + \varphi^2_2 + \varphi^2_3}\,.$$

Da le (4′) risulta del resto come le δ_i, φ_i dipendano esclusivamente da gli elementi caratterizzanti gli scostamenti della Σ da la forma sferica (derivata e variazione della flessione, torsione delle geodetiche), anzi più precisamente siano quantità aventi l' *ordine di grandezza* di tali elementi.

Da le (4), (4′) risulta subito che esisteranno in corrispondenza ad ogni valore di σ quattro grandezze (finite) $\bar\varphi_1$, $\bar\varphi_2$, $\bar\varphi_3$. $\bar\varphi$ siffatte che si possa dare a le stesse (4) la forma:

$$(6) \qquad \begin{cases} x = R_0 \cos a_0 \operatorname{sen} \frac{\sigma}{R_0} + \frac{\sigma^3}{6} \bar\varphi_1 \\ y = R_0 \operatorname{sen} a_0 \operatorname{sen} \frac{\sigma}{R_0} + \frac{\sigma^3}{6} \bar\varphi_2 \\ z = 2 R_0 \operatorname{sen}^2 \frac{\sigma}{2R_0} + \frac{\sigma^3}{6} \bar\varphi_3 \end{cases}$$

e si possa porre:

$$(6') \qquad \varphi = \frac{\sigma^3}{6} \varphi\,.$$

Da queste relazioni risulta immediatamente:

$$r^2(A_*, Q_*) = 4 R^2_\sigma \operatorname{sen}^2 \frac{\sigma}{2R_0} + \frac{R_0}{3} \sigma^3 \bar\varphi_3 +$$

(¹) v. la mia nota cit., pag. 1052-53.

$$+\frac{R_0\sigma^3}{3}\left\{\bar{\varphi}_1\cos a_0 \operatorname{sen}\frac{\sigma}{R_0}+\bar{\varphi}_2 \operatorname{sen} a_0 \operatorname{sen}\frac{\sigma}{R_0}-\right.$$

$$\left.-\bar{\varphi}_3\cos\frac{\sigma}{R_0}\right\}+\frac{\sigma^6}{36}\bar{\varphi}^2 .$$

Si badi inoltre che $\cos a_0 \operatorname{sen}\frac{\sigma}{R_0}$, $\operatorname{sen} a_0 \operatorname{sen}\frac{\sigma}{R_0}$, $-\cos\frac{\sigma}{R_0}$ sono i coseni degli angoli che forma rispettivamente con i particolari assi x, y, z qui fissati, la direzione $C A'_*$, detto C il centro del circolo osculatore c. Designato pertanto con χ l'angolo che tale direzione forma con quella del segmento $A_* A'_*$ potremo dare a la relazione testè scritta, ove si tenga conto delle (6), la forma:

$$r^2(A_*, Q_*) = 2 R_0 (z + \varphi \cos\chi) + \varphi^2 . \tag{C}$$

Importa notare come la coordinata z di A_* rappresenti la distanza di questo punto dal piano tangente a la Σ in Q_*, in guisa che da le nostre premesse risulta la esistenza di una quantità l_σ, funzione di σ che si annulla con σ ed è > 0 ogni qualvolta $\sigma > 0$, tale che per ogni valore di σ sia:

$$z \geqq l\sigma . \tag{7}$$

Evidentemente poi:

$$\cos(A_* \widehat{Q_*, n_{Q_*}}) = \frac{z}{r(A_*, Q_*)} .$$

Perciò, in virtù della (C):

$$\frac{\cos(A_* \widehat{Q_*, n_{Q_*}})}{r(A_*, Q_*)} = \frac{1}{2 R_0\left\{1+\frac{\varphi}{z}(\cos\chi+\varphi')\right\}}, \tag{8}$$

avendo posto brevemente:

$$\varphi' = \frac{\varphi}{2 R_0} .$$

Da le (6), (6′) risulta evidente che:

$$\lim_{\sigma=0}\frac{\varphi}{z} = 0 .$$

Da questa equazione, associata a la (8), segue immediatamente:

$$\lim_{\sigma=0} \frac{\cos(\widehat{A_* Q_*, n_{Q_*}})}{r(A_*, Q_*)} = \frac{1}{2 R_0},$$

relazione questa che fornisce una nuova dimostrazione della proposizione ben nota [1]:

« *La funzione* $\frac{\partial \frac{1}{r}}{\partial n_{Q_*}}$ *diviene* ∞ *come* $\frac{1}{r(A_*, Q_*)}$ *allorchè il punto* A_*, *sempre muovendosi su la* Σ, *tende a coincidere con* Q_* (*altro punto prefissato su la stessa* Σ) ».

Da la (8) segue:

$$\frac{2 R_0 z}{r^2(A_*, Q_*)} = \frac{1}{1 + \frac{\varphi}{z} \left\{ \cos \chi + \varphi' \right)} = 1 - q, \tag{9}$$

avendo posto brevemente:

$$q = \frac{\varphi}{z} \frac{\cos \chi + \varphi'}{1 + \frac{\varphi}{z}(\cos \chi + \varphi')}.$$

Si designi inoltre, come fu fatto nella Introd. con R_m un valore compreso fra il massimo R_M ed il minimo R_μ dei valori che possono assumere i raggi principali di curvatura della Σ, e scelto del resto ad arbitrio. È chiaro che, posto:

$$\frac{1}{R_m} - \frac{1}{R_0} = p$$

sarà p da risguardarsi come una funzione dell'angolo α_0 caratterizzante la direzione (rispetto a l'asse x) della tangente a la l ogni volta considerata; tale essendo $\frac{1}{R_0}$. Si potrà quindi considerare p come funzione delle coordinate (curvilinee) che individuano la posizione di ogni punto A_* su la Σ. Le formule

[1] v. ad es. CISOTTI, *Sul comportamento assintotico della funzione di Neumann in punti prossimi al contorno.* — Rendic. del Circolo Matematico di Palermo. Tomo XXXI, (Palermo, 1911), pag. 19.

ora scritte e queste considerazioni permettono di dare a la (B) l' altra forma seguente :

$$(B') \quad \frac{\partial G}{\partial n_{Q_*}} = 2 \frac{\partial \frac{1}{r}}{\partial n_{Q_*}} - \frac{1}{4\pi R_m} \int \frac{\partial G}{\partial n_{A_*}} \frac{1}{r(A_* Q_*)} d\Sigma + + \frac{1}{2\pi} \int \frac{\partial G}{\partial n_{A_*}} \frac{q'}{r(A_*, Q_*)} d\Sigma ,$$

essendosi posto brevemente :

$$q' = \frac{q}{2 R_0} + \frac{p}{2} .$$

Quasi superfluo far notare essere q' una funzione delle coordinate di A_* (su Σ), funzione che è una grandezza del medesimo ordine degli elementi caratterizzanti lo scostamento di Σ da la forma sferica.

Si osservi ora come la $\Gamma(P, Q)$, quale ci è offerta da la (A) sia, considerata come funzione delle coordinate di Q ed in quanto P non appartenga a Σ, il potenziale della distribuzione di semplice strato fatta su la stessa Σ con densità sempre finita $\frac{1}{4\pi} \frac{\partial G}{\partial n_{A_*}}$. In virtù pertanto di una notissima proprietà fondamentale delle funzioni potenziali di semplice strato, riflettente la loro *continuità*, avremo che :

$$\frac{1}{4\pi} \int \frac{\partial G}{\partial n_{A_*}} \frac{1}{r(A_*, Q_*)}$$

rappresenterà precisamente il limite a cui tende $\Gamma(P, Q)$ allorchè il punto Q, inizialmente interno a Σ, si fa convergere a Q_*. Perciò, in base ad una delle proprietà caratteristiche di $\Gamma(P, Q)$, sarà :

$$(10) \qquad \frac{1}{4\pi} \int \frac{\partial G}{\partial n_{A_*}} \frac{d\Sigma}{r(A_*, Q_*)} = \frac{1}{r(P, Q_*)} .$$

La (10) permette di dare a la (B') la forma :

$$(B') \quad \frac{\partial G}{\partial n_{Q_*}} = 2 \frac{\partial \frac{1}{r}}{\partial n_{Q_*}} - \frac{1}{R_m r(P, Q_*)} + \frac{1}{2\pi} \int \frac{\partial G}{\partial n_{A_*}} \frac{q'}{r(A_*, Q_*)} d\Sigma$$

La (B′) dimostra appunto che, come fu accennato nella Introd. sarebbe: $2\frac{\partial \frac{1}{r}}{\partial n_{Q_*}} - \frac{1}{R_m\, r(P,Q_*)}$ la funzione a, cui si ridurrebbe $\frac{\partial G}{\partial n_{Q_*}}$ ove fosse Σ una sfera di raggio R_m.

La (B″) fornirebbe così una nuova dimostrazione della notissima proposizione (v. Introduzione).

« *Detta* F *una funzione delle coordinate dei punti di una sfera* Σ'. *di raggio* R_m, *la funzione armonica a l'interno di* Σ', *che nei punti della superficie concide con* F, *è la differenza fra le funzioni potenziali di due distribuzioni l'una di doppio strato, l'altra di semplice strato, fatte su la* Σ' *la prima con densità* $\frac{F}{2\pi}$, *la seconda con densità:* $\frac{F}{4\pi R_m}$.

Ritornando a la (B″), gioverà ricordare come fra le proprietà caratteristiche della G siavi quella che sempre (appartenendo il punto A_* a la Σ) [1]:

$$\frac{\partial G}{\partial n_{A_*}} > 0. \tag{11}$$

Date poi le nostre premesse, la funzione q' ammetterà un massimo che si dirà A. Per ottenerlo gioverà anche sostituire in particolare a p la differenza:

$$\frac{1}{R_\mu} - \frac{1}{R_M}.$$

Da la (B″), avremo perciò, tenendo presenti le (10), (11):

$$\left| \frac{\partial G}{\partial n_{Q_*}} - \left\{ 2\frac{\partial \frac{1}{r}}{\partial n_{Q_*}} - \frac{1}{R_m\, r(P, Q_*)} \right\} \right| < \frac{2A}{r(P, Q_*)}. \tag{12}$$

Sarebbe perciò: $\frac{2A}{r(P,Q_*)}$ la funzione designata nella introduzione con Φ e si potrebbe perciò fare uso di essa, ove si trattasse di applicare la (III″) al calcolo di una funzione mag-

---

[1] v. ad es. (con oppurtuno passaggio da un campo a 2 dimensioni ad uno a 3). GOURSAT. *loc. cit.* pag. 263.

giorante dell' errore commesso, ove nel risolvere il problema di Dirichlet relativamente a la Σ si ricorresse, anzicchè a la $\frac{\partial G}{\partial n_{Q_*}}$, a la funzione:

$$2 \frac{\partial \frac{1}{r}}{\partial n_{Q_*}} - \frac{1}{R_m \, r(P, Q_*)},$$

che è da risguardarsi come una prima approssimazione per la cercata derivata di G.

Ora nel calcolo di questa prima approssimazione, ottenuta, trascurando appunto gli elementi caratterizzanti lo scostamento della Σ da la forma sferica, può sovente essere ritenuto conveniente, trascurando ancora i predetti elementi, sostituire (v. Introd.) a la derivata:

$$\frac{\partial \frac{1}{r}}{\partial n_{Q_*}}$$

la derivata:

$$\frac{\partial \frac{1}{r}}{\partial \varrho_*}$$

della stessa $\frac{1}{r}$, rispetto al raggio vettore ϱ_* del punto Q_* uscente da un punto O scelto in modo acconcio. Di qui un errore ulteriore, di cui è facile calcolare un limite superiore. Infatti (fermo restando il punto P) evidentemente:

$$\frac{\partial \frac{1}{r}}{\partial n_{Q_*}} - \frac{\partial \frac{1}{r}}{\partial \varrho_*} = \frac{1}{r^2(P, Q_*)} \left\{ \cos(\widehat{r \, n_{Q_*}}) - \cos(\widehat{r \, \varrho_*}) \right\}.$$

Ne segue evidentemente:

$$(13) \qquad \left| \frac{\partial \frac{1}{r}}{\partial n_{Q_*}} - \frac{\partial \frac{1}{r}}{\partial \varrho_*} \right| \leq \frac{v}{r^2},$$

detto v l' angolo delle due direzioni n_{Q_*}, ϱ_* (angolo *a la verticale* in Q_*). Detto v_M il valore massimo che può raggiungere

v su la superficie Σ (considerando sempre raggi vettori ϱ_* uscenti da un medesimo punto O) è ovvio allora come, ove si volesse applicare la (III°) al calcolo della funzione maggiorante rispetto a la differenza fra la esatta soluzione del problema di Dirichlet (relativo a la superficie Σ) e quella approssimata ottenuta sostituendo a: $\frac{\partial G}{\partial n_{Q_*}}$ la espressione:

$$2 \frac{\partial \frac{1}{r}}{\partial \varrho_*} - \frac{1}{R_m r} .$$

sarebbe mestieri nella stessa (III°) sostituire a Φ la funzione:

$$\bar{\Phi} = \frac{2}{r(P, Q_*)} \left(A + \frac{r_M}{r(P, Q_*)} \right) . \tag{13'}$$

Ritornando a l'esame della (B'') è agevole dedurre da questa la espressione di una funzione maggiorante Ψ della $\frac{\partial G}{\partial n_{Q_*}}$. Infatti si osservi essere, oltre a $\frac{\partial G}{\partial n_{Q_*}}$ anche $\frac{\partial \frac{1}{r}}{\partial n_{Q_*}} > 0$. Ciò risulta da le premesse fatte circa la forma della Σ, da le quali evidentemente segue:

$$\cos (\widehat{P Q_* , n_{Q_*}}) > 0 .$$

Ricordando pertanto il significato da noi attribuito a R_M, si deduce subito da le (B''), (12):

$$\left| \frac{\partial G}{\partial n_{Q_*}} \right| \leq 2 \frac{\partial \frac{1}{r}}{\partial n_{Q_*}} + \left(2A - \frac{1}{R_M} \right) \frac{1}{r} . \tag{D}$$

Il secondo membro della (D) è una funzione essenzialmente positiva che assumeremo quale funzione $\Psi(P, Q_*)$ da impiegarsi nella applicazione della formula (IV°).

Come si disse, furono qui, a lo scopo di ottenere questa espressione per la Ψ, stabilite, circa la Σ, ipotesi più restrittive di quella ammessa, nella trattazione di analogo problema da Zaremba. Se non che il 2° membro della (D) rappresenta rispetto a $\left| \frac{\partial G}{\partial n_{Q_*}} \right|$ un limite superiore più prossimo; di più

in virtù degli elementi intrinsici della Σ che in essa figurano, (per il tramite di Δ) si può secondo la modestissima mia opinione, meglio prestare ad applicazioni delle presenti considerazioni a la geodesia.

Quasi superfluo far notare come risulti da la (D) essere il secondo membro della (IV^0) la somma algebrica delle funzioni potenziali rispettive di due distribuzioni fatte su la (Σ), l'una di doppio strato, l'altra di semplice strato. Densità relativa a la prima sarebbe: $\frac{\Delta U'}{2\pi}$, relativa a la seconda:

$$\left(2\Delta - \frac{1}{R_M}\right)\frac{\Delta U'}{4\pi}.$$

§ 3°. — **Determinazione di $\frac{\partial G}{\partial n_{Q_*}}$ mercè successive approssimazioni.**

La (B″) permette, sotto certe restrizioni, che ora passeremo a stabilire, di calcolare: $\frac{\partial G}{\partial n_{Q_*}}$ mercè successive approssimazioni.

A tale proposito gioverà introdurre i simboli di operazione funzionale: $I, I^2 \ldots. I^m \ldots$ caratterizzati da le posizioni seguenti:

$$I f(P, Q_*) = \frac{1}{2\pi}\int \frac{q' f(P, A_*)}{r(A_*, Q_*)} d\Sigma, \tag{14}$$

$$I^2 f = I[I f] \ldots. I^m f = I[I^{m-1} f] \ldots$$

ove designi: $f(S, T)$ una generica funzione delle coordinate dei punti S, T.

Bene inteso, nella (14) q' dipende da quelle stesse funzioni delle coordinate (del punto corrente A_*) da cui dipende nella (B″). Ciò premesso, si consideri una sfera $\bar{\Sigma}$ con centro in Q_*, raggio unitario. Poichè, nella (14), $d\Sigma$ rappresenta un generico elemento d'area della Σ, comprendente il punto A_*, detto $d\bar{\Sigma}$ l'elemento d'area nel quale la $\bar{\Sigma}$ è intersecata da la medesima superficie conica (con vertice in Q_*) che interseca la Σ secondo $d\Sigma$, si avrà, come è ben noto:

$$\frac{d\Sigma}{d\bar{\Sigma}} = \frac{r^2(A_*, Q_*)}{\cos(\widehat{A_* Q_*, n_{Q_*}})}.$$

Riferendo ora Q_* ad un sistema di coordinate polari geodetiche su la Σ con polo in A_*, si calcoli il rapporto:

$$\frac{r(A_* . Q_*)}{\cos(A_* \widehat{Q_*, n_{A_*}})}$$

ripetendo punto per punto le considerazioni che servirono a stabilire la (8). È ovvio che si tratterà semplicemente di scambiare i punti A_*, Q_* fra di loro. A i simboli l, σ si manterrà lo stesso significato che già fu loro attribuito.

Dicansi:

a). z_* la distanza di Q_* dal piano tangente a la Σ in A_*.

b). R_{0*} il raggio di flessione della l in A_*.

c). φ_* la lunghezza del segmento (rettilineo) intercetto fra Q_* ed il punto Q'_* del circolo osculatore a la l in A_*, tale che la lunghezza dell'arco $A_* Q'_*$ di esso sia $=$ a la lunghezza σ dell'arco $A_* Q_*$ di l.

d). χ_* l'angolo formato da la direzione $Q_* Q'_*$ con quella del raggio relativo al punto Q_*, del circolo osculatore in parola:

e). φ'_*, il quoziente $\dfrac{\varphi_*}{2 R_{0*}}$.

La (8) permetterà allora evidentemente di porre:

$$\frac{r(A_*, Q_*)}{\cos(A_* \widehat{Q_* n_{A_*}})} = 2 R_{0*} \left\{ 1 + \frac{\varphi_*}{z_*} (\cos \chi_* + \varphi'_*) \right\}.$$

Per conseguenza:

$$I f(P, Q_*) = \frac{1}{\pi} \int f(P, A_*) R_{0*} \left\{ 1 + \frac{\varphi_*}{z_*} (\cos \chi_* + \varphi'_*) \right\} q' d\Sigma.$$

Date le nostre premesse circa la superficie Σ, possiamo affermare che esiste un massimo M per i valori che può assumere la funzione:

$$R_{0*} \left\{ 1 + \frac{\varphi_*}{z_*} (\cos \chi_* + \varphi'_*) \right\}.$$

In corrispondenza poi a ciascun punto P esisterà un numero finito L rappresentante il massimo che su Σ potrà assumere la funzione che fu designata con $\Psi(P, Q_*)$. Inoltre, appartenendo

il punto Q_* a la Σ, si ha, cosa notissima [1]:

$$\int d\,\Sigma = 2\pi$$

in guisa che:

$$I\,\Psi(P\,,Q_*) \leq 2\,L\,M\,\Delta \,. \tag{15}$$

Si consideri quindi la serie:

$$\text{(E)}\quad 2\,\frac{\partial \frac{1}{r}}{\partial n_{Q_*}} - \frac{1}{R_m\, r\,(P\,,Q_*)} + \sum_{n=1}^{n=\infty} I^n \left\{ 2\,\frac{\partial \frac{1}{r}}{\partial n} - \frac{1}{R_m\, r} \right\} .^{(2)}$$

È chiaro che i suoi termini saranno ordinatamente minori (in modulo) dei termini corrispondenti della serie:

$$L' \left\{ 1 + \sum_{n=1}^{n=\infty} (2\,M\,\Delta)^n \right\},$$

detto L′ il massimo (certamente finito poichè P è interno a Σ) di

$$\left| 2\,\frac{\partial \frac{1}{r}}{\partial n_{Q_*}} - \frac{1}{R_m\, r\,(P\,,Q_*)} \right| .$$

Possiamo perciò affermare che:

« *Qualora la serie (a termini positivi):*

$$1 + \sum_{n=1}^{n=\infty} (2\,M\,\Delta)^n \tag{16}$$

sia convergente, la serie (E) *sarà assolutamente convergente e fornirà perciò la soluzione della equazione integrale* (B″).

Tale soluzione si sarebbe appunto ottenuta mercè successive approssimazioni. Si possono, bene inteso, presentare casi nei quali sia assicurata la convergenza assoluta delle serie (E) sotto condizione molto meno restrittive di quelle qui considerate [3]. Qui però parve opportuno studiare la (E) sotto ipotesi

[1] v. ad es. GOURSAT, loc. cit. 250.

[2] È ovvio che nei termini della sommatoria qui scritta il simbolo Q_* andrà sostituito con altri opportunamente scelti, onde evitare equivoci nelle singole integrazioni rappresentate da I.

[3] Si tratta a tale proposito di applicare il procedimento classico per la risoluzione, mercè successive approssimazioni, delle equazioni integrali.

che, come si vedrà nel § seguente, sono ampiamente verificate nei problemi di geodesia a i quali si può applicare la presente ricerca.

Una ovvia applicazione della (15) permetterà di calcolare agevolmente un limite superiore del resto della serie (E) relativo ed un qualunque indice m ($m = 1, 2, 3 \ldots$) ed in pari tempo perciò un limite superiore dell' errore commesso assumendo quale soluzione della (B″) la somma dei primi m termini della serie in parola. Va pure notato come ciascuno dei successivi termini della stessa serie (E) di ordine m, ($m = 1, 2 \ldots$) sia una espressione nella quale gli elementi caratterizzanti lo scostamento della Σ da la forma sferica compaiono raggruppati in termini tali che in ognuno di essi la somma degli indici delle potenze degli elementi stessi non sia inferiore a m.

Si può poi, in determinate circostanze, onde semplificare i calcoli, considerare, in luogo della serie (O), e più precisamente della somma di un primo gruppo (finito) di suoi termini, ciò a cui essa si riduce, quando nel calcolo dei singoli integrali che in essa figurano si sostituisca il quoziente : $q' \dfrac{d\Sigma}{r}$ con una conveniente sua espressione approssimata tale che siano con essa resi più facili e semplici i calcoli e che si conosca una funzione maggiorante della differenza fra essa e la stessa $q' \dfrac{d\Sigma}{r}$. Sarà allora facile calcolare un limite superiore dell' errore ulteriore che così si commette.

Va da sè come, con evidenti modificazioni, si possa quanto fu esposto in questi §§, applicare al problema di Dirichlet *esterno*. In particolare si avranno allora inversioni di segno nelle derivazioni rispetto a *normali* a la superficie Σ.

§ 4.° — Applicazione delle considerazioni precedenti ad ellissoidi di rotazione di limitato schiacciamento.

Sia un ellissoide di rotazione E : siano a, b i suoi semiassi che diremo rispettivamente *equatoriale* e *polare*, intendendo che sia E superficie di rotazione intorno a l' asse polare. Detto O il centro di E, si intenderà naturalmente per *piano equatoriale* il piano π_Q ortogonale in O a l' asse polare (di rotazione), piano che intersecherà perciò E secondo un circolo di centro O, raggio a. Si diranno rispettivamente N_1, N_2 i

raggi di curvatora del meridiano e della sezione normale tangente al parallelo di un punto corrente A_* di E, calcolati nel detto punto; saranno cioè N_1, N_2 i raggi di curvatura principali di E in A_*. Si designi con B la latitudine *ellissoidica* di A_* (complemento dell' angolo che la normale a E in A_* forma con l' asse polare).

Dicasi inoltre u l' angolo che in geodesia si definisce *la latitudine ridotta* di A_*. Considerato cioè il punto (più prossimo ad A_*) che diremo A_{**}, in cui la parallela a l' asse polare, condotta per A_* incontra la sfera di centro O, raggio a, si dirà u l' angolo che il raggio vettore O A_{**} forma in O col piano equatoriale. Presa allora in esame la geodetica (di E) l individuata da due punti Q_*, A_* della superficie, è ben noto che, detto a_g l' angolo (azimut secondo la definizione usata in geodesia) che la tangente a la l, in un suo punto corrente di latitudine ridotta u, forma con la corrispondente tangente al meridiano di detto punto, è lungo tutto il corso di l, il prodotto $a \cos u =$ ad una costante c, caratteristica della linea stessa. È pure noto che fra la lunghezza σ dell' arco Q_* A_* (della l) e la latitudine ridotta u di A_* (considerato sempre come punto corrente) sussiste la relazione [1]:

$$\sigma = a \int_{u_0}^{u} \frac{\sqrt{1 - e^2 \cos^2 u}}{\sqrt{\cos^2 u - k^2}} \cos u \, d u , \tag{17}$$

ove designino:
e la *eccentricità* di E:

$$e = \frac{\sqrt{a^2 - b^2}}{a} ,$$

k il rapporto $\frac{c}{a}$, (nullo al pari di c se la l fosse un meridiano) u_0 la latitudine ridotta di Q_*.

La (17) servirà ora per applicare quanto fu esposto nei §§ precedenti a la (E): in particolare dovremo, a tale scopo, valerci di quella formula per calcolare il valore massimo che su la (E) può raggiungere l'elemento rappresentante con σ.

[1] v. ad. es. PIZZETTI, *Trattato di geodesia teoretica*. — Bologna, 1905, (pag. 85).

In primo luogo è, in ogni caso:

$$(18)\qquad \left| \int_{u_0}^{u} \frac{\cos u \, d u}{\sqrt{\cos^2 u - k^2}} \right| \leq \pi .$$

Ciò risulta evidente, ove si consideri che, in base a ben note proprietà elementari delle geodetiche dell' ellissoide di rivoluzione, deve essere $|k| \leq \cos u$; vale a dire, per ciascuna geodetica vi sono limiti, entro i quali soltanto, può variare il valore di u corrispondente a i singoli suoi punti. E precisamente, detto sempre k il valore del rapporto designato con $\frac{c}{a}$ che, giusta quanto si disse, compete a la geodetica che ogni volta si considera, dovrà nei punti di questa, u variare fra i limiti $\bar{u}$, $-\bar{u}$, detto $\bar{u}$ un' angolo $\leq \frac{\pi}{2}$ caratteristico della particolare geodetica considerata e tale che sia in ogni caso [1]:

$$\operatorname{sen} \bar{u} \leq \sqrt{1 - k^2} .$$

Risulta allora da la (17) che:

$$(18')\qquad \sigma \leq a \pi .$$

La (18') servirà al calcolo prima della funzione, che fu designata con l_σ, poscia di un limite superiore di φ.

Si consideri pertanto la espressione (v. la (4'')):

$$\varphi_3 = R_0 \int_0^{\sigma} \left[\int_0^{\tau_1} \left(\cos \zeta \frac{d \frac{1}{R}}{d \tau} - \frac{\cos \nu}{R T} - \right.\right.$$

$$\left.\left. - \cos \gamma \left(\frac{1}{R^2} - \frac{1}{R_0^2} \right) \right) \operatorname{sen} \frac{\tau_1 - \tau}{R_0} \, d \tau \right] d \tau_1 .$$

---

(1) La disuguaglianza (18) risulta del resto in modo forse ancor più evidente dal suo significato geometrico, indicato ad es. nella citata opera del prof. PIZZETTI, (pag. 86-87).

È ovvio che, detto K il limite superiore (del modulo) di:

$$\cos\zeta \frac{d\frac{1}{R}}{d\tau} - \frac{\cos\nu}{RT} - \cos\gamma\left(\frac{1}{R^2} - \frac{1}{R^2_0}\right),$$

sarà:

$$|\varphi_3| \leq \frac{\sigma^2}{2} K.$$

Ora il limite superiore K è facilmente calcolato. Infatti, come è ben noto, per il nostro ellissoide E sussisteranno le relazioni:

$$(19)\qquad \begin{cases} \dfrac{1}{a(1-e^2)} \geqq \dfrac{1}{R} \geqq \dfrac{\sqrt{1-e^2}}{a}, \\ \left|\dfrac{1}{R^2} - \dfrac{1}{R_0^2}\right| \leqq \dfrac{3\delta}{b^2}. \end{cases}$$

ove si ricorra a la posizione usuale in geodesia:

$$\delta = \frac{e^2}{1-e^2}.$$

A loro volta (1):

$$(19')\qquad \left|\frac{d\frac{1}{R}}{d\tau}\right| \leqq \frac{3\delta}{2b^2}, \quad \left|\frac{1}{T}\right| \leqq \frac{\delta}{2a}, \quad \left|\frac{1}{RT}\right| \leqq \frac{\delta}{2b^2}.$$

Si osservi inoltre che da le formule di Frenet-Serret:

$$\cos\nu = \int_0^\tau \frac{\cos\zeta}{T}\, d\tau_2.$$

ove $\cos\nu$ sia espresso in funzione della lunghezza τ dell'arco di l intercetto fra Q_* ed il punto corrente in cui si calcola il detto coseno, mentre $\cos\zeta$, $\frac{1}{T}$ siano naturalmente espressi in funzione della variabile di integrazione τ_2. Perciò, in virtù della seconda delle (19'):

$$(20)\qquad |\cos\nu| \leqq \frac{\delta}{2a}\tau.$$

(1) v. ad es. le mie *Lezioni di geodesia teor.* (litog. Pavia, 1912) pag. 268 e 271.

A sua volta da le (4'), (4''):

$$\cos\gamma = R_0 \int_0^{\tau} \left\{ \cos\zeta \frac{d\frac{1}{R}}{d\tau_2} - \frac{\cos\nu}{RT} - \cos\gamma\left(\frac{1}{R^2} - \frac{1}{R_0^2}\right)\right\} \operatorname{sen}\frac{\tau - \tau_2}{R_0}\, d\tau_2 .$$

In ogni caso risulta da considerazioni elementari che:

$$|\cos\zeta \pm \cos\gamma| \leqq \pm\sqrt{2} .$$

Perciò potremo, nel calcolo del limite superiore di φ_3, assumere come limite superiore di $\cos\gamma$ la espressione

$$R_0\tau \left\{ \frac{3(1+\sqrt{2})}{2}\frac{\delta}{b^2} + \frac{\delta^2\tau}{8b^2a} \right\}.$$

Così sempre sostituendo a $\operatorname{sen}\frac{\tau_1 - \tau}{R_0}$ il limite superiore del suo modulo 1, potremo evidentemente scrivere:

$$R_0 \int_0^{\sigma} \left[\int_0^{\tau_1} \left\{ \cos\zeta \frac{d\frac{1}{R}}{d\tau} - \frac{\cos\nu}{RT} - \cos\gamma\left(\frac{1}{R^2} - \frac{1}{R_0^2}\right)\right\} \operatorname{sen}\frac{\tau_1 - \tau}{R_0}\, d\tau \right] d\tau_1 \leqq$$

$$\leqq \frac{\delta R_0 \sigma^2}{4b^2} \left\{ 3 + \delta\sigma\left(\frac{3R_0(1+\sqrt{2})}{b^2} + \frac{\sqrt{1-e^2}}{6a}\right) + \frac{\delta^2\sigma^2}{8ab^2} \right\}.$$

La espressione a suo tempo designata con K altro non sarebbe se non il coefficiente di $\frac{\sigma^2}{2}$ nel secondo membro di questa ultima relazione. Da la relazione stessa si deduce con una evidente posizione:

$$z \geqq 2R_0 \left\{ \operatorname{sen}^2\frac{\sigma}{2R_0} - \frac{3\delta\sigma^2}{8b^2}(1+\delta C) \right\}. \tag{21}$$

Si badi per altro che della (21) possiamo opportunamente valerci a patto che sia per $\sigma > 0$:

$$\operatorname{sen}^2\frac{\sigma}{2R_0} > \frac{3\delta\sigma^2}{8b^2}(1+\delta C). \tag{22}$$

È facile calcolare entro qualche limite deve essere compreso δ (o anche lo schiacciamento di E) a che sia verificata la

condizione in parola. Ciò sarà illustrato con un esempio numerico.

Da notarsi pure come nella (21) si siano riuniti nella δC tutti i termini contenenti δ a potenze non inferiori a la prima.

Detto quindi C_M il valore massimo che può assumere C in punti di E qualora la (22) sia soddisfatta anche se a C si sostituisca C_M e ciò per qualunque dei valori di σ che occorre considerare, si potrà ritenere:

$$(22') \qquad z > 2 R_0 \left\{ \operatorname{sen}^2 \frac{\sigma}{2 R_0} - \frac{3 \delta \sigma^2}{8 b^2} (1 + \delta C_M) \right\}.$$

Ora, come vedremo, quando si tratti di quegli ellissoidi che si devono considerare in geodesia il secondo membro della (22') non può assumere per $\sigma > 0$ se non valori essenzialmente positivi.

Si osservi pertanto che il rapporto;

$$(23) \qquad \frac{\sigma}{2 b \operatorname{sen} \frac{\sigma}{2 R_0}} = \frac{R_0}{b} \frac{\frac{\sigma}{2 R_0}}{\operatorname{sen} \frac{\sigma}{2 R_0}}$$

considerato, come funzione di σ, assume, cosa ben nota, il valore $\frac{R_0}{b}$ per $\sigma = 0$ e va successivamente crescendo al crescere di σ sino a raggiungere un massimo allorchè $\frac{\sigma}{R_0}$ raggiunge il massimo suo valore supponendo, come si farà qui, che e^2 sia compreso entro limiti tali a che, in base a la (18'), i valori di σ da considerarsi sul nostro ellissoide siano sempre $< 2 \pi b \sqrt{1-e^2}$. Infatti $b \sqrt{1-e^2}$ è il valore minimo che possa raggiungere il raggio principale di curvatura N_1 e perciò R_0. È allora agevole riconoscere, ponendo mente a la (18'), che il valore massimo del rapporto (23) sarà dato da:

$$\frac{\pi}{2(1-e^2)^2 \cos \frac{\delta \pi}{2}}.$$

Per trattare di un esempio si supponga che sia lo schiacciamento: $\varsigma = \frac{a-b}{a}$ del nostro ellissoide:

$$= \frac{1}{150}.$$

Sia cioè tale schiacciamento circa doppio di quello dell'ellissoide di Bessel che si approssima a la forma del geoide.

Sia così (arrotondando le cifre):

$$(23') \qquad e^2 = \frac{1}{75{,}25} \,, \quad \delta = \frac{1}{74{,}25}$$

ed, in base a le precedenti osservazioni in ogni caso:

$$\frac{\sigma}{2\, b \operatorname{sen} \dfrac{\sigma}{2\, R_0}} < 1{,}616 \,.$$

Da un semplicissimo computo risulta pure che:

$$\delta\, C_M < \frac{1}{9}$$

guisa che su la base delle cifre in parola si trova:

$$z > 2\, R_0 \operatorname{sen}^2 \frac{\sigma}{2\, R_0} \left(1 - \frac{1}{17{,}07} \right)$$

ossia:

$$(24) \qquad z > 1{,}88\, R_0 \operatorname{sen}^2 \frac{\sigma}{2\, R_0} \,.$$

Il secondo membro della (24) sarebbe pertanto la espressione che si dovrebbe assumere nel caso presente quale funzione *minorante* (v. § 2) rispetto a la z di A_*. Quasi superfluo far notare come il coefficiente di $R_0 \operatorname{sen}^2 \dfrac{\sigma}{2\, R_0}$ nella espressione in parola si avvicini tanto più a 2 quanto minore è δ.

Procediamo ora al calcolo di una funzione *maggiorante* per il prodotto di $\varphi \cos \chi$, che è evidentemente dell'ordine di grandezza di δ. Poichè in virtù delle (4).

$$\varphi \cos \chi = \varphi_1 \cos \alpha_0 \operatorname{sen} \frac{\sigma}{R_0} + \varphi_2 \operatorname{sen} \alpha_0 \operatorname{sen} \frac{\sigma}{R_0} - \varphi_3 \cos \frac{\sigma}{R_0}$$

noteremo, in base a le (4'') scrivere:

$$(25) \qquad \varphi \cos \chi = R_0 \int_0^{\tau} \left[\int_0^{\tau_1} \left\{ \cos (N_P , R') \frac{d \dfrac{1}{R}}{d \tau} - \right.\right.$$

$$\left.\left. - \cos (t R') \left(\frac{1}{R^2} - \frac{1}{R^2_0} \right) - \frac{\cos (\widehat{B_N , R'})}{R\, T} \right\} \operatorname{sen} \frac{\tau_1 - \tau}{R_0} \, d\tau \right] d\tau_1$$

ove si sia designato con R' la direzione $C A'_*$ (mantenendo a i simboli C, A'_* salvo la sostituzione della superficie Σ con la E il significato ad essi attribuito nel § 2°, e t, N_P, B_N rappresentino rispettivamente tangente, normale principale e binormale a la nostra linea l in quel suo punto corrente, la di cui distanza geodetica da Q_* rappresenta volta a volta il valore della variabile di integrazione τ nel 2° membro della (25).

Converrà ricordare che in ogni caso:

$$\left| \cos(\widehat{N_P, R'}) \pm \cos(\widehat{t, R'}) \right| \leq \sqrt{2} \, .$$

Perciò, in virtù delle (19), (19'), per qualunque valore di τ che occorrerà considerare:

$$\left| \cos(\widehat{N_P, R'}) \frac{d \frac{1}{R}}{d\tau} - \cos(\widehat{tR'}) \left(\frac{1}{R^2} - \frac{1}{R_0^2} \right) \right| \leq \frac{3(1+\sqrt{2})\delta}{2 b^2}$$

A sua volta da le formule di Frenet-Senet associate a le (3):

$$\cos(\widehat{B_N, R'}) = \int_0^\tau \frac{\cos(\widehat{N_P, R'})}{T} \, d\tau_2$$

designando R' sì nel primo che nel secondo membro la direzione del raggio vettore che da C va dal punto di c tale che sia τ la lunghezza dell'arco dello stesso c compreso fra Q_* e il detto punto. Gli altri elementi invece sotto il segno di integrale (compresi gli angoli caratterizzanti la direzione N_P) siano espressi in funzione della variabile di integrazione τ_2 caratterizzante il punto corrente di l a cui si riferisce ogni N_p.

Evidentemente allora:

$$\left| \cos(\widehat{B_N, R'}) \right| \leq \frac{\delta\tau}{2a}$$

In base pertanto a queste formule potremo ricavare da la (25) (tenendo presenti le (19), (19')):

$$(25') \qquad \left| \varphi \cos \chi \right| \leq \frac{R_0 \sigma^2}{2} \left\{ \frac{3(1+\sqrt{2})\delta}{2 b} + \frac{\sigma \delta^2}{12 a b^2} \right\} .$$

Per il calcolo del limite superiore di:

$$\varphi \varphi' = \frac{\varphi^2}{2 R_0}$$

gioverà osservare che, essendo:

$$\varphi^2 = \varphi_1^2 + \varphi_2^2 + \varphi_3^2$$

abbiamo già ottenuto a suo tempo un limite superiore di φ_3.

Invece le funzioni maggioranti di φ_1, φ_2 differiranno da la espressione in discorso in quanto nei corrispondenti integrali al secondo membro della (4'') si dovrà por mente come il limite superiore di ciascuno dei moduli di $\cos\lambda$, $\cos\mu$ sia una grandezza finita che può anche raggiungere l'unità.

Converrà allora ricorrere a le limitazioni:

$$|\cos\lambda \pm \cos\alpha| \leqq \sqrt{2} \quad , \quad |\cos\mu \pm \cos\beta| \leqq \sqrt{2} \ ,$$

donde si deduce essere entrambe le espressioni:

$$\left|\frac{\cos\lambda}{RT} + \frac{\cos\alpha}{2}\left(\frac{1}{R^2} - \frac{1}{R_0^2}\right)\right| \ , \ \left|\frac{\cos\mu}{RT} + \frac{\cos\beta}{2}\left(\frac{1}{R^2} - \frac{1}{R_0^2}\right)\right|$$
$$\leqq \frac{\delta}{\sqrt{2}\, b^2}(1+\sqrt{2}) \, .$$

Osservando che anche i moduli:

$$|\cos\xi \pm \cos\alpha| \ , \qquad |\cos\eta \pm \cos\beta|$$

sono $\leqq \sqrt{2}$ è agevole dedurre da le formule precedenti, mercè un uso conveniente delle (19) (19') potersi assumere come funzione maggiorante per ciascuna delle φ_1, φ_2 la espressione:

$$\frac{\delta R_0 \sigma^2}{4 b^2} \, \frac{8+2\sqrt{2}}{\sqrt{2}} \, .$$

Perciò in definitiva:

$$(26) \qquad |\varphi_1^2 + \varphi_2^2 + \varphi_3^2| \leqq \frac{\delta^2 R_0^2 \sigma^4}{16\, b^4}\left\{81 + 8\sqrt{2} + \delta\,\Xi\right\}$$

detta Ξ una quantità finita, la di cui espressione si calcola in modo di per sè evidente. Sarebbe insomma il secondo membro della (26) il quadrato della funzione designata con h_σ nel § 2°.

Da le (21), (25'):

$$\frac{\varphi\cos\chi}{z} \leqq \frac{\delta\sigma^2}{4\,b} \; \frac{\dfrac{3(1+\sqrt{2})}{2\,b} + \dfrac{\delta\sigma}{12 a^2}}{\operatorname{sen}\dfrac{\sigma}{2R_0}\left\{1 - \dfrac{3\,\delta\,\sigma^2}{8\,b^2 \operatorname{sen}^2\dfrac{\sigma}{2R_0}}(1+\delta C_M)\right\}}$$

Con pari facilità si calcola mercè le (21), (26) una funzione maggiorante di $\frac{\varphi^2}{z}$.

Per il particolare ellissoide da noi considerato si trova, facendo in particolare uso opportuno delle (23') ed arrotondando le cifre:

$$\left| \frac{\varphi \cos \chi}{z} \right| < \frac{1}{7,2}$$

ed in ciascun punto di E:

$$q < \frac{1}{5,4}.$$

È poi agevole riconoscere che la differenza fra il valore massimo di: $\frac{1}{N_1}$ ed il valore minimo di $\frac{1}{N_2}$, cioè il valore massimo di p sarà:

$$< \frac{1}{49.6\, a\, (1-e^2)}$$

onde, per qualunque coppia di punti P, Q_* (il primo interno, il secondo appartenente ad E) sarà in virtù della (12):

$$\left| \frac{\partial G}{\partial n_{Q_*}} - \left(2 \frac{\partial \frac{1}{r}}{\partial n_{Q_*}} - \frac{1}{R_m r} \right) \right| \leq \frac{0,21}{R_m r}$$

Ove poi si volesse sostituire a: $\frac{\partial \frac{1}{r}}{\partial n_{Q_*}}$ la corrispondente derivata di $\frac{1}{r}$ rispetto al raggio vettore O Q_* (da designarsi con ϱ_*) si osservi onde applicare la (13) che, come è ben noto, il valore di v in un punto di E di latitudine B è dato da:

$$tg\, v = \frac{e^2 \operatorname{sen} 2\, B}{2\,(1-e^2 \operatorname{sen}^2 B)}$$

si che l'angolo v raggiunge il suo massimo v_M quando $B = 45^0$.

Dato il particolare valore qui attribuito a e^2:

$$v_M < 24',$$

mentre il secondo membro della (13) sarebbe:

$$\leq \frac{1}{148,5} \frac{1}{r^2}$$

Ove poi si trattasse di applicare la (D) a un ellissoide di risoluzione qualunque E, basterebbe osservare che:

$$\frac{1}{R_M} = \frac{\sqrt{1-e^2}}{a}$$

rappresenterebbe il valore minimo che può assumere: $\frac{1}{N_2}$.

Finalmente è agevole riconoscere come, quando si tratti del particolare ellissoide E, che fu qui considerato come esempio, la condizione che la serie (E) sia (assolutamente) convergente sia esuberantemente sodisfatta. Si riscontra infatti, con un semplicissimo computo materiale essere il rapporto di ciascun termine della serie (16) al precedente, in tal caso:

$$< \frac{1}{4}.$$

Le considerazioni e i procedimenti di calcolo di questo § possono poi con ovvie modificazioni essere applicati a superficie anche più generali di un ellissoide di rivoluzione; così ad esempio a quegli *sferoidi* a cui, in regioni non troppo discoste dal geoide, si riducono le superficie di equilibrio terrestri.

NUOVI METODI COSTRUTTIVI
DI CURVE PIANE D'ORDINE ASSEGNATO
DOTATE DEL MASSIMO NUMERO DI CIRCUITI

Nota II[a] del prof. Luigi Brusotti (*)

(*Adunanza del 2 luglio 1914*)

§ 5. — Lo schema delle curve dedotte da una generatrice d'ordine pari avente le basi su di un sol circuito.

17). Nella costruzione di K^{qn} intervengono (num. 2.) successivamente le K^{pn} $(p = 1, 2, \ldots, q-1)$. Il circuito di K^{pn} sul quale sono raccolte tutte le intersezioni della K^{pn} colla C^n ha particolare importanza nel procedimento; esso verrà denominato *circuito generatore*.

Il circuito generatore appartenente a K^{pn} forma una *coppia* (**) col circuito di C^n contenente la base $\theta^{(ip)}$.

18). Mi propongo di ricavare dallo schema di C^n quello di K^{qn} e considero dapprima il caso in cui *n sia pari* $(=2m)$ *e le basi giacciano sopra un solo circuito* ω *di* C^n.

(*) Nella Nota I[a], comparsa in questi Rendiconti (a pag. 489 del presente volume) collo stesso titolo, ho introdotto un gruppo di metodi costruttivi *(metodi di moltiplicazione)*, ciascuno dei quali parte da una *curva generatrice* [d'ordine n] e ne ricava *curve dedotte* [d'ordine qn].

Nelle Note II[a] e III[a] stabilirò come lo *schema* delle curve dedotte si possa trarre da quello della curva generatrice. In ulteriori Note presenterò particolari esempî di curve generatrici.

La numerazione dei paragrafi, dei sottoparagrafi, delle figure e delle formole fa seguito a quella della Nota I[a], di cui si mantengono anche le abbreviazioni usate nelle citazioni.

(**) Nel senso usato in M., n. 19.

Pongo perciò, come altrove (n. 11), lo schema di C^n sotto la forma:

$$\Phi\,[\omega\,\Psi\,(\alpha_1\,,\,\alpha_2\,,\,\ldots)\,,\beta_1\,,\beta_2\,,\ldots]$$

e ricordo che lo schema della K^{2n} dedottane per duplicazione prende l' aspetto seguente:

$$\Phi\,[n^2\,\pi + \Psi\,(\alpha_1^{\,2}\,,\,\alpha_2^{\,2}\,,\,\ldots)\,,\beta_1^{\,2}\,,\beta_2^{\,2}\,,\ldots]\,.$$

Per lo schema delle successive dedotte sono a distinguersi due casi (in corrispondenza alla diversa scelta del segno di t_1).

1° caso. -- *Il circuito generatore appartenente a* K^n, *prescindendo dal segmento prossimo alla base* $\theta^{(i_1)}$ *di* C^n, *è interno ad* ω.

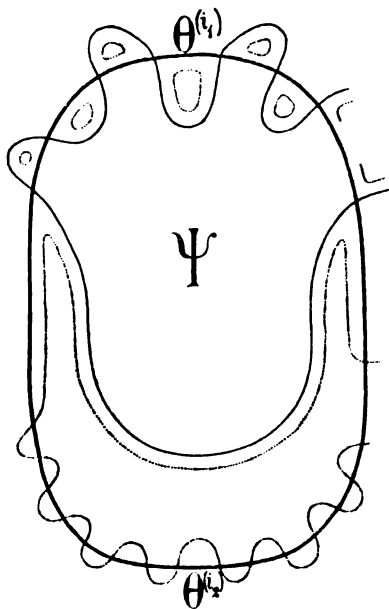



Fig. 4.

Il circuito generatore appartenente a K^{2n}, prescindendo dal segmento prossimo alla $\theta^{(i_2)}$, è quindi pure interno ad ω; ma i due circuiti generatori di K^n e di K^{2n} sono fra loro indipendenti oppure formano una *coppia* di 1° tipo (*). Ciò, schematicamente, risulta dalla fig. 4.

Similmente il circuito generatore appartenente a K^{3n}, prescindendo dal segmento prossimo a $\theta^{(i_3)}$, è interno ad ω; ma i due circuiti generatori di K^{2n} e di K^{3n} sono fra loro indipendenti o formano *coppia* di 1° tipo.

Per induzione matematica si giunge in tal modo a stabilire che il circuito generatore appartenente a K^{qn}, prescindendo dal segmento prossimo a $\theta^{(i_q)}$ è interno ad ω, ma che i circuiti generatori di $K^{(q-1)n}$ e di K^{qn} sono fra loro indipendenti o formano *coppia* di 1° tipo.

Dei rimanenti circuiti di K^{qn} formatisi in prossimità di ω:

1°. - Quelli direttamente prodotti dalla moltiplicazione per q (cioè risultanti dalla « piccola variazione » di ω e del circuito generatore appartenente a $K^{(q-1)n}$) sono indipendenti dal generatore di K^{qn}, mentre di essi $2\,(q-1)\,m^2 - 1$ sono interni ad ω e $2\,(q-1)\,m^2$ sono indipendenti da questo.

(*) Sempre nel senso usato in M., num. 19.

2.° — Quelli prodotti da circuiti di $K^{(q-1)n}$ esterni al generatore di essa si comportano col generatore di K^{qn} come con ω.

3.° — Quelli prodotti da circuiti di $K^{(q-1)n}$ interni al generatore di essa sono indipendenti col generatore di K^{qn}.

Per il conteggio si può osservare che perciò, oltre ai circuiti indipendenti da ω, sono indipendenti dal generatore di K^{qn} quelli interni ad ω ma originariamente introdotti da moltiplicazioni con moltiplicatori della stessa parità di q. Sono invece interni al circuito generatore quelli interni ad ω ed originariamente introdotti da moltiplicazioni con moltiplicatori di parità diversa.

Se quindi si indica con a il numero dei circuiti di K^{qn} prossimi ad ω indipendenti dal circuito generatore e con b quello di detti circuiti interni a questo, per $q = 2s$ si ottiene:

$$a = \sum_{i=1}^{q-1} 2\,m^2 i + \sum_{i=0}^{s-1} [2\,m^2 (2\,i + 1) - 1]$$

$$= s\,(6\,m^2 s - 2\,m^2 - 1)\,,$$

$$b = \sum_{i=1}^{s-1} (4\,m^2 i - 1) = (s - 1)(2\,m^2 s - 1)\,,$$

mentre per $q = 2\,s + 1$, analogamente:

$$a = \sum_{i=1}^{q-1} 2\,m^2 i + \sum_{i=1}^{s} (4\,m^2 i - 1)$$

$$= s\,(6\,m^2 s + 4\,m^2 - 1)\,,$$

$$b = \sum_{i=0}^{s-1} [2\,m^2 (2\,i + 1) - 1] = s\,(2\,m^2 s - 1)\,.$$

I circuiti di C^n esterni ad ω si comportano coi circuiti di K^{qn} formatisi in prossimità di ω come collo stesso ω. I circuiti di C^n interni ad ω sono pure interni al generatore di K^n, quindi indipendenti con quello di K^{2n}, interni a quello di K^{3n} ecc. ecc., cioè interni al generatore di K^{qn} o indipendenti con esso secondo che q sia dispari o pari.

Intorno a ciascuno dei circuiti di C^n diversi da ω, mediante la moltiplicazione per q, si è formata una serie di q circuiti omocentrici (della K^{qn}), i quali col circuito generatore appar-

tenente a K^{qn} si comportano come i circuiti di C^n da cui provengono.

Concludendo si ha:

Nel 1° caso lo schema di K^{qn} *per* $q = 2s$ *è*:

$$\Phi\,[a\,\delta + \gamma\, b\,\varepsilon + \Psi\,(\alpha_1{}^q\,,\,\alpha_2{}^q\,,\,\ldots)\,,\,\beta_1{}^q\,,\beta_2{}^q\,,\,\ldots]\,,$$

con $a = s\ (6\,m^2 s - 2\,m^2 - 1)\,,\ \ b = (s - 1)\,(2\,m^2 s - 1)$; *mentre per* $q = 2s + 1$ *è*:

$$\Phi\,[a\,\delta + \gamma\,\{b\,\varepsilon + \Psi\,(\alpha_1{}^q\,,\,\alpha_2{}^q\,,\,\ldots)\}\,,\,\beta_1{}^q\,,\beta_2{}^q\,,\,\ldots]\,,$$

con $a = s\,(6\,m^2 s + 4\,m^2 - 1)\,,\ b = s\,(2\,m^2 s - 1)$.

19). Passo a trattare il:

2° caso. *Il circuito generatore appartenente a* K^n, *prescindendo dal segmento prossimo alla base* $\theta^{(i_1)}$ *di* C^n, *è esterno ad* ω.

Segue che ω ed il circuito generatore appartenente a K^{2n}, prescindendo da $\theta^{(i_2)}$ e dal segmento prossimo, sono l'uno esterno all'altro, mentre il generatore di K^{2n} è interno a quello di K^n, prescindendo eventualmente dai segmenti (dei due circuiti) tra loro prossimi. Tutto ciò risulta schematicamente dalla fig. 5.

Se ne deduce che ω, prescindendo da $\theta^{(i_3)}$, è interno al generatore di K^{3n} e che a questo è pure interno il generatore di K^{2n} (sempre quando si prescinda eventualmente dai segmenti di K^{2n} e di K^{3n} fra loro prossimi), come si rileva dalla fig. 6.

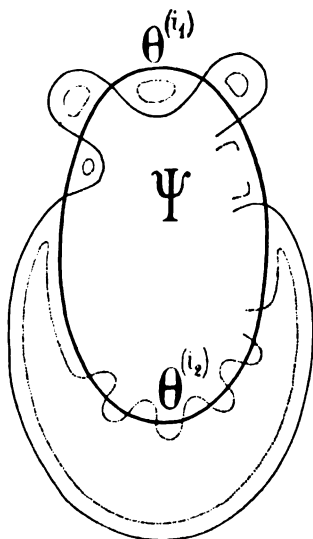
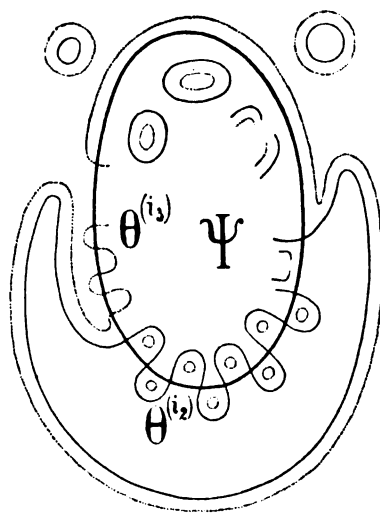



Fig. 5. Fig. 6.

Per induzione matematica si giunge così a stabilire: 1°. Prescindendo da $\theta^{(q)}$ e dal segmento prossimo, per q dispari ω è interno al circuito generatore (appartenente a K^{qn}), mentre per q pari ω ed il circuito generatore sono esterni l'un l'altro. 2°. Dei due circuiti generatori appartenenti rispettivamente a $K^{(q-1)n}$ ed a K^{qn}, per q dispari il primo è interno al secondo per q pari il secondo è interno al primo, sempre prescindendo eventualmente dai segmenti (dei due circuiti) fra loro prossimi.

Dei rimanenti circuiti di K^{qn} formatisi in prossimità di ω:

1.° — Quelli direttamente prodotti dalla moltiplicazione per q (cioè risultanti dalla « piccola variazione » di ω e del circuito generatore appartenente a $K^{(q-1)n}$), rispetto al generatore di K^{qn}, per q dispari sono interni, per q pari sono indipendenti. Di essi, rispetto ad ω, $2(q-1)\,m^2$ sono interni e $2(q-1)\,m^2-1$ sono indipendenti.

2.° — Quelli provenienti da circuiti di $K^{(q-1)n}$ interni ad ω, rispetto al circuito generatore di K^{qn}, sono interni per q dispari, indipendenti per q pari.

3.° — Quelli provenienti da circuiti di $K^{(q-1)n}$ esterni ad ω si comportano col circuito generatore di K^{qn} come con quello di $K^{(q-1)n}$.

Mediante conteggi analoghi a quelli esposti per il *1° caso*, detto a il numero dei circuiti di K^{qn} formatisi in prossimità di ω, indipendenti dal circuito generatore e detto b il numero dei circuiti di simile formazione interni allo stesso, per $q=2s$ si ottiene:

$$a=s\,(6\,m^2s-2\,m^2-1),$$
$$b=(s-1)\,(2\,m^2s-1)$$

e per $q=2s+1$:

$$a=s\,(2\,m^2s-1)\,,$$
$$b=s\,(6\,m^2\,s+4\,m^2-1)\,.$$

Così per i circuiti di C^n diversi da ω e per le *serie* di circuiti della K^{qn} che ne derivano, valgono osservazioni analoghe a quelle del num. 18. Si giunge in tal modo all'enunciato seguente:

Nel 2° caso lo schema di K^{qn} *per* $q=2s$ *è*:

$$\Phi\,[a\,\delta+\gamma\,b\,\varepsilon+\Psi\,(\alpha_1{}^q\,,\alpha_2{}^q\,,\ldots)\,,\beta_1{}^q\,,\beta_2{}^q\,,\ldots]\,,$$

con $a=s\,(6\,m^2\,s-2\,m^2-1)$, $b=(s-1)\,(2\,m^2\,s-1)$; *mentre per* $q=2\,s+1$ *è*:

$$\Phi\,[a\,\delta+\gamma\,\{b\,\varepsilon+\Psi\,(\alpha_1{}^q\,,\alpha_2{}^q\ldots)\}\,,\beta_1{}^q\,,\beta_2{}^q\,,\ldots],$$

con $a=s\,(2\,m^2s-1)$, $b=s\,(6\,m^2s+4\,m^2-1)$.

È notevole che per $q = 2s$ lo schema di K^{qn} è lo stesso nei due casi, cioè non dipende dal segno di t_1.

§ 6. Studio generale sullo schema delle dedotte da una generatrice d' ordine pari avente le basi distribuite su più circuiti.

20). — Nel presente § svolgo un metodo generale per la ricerca dello schema delle curve dedotte nel caso di *n pari* ($n = 2m$), essendo le basi di C^n:

$$\theta', \theta'', \ldots \theta^{(w)}$$

comunque distribuite su più circuiti di essa:

$$\omega_1, \omega_2, \ldots \omega_k.$$

Prendo perciò a considerare il sistema S_q costituito dai circuiti così di C^n come di K^{qn} ed osservo che esso non è del tipo studiato al num. 8., possedendo due circuiti che si tagliano: il circuito ω_x di C^n contenente la base $\theta^{(i_q)}$ ed il circuito generatore γ_q della K^{qn}.

Dal sistema S_q si può però facilmente ricavare un sistema del tipo ivi studiato. Basterà cambiare γ_q nel circuito $\bar{\gamma}_q$ che da γ_q si deduce sopprimendone il segmento secante $\theta^{(i_q)}$ per sostituirlo con un segmento prossimo non secante ω_x [nè altri circuiti di S_q].

Indicherò con S_q il sistema ricavato, nel modo esposto, da S_q.

Se in S_q si sopprimono i circuiti di C^n, si ottiene un sistema di circuiti la cui configurazione è identica a quella del sistema dei circuiti di K^{qn}. Perciò lo schema di S_q si dirà *schema ampliato* di K^{qn}. Il passaggio dallo schema ampliato di K^{qn} al suo schema effettivo si può ritenere immediato e la ricerca del primo si può quindi utilmente sostituire a quella del secondo.

21). Mi propongo intanto di stabilire un metodo ricorrente atto a ricavare dallo schema ampliato di K^{pn} ($p < q$) quello di $K^{(p+1)n}$.

Dicasi ω_y il circuito di K^{pn} contenente $\theta^{(i_p)}$.

I circuiti γ_p ed ω_y di S_p potranno:

I. Formare una *coppia di 2° tipo* in modo che γ_p, prescindendo dal segmento prossimo alla $\theta^{(i_p)}$, sia *interno* ad ω_y [figura 7];

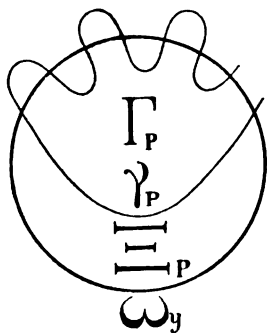
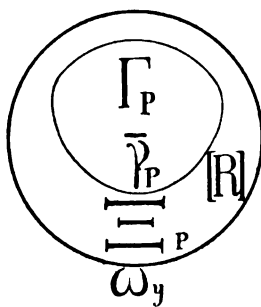



Fig. 7.

Fig. 8.

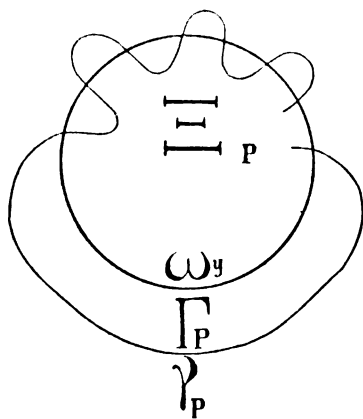



Fig. 7 bis.

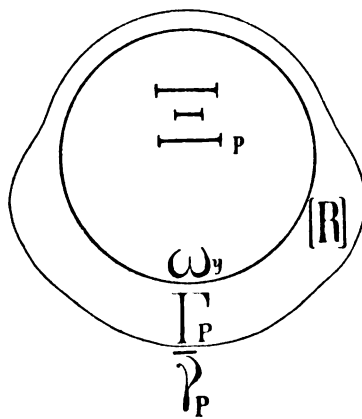



Fig. 8 bis.

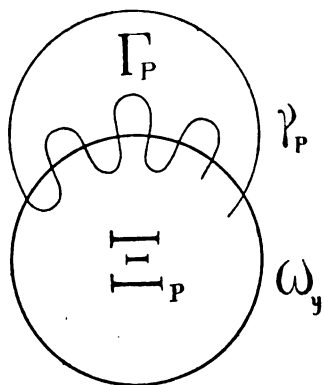



Fig. 7 ter.

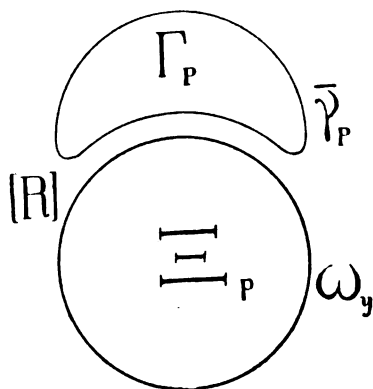



Fig. 8 ter.

II. Formare una *coppia di 2º tipo* in modo che γ_p, prescindendo dal segmento prossimo alla $\theta^{(ip)}$, sia *esterno* ad ω_y [fig. 7 bis];

III. Formare una *coppia di 1º tipo* [fig. 7 ter].

Corrispondentemente in S_p:

I. ω_y include γ_p (fig. 8); II. γ_p include ω_y (fig. 8 bis); III. ω_y e γ_p sono indipendenti (fig. 8 ter).

Nei tre casi lo schema ampliato di K^{pn} prenderà rispettivamente la forma:

$$(3)' \qquad \Phi_p\,[\omega_y\,(\Xi_p + \bar{\gamma}_p\,\Gamma_p)\,,\,\lambda\,,\,\mu\,,\,\ldots]$$

$$(3)'' \qquad \Phi_p\,[\bar{\gamma}_p\,(\omega_y\,\Xi_p + \Gamma_p)\,,\,\lambda\,,\,\mu\,,\,\ldots]$$

$$(3)''' \qquad \Phi_p\,[\omega_y\,\Xi_p + \bar{\gamma}_p\,\Gamma_p\,,\,\lambda\,,\,\mu\,,\,\ldots]$$

ed i circuiti di C^n vi compariranno in generale così direttamente entro Φ_p come indirettamente, in quanto compaiano entro Ξ_p ed entro Γ_p.

Il sistema costituito insieme dai circuiti di S_p e da quelli della $g_{(p+1)n} = 0$ (num. 2) determina una divisione del piano in regioni contrassegnabili coi segni + e — (*). La regione R al cui contorno appartengono ω_y e $\bar{\gamma}_p$ avrà in particolare un certo segno e nelle regioni di ugual segno si svolgerà la $K^{(p+1)n}$ quando si prescinda dal suo comportamento in prossimità alle basi $\theta^{(ip)}$, $\theta^{(ip+1)}$.

Sia ξ un circuito di C^n (diverso da ω_y) e nella (3)′ o, rispettivamente nella (3)″, nella (3)‴, si muti ξ nel prodotto simbolico $\xi\,\xi_p$ oppure nel prodotto simbolico $\xi_p\,\xi$, secondo che la regione prossima a ξ avente il segno di R sia quella interna oppure quella esterna a ξ. Per denotare tale trasformazione, applicata a *tutti* i circuiti di C^n diversi da ω_y, si apponga ai simboli Φ_p, Ξ_p, Γ_p un asterisco.

Considerando l'aspetto del sistema trasformato di una coppia di 1º o di 2º tipo (**) e, d'altra parte, le relazioni fra schema ampliato e schema effettivo, si deduce che nei tre casi sopra indicati lo schema ampliato di $K^{(p+1)n}$ è rispettivamente:

$$(4)' \quad \Phi^*_p\,[\omega_y\,\{\eta_p\,\Xi^*_p + \Gamma^*_p + (2pm^2 - 1)\,\varrho_p\} + 2pm^2\,\varrho'_p\,,\,\lambda\,,\,\mu\,,\ldots],$$

$$(4)'' \quad \Phi^*_p\,[\omega_y\,(\Xi^*_p + 2pm^2\,\varrho_p) + \eta_p\,\Gamma^*_p + (2pm^2 - 1)\,\varrho'_p\,,\,\lambda\,,\,\mu\,,\ldots],$$

$$(4)''' \quad \Phi^*_p\,[\eta_p\,\{\omega_y\,(\Xi^*_p + 2pm^2\,\varrho_p) + \Gamma^*_p + (2pm^2 - 1)\,\varrho'_p\}\,,\,\lambda\,,\mu,\ldots],$$

colla condizione che se la base $\theta^{(ip+1)}$ è sullo stesso ω_y sia

(*) Cfr. M. num. 28 (ed anche ivi num. 4).

(**) Cfr. M. num. 19.

$\overline{\gamma}_{p+1} \equiv \eta_p$, mentre se tale base è su altro circuito ω_z sia $\overline{\gamma}_{p+1} \equiv \omega_{zp}$ (indicandosi con ω_{zp} il circuito proveniente da ω_z come in generale ξ_p proviene da un circuito ξ generico di C^n).

22). Il procedimento del num. 21., per il passaggio dallo schema ampliato di K^{pn} a quello pure ampliato di $K^{(p+1)n}$, serve anche per il passaggio dallo schema effettivo di C^n a quello ampliato di K^n , colla condizione che sia $\overline{\gamma}_1 \equiv \omega_{u0}$ (essendo $\theta^{(i_1)}$ su ω_u e sostituendosi a ξ di C^n uno dei prodotti simbolici $\xi\,\xi_0$, $\xi_0\,\xi$) e coll'arbitrarietà per la scelta del segno di ι_1 .

Così può ritenersi in massima risolto il problema posto all'inizio di questo §, in quanto è lecito risalire dallo schema effettivo di C^n a quello ampliato di K^{qn} con metodo ricorrente, indi dallo schema ampliato di K^{qn} dedurne quello effettivo.

Il procedimento però, mentre da un lato offre l'inconveniente di introdurre un elemento estraneo (lo schema ampliato), si presenta dall'altro alquanto lento nella applicazione.

Perciò alle considerazioni generali di questo § faccio seguire lo *studio diretto* di alcuni casi particolari, nei quali rientrano quasi tutti gli esempî a me noti.

In tale studio sottoporrò la scelta delle $g_{pn} = 0$ a restrizioni che saranno indicate caso per caso.

§ 7. Ricerca dello schema delle dedotte da una generatrice d'ordine pari, avente le basi distribuite su due circuiti indipendenti.

23). Si supponga che le basi di C^n $(n = 2m)$ siano distribuite su due circuiti ω, ω' fra loro indipendenti, onde lo schema di C^n , come altrove, si possa porre sotto la forma:

$$\Phi\,[\omega\,\Psi\,(\alpha_1\,,\,\alpha_2\,,\ldots)\,,\,\omega'\,\Psi'\,(\alpha_1'\,,\alpha_2'\ldots)\,\,,\,\beta_1\,,\,\beta_2\,,\ldots]\,.$$

I circuiti di C^n , di K^{pn}, di $g_{(p+1)n} = 0$ $(p < q)$ determinano, nel loro insieme, una ripartizione del piano in regioni contraddistinguibili coi segni $+$ e $-$. Prescindendo dagli intorni di $\theta^{(i_p)}$ e di $\theta^{(i_{p+1})}$ supporrò che la regione prossima ed interna ad ω abbia lo stesso segno della regione prossima ed interna ad ω', qualunque sia p.

Detto *esternale* od *internale* un circuito di C^n secondo che nei prodotti simbolici dello schema di C^n) occupi posto di-

spari o posto pari (*), la condizione esposta sarà, ad esempio, soddisfatta quando ω ed ω' siano entrambi esternali od entrambi internali (**) ed inoltre occupino regioni di ugual segno nella ripartizione del piano prodotta da una qualunque delle $g_{pn} = 0$ (fatta astrazione dall' intorno di $\theta^{(i_p)}$).

Ciò posto, si applichi a C^n un procedimento di moltiplicazione di modulo:

$$(5) \qquad [\pm, \overbrace{i_1, i_2, \dots,}^{q_1} \overbrace{i_{q_1+1}, i_{q_1+2}, \dots,}^{q_2} \dots \overbrace{\dots, i_{q-1}}^{q_h}] ,$$

ove i gruppi di $q_1, q_3, \dots$ indici si riferiscano a basi su ω, mentre quelli di $q_2, q_4, \dots$ indici si riferiscano a basi su ω'. Sarà:

$$q_1 + q_2 + \dots + q_h = q - 1$$

e si porrà:

$$Q_0 = q_0 = 0 ,$$
$$Q_{r+1} = Q_r + q_{r+1} .$$

La scelta del doppio segno in (5) conduce a distinguere due casi.

24). 1° caso. — *Il circuito generatore appartenente a* K^n, *prescindendo dal segmento prossimo alla base* $\theta^{(i_1)}$ *di* C^n, *è interno ad* ω.

Tenute presenti le restrizioni imposte alle $g_{pn} = 0$ (num. 23), segue che i circuiti generatori appartenenti alle successive dedotte sono interni ad ω o ad ω' secondo che operino su base di ω o di ω', sempre prescindendo dai segmenti prossimi alle rispettive basi.

In corrispondenza agli h gruppi di indici del modulo (5), si hanno altrettanti stadî del procedimento. Nello stadio corrispondente al gruppo

$$(6) \qquad \overbrace{i_{Q_{r-1}+1}, i_{Q_{r-1}+2}, \dots}^{q_r}$$

si utilizzano basi di ω o di ω' secondo che r è dispari o pari; ed i circuiti che vanno formandosi presso le basi e si conservano nelle successive trasformazioni si possono distribuire in

(*) Circuiti *esternali* ed *internali*, con definizione formalmente diversa furono introdotti anche da Miss RAGSDALE (loc. cit.).

(**) La seconda eventualità non si presenta però in alcuno dei casi a me noti.

a_r circuiti *esterni* ad ω [risp. ad ω'], in b_r circuiti *interni* ad ω [risp. ad ω'] e per la loro formazione relativi ad indici aventi posto dispari in (6), ed in c_r circuiti ancora *interni* ad ω [risp. ad ω'] ma relativi ad indici aventi posto pari in (6). Infine è da considerarsi il circuito δ_r [risp. δ'_r], interno ad ω [risp. ad ω'] che rimane a stadio ultimato e che funzionerebbe da generatore se non si passasse ad utilizzare basi dell' altro circuito ω' [risp. ω].

Gli a_r circuiti sono indipendenti da δ_r [risp. δ'_r]; invece i b_r circuiti sono indipendenti con δ_r [risp. δ'_r] o interni ad esso secondo che q_r è dispari o pari, ed i c_r circuiti si comportano in modo opposto. I circuiti provenienti da quelli già presentatisi in precedenti stadî sono esterni a δ_r [risp. a δ'_r] se esterni ad ω [risp. ad ω']; se interni ad ω [risp. ad ω'] invece si comportano con δ_r [risp. con δ'_r] come i b_r circuiti dianzi nominati, coi quali sono indipendenti.

Mediante semplici conteggi e calcoli di sommatorî (analoghi a quelli del num. 18) si trovano per a_r , b_r , c_r le seguenti espressioni :

$$
(7)\quad
\begin{cases}
a_r = m^2 q_r (2 Q_{r-1} + q_r + 1) , \\
\left.\begin{aligned} b_r &= s_r [2 m^2 (Q_{r-1} + s_r) - 1] \\ c_r &= s_r [2 m^2 (Q_{r-1} + s_r + 1 - 1] \end{aligned}\right\} \ldots (se\ q_r = 2 s_r) , \\
\left.\begin{aligned} b_r &= (s_r+1) [2m^2 (Q_{r-1} + s_r + 1) - 1] \\ c_r &= s_r [2 m^2 (Q_{r-1} + s_r + 1) - 1] \end{aligned}\right\} \ldots\ se\ q_r = 2 s_r + 1) .
\end{cases}
$$

Inoltre, mentre si opera su ω [risp. su ω'], in prossimità di ω' [risp. di ω] si forma una serie di q_r circuiti omocentrici, l' ultimo dei quali però funzionerà da primo generatore nello stadio successivo. Per $r = 1$, alla serie di circuiti omocentrici (prossima ad ω') appartiene pure il circuito τ' che, presentatosi nella K^n , permane anche in seguito.

In ogni stadio infine va formandosi una serie di circuiti omocentrici presso ogni circuito di C^n diverso così da ω come da ω'.

Le considerazioni esposte conducono al seguente enunciato:

Detto A uno schema arbitrario, si determini la funzione simbolica Δ_h (A) colle formole di ricorrenza:

Δ_0 $(A) = A$,

Δ_r $(A) = \Delta_{r-1} (A) + b_r \lambda_r + \delta_r c_r \mu_r$ . ... [per r dispari, q_r dispari]

Δ_r $(A = \delta_r [\Delta_{r-1} (A) + b_r \lambda_r] + c_r \mu_r$, ... [per r dispari, q_r pari]

Δ_r $(A) = \nu_r{}^{q_r - 1} \Delta_{r-1} (A)$ . . . . [per r pari]

Analogamente si determini $\Delta'_h(A')$ *colle formole*:

$\Delta'_0(A') = A'$

$\Delta'_r(A') = \Delta'_{r-1}(A') + b_r \lambda_r + \delta'_r c_r \mu_r$, ... [per r pari, q_r dispari]

$\Delta'_r(A') = \delta'_r [\Delta'_{r-1}(A') + b_r \lambda_r] + c_r \mu_r$, ... [per r pari, q_r pari]

$\Delta'_r(A') = \nu_r^{q_r - 1} \Delta'_{r-1}(A')$ . . . . [per r dispari]

Lo schema di K^{qn} (*nel 1° caso*) *è*:

$$\Phi(\Omega_h, \Omega'_h, \beta_1^q, \beta_2^q, \ldots),$$

ove per h *dispari è*:

$$\Omega_h = A_h \varepsilon + \Delta_h [\Psi(\alpha_1^q, \alpha_2^q, \ldots)],$$

$$\Omega'_h = A'_h \varepsilon' + \delta'_h \Delta'_h [\tau' \Psi'(\alpha'^q_1, \alpha'^q_2, \ldots)],$$

con:

$$A_h = a_1 + a_3 + \ldots + a_h$$

$$A'_h = a_2 + a_4 + \ldots + a_{h-1};$$

mentre per h *pari è*:

$$\Omega_h = A_h \varepsilon + \delta_h \Delta_h [\Psi(\alpha_1^q, \alpha_2^q, \ldots)],$$

$$\Omega'_h = A'_h \varepsilon' + \Delta'_h [\tau' \Psi'(\alpha'^q_1, \alpha'^q_2, \ldots)],$$

con:

$$A_h = a_1 + a_3 + \ldots + a_{h-1},$$

$$A'_h = a_2 + a_4 + \ldots + a_h.$$

25). 2° caso. — *Il circuito generatore appartenente a* K^n, *prescindendo dal segmento prossimo alla base* $\theta^{(i_1)}$ *di* C^n, *è esterno ad* ω.

Come nel num. precedente, mi riferisco allo stadio (6) del procedimento. Il circuito generatore si trova in posizione diversa riguardo ad ω [risp. ω'], secondo che esso operi su basi di indice avente in (6) posto dispari oppure posto pari. Il circuito generatore, prescindendo dal segmento prossimo alla base utilizzata, è sempre esterno ad ω [risp. ω']; ma ω [risp. ω'], esclusa la base stessa, è interno al generatore nella prima ipotesi, esterno nella seconda. Onde i circuiti formano nella prima ipotesi una coppia di 2° tipo (M. num. 19) e nella seconda ipotesi una coppia di 1° tipo (ibid.).

Nello stadio (6), dei circuiti che vanno formandosi presso ω [risp. ω'] e si conservano, a_r siano *interni* ad ω [risp. ω'], b_r siano *esterni* ed in corrispondenza ad indici di posto dispari in (6), c_r pure *esterni* ma in corrispondenza ad indici di posto

pari. I numeri a_r, b_r, c_r (pur con diverso significato) mantengono le espressioni fornite dalle (7) del num. precedente.

Il circuito δ_r [risp. δ'_r] che rimane a stadio terminato (e funzionerebbe altrimenti da generatore) è indipendente da ω [risp. ω'] per q_r dispari, lo include per q_r pari.

Gli a_r circuiti sono quindi indipendenti da δ_r [risp. δ'_r] per q_r dispari, sono interni ad esso per q_r pari; i b_r circuiti sempre indipendenti da δ_r [risp. δ'_r]; i c_r circuiti sempre interni ad esso.

I circuiti provenienti da quelli presentatisi in precedenti stadî ed esterni ad ω [risp. ω'] si comportano con δ_r [risp. δ'_r] come con ω [risp. ω']; quelli invece interni ad ω [risp. ω'] sono indipendenti da δ_r [risp. δ'_r] per q_r dispari, gli sono interni per q_r pari.

Le rimanenti considerazioni svolte per il 1° caso (num. 24) permangono per il secondo, onde si conclude quanto segue:

Detto A uno schema arbitrario, si determini la funzione simbolica $\nabla_h(A)$ colle formole di ricorrenza:

$$\nabla_0(A) = A,$$
$$\nabla_r(A) = \nabla_{r-1}(A + b_r\lambda_r + \delta_r c_r \mu_r), \ldots \text{[per } r \text{ dispari, } q_r \text{ dispari]}$$
$$\nabla_r(A) = \nabla_{r-1}[\delta_r(A + c_r\mu_r) + b_r\lambda_r], \ldots \text{[per } r \text{ dispari, } q_r \text{ pari]}$$
$$\nabla_r(A) = \nabla_{r-1}(\nu_r^{q_r - 1} A) \ldots\ldots\ldots\ldots \text{[per } r \text{ pari]}$$

Analogamente si determini $\nabla'_h(A')$ colle formole:

$$\nabla'_0(A') = A',$$
$$\nabla'_r(A') = \nabla'_{r-1}(A' + b_r\lambda_r + \delta'_r c_r \mu_r), \ldots \text{[per } r \text{ pari, } q_r \text{ dispari]}$$
$$\nabla'_r(A') = \nabla'_{r-1}[\delta'_r(A' + c_r\mu_r) + b_r\lambda_r], \ldots \text{[per } r \text{ pari, } q_r \text{ pari]}$$
$$\nabla'_r(A') = \nabla'_{r-1}(\nu_r^{q_r - 1} A') \ldots\ldots\ldots\ldots \text{[per } r \text{ dispari]}$$

Lo schema di K^{qn} (nel 2° caso) è:

$$\Phi(\Omega_h, \Omega'_h, \beta_1^q, \beta_2^q, \ldots)$$

ove per h *dispari è*:

$$\Omega_h = \nabla_h[\Psi(\alpha_1^q, \alpha_2^q, \ldots) + A_h\varepsilon],$$
$$\Omega'_h = \tau'\nabla'_h[\delta'_h\{\Psi'(\alpha'^q_1, \alpha'^q_2, \ldots) + A'_h\varepsilon'\}],$$

mentre per h *pari è:*

$$\Omega_h = \nabla_h[\delta_h\{\Psi(\alpha_1^q, \alpha_2^q, \ldots) + A_h\varepsilon\}]$$
$$\Omega'_h = \tau'\nabla'_h[\Psi'(\alpha'^q_1, \alpha'^q_2, \ldots) + A'_h\varepsilon'],$$

conservando A_h, A'_h *il significato del num.* 24.

§ 8. — Ricerca dello schema delle dedotte da una generatrice d'ordine pari, avente le basi distribuite su più circuiti indipendenti

26). Le basi di C^n $(n = 2m)$ siano ora distribuite su $k > 2$ circuiti indipendenti:

$$\omega' \, , \omega'' , \ldots . \omega^{(k)}$$

e si ponga lo schema (di C^n) sotto la forma:

$$\Phi\,[\omega' \, \Psi' (\alpha'_1 , \ldots) , \omega'' \, \Psi'' (\alpha''_1 , \ldots) , \ldots , \omega^{(k)} \, \Psi^{(k)} (\alpha_1^{(k)} , \ldots) , \beta_1 , \beta_2 , \ldots] \, .$$

Nella ripartizione prodotta insieme dalle C^n, K^{pn}, $g_{(p+1)n} = 0$ le regioni prossime ed interne ai circuiti $\omega^{(j)}$ abbiano ugual segno, prescindendo dagli intorni di $\theta^{(i_p)}$ e di $\theta^{(i_{p+1})}$. Per es. i circuiti $\omega^{(j)}$ sian tutti *esternali* (num. 23) ed occupino regioni di ugual segno nella ripartizione prodotta da una qualunque $g_{pn} = 0$ (astraendo dall'intorno di $\theta^{(i_p)}$).

Il modulo del procedimento

$$[\pm \diagup \overbrace{i_1 , i_2 , \ldots . ,}^{q_1} \diagdown \diagup \overbrace{i_{q_1+1} , \ldots . . ,}^{q_2} \diagdown \ldots . \diagup \overbrace{\ldots . . , i_{q-1}}^{q_h} \diagdown]$$

nel quale ciascun gruppo di q_r indici si riferisce a basi su di uno stesso circuito $\omega^{(j_r)}$, può essere utilmente sostituito col *modulo abbreviato*

$$(8) \qquad \pm \left\{ \begin{matrix} q_1 & q_2 & q_3 & \ldots \ldots & q_h \\ 1 & j_2 & j_3 & \ldots \ldots & j_h \end{matrix} \right\} ,$$

ove per semplicità si è supposto $j_1 = 1$.

Nello stadio di indice j_r, per $\omega^{(j_r)}$ e (se $r < h$) per $\omega^{(j_{r+1})}$ sono a ripetersi considerazioni analoghe a quelle del § 7. Per ciascuno dei rimanenti circuiti (di C^n) la serie di q_r circuiti omocentrici, che si forma in prossimità, permane per intiero negli stadî successivi.

Distinti due casi, secondo che (escluso l'intorno di $\theta^{(i_1)}$) il generatore di K^n sia interno od esterno ad ω', si conclude:

Si determinino le $\Delta^{(j)}{}_h (A)$, $\nabla^{(j)}{}_h (A)$ *colle formole*

$$\Delta^{(j)}{}_0 (A) = A ,$$

$$\Delta^{(j)}{}_r (A) = \Delta^{(j)}{}_{r-1} (A) + b_r \lambda_r + \delta_r \, . \, c_r \mu_r , \ldots [\text{per } j = j_r \, , \; q_r \text{ dispari}]$$

$$\Delta^{(j)}{}_r (A) = \delta_r \, [\Delta^{(j)}{}_{r-1} (A) + b_r \lambda_r \,] + c_r \mu_r , \ldots [\text{per } j = j_r \, , \; q_r \text{ pari}]$$

$$\Delta^{(j)}{}_r (A) = \nu_r^{q_r - 1} \, \Delta^{(j)}{}_{r-1} (A) \, , \ldots \ldots \ldots . [\text{per } j = j_{r+1}]$$

$$\Delta^{(j)}{}_r (A) = \nu^{(j)}{}_r^{q_r} \, \Delta^{(j)}{}_{r-1} (A) \, ; \ldots \ldots \ldots . . [\text{per } j \neq j_r \, , j \neq j_{r+1}]$$

$\nabla^{(j)}{}_0 (A) = A$,
$\nabla^{(j)}{}_r (A) = \nabla^{(j)}{}_{r-1} (A + b_r \lambda_r + \delta_r . c_r \mu_r)$,... [per $j = j_r$, q_r dispari]
$\nabla^{(j)}{}_r (A) = \nabla^{(j)}{}_{r-1} [\delta_r (A + c_r \mu_r) + b_r \lambda_r]$,... [per $j = j_r$, q_r pari]
$\nabla^{(j)}{}_r (A) = \nabla^{(j)}{}_{r-1} (\nu_r{}^{q_r - 1} A)$, ... [per $j = j_{r+1}$]
$\nabla^{(j)}{}_r (A) = \nabla^{(j)}{}_{r-1} (\nu^{(j)}{}_r{}^{q_r} A)$, ... [per $j \neq j_r$, $j \neq j_{r+1}$]

essendo a_r, b_r, c_r, *fornite dalle* (7).

Lo schema di K^{qn} *è*:

$$\Phi (\Omega'_h , \Omega''_h , \ldots \Omega^{(k)}{}_h , \beta_1{}^q , \beta_2{}^q , \ldots)$$

ove nel 1° caso si ponga:

$$\Omega'_h = A'_h \varepsilon' + \Delta'_h [\Psi' (\alpha'_1{}^q , \alpha'_2{}^q , \ldots)] ,$$

$$(j \neq 1) \qquad \Omega^{(j)}{}_h = A^{(j)}{}_h \varepsilon^{(j)} + \Delta^{(j)}{}_h [\tau^{(j)} \Psi^{(j)} (\alpha^{(j)}{}_1{}^q , \ldots)] ,$$

e nel 2° caso:

$$\Omega'_h = \nabla'_h [\Psi' (\alpha'_1{}^q , \alpha'_2{}^q , \ldots) + A'_h \varepsilon'] ,$$

$$(j \neq 1) \qquad \Omega^{(j)}{}_h = \tau^{(j)} \nabla^{(j)}{}_h [\Psi^{(j)} (\alpha^{(j)}{}_1{}^q , \ldots) + A^{(j)}{}_h \varepsilon^{(j)}] ,$$

indicando $A^{(j)}{}_h$ *la somma dei numeri* a_r *pei quali sia* $j_r = j$.

AZIONE SIMULTANEA
DI UN CAMPO ELETTRICO E DI UN CAMPO MAGNETICO
SULLA RIGA ROSSA
DELLO SPETTRO DELL'IDROGENO

Nota di Antonio Garbasso

(Adunanza del 2 luglio 1914)

1. Le varie righe dello spettro dell'idrogeno appartenenti alla serie di Balmer presentano tutte quante nel campo magnetico il fenomeno di Zeeman sotto la forma normale, sotto la forma dunque della tripla calcolata la prima volta dal Lorentz.

Invece, trova il Lo Surdo che le dette righe si risolvono secondo schemi diversi in un campo elettrico intenso. E cioè tutte presentano bensì due componenti esterne, di luce polarizzata rettilinea, nelle quali il vettore di Fresnel è parallelo al campo; ma il numero degli elementi normali, più interni, muta da riga a riga, mantenendosi uguale al numero d'ordine nella serie.

Così le righe H_α, H_β, H_γ e H_δ hanno rispettivamente una, due, tre e quattro componenti con vibrazioni elettriche normali al campo.

2. È di importanza somma, dal punto di vista logico, che il modello di J. J. Thomson, dal quale il Lorentz trasse la sua teoria dell'effetto di Zeeman, escluda ogni influenza del campo elettrico sul processo dell'emissione.

Una forza esterna, agendo sopra l'elettrone immerso in una sfera omogenea di elettricità positiva, non perturba il suo movimento, ma altera appena la posizione di equilibrio.

Fin dal 1901 il Voigt aveva tentato di generalizzare l'atomo del Thomson; egli supponeva allora che la densità cubica della

carica positiva fosse, invece che costante, una funzione del raggio vettore. Segue da questa ipotesi che ogni riga deve dare origine nel campo elettrico ad una coppia, i cui elementi sono spostati dalla stessa parte (entrambi verso il rosso, oppure verso il violetto) rispetto alla riga primitiva; l'elemento più « eccentrico » vibra parallelamente alla forza elettrica esterna, e l'altro in direzione normale.

Ma lo Stark e il Lo Surdo trovano, almeno per le righe della serie di Balmer, delle configurazioni dotate di simmetria.

Il Voigt ha ripreso dunque, in questi ultimi mesi, il suo calcolo ammettendo un potenziale della forma

$$\varphi = \frac{1}{2} k \, (a^2 + b^2 + c^2) + \frac{1}{2} k_1 \, (a^2 + b^2)\, c + \frac{1}{2} k_2 \, c^3, \tag{A}$$

dove le a, b e c rappresentano le componenti dello spostamento dell'elettrone (1); e ammettendo ancora che gli atomi siano elettricamente aeolotropi.

Egli giunge così a stabilire per il moto le tre equazioni

$$\left\{\begin{aligned} m\,\xi'' &= -\left(k \pm \frac{k_1\, e\, E}{k}\right)\xi,\\ m\,\eta'' &= -\left(k \pm \frac{k_1\, e\, E}{k}\right)\eta,\\ m\,\zeta'' &= -\left(k \pm 2\,\frac{k_2\, e\, E}{k}\right)\zeta,\end{aligned}\right. \tag{B}$$

nelle quali E è il campo elettrico esterno, supposto agente secondo l'asse delle z; e i due segni corrispondono alle due possibili orientazioni dell'atomo-cristallo.

Seguono dalle (B) le frequenze

$$\nu_s = \sqrt{\frac{k}{m}}\left(1 \pm \frac{1}{2}\,\frac{k_1\, e\, E}{k^2}\right), \tag{C}$$

$$\nu_p = \sqrt{\frac{k}{m}}\left(1 \pm \frac{k_2\, e\, E}{k^2}\right); \tag{D}$$

di queste le (C) valgono per gli assi x ed y, le (D) per l'asse z.

---

(1) W. Voigt, *Theoretische Bemerkungen ecc.* (Nachrichten der K. Gesell. der Wissenschaften zu Göttingen, 1914).

Il Prof. Voigt, richiamando in questo lavoro una mia nota del gennajo scorso, osserva che « Der Ansatz, den neustens Herr Garbasso (Phys. Zeitschrift, XV, 123, 1914) für ein solches Potential gibt, ist nicht richtig ». Gli è sfuggito che le formole da me riportate sono sue e non mie, come del resto notavo, molto esplicitamente.

Il Voigt fa in sostanza, come si vede subito, la teoria della riga H_β.

3. Supponiamo adesso che al campo elettrico si sopraponga un campo magnetico, H, nella stessa direzione; e domandiamoci come dovranno essere perturbati i moti degli elettroni negli atomi del Voigt.

Le (B) diventano

$$
(E) \qquad \left\{
\begin{aligned}
m\,\xi'' &= -\left(k \pm \frac{k_1\, e\, E}{k}\right)\xi + h\,H\,\eta', \\
m\,\eta'' &= -\left(k \pm \frac{k_1\, e\, E}{k}\right)\eta - h\,H\,\xi', \\
m\,\zeta'' &= -\left(k \pm 2\,\frac{k_2\, e\, E}{k}\right)\zeta;
\end{aligned}
\right.
$$

e cioè la prima e la seconda acquistano un nuovo termine, di significato ovvio, mentre la terza rimane inalterata.

Posto per semplicità di scrittura

$$
(F) \qquad k \pm \frac{k_1\, e\, E}{k} = K
$$

risulta, con simboli notissimi,

$$
(G) \qquad \left\{
\begin{aligned}
(m\,D^2 + K)\,\xi - h\,H\,D\,\eta &= 0, \\
h\,H\,D\,\xi + (m\,D^2 + K)\,\eta &= 0,
\end{aligned}
\right.
$$

ed eliminando

$$
(H) \qquad \left\{
\begin{aligned}
[(m\,D^2 + K)^2 + h^2\,H^2\,D^2]\,\xi &= 0, \\
[(m\,D^2 + K)^2 + h^2\,H^2\,D^2]\,\eta &= 0.
\end{aligned}
\right.
$$

La caratteristica comune delle equazioni (H) ha la forma

$$
m^2\,D^4 + (2\,m\,K + h^2\,H^2).\,D^2 + K^2 = 0,
$$

e fornisce

$$
\nu_s = \sqrt{\frac{K}{m}}\left(1 \pm \frac{h\,H}{2\sqrt{m\,K}}\right),
$$

o, più esplicitamente,

$$
(K) \qquad
\begin{aligned}
\nu_s^{*} &= \sqrt{\frac{k + \frac{k_1\, e\, E}{k}}{m}}\left[1 \pm \frac{h\,H}{2\sqrt{m\left(k + \frac{k_1\, e\, E}{k}\right)}}\right], \\
\nu_s^{**} &= \sqrt{\frac{k - \frac{k_1\, e\, E}{k}}{m}}\left[1 \pm \frac{h\,H}{2\sqrt{m\left(k - \frac{k_1\, e\, E}{k}\right)}}\right].
\end{aligned}
$$

« *Secondo la teoria del Voigt il fenomeno di Zeeman e quelli di* ***Stark*** *e di Lo Surdo risultano dunque semplicemente sopraposti* ».

E si ha questo schema grafico

Osservazione trasversale

Riga non perturbata . . . .

Campo elettrico . . . .

Campo magnetico . . . .

Campo elettrico e campo magnetico . . . .

I sei periodi, nel caso più generale, corrispondono ai sei gradi di libertà del sistema; che è costituito, come s'è detto, dal complesso di *due* atomi, di orientazione opposta.

4. Non è facile verificare un simile resultato. Perchè sebbene nei tubi di Lo Surdo la luminosità della scarica sia maggiore che in quelli dello Stark, essa è pur sempre assai piccola, mentre se si vuol essere in grado di constatare un effetto di tipo Zeeman bisogna ricorrere ad apparecchi di grande potere risolutivo, ad apparecchi che suppongono l'uso di sorgenti relativamente intense.

Ora, fra tutte le righe dello spettro dell'idrogeno, la sola H_α sembra suscettibile di esame; perchè nei tubi di Lo Surdo è più luminosa e più fine di ogni altra e perchè presenta più spiccato il fenomeno di Zeeman. Ma a questa riga la teoria del Voigt non è più applicabile.

Si può pensare però che il resultato al quale siamo pervenuti sia generale; e che per la H_α si abbia lo schema grafico seguente

Osservazione trasversale

Riga non perturbata . . . .

Campo elettrico . . . .

Campo magnetico . . . .

Campo elettrico e campo magnetico . . . .

L'esperienza attesta che le cose vanno per l'appunto così.

5. Un tubo Lo Surdo, di un millimetro di diametro interno nella regione catodica, fu introdotto nel foro assiale di un elettromagnete Weiss; il campo elettrico, eccitato con 5000 piccoli accumulatori, risultava parallelo al piano dell'orizzonte, e il catodo e il tratto di scarica che immediatamente lo precede erano visibili fra le estremità polari.

Ciò posto, con un sistema di due lenti a corto foco, si projettò un'imagine reale del catodo e dello spazio precatodico sulla fenditura (orizzontale) di uno spettrometro: era il notissimo « *wawe-lenght spectroscope* » di Hilger, a braccio allungato, con uno scaglione Michelson di 12 gradini (1).

Finalmente un prisma di Glan-Thompson, interposto fra le due lenti, servì per separare nella luce incidente le componenti parallele al campo (orizzontali) e le perpendicolari. Nelle esperienze definitive la sezione principale del detto prisma si tenne verticale, in modo da escludere per l'appunto le vibrazioni parallele alla forza elettrica; si regolava lo spettrometro per l'osservazione della riga H_α e il Michelson in modo che vi fossero nel campo due imagini ugualmente intense.

Le imagini apparivano larghe e sfumate da una parte, nella immediata vicinanza del catodo, mentre erano sottili e nette all'altro estremo. Ma anche questo estremo, più brillante e più fine e meglio adatto per le osservazioni, era compreso nello spazio nel quale appare il fenomeno di Lo Surdo; come si riconosceva girando di 90° il prisma analizzatore. Allora le imagini si allargavano in tutto il campo sino a toccarsi, per costituire in qualche modo una banda unica, larghissima e debolmente luminosa.

Tornando alla disposizione di prima ed eccitando l'elettromagnete (2), si vedeva comparire in ciascuna imagine una stria mediana nera e sottile; più netta nella regione più lontana dall'elettrodo, ma visibile con sicurezza in tutto il campo.

Se invece la sezione principale del prisma era orizzontale, nulla mutava quando il Weiss veniva eccitato.

Segue da queste osservazioni lo schema appunto suggerito dalla teoria del Voigt.

Firenze, R. Istituto di Studi Superiori
7 giugno 1914.

---

(1) Un reticolo di Rowland, di 5 piedi di raggio, col quale avevo tentato prima l'esperienza, dava delle imagini troppo deboli perchè se ne potesse dedurre qualche resultato sicuro.

(2) Il campo prodotto fra le estremità polari era nel mio caso di circa 20000 unità.

VENE FLUENTI
NELLE MACCHINE IDRAULICHE

Nota dell' Ing. M. BARONI

(Adunanza del 2 luglio 1914)

La teoria delle turbine idrauliche, delle turbo-pompe e dei ventilatori, — le norme per il tracciamento delle *pale* nelle ruote mobili, e nei distributori, delle camere forzate per l'introduzione ai distributori, e delle tubazioni di scarico, — hanno in quest'ultimo decennio, ricevuto maggior sviluppo da una più razionale e completa applicazione delle leggi e delle funzioni dell'idrodinamica; specialmente della funzione — potenziale di velocità — e della sua associata — la funzione di corrente. —

Questo nuovo contributo di idee, e di studi, è principalmente dato dalle opere di F. Prasil, H. Lorenz, R. Lorenz, R. Pröll, W. Bauersfeld: esso è riassunto, insieme alle più importanti pratiche applicazioni nella « Nuova teoria e calcolo delle ruote-turbine » (1^a e 2^a edizione) di H. Lorenz.

Nel campo che limita e contiene una vena fluida, la quale vi scorre in modo permanente ed irrotazionale, la funzione di corrente (ψ) è costante lungo le linee di corrente (filetti fluidi), o nelle superficie di corrente ed è proporzionale al valore della portata, di quella parte della vena, che è compresa fra la linea o superficie di corrente, e quello, fra i limiti del campo, ove si è assunto $\psi = 0$. La velocità del fluido in un qualsiasi punto è tangente alla linea di corrente, che passa per quel punto.

La funzione (φ) — potenziale di velocità — è costante lungo le linee, o superficie, che intersecano ortogonalmente le linee, o superficie di corrente. Dette linee, o superficie equipotenziali sono normali in ogni punto alla direzione della ve-

locità del fluido: esse sono le — sezioni normali — della vena fluida.

Le linee di corrente — ($\psi = \text{cost.}$) — in quanto siano trajettorie di filetti liquidi, sono anche le linee funicolari di vincoli o forze, che sollecitano le particelle liquide per effetto dell'azione deviatrice delle superficie sulle quali, od, entro le quali, scorre la vena: sono quindi, anche le linee funicolari delle reazioni che si oppongono, eguali e contrarie, a quelle forze. La risultante di queste azioni, o di quelle reazioni, su un arco finito di linea di corrente, dipende perciò soltanto dalla direzione del primo e dell'ultimo elemento dell'arco (1). Questa proprietà può essere estesa dai liquidi perfetti, ai liquidi reali, quando, fra quelle forze si comprendano le resistenze d'attrito.

Le superficie di corrente, essendo — luogo — di linee di corrente, sono campi di forze: così le pale della parte mobile di un motore idraulico possono essere considerate, come il campo delle azioni deviatrici della vena liquida, oppure delle reazioni che questa vi oppone.

La teoria di H. Lorenz, e gli studi degli altri autori citati, hanno la loro base, nelle proprietà ora enunciate della funzione di corrente, del potenziale di velocità, e delle linee e superficie di corrente. Le norme di tracciamento, delle superficie che contengono, e guidano le vene liquide, prima del motore idraulico, entro ad esso, e, dopo di esso, sono quelle delle linee e delle superficie di corrente: le pale, delle parti mobili, sono sostituite, nello sviluppo analitico da campi di forze. La traccia, dello sviluppo analitico, consiste, nello stabilire uno speciale tipo di flusso liquido, (corrispondente al tipo della macchina idraulica), col fissare a priori — con una ipotesi — le relazioni fra le componenti della velocità, e le coordinate del punto: vengono così ad essere determinate — a meno, di una costante che dipenderà dai valori limiti dei flusso — la funzione di corrente ψ, ed il potenziale φ, e quindi le equazioni delle linee, e, superficie di corrente, e, gli elementi principali per il calcolo della macchina.

Questi concetti, e questi metodi non sono del tutto nuovi nella teoria delle macchine idrauliche: alcuni di essi, (e spe-

(1) Vedi - 1901 - *Lezioni sulla teoria dei motori idraulici*, M. Baroni. Svolte nel Corso di meccanica industriale al R. I. T. S.

Colonetti, *Sul moto di un liquido in un canale*. Rendiconti del Circolo matematico di Palermo. Tomo XXXII, pag. 23. Anno 1911.

cialmente quelli riguardanti, la funzione delle pale dei distributori, e, delle ruote mobili, — il sistema delle azioni e reazioni fra superficie fisse, e liquido — alcune delle norme di tracciamento delle pale), — sono da tempo già introdotti in detta teoria — e, ad esempio, lo scrivente, nel corpo di lezioni sulle macchine idrauliche, ebbe, costantemente ad esporli, in forma analitica più elementare, per facilitarne la comprensione, ma altrettanto generale.

Spetta però ad H. Lorenz, ed agli altri autori già citati, il merito, di averne fatto applicazione più completa, più razionale ed organica, a tutti i problemi della teoria — ed anche (il che è veramente nuovo), l'averne dedotto criterii, per il tracciamento della superficie delle camere di carico, degli effusori, e delle tubazioni di scarico.

Il metodo analitico, come già dissi, suppone nella maggior parte delle sue applicazioni, una ipotesi sulle componenti della velocità in funzione delle coordinate: ma scegliere, e proporre, detta ipotesi non è sempre possibile, oppure, non può essere concesso, quando le condizioni limiti del campo della vena liquida, siano tali che le linee di corrente risultino per esse determinate, o, per essere esatti, l'integrale generale del moto debba soddisfare ad una speciale forma analitica. In questi casi può tornar utile l'applicazione dei recenti studi di Idrodinamica Matematica, del Levi-Civita, di U. Cisotti, di G. Colonetti, diretti specialmente alla ricerca dell'integrale generale del moto fluido, e quindi delle funzioni ψ, e φ, e delle equazioni delle linee di corrente, senza ipotesi alcuna, ma colla sola conoscenza di alcuni limiti del campo, e dei valori limiti della velocità.

L'applicazione dei risultati di detti studi, non ha solo importanza per la soluzione di alcuni particolari problemi, ma ha interesse generale, perchè tende a togliere alla teoria del Lorenz, quel tanto di ipotetico e di arbitrario, che ancora vi rimane, ed a trasformarla in una teoria assolutamente razionale.

Il metodo di ricerca del Levi-Civita, venne da questo autore, e dagli altri citati, applicato soltanto a moti di vene fluide contenute in un campo piano: ma, nella più parte dei problemi interessanti le macchine idrauliche, il moto, per la simmetria intorno all'asse della macchina, può essere analiticamente determinato con due coordinate; ed, ad ogni modo, non è difficile, estendere i risultati pratici di dette ricerche, a problemi di tre dimensioni.

Detto metodo di ricerca può essere così brevemente riassunto: La vena fluida piana, è contenuta in parte fra linee rigide (superficie sulle quali, o, entro le quali scorre) e, per la rimanente parte fra linee che definiscono le superficie libere di separazione da un campo finito di pressione costante (ad esempio l'atmosfera).

Ogni punto della vena fluida è riferito a due assi ortogonali Ox - Oy del piano, e quindi definito da un numero complesso z

$$z = x + iy$$

Le componenti — u, e, v — della velocità V, parallele ai due assi, hanno colle funzioni φ, e ψ le relazioni:

$$(1) \quad u = \frac{\partial \varphi}{\partial x} \quad v = \frac{\partial \varphi}{\partial y} \quad d\varphi = u\,dx + v\,dy \qquad \Bigg| \qquad u = \frac{\partial \psi}{\partial y} \quad -v = \frac{\partial \psi}{\partial x} \quad d\psi = -v\,dx + u\,dy \quad (1)$$

Ne segue, che u, e, $-v$ sono parte reale e coefficiente dell'immaginario di una funzione w della variabile complessa Z:

$$: w = u - i\,v$$

e resta pure definita una funzione f:

$$: f = \varphi + i\,\psi$$

e per le relazioni (1):

$$: \frac{\partial f}{\partial z} = w$$

La funzione w, è regolare in tutto il campo z della vena liquida: la funzione f, lo è pure eccetto che per $(z) = \infty$, poichè tende allora all' ∞.

Si conviene che il valore di ψ, varii di π da un contorno all'altro della vena liquida, di linea in linea di corrente, e proporzionalmente alla portata della parte di vena liquida limitata dalla linea di corrente che si considera. Si conviene anche che sia $\psi = 0$ nell' origine delle coordinate (x, y), la quale viene scelta in un punto di contorno, o entro la vena. Se $-\psi_1$, e, $+\psi_2$ sono i valori di ψ sulle due linee di contorno, si ha

$$\psi_1 + \psi_2 = \pi \ldots \begin{cases} 0 \leq \psi_1 < \pi \\ 0 \leq \psi_2 \leq \pi \end{cases}$$

La funzione φ, della regione all' ∞ donde viene la vena, a quella ove essa va, varia da $-\infty$ a $+\infty$ convenendo si annulli in un punto scelto nel piano (z), che può essere l'origine delle coordinate x, y.

In un piano f di coordinate φ e ψ, le linee di corrente sono rappresentate da rette parallelle all'asse φ, poichè per esse $\psi =$ costante: le linee equipotenziali da rette parallele all'asse ψ, poichè per esse $\varphi =$ costante. Tutta la vena liquida ha per immagine una striscia compresa fra due rette parallele all'asse φ, e di ordinate $-\psi_1$, $+\psi_2$: ad ogni punto di questa striscia corrisponde, uno ed un solo punto nel campo della vena.

La eguaglianza:

$$(\cos \psi_1 + i \operatorname{sen} \psi_1)\, e^{f} = F \text{ ossia}$$
$$e^{\varphi + i(\psi + \psi_1)} = F$$

stabilisce fra quella immagine, ed un semipiano positivo F relazioni di questa specie:

: Per $\psi = -\psi_1$ (così come è in una delle linee di contorno) $F = e^{\varphi}$, e poichè φ su detta linea di contorno può variare da $-\infty$ a $+\infty$, il punto immagine nel piano F, percorrerà da 0 ad ∞, il semiassereale positivo.

Per $\psi = \psi_2$, (così come si suppone sia sull'altra linea di contorno), $F = e^{\varphi + i\pi} = e^{\varphi} . e^{i\pi} = - e^{\varphi}$, e poichè φ su detta linee di contorno può variare da $-\infty$ a $+\infty$, il punto immagine del piano F, percorrerà da 0 a $-\infty$ il semiasse reale negativo.

Ogni altro punto della striscia f, ed il suo corrispondente nel campo della vena liquida, ha analogamente l'immagine sua nel semipiano complesso positivo F, nel punto di coordinate:

$$: (e^{\varphi} \cos (\psi + \psi_1),\ i\, e^{\varphi} \operatorname{sen} (\psi + \psi_1))$$

Con altra trasformazione di coordinate, e con relazione algebrica assai semplice, è possibile sostituire a tale semipiano positivo F, l'immagine di un semipiano positivo Z, tale che ai punti estremi della linea di contorno libera, (ossia, non fissata da pareti rigide) corrispondano sull'asse reale, i punti di ascissa -1 e $+1$. Ed infine colla relazione:

$$Z = -\frac{1}{2}\left(\zeta + \frac{1}{\zeta}\right)$$

trasformare detto semipiano positivo Z, nella porzione di piano ζ compresa nel perimetro di un semicerchio di raggio 1; in questo, il diametro è l'immagine della parte di contorno della

vena, data, dalla linea libera; la semicirconferenza è invece l'immagine della rimanente parte di contorno data dalle pareti rigide. Le linee di corrente vi sono rappresentate da linee contenute nel semicerchio, che vanno dall' uno all' altro dei due punti immagine dei punti all'infinito della vena liquida.

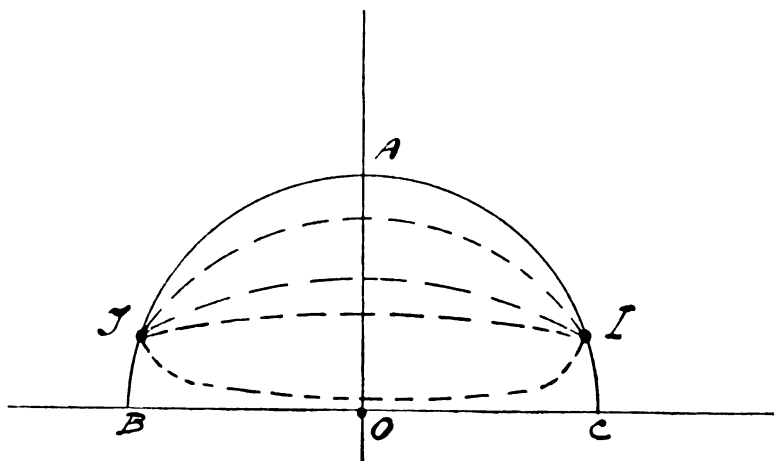



Fig. 1.

Con tutto ciò, non si è aggiunta alcuna nuova relazione fra le incognite del problema — ma si è ottenuto di rappresentarle in forma tale, da poter fissare, un integrale generale del moto liquido, nella forma di una serie, le cui costanti potranno di caso in caso, essere determinate dalle condizioni speciali di contorno e di moto della vena liquida.

Infatti la funzione $w = u - i v$ può scriversi così

$$w = e^{-i\omega} \tag{2}$$
dove $\omega = \Theta + i\tau$ funzione di ζ

e poichè si dimostra essere $\omega(\zeta)$ funzione regolare in tutto il contorno $(\zeta) \leq 1$, ed assumere valori reali sull'asse reale, e mantenersi finita e continua sul contorno, ne risulta che può essere rappresentata da una serie di Taylor

$$\omega = \sum_{0}^{\infty}{}_{n} \, c_n \, \zeta^n$$

convergente entro e sopra la circonferenza $(\xi) = 1$, dove le c_n, sono costanti reali. Quando dette costanti possano essere determinate, si avrà ω

e quindi θ, e τ

Ma dalle (2) si ha:

$$tg\ \theta = \frac{v}{u}$$

ossia θ è l'angolo che la velocità V forma coll'asse delle X nel campo Z della vena.

Si ha anche . . . $e^\tau = \sqrt{u^2 + v^2} = V$ valore assoluto della velocità. Poichè $w = \frac{d f}{d z}$, ne riesce pure determinato f, e quindi le funzioni φ, e ψ, ossia le linee equipotenziali e le linee di corrente.

Tutti gli elementi del moto potranno allora essere noti, senza speciali ipotesi sul modo di variare della velocità, da punto a punto della vena fluida, ma solo per le condizioni dipendenti dalla natura del contorno, e dal moto di essa vena.

Il metodo, che ho esposto, in varie forme e per diversi casi, venne svolto nelle bellissime memorie del Levi-Civita, del Cisotti, del Colonnetti, giungendo anche in alcuni casi particolari a determinare effettivamente le equazioni delle linee di corrente, ed il modo di variare della velocità e della pressione, da linea a linea, ossia nei vari filetti liquidi.

Esso può essere applicato utilmente in molti problemi della teoria delle macchine idrauliche per ottenere metodi razionali di tracciamento, specialmente quando i metodi attuali, dipendano da regole costruttive empiriche, o da ipotesi non giustificate dall'esperienza.

Prima di mostrare con esempi, l'importanza e la varietà, di dette applicazioni, è opportuno spiegare alcune proprietà dei fasci di linea di corrente, le quali si dimostrano facilmente col sussidio del metodo sopra esposto:

1. **Invertibilità.** Il Prof. G. Colonnetti, studiando le proprietà di casi di emisimmetria in questioni di idrodinamica (Rendiconti della R. Accademia dei Lincei - Vol. XX, Serie 5ª, fascicolo 5º, 5 Marzo 1911) è condotto a dimostrare l'invertibilità dei fasci di linee di corrente, quando si inverta il senso della velocità, rimanendo il fluido soggetto ancora all'azione delle

medesime forze (escludendo quindi le sole forze che dipendono dal senso della velocità, ad esempio la resistenza d'attrito).

Tale dimostrazione ha campo d'applicazione più vasto, di quello limitato ai soli casi di emisimmetria; ritengo perciò opportuno riprodurla per intero, conservando le notazioni di Calcolo Vettoriale, adoperate dall'Autore:

« Un fluido perfetto a temperatura costante, si muova con « moto continuo e permanente in una certa regione dello spazio « che supporremo, per fissar le idee, semplicemente connessa « ed estendentesi fino all'infinito sia a monte che a valle del « moto. Detta regione sarà, nel caso più generale, limitata in « parte da pareti rigide fisse, ed in parte da superficie di « discontinuità o superficie libere, separanti il fluido in moto « da un fluido che noi riterremo occupante tutto il resto dello « spazio, in quiete, a pressione costante p_0 ».

« Indicato con F il vettore che rappresenta la forza agente « in un punto generico P del campo del moto (riferita all'unità « di massa) e con v il vettore velocità nel punto generico « stesso, l'equazione di continuità del moto (permanente) può « scriversi:

$$\text{div}\,(\varrho v) = 0 \tag{1}$$

« ϱ essendo la densità del fluido nel punto generico P legata « alla corrispondente pressione p dell'equazione caratteristica

$$\varrho = f(p) \text{ ».} \tag{2}$$

« Le equazioni generali del moto, scritte sotto la forma di « Eulero, si compendiano per altra parte nell'unica relazione

$$\frac{dv}{dP}v = F - \frac{1}{\varrho}\,\text{grad}\,p \tag{3}$$

« da integrarsi tenendo presenti le condizioni ai limiti ».

« Ora, detta $\psi(P) = 0$ l'equazione di una qualsiasi super- « ficie limitante il campo del moto, dovrà aversi identicamente

$$v \times \text{grad}\,\psi = 0 \tag{4}$$

« per tutti gli elementi fluidi pei quali ψ si annulla. Se la su- « perficie in questione è una parete rigida, la ψ è data: se « è una superficie libera, la sua equazione altro non è che « $p - p_0 = 0$: per essa la (4) diviene adunque

$$v \times \text{grad}\,p = 0 \text{ ».} \tag{5}$$

« Con ciò il moto resta completamente determinato quando « siano date (in modo opportuno e compatibile) le condizioni « all' infinito, cioè le velocità assintotiche v_1 e v_2 rispettiva- « mente a monte ed a valle del movimento. In particolare ri- « sulta determinato l'intiero sistema delle linee di corrente ca- « ratterizzate, come si sa, dall'equazione generale

$$v \wedge dP = 0 \text{ ».} \tag{6}$$

« Ciò premesso si osservi che il vettore $-v$, definitocome « il vettore v in tutto il campo del moto, e come esso sod- « disfacente alle (1), (4) e (5), può assumersi come velocità « di un nuovo moto dello stesso fluido, svolgentesi in quel « medesimo campo, fra le stesse pareti rigide, colle identiche « superficie libere ».

« Se F si mantiene in ogni punto invariato, *se cioè il fluido « è soggetto ancora all'azione delle medesime forze.* (Restano « così escluse dalle nostre considerazioni le sole forze che di- « pendono dal senso della velocità: in particolare le resistenze « d'attrito, come del resto avevamo presupposto fin dal prin- « cipio), restano invariate, in virtù delle (2) e (3), così la « pressione come la densità in ciascun punto. Le linee di cor- « rente del nuovo moto sono, come appare dalla (6), quelle « stesse del moto dato ma percorse in senso contrario; in « particolare le velocità assintotiche v_1 e v_2 si sono cambiate « rispettivamente in $-v_1$ e $-v_2$ ».

2. Simiglianza. La catena di trasformazioni analitiche, che dall'immagine nel piano f, conduce all'immagine semicircolare nel piano ζ, comincia colla eguaglianza:

$$(\cos \varphi_1 + i \operatorname{sen} \varphi_1)\, e^f = F$$

Si supponga ora di avere un piano z', riferito univocamente al piano z colle relazioni:

$$: \begin{aligned} x &= n\,x' \\ y &= n\,y' \end{aligned}$$

dove n è una costante.

Al contorno delle pareti rigide della vena contenuta nel piano z, corrisponderà un contorno simile, secondo il rapporto da 1 ad $\frac{1}{n}$ nel piano z': in questo sia contenuta una vena,

tale che nei punti del contorno siano:

$$(3) \quad \begin{cases} \psi_1 = n\,\psi_1' \quad \psi_2 = n\,\psi_2' \\ \varphi = n\,\varphi' \end{cases}$$

Sarà allora nei punti corrispondenti dei due contorni:

$$: \; u = u' \quad v = v'$$

e saranno anche eguali nelle due vene, le corrispondenti velocità all'∞.

Per questa seconda vena si svolga la medesima catena di trasformazioni analitiche, partendo però dalla eguaglianza

$$(\cos n\,\psi_1' + i \,\text{sen}\, n\,\psi_1')\, e^{nf'} = F'$$

Ma per le (3), sarà nei punti del contorno delle pareti rigide $F' = F$, e l'immagine semicircolare (ζ') della nuova vena, sarà identicamente sovraponibile a quella (ζ) della prima vena data, (piano (z)), ossia tale che identici punti del suo contorno sono immagini di punti corrispondenti nei contorni delle due vene.

Ed allora per l'identità delle relazioni,

fra z, f, w, ed ω	e, z', f', w', ed ω'
fra F, Z, e ζ	e, F', Z', e ζ'

sarà negli identici punti delle sovrapposte immagini (ζ) e (ζ'): sul contorno ed entro ad esso:

$$f = n\,f'$$

e ne risulterà quindi $z = n\,z'$, ossia saranno immagini di punti corrispondenti dei due piani (z) e (z').

Sarà anche in essi

$$\omega = \omega'\,;\; w = w'\,;\; u = u'\,;\; v = v'$$
$$\varphi = n\,\varphi'\,;\; \psi = n\,\psi'$$

ossia:

identiche le velocità
simili le linee di corrente.

Così risulta dimostrato che ogni immagine semicircolare (ζ) può essere identicamente immagine di infinite vene, simili nel contorno e nelle linee equipotenziali e di corrente, di velocità

eguali nei punti similmente posti in esse, le cui portate sono nello stesso rapporto dei loro elementi lineari.

3. **Parzializzazione.** Si supponga di aver fatto di una vena liquida, — il cui moto è permanente e irrotazionale, il cui contorno è in parte formato da pareti rigide — l'immagine semicircolare (ζ): di aver determinato in questa le immagini delle linee di corrente ($\psi =$ costante), e risolvendo gli integrali del moto, tracciato dette linee nella vena.

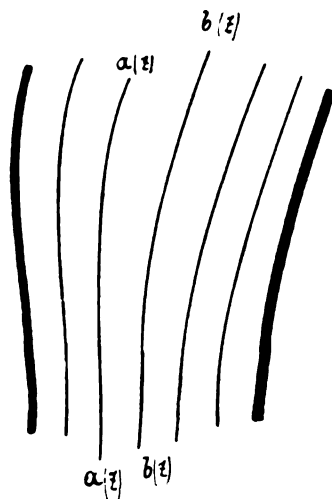



Fig. 2.

La parte di questa, contenuta, fra le due linee di corrente $a(z)$, $b(z)$, ha per immagine nel piano (ζ), la striscia compresa fra le corrisponpenti linee $a(\zeta)$, $b(\zeta)$. Ma identica sarebbe l'immagine, per tutti i punti del suo contorno e del suo interno, se avendosi soltanto quella vena parziale, si fossero poste quali equazioni di corrispondenza fra i piani z - f - F - Z - ζ, le stesse eguaglianze, stabilite per la vena totale, ed attribuendo a ψ, lungo le linee di contorno a, e, b i valori medesimi che ha nella vena totale.

Perciò, se si suppone che le due linee di corrente a, b siano due pareti rigide, e per la vena parziale che tra esse scorre siano mantenute le medesime velocità all'∞ della vena totale, ed inalterato sia il sistema delle forze che sollecitano le particelle liquide, inalterato pure sarà il sistema delle linee di corrente.

Inversamente — se si suppone — di chiudere lo spazio contenuto fra le due linee dl corrente *a*, *b* defluirà la rimanente parte della vena totale senza variazione nel sistema delle linee di corrente.

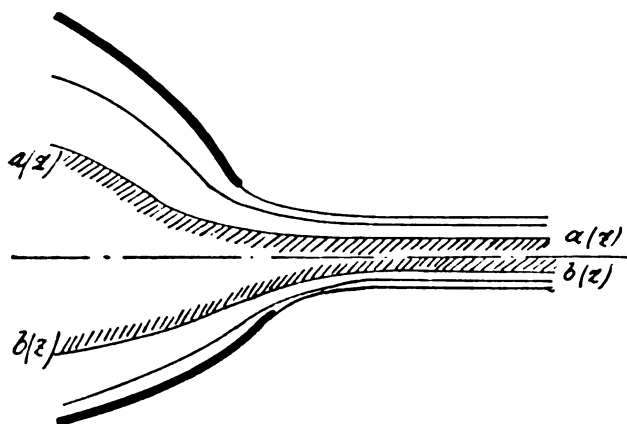



Fig. 3.

Dalle dette proprietà di invertibilità, di simiglianza, di parzializzazione, hanno origine, alcune applicazioni a questioni di meccanica industriale, che verrò ora esponendo, quali esempi di moltissime altre analoghe. Ma trattandosi di liquidi reali, occorre considerare anzitutto se il moto del liquido, avvenga col *Regime di Poiseuille*, o, col *Regime idraulico*. Nel primo caso i filetti liquidi (ossia le linee di corrente) hanno andamento regolare, e, per quanto riguarda la forma geometrica di queste traiettorie può ammettersi non vi sia differenza fra il *liquido ideale* ed il *liquido reale*.

Il *Regime di Poiseuille* si ha, da valori piccolissimi delle velocità, fino ad un limite (*velocità critica*), al di là del quale è ancora possibile, ma non è stabile, e ciò fino ad una velocità che è circa di un quinto superiore alla velocità critica.

Il *regime idraulico* è possibile, ma non stabile, nel campo di velocità compreso fra la velocità critica, e detto limite superiore: si stabilisce poi definitivamente al di là di questo limite.

Il Reynolds, ritiene, che la velocità critica sia inversamente proporzionale al diametro del tubo ed alla densità del liquido, e direttamente proporzionale al coefficiente di viscosità. In unità (C. G. S.) il valore della velocità critica sarebbe dato dalla formola

$$V = 2000 \frac{k}{\varrho d}$$

dove k è il cofficiente di viscosità; ϱ, la densità; d il diametro del tubo.

Il Prof. Ugo Bordoni (« Su di una esperienza relativa al moto dei fluidi nei condotti » — Nuovo Cimento — Luglio 1912) da valori sperimentali di detta velocità critica e sperimentalmente dimostra pure che può variare entro due limiti di massimo e di minimo. Per l'acqua egli trova:

$$\text{velocità critica} \begin{cases} \text{valore minimo} = 2000 \dfrac{k}{d\,\varrho} \\ \text{valore massimo} = 15000 \dfrac{k}{\varrho \sqrt{d}} \end{cases}$$

ove $\frac{k}{\varrho} = 0,0114$; e, d, è il diametro del tubo.

Per i valori che d può avere nella pratica industriale le dette velocità sono assai piccole, e certamente minori dei valori praticamente normali della velocità.

Il Prof. Pietro Alibrandi (« Sopra alcune questioni idrodinamiche » — Nuovo Cimento — Ottobre 1913) riprendendo teoricamente lo studio di questo punto dell'idrodinamica discute delle cause del fenomeno di Poiseuille, e mostra quale relazione possa esservi fra il valor critico della velocità e la risultante di tutte le forze che sollecitano contro la parete l'unità di massa, projettata sulla normale principale della trajettoria.

Poichè le velocità normali nelle vene fluenti in macchine idrauliche sono maggiori del limite massimo della velocità critica, il regime sarà idraulico: le linee di corrente del liquido ideale, non saranno le trajettorie *reali* dei punti di un liquido *reale*, ma trajettorie medie intorno alle quali le particelle liquide, procedendo, compieranno brevissime oscillazioni: e, per gli effetti della pratica, potranno considerarsi ancora, come trajettorie reali.

Al contrario, pareti formanti angoli, o tali da avere regioni di fortissima curvatura, danno, nei liquidi reali, effetti che turbano fortemente il moto della vena liquida, e vi determinano regioni morte, o, vortici che la occupano parzialmente, ed anche totalmente. Nelle applicazioni pratiche dette regioni dovranno ritenersi escluse dalla vena che si considera.

* * *

Le applicazioni a problemi della teoria delle macchine idrauliche, oppure di macchine nelle quali il fluido che le attraversa possa ancora (per il calcolo della tecnica pratica) ritenersi di densità costante, hanno origine dai seguenti casi di vene fluenti:

1º Caso. — La vena esce da una tubazione $A\,B - A_1\,B_1$ in uno spazio di pressione costante p_0.

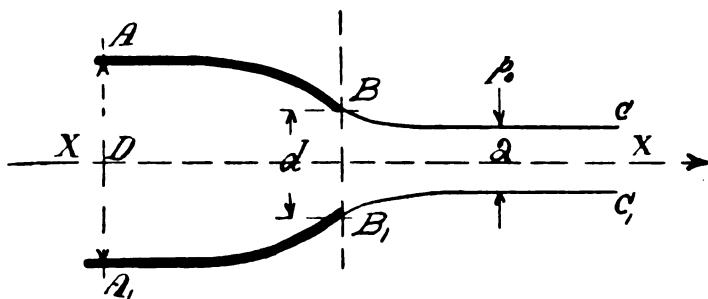



Fig. 4.

La velocità nella parte libera della vena, sia di valore così grande, che in un breve percorso possa ritenersi trascurabile l'effetto della gravità.

La parete della tubazione sia per un tratto sufficientemente lungo a monte della sezione $B\,B_1$, una superficie di rotazione avente per asse la retta $X\,X$: a monte della sezione $A\,A_1$ sia una superficie cilindrica, con sezione circolare. Il Prof. U. Cisotti nella nota « Efflusso da un recipiente forato sul fondo » (Accademia dei Lincei 1913) dimostra, nel caso di un foro puntiforme, nel centro del fondo di una tubazione cilindrica, che ad una distanza a monte di esso pari al diametro della tubazione i filetti liquidi si possono ritenere paralleli e di velocità uniforme, il che vuol dire che a detta distanza l'effetto dell'efflusso sulle linee di corrente è praticamente nullo. In pratica l'asse della tubazione a monte della sezione $A\,A_1$, si conserva rettilineo per una lunghezza, generalmente di parecchie volte più grande del diametro del tubo; se poi si considera che, a parità di diametro della tubazione, la curvatuta delle linee di corrente è tanto più grande quanto più piccola è la bocca d'efflusso, si converrà di poter ammettere che nelle applicazioni della tecnica industriale, il moto del liquido sia come se la tubazione fosse dalla sezione $A\,A_1$ all'infinito a monte, ad asse rettilineo.

Lungo le linee libere di contorno, $B\,C$, $B_1\,C_1$. la pressione è costantemente p_0: e, (poichè si trascura l'effetto della gravità) anche la velocità è costante: a valle della bocca d'efflusso la vena si contrae, fino ad una sezione di dimensione a che praticamente può ritenersi, eguale a quella limite all'infinito a valle, ossia può poi ritenersi costante: ne segue che a valle di detta sezione i filetti liquidi si potranno supporre paralleli, la pressione costante ed eguale a p_0 in tutta la vena, la velocità pure costante ed uniforme.

Se il problema fosse: « determinare le linee di contorno della vena a valle di una sezione $B\,B_1$, tali che lungo esse la pressione sia, costantemente, p_0 » la soluzione sarebbe ancora data dalla vena che affluisce liberamente in uno spazio di pressione p_0, poichè questa condizione è equivalente a quella del detto problema.

Ma tale soluzione è univoca: e se quel contorno fosse irrigidito (sostituito da una parete rigida) per un dato intervallo, cosicchè la bocca d'efflusso nello spazio p_0, venisse portata a valle, lungo il tratto irrigidito la pressione sarebbe costantemente p_0, e la velocità sarebbe costante; e nella parte rimasta libera della vena nulla vi sarebbe mutato.

La soluzione del problema, così come sorte dal metodo generale prima esposto, è *indipendente* dal valore di p_0, quindi si può dire che la linea libera di contorno determinata per un valore di p_0, soddisfa anche per qualsiasi altro valore: essa è un profilo *isobarico*: rimane tale anche se viene irrigidita (sostituita da una parete rigida) a valle di $B\,B_1$ per un intervallo qualsiasi, purchè lo spazio nel quale effluisce abbia pressione costante.

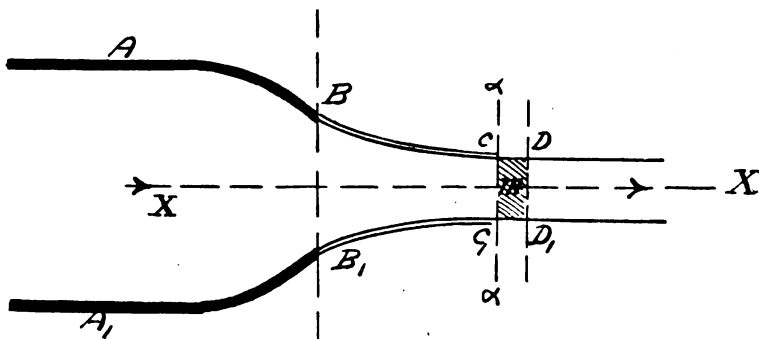



Fig. 5.

Sia $B C - B_1 C_1$ la porzione di profilo isobarico irrigidito: $C C_1$ sia la nuova bocca d'efflusso, nella parte della vena che fino all'infinito a valle può considerarsi di dimensione costante.

I vari filetti liquidi escono da $C C_1$ paralleli: la pressione e la velocità vi si possono ritenere costanti ed uniformi. È evidente che le condizioni, per quanto riguarda *a monte*, non saranno mutate, se invece d'entrare in uno spazio di pressione costante, la vena dopo $C C_1$ entra in una macchina idraulica *m*, (ossia una pompa, od un motore) di sezione eguale a $C C_1$, in condizioni di regime uniforme, ossia funzionante per una *introduzione a pressione costante ed uniforme in ogni parte della sezione di introduzione ed a portata costante.*

Già ebbi inoltre ad affermare che il profilo $B C - B_1 C_1$ non dipende dal valore di p_0; perciò non dipende dal valore della velocità all'infinito a valle, ossia non dipende dalla portata della vena. Esso *dipende soltanto dalla forma del profilo* $A B - A_1 B_1$ e quindi anche dal rapporto fra l'ampiezza della sezione $B B_1$, e l'ampiezza della sezione $A A_1$: *e non muta comunque variino la pressione a valle, e la portata.*

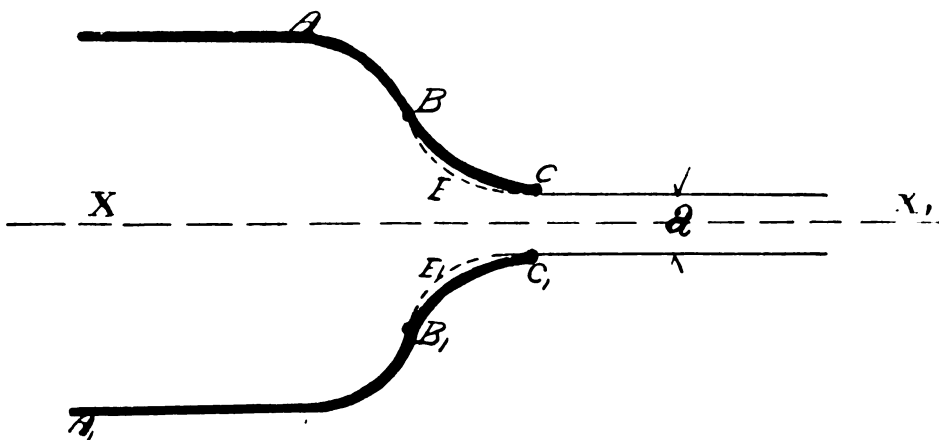



Fig. 6.

Ora alla parete irridigita $B C - B_1 C_1$, si sostituisca altra parete (superficie di rotazione) $B E C - B_1 E_1 C_1$, che si innesta ed ha continuazione nel tubo adduttore, di diametro *a*, al motore od alla pompa. Il nuovo profilo *non può essere isobarico*, poichè due profili diversi non possono soddisfare ad un tempo a detta condizione. Entro il nuovo profilo, si stabilirà un nuovo fascio di linee di corrente, che generalmente, si introdurrà a condotta piena nel tubo di diametro *a* fino alla pompa od al motore.

Però, sarà sempre *preferibile* il profilo $B\,C$, al nuovo $B\,E\,C$, perchè *soltanto col primo* vi è la *certezza* che i filetti liquidi si introducano nel tubo adduttore a, mantenendosi fra loro paralleli, di velocità uniforme, colle volute condizioni di pressione, senza il formarsi a monte od a valle della sezione C, di brusche variazioni di pressione, di regioni senza moto, con lenti moti rovesci, o con moti vorticosi, per effetto dei quali le pareti vengono rapidamente corrose.

Appare quindi evidente l'utilità di applicare questi profili di vene libere effluenti in spazi di pressione costante, anzichè profili empirici, o di vene che soddisfino ad arbitrarie ipotesi riguardanti il modo di variare della velocità, o della interna pressione.

L'applicazione è tanto più facile, in quanto per la proprietà di simiglianza, prima dimostrata, variando le dimenzioni di $A\,B - A_1\,B_1$ con un dato rapporto di simiglianza, pure *similmente* variano il profilo $B\,C$, la dimensione a e la portata della vena.

Le applicazioni sono tanto più numerose, in quanto, per la proprietà d'invertibilità, nelle condizioni poste dal Colonetti, lo stesso profilo irrigidito gode delle medesime proprietà, per una corrente che con velocità eguale ma opposta, con eguale pressione, venga da una pompa o motore per il tubo di diametro a, gettata nella condotta $A\,B - A_1\,B_1$. E le medesime proprietà sussistono collo stesso profilo per una corrente diretta, o per una rovescia, qualunque sia la densità del fluido; e *praticamente* anche se esso è aeriforme, ma si possa ammettere la densità costante.

In altre parole è *opportuna* l'applicazione di questi profili di vene libere per tutti i casi di condotte ad esse orizzontale per addurre il fluido a motori, a pompe, od a ventilatori; per tutti i casi di diffusori da pompe o da ventilatori.

Il caso più frequente, e di più pratica applicazione è quello che si ha, quando la condotta $A\,B - A_1\,B_1$ è di larghezza infinita, o, così grande rispetto alla dimensione a, da potersi supporre infinita. Il profilo $A\,B - A_1\,B_1$ diventa allora la traccia di una parete piana infinita normale all'asse $X\,X$. Questo è fra i casi particolari studiati dal Cisotti nella citata memoria « Vene fluenti ».

Per esso risulta in un liquido perfetto $\dfrac{a}{B\,B_1} = \dfrac{\pi}{\pi+2} = 0,6109$. L'equazione delle linee libere di contorno $B\,C - B_1\,C_1$ è data per il caso generale nella medesima memoria in fun-

zione di ζ reale fra 1 e 0, dalle seguenti formole:

$$x - x_1 = \int_1^{\zeta} \frac{\zeta - \frac{1}{\zeta}}{\zeta + \frac{1}{\zeta} - 2\cos\sigma_0} \cos\omega \frac{d\zeta}{\zeta}$$

$$y - y_1 = \int_1^{\zeta} \frac{\zeta - \frac{1}{\zeta}}{\zeta + \frac{1}{\zeta} - 2\cos\sigma_0} \cos\omega \frac{d\zeta}{\zeta}$$

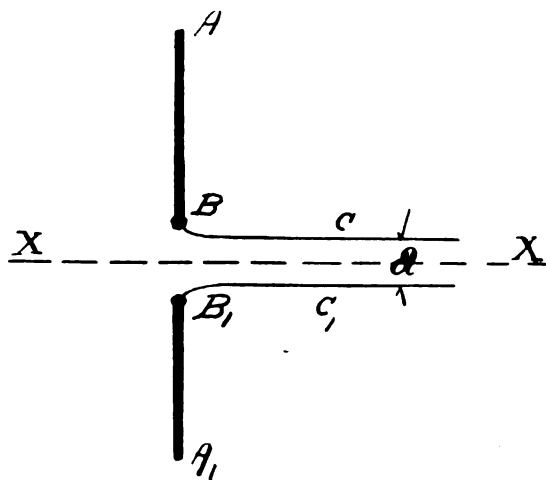



Fig. 7.

2. Caso. — Si abbia ancora la vena fluente del 1° caso, colle medesime condizioni riguardo agli effetti della gravità, e, riguardo alla simmetria rispetto all'asse XX. Rammento pure la dimostrata proprietà di poter sostituire a parte del contorno libero, una superficie rigida, senza che variino il fascio delle linee di corrente e le condizioni dinamiche del flusso.

Siano $n\,n_1$ $m\,m_1$ le traccie di sezione assiale di una superficie di corrente qualsiasi: esse sono pertanto simmetriche rispetto all'asse XX. Si supponga di introdurre nella vena il solido di rotazione $n\alpha - m\beta$, così da escludere da essa, la parte centrale e compresa in detta superficie $n\,m$. Per il principio

di parzializzazione già dimostrato, la rimanente parte di vena defluirà senza variazione di linea di corrente, senza variazioni dell'integrale generale del moto, rimanendo compresa fra le superficie di rotazione $A\ B\ C\ A_1\ B_1\ C_1$, ed $n\ n_1\ m\ m_1$ intorno al vuoto interno $\alpha\ n_1$ — $\beta\ m_1$.

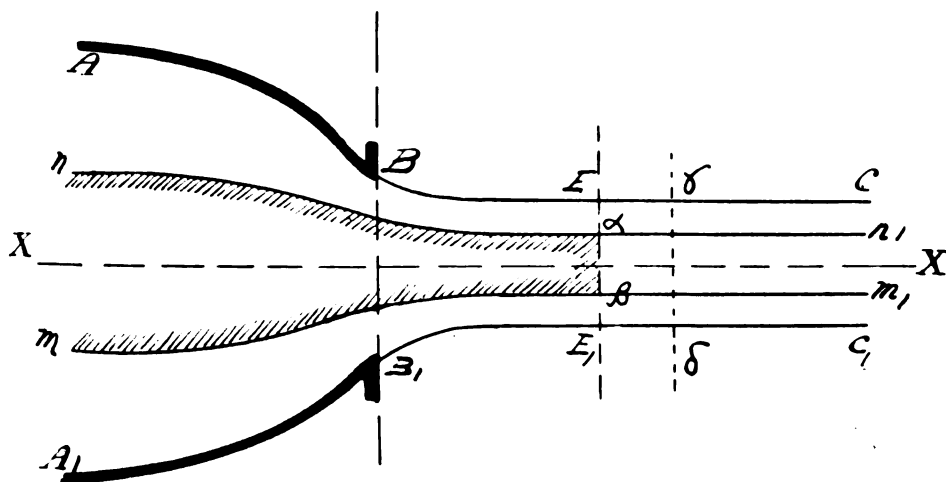



Fig. 8.

Se il solido introdotto, pur essendo di rotazione intorno ad $X\ X$, non fosse limitato da una superficie di corrente $n\ \alpha\ m\ \beta$, ma da altra superficie qualsiasi, l'immagine nel piano ζ della rimanente parte di vena sarebbe mutata, ossia muterebbero in essa gli elementi del moto, e fra essi, la direzione dei filetti liquidi nello spazio p_0, così da tendere a direzioni convergenti o divergenti rispetto all'asse $X\ X$, oppure, se a questo parallele, più lontane o più vicine ad esso.

Si supponga ora:

: che la sezione $\alpha\ \beta$, sia fatta ad opportuna distanza a valle; cioè in quella parte della vena che fino all'infinito a valle può ritenersi cilindrica

: che alla superficie libera $B\ E\ C\ B_1\ E_1\ C_1$ si sostituisca una superficie rigida congruente

: che fra le sezioni $\alpha\ \beta$, e, $\gamma\ \delta$, fra le superfici rigide $E\ C\ E_1\ C_1$, $\alpha\ n_1\ \beta\ m_1$, sia un motore od una pompa di tipo assiale, calcolata per introduzione alla pressione p_0, e per una portata eguale a quella della vena parziale fluente fra le superfici $A\ B\ C\ A_1\ B_1\ C_1$, ed, $n\ \alpha\ m\ \beta$.

Poichè le condizioni di portata e di pressione nella sezione $\alpha\beta$, si suppongono le medesime della vena libera; poichè le superficie $B\,E\;B_1\,E_1$, $n\,a\;m\,\beta$ sono congruenti a quelle di corrente della vena libera, nulla, potrà esservi di mutato nel moto del liquido a monte della sezione $\alpha\,\beta$. Ne segue che come nel 1° caso, i filetti della vena affluiranno alla macchina idraulica, come nella vena libera, ossia seguendone le lineo di corrente, passando per i medesimi valori della velocità e della pressione, colla certezza che nella condotta d'introduzione fra le sezioni $B\,B_1$ ed $E\,E_1$ non vi saranno regioni senza moto, oppure con moto vorticoso.

È dunque *preferibile* per le condotte d'introduzione a motori idraulici, od a pompe, di tipo assiale ad asse orizzontale scegliere il profilo delle superficie di corrente $B\,E\;B_1\,E_1$; $n\,a\;m\,\beta$.

Per il principio d'inversione del moto, si può in conseguenza anche affermare che è pure *preferibile* per le condotte di scarico ad asse orizzontale da motori idraulici, o, da pompe, di tipo assiale, scegliere il medesimo profilo.

E quando si possa ammettere per il gas che fluisce ad un ventilatore assiale, o da esso, l'ipotesi della densità costante, si potrà pure affermare che per il tracciamento dei diffusori e degli effusori sono *preferibili* i medesimi profili.

Ma il criterio di semplice preferenza diventa più assoluto,

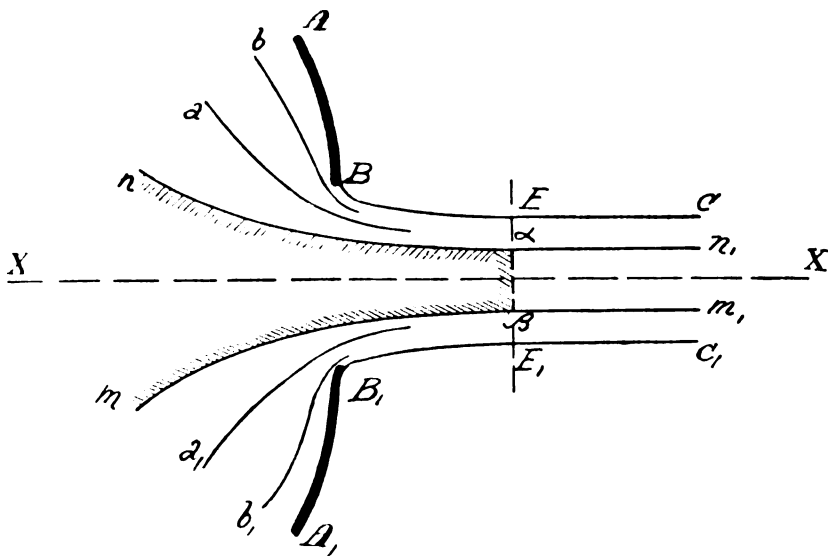



Fig. 8.

quando si tratti di superficie destinate ad avviare vene fluide in un'unica vena.

Si supponga la condotta $A\,B\,A_1\,B_1$ di dimensioni assai grandi rispetto a quelle della vena effluente e del nucleo interno $n\,a\,m\,\beta$: nel caso più frequente la dimensione $A\,A_1$ è infinita, o può ritenersi tale, e la superficie $A\,B\,A_1\,B_1$ è un piano normale all'asse $X\,X$.

Si supponga inoltre che per evitare perturbazioni nel moto per azioni d'ordine secondario, si voglia dirigere le varie parti della vena fluida compresa fra $A\,B\,A_1\,B_1$ ed $n\,a\,m\,\beta$, costringendole entro a superfici direttrici, quali ad esempio $a\,a_1$, $b\,b_1$.

Se dette superficie a, e b, appartengono con $A\,B\,A_1\,B_1$, $n\,a\,m\,\beta$, al medesimo sistema di superficie di corrente che si raccoglie poi nel fascio cilindrico $E\,C\,E_1\,C_1$, i vari filetti del fluido si muoveranno dalle regioni a monte alla luce $B\,B_1$, come se non vi fossero le dette superficie a, b, ossia seguendo le linee di corrente teoricamente previste e rappresentate nell'immagine circolare del piano (ζ), assumendo valori e direzioni della velocità che varieranno in una stessa sezione per differenze infinitesime, cioè con continuità da ciascuna vena parziale alle contigue.

Se al contrario le direttrici non appartengono al sistema di superficie di corrente determinato dalle superfici di contorno $A\,B\,E\,A_1\,B_1\,E_1$, $n\,a\,m\,\beta$, si formano fra direttrice e direttrice sistemi parziali, fra loro vincolati soltanto da comuni superfici di separazione e di contorno, e dal comune valore della velocità all'infinito a valle, o, praticamente, nella sezione $a\,\beta$. In una sezione qualsiasi intermedia fra questa, e la comune regione a monte, vi è variazione continua della velocità e della pressione in ciascun sistema parziale, ma non da ciascuno di questi al contiguo. La dove le direttrici si arrestano, di poco a monte od a valle della sezione $B\,B_1$, tali discontinuità dall'uno all'altro sistema, danno origine ad attriti e vortici interni.

È dunque, non soltanto preferibile, ma *necessario*, che le superficie direttrici di un diffusore o di un effusore appartengano al sistema delle superficie di corrente determinato univocamente dalle superficie di contorno della vena totale.

3. Caso. — Il problema del deflusso di una vena da una condotta di sezione circolare, può portare qualche contributo alla risoluzione delle questioni che riguardano, vene, le quali scorrono per parte del loro percorso come in canale aperto, ma su superfici tali, che la vena nella successiva parte libera soddisfi a date condizioni: esempio caratteristico di tali questioni è il problema dell'ago Doble, ossia dell'ago (a) che

nei distributori delle ruote Pelton, compie l'ufficio di variare la portata del getto, a seconda che l'ago avanzi o retroceda entro l'ugello $A\ B\ A_1\ B_1$, e ciò col limitare la luce d'uscita della vena ad una corona circolare $B\ C\ B_1\ C_1$ di minore o maggior ampiezza. La superficie dell'ago, è una superficie di rotazione intorno all'asse $X\ X$, ed il suo profilo è tale che i filetti liquidi scorrendo su essa si riuniscono in un unico getto liquido, perfettamente pieno e, praticamente cilindrico, qualunque sia

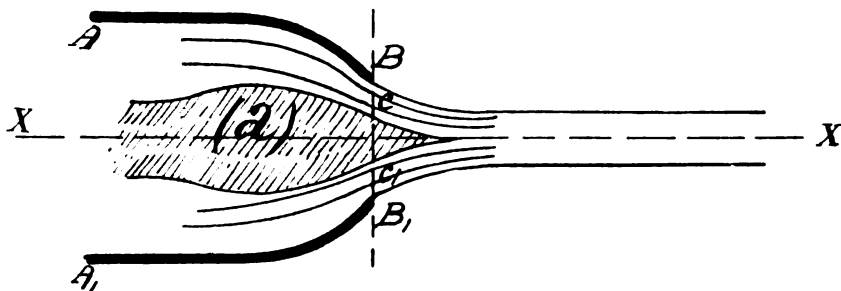



Fig. 10.

l'ampiezza della luce d'efflusso, ossia lo spessore della vena fluida. Non tutti i solidi a forma di ago soddisfano a questa condizione di getto pieno: generalmente per effetto di contrazione quando le vene parziali disposte tutt'intorno alla superficie dell'ago si staccano da questa, il getto riesce internamente vuoto, oppure le vene parziali conservano direzioni convergenti, ed i filetti liquidi non si uniscono in un'unica vena fluida (1).

Non vi è teoria che razionalmente deduca le norme di tracciamento per una, o per tutte le possibili soluzioni: e queste si ottengono con regole empiriche dedotte sperimentalmente. Al contrario, i metodi esposti per la ricerca delle proprietà delle linee di corrente, permettono, in modo semplice, di determinare le leggi di un tracciamento razionale.

(1) WESTCOTT R. L., *Water wheels tests of 12 Jnch Dover* (« Power » New Jork. Dic. 1907).

ZOWSKI S. J., *Die charakteristik der Strahlräder und ihre Verwentug beim Entwurf neur Anlagen* — Die Turbine — Berlin 20 Ag. 1910.

BURNS W., *Pelton wheels. Building Pelton wheels. Description of methodes used.* — Power — New Jork, 6 Luglio 1909.

La vena fluida che scorre intorno alla superficie dell'ago (*a*) può immaginarsi divisa da piani meridiani in vene parziali (*i*) di spessore perimetrico piccolo quanto si voglia. Le condizioni di flusso di queste vene parziali sono identiche,

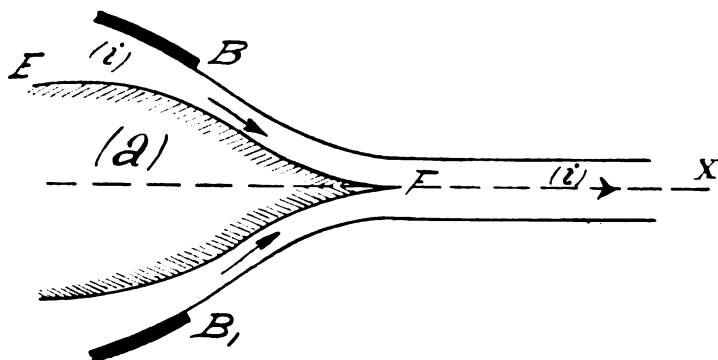



Fig. 11.

poichè non vi è da tener conto degli effetti della gravità, relativamente alla velocità di questi getti, sempre grandissima (superiore ai 40 metri al 1").

Per ciascuna vena parziale (*i*) la linea *E F*, insieme col prolungamento dell'asse di rotazione a valle *F X*, forma una linea limite di corrente.

Per il principio di parzializzazione, se tale linea *E F F X* fosse il profilo di una parete rigida, il flusso della vena parziale (*i*) non subirebbe mutamento alcuno, negli elementi del moto.

Ed in tal caso, praticamente, dopo la sezione contratta a valle della bocca d'efflusso *B B*, il moto della vena parziale (*i*) sulla superficie rigida *E F F X*, può ritenersi eguale a quello di una vena in canale aperto quando la parete di questo sia appunto *E F F X*.

Il problema delle vene in canale aperto fu studiato per il caso più generale, dal Prof. Gustavo Colonnetti nella sua classica memoria « Sul moto di un liquido in un canale » (Rendiconti del Circolo Matematico di Palermo. - Tomo 32°, Anno 1911, 2° semetre), e per casi particolari di vene, che solo parzialmente, defluiscano come in canali aperti, in altre successive note (1).

(1) GUSTAVO COLONNETTI, *Sull'efflusso dei liquidi fra pareti che presentano una interruzione* — Nota 1ª e Nota 2ª - 1911 - Vol. XX - Rendiconti della R. Accademia dei Lincei.

L'integrale generale del moto, definito dal Colonnetti, (sia nel caso generale, sia nei casi particolari di vene parzialmente aperte), nella sua forma definitiva, cioè dopo la determinazione delle sue costanti, dipende dalla forma della parete rigida, ma non dalla portata della vena, che può essere sempre indicata con π, variando di caso in caso l'unità di misura delle portate.

L'immagine nel piano (ζ) rimane sempre la medesima e le linee di corrente, qualunque sia la portata della vena, sono in essa sempre rappresentate dalle medesime linee uscenti dai punti rappresentativi, dei punti all'∞ della vena: la linea libera di contorno è rappresentata dal diametro PP_1: la parete

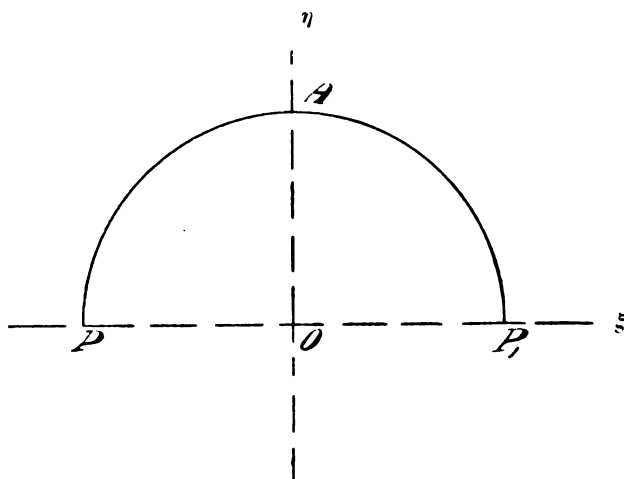



Fig. 12.

rigida dalla semicirconferenza: l'origine delle coordinate x, y nel piano (z) della vena dal punto A.

Variando lo spessore della vena, varierà nel piano (z) la posizione del punto della linea libera corrispondente al centro O, definito per il caso generale del canale aperto, ad esempio, dalla relazione

$$z_0 = 4\,i \int_0^1 \frac{e^{i\omega}}{\eta^2 + 1}\, d\eta$$

che non dipende dalla portata; quindi, variando questa, varieranno le unità di misura delle x e delle y nel piano (z), mentre medesimi resteranno i valori numerici degli integrali complessi delle funzioni di η e di ξ, che ne danno l'affissa z ed analogamente è, così, in ogni caso particolare, di vena totalmente, o, parzialmente, aperta.

Di conseguenza il fascio delle linee di corrente della vena, ha sempre relativamente alla parete rigida le medesime proprietà geometriche o di figura; ciascun filetto liquido, mentre varia lo spessore della vena, conserva la propria posizione relativa in essa, e nel filetto stesso rimangono inalterati i valori relativi degli elementi cinematici e dinamici del flusso.

Perciò se nella vena (i) parziale le linee di corrente tendono a diventare parallele alla Fx, e la velocità e la pressione in esse tendono a diventar uniformi, altrettanto avverrà, anche se lo spessore della vena venisse comunque variato. E, se ruotando la vena (i) intorno all'asse XF, si ottiene, quanto avevamo in origine dato, cioè l'ago (a) ed una vena che scorrendo su esso si raccoglie in un compatto fascio cilindrico, altrettanto avverrà qualunque sia lo spessore della vena parziale (i).

Quindi se un ago (a) soddisfa alle condizioni dell'ago Doble per una data portata del getto, vi soddisferà pure per qualsiasi altra portata.

Per costruire un ago Doble basterà dunque trovare una superficie EF nei riguardi della quale, si possa dimostrare, che per un dato spessore di vena soddisfa alle condizioni dell'ago Doble.

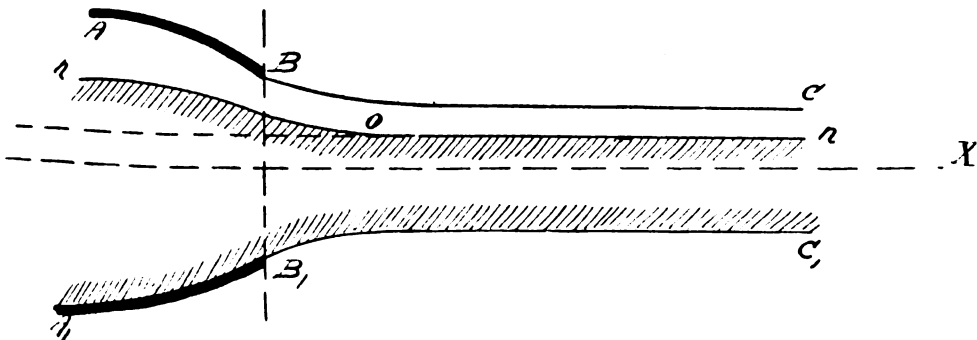



Fig. 13.

Fra le possibili soluzioni, ne esporrò una che direttamente si deriva dalle linee di corrente di una vena che esce da una condotta a sezione circolare, come ai casi già trattati.

Si abbia la condotta $A\,B\,A_1\,B_1$, la cui superficie rigida è di rotazione intorno all'asse XX: la luce di efflusso è BB_1: da essa esce nello spazio di pressione uniforme la vena libera $B\,C\,B_1\,C_1$, la cui superficie libera è pure di rotazione intorno all'asse XX.

Già feci notare, che se nella ricerca teorica, le linee di corrente di detta vena sono assintote a rette parallele all'asse

XX, nel caso reale l' uniformità di direzione, di velocità, e conseguentemente di pressione (escluso l'effetto della gravità) si raggiunge rapidamente, cosicchè una qualsiasi ($n\,n$) di esse, può ritenersi continui a valle di un punto O, colla tangente $o\,n$ e questa sia parallela all'asse XX, e la velocità in essa sia eguale a quella d' ogni altro punto della sezione.

Faccio una sezione assiale della vena, con un piano passante per la linea di corrente $n\,n$, e suppongo di irrigidire tutto il piano compreso fra detta linea, ed il contorno $A_1\,B_1\,C_1$, così da formare parete rigida colla n, o, n.

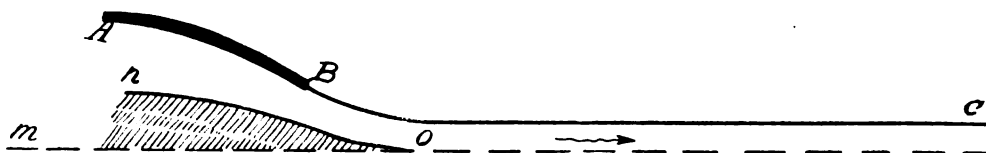



Fig. 14.

Rimane la vena parziale compresa fra n - o - n e la linea di contorno $A\ B\ C$, ed il flusso continua invariato in essa, come se appartenesse all'intera vena di prima. Al di là di O i filetti liquidi procederanno paralleli, con velocità e pressione uniformi in una stessa sezione.

Tutt' intorno all' asse m - o - n posso pensare infinite vene eguali a questa, negli infiniti piani assiali, ed insieme formeranno una unica vena racchiusa fra superficie rigide, o, libere di rotazione intorno all' asse m - o - n, perfettamente cilindrica e compatta a valle di O, scorrente sulla superficie di rotazione generata dalla linea di corrente n - o. Ossia questa è la sezione meridiana di una superficie di rotazione intorno all'asse m - o - n, che per un particolare spessore di vena, in una condotta quale è quella generata dalla rotazione della linea $A\ B$, intorno allo stesso asse, soddisfa alle condizioni dell' ago Doble, e quindi vi soddisfa per qualsiasi spessore di vena: ossia la linea di corrente n - o è il profilo di un ago Doble.

Resta così dimostrato, che per qualsiasi forma di ugello, è possibile determinare razionalmente, e disegnare un corrispondente profilo di ago Doble.

I casi esposti riguardano tre forme di applicazione della idrodinamica ai problemi della meccanica industriale.

L'importanza loro varia per gradi dal primo al secondo, da questo al terzo: il metodo e le soluzioni del primo caso sono soltanto *preferibili*, per la regolarità del moto del fluido, ad altri metodi e soluzioni: nel secondo, il problema del tracciamento delle superfici, che separano vene fluide convergenti in un'unica corrente, oppure da una medesima corrente divergenti, ha dal metodo esposto *la miglior soluzione*: nel terzo, il problema del tracciamento di superfici atte a guidare vene fluide in un'unica vena libera di data direzione e sezione, ottiene *la sola soluzione razionale* fino ad ora esposta e dimostrata tale.

I tre problemi sono di carattere generale, e sono in essi compresi tutti quei casi della meccanica industriale, che riguardano il calcolo od il disegno di superfici contenenti vene fluide forzate che affluiscono a macchine idrauliche oppure ne provengono; di superfici dividenti le dette vene fluide; infine di superfici sostegno e guida di vene libere. La possibilità pratica dell'applicazione, è determinata dalla legge di simiglianza: senza di essa, per ogni singolo caso pratico dovrebbe ripetersi il metodo generale di ricerca, e ciò limiterebbe senza dubbio di molto il campo d'applicazione pratica.

Mi riservo appunto, in altre note, di spingere la ricerca generale per le tre forme di problemi, fino ad ottenere norme pratiche, le quali, coll'aiuto della legge di simiglianza, possano facilmente risolvere ogni caso pratico: questa nota riguarda pertanto solo le ragioni e le caratteristiche generali del metodo, e le leggi che da ciascun problema della idrodinamica matematica possono guidare alla soluzione di particolari problemi delle macchine idrauliche.

Le nuove ricerche dell'idrodinamica, su vene fluide libere convergenti, su vene effluenti liberamente dal fondo o dalle pareti di serbatoj il cui livello libero sia ad altezza finita, possono sulla base delle medesime leggi d'invertibilità, di simiglianza e di parzializzazione, offrire nuove e razionali soluzioni ad altri importanti problemi delle macchine idrauliche, come ad esempio il profilo delle tubazioni di scarico ad asse verticale; e l'applicazione può essere estesa anche allo studio delle superfici racchiudenti le pale dei distributori e delle ruote mobili, poichè nei detti casi le superfici di corrente sono superfici di rotazione intorno all'asse della macchina, e quando il moto del liquido sia forzato entro pareti rigide, si può fare la ricerca di dette superfici, indipendente dalla componente di rotazione.

SU I LIMITI CONTINUITÀ E DERIVATE
DELLE FUNZIONI DI DUE VARIABILI
SUCCESSIONI E SERIE DI FUNZIONI DI UNA VARIABILE

Nota del Dott. PIERO MARTINOTTI

(*Adunanza del 2 luglio 1914*)

È nota l'importanza che, per molte questioni fondamentali ed affatto diverse dell'analisi, acquista la conoscenza delle condizioni affinchè una funzione di due variabili ammetta in un punto i due limiti successivi inversi fra loro uguali. In seguito ad un esame accurato delle ricerche più complete che sinora sono state fatte in proposito, cioè quelle di Hobson (¹), mi si è offerta l'opportunità di porre su nuove basi lo studio di dette condizioni, ciò che ha concesso di alleggerire le dimostrazioni ed alcune delle condizioni stesse trovate da Hobson, e di aggiungere qualche nuova proposizione notevole.

La sovrabbondanza, che quì si incontra, di teoremi è giustificata da l'opportunità di contemplare casi nei quali la funzione considerata è sottoposta a particolari ipotesi che nelle applicazioni possono essere già verificate, e, oltre a ciò, dal fatto che nell'applicare questa teoria a questioni diverse, torna generalmente vantaggioso disporre di differenti forme delle condizioni che essa dà.

Così, il tipo di queste fornito dal teorema 4° si presenta utile per la ricerca delle condizioni per la permutabilità delle derivazioni parziali, mentre i teoremi del n.° 7 si prestano

---

(¹) « *On Partial Differential Coefficients and on Repeated Limits in general* » (Proceedings of the London Mathematical Society. 1907, pp. 225-236) e « *The Theory of Functions . . .* » pp. 303-311.

meglio a lo studio della convergenza delle successioni e serie di funzioni.

Le applicazioni qui fatte di detta teoria si limitano ai seguenti argomenti:

1.° Continuità delle funzioni di due variabili.

Vi è considerata una nuova specie di continuità che una tale funzione può presentare in un punto, e che è intermedia fra la continuità assoluta e quella relativa a ciascuna variabile.

2.° Invertibilità delle derivazioni parziali.

Vi è data una nuova condizione sufficiente per la invertibilità stessa, meno restrittiva di quella che altrove (1) ho creduto di dimostrare per necessaria e sufficiente, e della quale provo la non generale validità.

3.° Successioni e serie di funzioni.

Sebbene la principale applicazione in questo campo, cioè quella relativa a la continuità della funzione limite di una successione di funzioni o della somma di una serie di funzioni, possa dirsi compiuta per merito di Arzelà, non mi è riuscito vano servirmi della teoria qui svolta per dare un assetto ai diversi risultati, alcuni non ancora completamente noti, in genere non coordinati fra loro, riguardanti i diversi modi di convergenza di una successione o di una serie di funzioni nell'intorno di un punto. In conseguenza di questo assetto medesimo, non ho potuto fare a meno di modificare alcune delle denominazioni già usate per dette convergenze e di adottarne delle nuove.

Raggiungo infine lo scopo di porre in luce la effettiva semplificazione che Orlando (2) ha introdotto nella convergenza uniforme a tratti considerata da Arzelà, e di determinare la maggior portata di questa, dovuta a la sua più grande restrittività.

§. 1.

Limiti successivi e doppio limite

1. Sia una funzione qualunque $f(xy)$ di due variabili, definita in un intorno di un punto $(x_0\, y_0)$; esistono sempre in questo punto i così detti suoi limiti di indeterminazione quando essa venga considerata separatamente o come funzione della sola x o dalla sola $\boldsymbol{y}$.

---

(1) *Condizioni necessarie e sufficienti per l'invertibilità...* » (Rend. del Circolo Mat. di Palermo. 1914 pp. 17-24).

(2) « *Sur la continuité des séries* » (Annaes do Acad. do Porto. 1911).

Così si dirà *limite superiore (od inferiore) rispetto ad* x *della* f(xy) *nel punto* $(x_0 y_0)$, e si denoterà

$$\overline{\lim_{x=x_0}} f(x y_0) \qquad \left[\text{o} \ \underline{\lim_{x=x_0}} f(x y_0) \right]$$

il limite a cui tende la successione, non mai crescente (o descrescente), che si ottiene prendendo i limiti superiori (od inferiori), dei valori che la funzione assume entro intorni rettilinei e paralleli a l'asse x, del punto $(x_0 y_0)$, quando l'ampiezza di questi intorni si faccia tendere a zero.

La differenza:

$$D_x (x_0 y_0) = \overline{\lim_{x=x_0}} f(x y_0) - \underline{\lim_{x=x_0}} f(x y_0)$$

verrà detta *oscillazione rispetto ad* x *della* f(xy) *nel punto* $(x_0 y_0)$.

Chiameremo analogamente *limite superiore (od inferiore) rispetto a* y *della* f(xy) *nel punto* $(x_0 y_0)$ e rappresenteremo con la notazione.

$$\overline{\lim_{y=y_0}} f(x_0 y) \qquad \left(\text{o} \ \underline{\lim_{y=y_0}} f(x_0 y) \right)$$

il limite della successione formata con i limiti superiori (od inferiori) dei valori di detta funzione entro intorni rettilinei e paralleli a l'asse y, del punto $(x_0 y_0)$, la cui ampiezza tenda a zero.

E si avrà l'*oscillazione rispetto ad* y *della* f(xy) *nel punto* $(x_0 y_0)$, data da:

$$D_y (x_0 y_0) = \overline{\lim_{y=y_0}} f(x_0 y) - \underline{\lim_{y=y_0}} f(x_0 y).$$

Quando occorra considerare indifferentemente il limite superiore e l'inferiore rispetto ad una stessa variabile si useranno le notazioni:

$$\overline{\underline{\lim_{x=x_0}}} f(x y_0) \qquad \overline{\underline{\lim_{y=y_0}}} f(x_0 y_0)$$

Proprietà caratteristiche di questi limiti di indeterminazione, deducibili immediatamente da le loro definizioni, sono le seguenti:

1.ª Fissato un numero positivo σ ad arbitrio, esiste un

intervallo $(x_0 - a, x_0 + a')$ [1] di valori di x che soddisfano a le disuguaglianze:

$$\underline{\lim}_{x=x_0} f(x y_0) - \sigma < f(x y_0) < \overline{\lim}_{x=x_0} f(x y_0) + \sigma$$

ossia:

$$1) \qquad \left| f(x y_0) - \overline{\lim}_{x=x_0} f(x y_0) \right| < D_x (x_0 y_0) + \sigma$$

ed analogamente per tutti i valori y di un certo intorno $(y_0 - \beta, y_0 + \beta')$ si avrà:

$$2) \qquad \left| f(x_0 y) - \overline{\lim}_{y=y_0} f(x_0 y) \right| < D_y (x_0 y_0) + \sigma$$

2.ª Corrispondentemente ad un numero $\sigma > 0$ qualuque, esistono sempre in ogni intorno del punto $(x_0 y_0)$ su la retta $y = y_0$, certi punti $(x_1 y_0)$ tali che:

$$\overline{\lim}_{x=x_0} f(x y_0) - \frac{\sigma}{2} < f(x_1 y_0) < \overline{\lim}_{x=x_0} f(x y_0) + \frac{\sigma}{2}$$

e certi punti $(x_2 y_0)$ tali che:

$$\underline{\lim}_{x=x_0} f(x y_0) - \frac{\sigma}{2} < f(x_2 y_0) < \underline{\lim}_{x=x_0} f(x y_0) + \frac{\sigma}{2}$$

e quindi:

$$3) \qquad D_x (x_0 y_0) < | f(x_1 y_0) - f(x_2 y_0) | + \sigma$$

Così pure si ha la disuguaglianza:

$$(4 \qquad D_y (x_0 y_0) < | f(x_0 y_1) - f(x_0 y_2) | + \sigma$$

per certi punti $(x_0 y_1)$ e $(x_0 y_2)$ sempre esistenti in qualsiasi intorno di $(x_0 y_0)$ su la retta $x = x_0$.

Si considerino ora i due limiti di indeterminazione rispetto ad x della $f(x y)$ nei punti di un intorno di $(x_0 y_0)$ situato su la

[1] Per evitare l'indeterminatezza di questo intervallo, come dei molti altri che si incontreranno in seguito, si intenderà rappresentato con esso quello la cui ampiezza è il limite superiore delle ampiezze di tutti gli intervalli i cui punti godono di quella stessa proprietà.

retta $x=x_0$: essi definiscono due funzioni di y rappresentabili, secondo le notazioni precedenti, con $\overline{\lim\limits_{x=x_0}} f(xy)$.

Se queste funzioni, al tendere di y a y_0, tendono ad uno stesso limite, questo vien detto *limite successivo secondo l'ordine* x, y *della funzione* f (x y) *nel punto* $(x_0 y_0)$, e si rappresenta con la notazione

$$\lim_{x=x_0,\, y=y_0} f(x\, y).$$

Mentre si chiama *limite successivo secondo l'ordine* y, x *della* f(x y) *nel punto* $(x_0 y_0)$, ossia

$$\lim_{y=y_0,\, x=x_0} f(x\, y)$$

il valore comune, quando esiste, dei limiti per $x=x_0$ delle due funzioni di x $\overline{\underline{\lim\limits_{y=y_0}}} f(x\, y)$.

Se nel punto $(x_0\, y_0)$ esistono ambedue questi limiti successivi, e risultano fra loro uguali, diremo che la $f(x\, y)$ ammette nel punto $(x_0\, y_0)$ un *limite successivo invertibile* e denoteremo questo con la notazione

$$\lim_{\substack{x=x_0\\ y=y_0}} f(x\, y).$$

Indicheremo invece con

$$\lim_{(xy)=(x_0 y_0)} f(x\, y)$$

il così detto *doppio limite* della fuzione considerata nel punto $(x_0 y_0)$, quello cioè che si suppone esistente qualunque sia il modo con cui si facciano tendere le variabli ai valori x_0 e y_0. È noto che questo limite si definisce come quel numero tale che, fissato un $\sigma > 0$ ad arbitrio, possa sempre determinarsi un intorno piano del punto $(x_0 y_0)$, i cui punti (xy) soddisfino a la condizione:

$$\left| f(xy) - \lim_{(xy)=(x_0 y_0)} f(xy) \right| < \sigma.$$

2. Proponiamoci ora di trovare una definizione di questo tipo anche per i limiti successivi.

Se la $f(xy)$ ammette in $(x_0 y_0)$ il $\lim\limits_{x=x_0, y=y_0} f(xy)$, fissato un

numero $\sigma >$ o qualuque, esiste un intorno $(y_0 - \beta_1, y_0 + \beta'_1)$ di y_0 i cui valori y diversi da y_0 verificano le disuguaglianze:

$$\left| \overline{\lim_{x=x_0}} f(xy) - \lim_{x=x_0, y=y_0} f(xy) \right| < \frac{\sigma}{3}$$

Inoltre, per la stessa ragione, l'oscillazione rispetto ad x della nostra funzione nei punti $(x_0 y)$ tendera a zero al tendere di y a y_0, quindi vi sarà un altro intervallo $(y_0 - \beta_2, y_0 + \beta'_2)$ per ogni $y \neq y_0$ del quale si avrà:

$$D_x (x_0 y) < \frac{\sigma}{3}$$

Per la (1) poi ad ogni valore y corrisponde un intorno $(x_0 - a_y, x_0 + a'_y)$ variabile con y, i cui punti $x \neq x_0$ danno luogo a le seguenti disuguaglianze:

$$\left| f(xy) - \overline{\lim_{x=x_0}} f(xy) \right| < D_x (x_0 y) + \frac{\sigma}{3}$$

Ne viene che, detta $(y_0 - \beta, y_0 + \beta')$ la parte comune a gli intervalli $(y_0 - \beta_1, y_0 + \beta'_1)$ e $(y_0 - \beta_2, y_0 + \beta'_2)$, per ogni y di essa e per tutte le x dell'intorno $(x_0 - a_y, x_0 + a'_y)$ la cui ampiezza dipende da y, verificandosi contemporaneamente le tre disuguaglianze scritte, sussisterà anche la seguente, che si ottiene sommandole:

$$\left| f(xy) - \lim_{x=x_0, y=y_0} f(xy) \right| < \sigma$$

Viceversa, dico che se L è un numero tale che ad un $\sigma > 0$ prefissato ad arbitrio si possa far corrispondere un intervallo $(y_0 - \beta, y_0 + \beta')$, per ogni y del quale, e per tutte le x di un intervallo variabile con y $(x_0 - a_y, x_0 + a'_y)$, eccezione fatta per i punti $(x_0 y)$, si abbia

$$| f(xy) - L | < \sigma,$$

L è il limite successivo nell'ordine $x.y$ della $f(xy)$ in $(x_0 y_0)$.

Infatti, per ipotesi esiste un intorno $(y_0 - \beta, y_0 + \beta')$ tale che per ogni valore y di esso per tutti i valori x di un intervallo $(x_0 - \bar{a}_y, x_0 + \bar{a}'_y)$ la funzione considerata assume valori che differiscono da L meno di $\frac{\sigma}{4}$, e quindi fra due punti

qualunque di quest' ultimo intervallo detta funzione varia meno di $\frac{\sigma}{2}$.

Ma poichè, per la (3), l'oscillazione rispetto ad x della $f(xy)$ nel punto $(x_0 y)$ che si considera è minore della differenza fra i valori che la funzione assume in due determinati punti esistenti in ogni intorno rettilineo di $(x_0 y)$ parallelo a l'asse x, aumentata di $\frac{\sigma}{2}$, tale oscillazione risulterà $< \sigma$; e, ciò avvenendo per tutti i valori y appartenenti a l'intervallo $(y_0 - \beta, y_0 + \beta')$, si deduce che la D_x tende a zero al tendere di y a y_0.

Allora, per la (1), esiste un intorno $(y_0 - \beta_1, y_0 + \beta'_1)$ in ogni punto y del quale i $\lim\limits_{x=x_0} f(xy)$ differiscono dai valori che la $f(xy)$ assume entro intorni paralleli a l' asse x variabili da punto a punto, meno di $\frac{\sigma}{2}$; e poichè, per ipotesi, questa funzione differisce da L meno di $\frac{\sigma}{2}$, in tutti i punti di intervalli situati su le $y =$ cost e comprendenti i punti $(x_0 y)$ di un certo intorno $(y_0 - \beta_2, y_0 + \beta'_2)$, ne viene che nella parte comune a gli intorni $(y_0, -\beta_1, y_0 + \beta'_1)$ e $(y_0 - \beta_2, y + \beta'_2)$ risulta:

$$\left| L - \lim_{x=x_0} f(xy) \right| < \sigma,$$

ciò che prova l'asserto.

Si vede da ciò che la tendenza di una funzione $f(xy)$ al limite successivo secondo l'ordine x,y in un punto $(x_0 y_0)$ può caratterizzarsi col fatto che la disuguaglianza

$$\left| f(xy) - \lim_{x=x_0,\, y=y_0} f(xy) \right| < \sigma$$

sussiste per i punti appartenenti a segmenti paralleli a l'asse x, attraversanti la retta $x=x_0$ in tutti i punti di un certo tratto $(y_0 - \beta, y_0 + \beta')$ dipendente da σ, l'ampiezza dei quali segmenti varia con y, essendo sempre diversa da zero per $y \neq y_0$; da essi vanno generalmente esclusi i punti appartenenti a la retta $x=x_0$.

L'insieme di questi intervalli variabili costituisce uno speciale intorno del punto $(x_0 y_0)$, che rappresenteremo con I_y.

Il limite successivo inverso, $\lim\limits_{y=y_0,\, x=x_0} f(xy)$, darà luogo

invece a la considerazione di un insieme di segmenti paralleli a l'asse y, variabili con x e comprendenti i punti $(x\,y_0)$ di un certo intorno di x_0; essi costituiscono un intorno di $(x_0 y_0)$ simile al precedente, che denoteremo I_x.

Potremo quindi affermare che:

« Il $\lim\limits_{x=x_0,\, y=y_0}$ $\left[\text{o} \lim\limits_{y=y_0,\, x=x_0} f(xy) \right]$ è un numero tale che fissato un $\sigma > 0$ ad arbitrio, esista in $(x_0\, y_0)$ un I_y (o I_x) i cui punti (xy) verificano la disuguaglianza:

$$\left| f(xy) - \lim_{x=x_0,\, y=y_0} f(xy) \right| < \sigma$$

$$\left[\text{o} \quad \left| f(xy) - \lim_{y=y_0,\, x=x_0} f(xy) \right| < \sigma \right] ».$$

Se i due limiti successivi inversi sono fra loro uguali, e quindi esiste il $\lim\limits_{\substack{x=x_0\\ y=y_0}} f(xy)$, questo differirà meno del numero prefissato σ dai valori che la funzione assume tanto in un certo intorno I_x quanto in un I_y del punto $(x_0\, y_0)$; si potrà quindi dare anche per questo limite una definizione analoga a le precedenti, nella quale l'intorno da considerarsi nel punto $(x_0\, y_0)$ sia l'insieme di un I_x e di un I_y, che denoteremo $I_{x,y}$.

Quando in seguito si parlerà invece senz'altro di intorno del punto $(x_0\, y_0)$, si intenderà il solito intorno piano di detto punto, cioè una porzione del piano contenente un cerchio di raggio non nullo ed avente il centro in $(x_0\, y_0)$; e per intorno di un punto x_0 (o y_0) dovrà intendersi un intorno rettilineo di detto punto, appartenente a l'asse x (o y).

3. Fra i limiti qui considerati di una $f(xy)$ in un punto $(x_0\, y_0)$ si può stabilire la seguente graduatoria:

1.° $\lim\limits_{(xy)=(x_0 y_0)} f(xy)$

2.° $\lim\limits_{\substack{x=x_0\\ y=y_0}} f(xy)$

3.° $\lim\limits_{x=x_0,\, y=y_0} f(x\,y)$ o $\lim\limits_{y=y_0,\, x=x_0} f(x\,y)$

nella quale l'esistenza di un limite di qualunque grado implica l'esistenza, e l'uguaglianza ad esso, di tutti quelli dei gradi successivi.

L' esistenza del 1° di essi limiti richiede che la $f(xy)$ sia definita, in prossimità del punto $(x_0 y_0)$, anche su le rette $x = x_0$ e $y = y_0$, che esistano il $\lim_{x = x_0} f(x y_0)$ ed il $\lim_{y = y_0} f(x_0 y)$, e siano entrambi uguali al $\lim_{(xy) = (x_0 y_0)} f(xy)$. Nessuno di tali fatti è necessario affinchè esistano i limiti 2° e 3°: quando essi si verificassero, gli intorni $I_{x.y}$, I_x, I_y comprenderebbero anche gli intorni dei punti x_0 e y_0.

Si intende che i due limiti del 3° grado esistono in genere indipendentemente l' uno da l' altro.

Ed ora, mercè le definizioni date, sarà possibile dimostrare per i limiti successivi le proposizioni fondamentali della teoria dei limiti delle funzioni di una sola variabile, con la sola avvertenza di sostituire a gli intervalli lineari, gli intorni I_x, I_y, $I_{x.y}$ a seconda dei casi.

Così si potrà enunciare il principio generale di convergenza:

« *Condizione necessaria e sufficiente affinchè una funzione* $f(xy)$ *ammetta il* $\lim_{x = x_0, y = y_0} f(yx)$ $\left[\lim_{y = y_0, x = x_0} f(xy) \text{ oppure } \lim_{\substack{x = x \\ y = y_0}} f(xy) \right]$ *finito è che, corrispondentemente ad un numero* $\sigma > 0$ *qualsiasi, esista un* I_y (I_x - o $I_{x,y}$) *del punto* $(x_0 y_0)$ *tale che fra due suoi punti qualunque la funzione differisca in valore assoluto meno di* σ ».

Sussisteranno anche per questi limiti successivi i noti teoremi relativi a le operazioni sui limiti delle funzioni di una variabile. E in particolare le operazioni fondamentali eseguite fra funzioni di due variabili ammettenti in un punto limiti dello stesso grado, daranno luogo ad una funzione che ammetterà nello stesso punto come limite di grado uguale a quello dei primi, il risultato delle medesime operazioni eseguite su questi limiti. Se invece le funzioni date ammettono in un punto limiti di gradi differenti, il risultato di quelle operazioni eseguite su questi limiti sarà per la funzione risultante da le operazioni medesime, un limite di grado uguale al più grande dei precedenti.

Come esempio, dimostriamo che:

« *Se le due funzioni* $f(xy)$ *e* $\varphi(xy)$ *ammettono i limiti* $\lim_{(xy)=(x_0 y_0)} f(xy)$ e $\lim_{x = x_0, y = y_0} \varphi(xy)$ *rispettivamente uguali ad* A e B, *esiste nel punto* $(x_0 y_0)$ *il* $\lim_{x = x_0, y = y_0} f(xy)\varphi(xy)$ *ed è uguale ad* A B ».

Infatti, poichè $A = \lim\limits_{(xy)=(x_0 y_0)} f(xy)$, fissato un numero σ compreso fra 0 e $1 + |A| + |B|$, e determinato

$$\frac{\sigma}{1 + |A| + |B|}$$

compreso fra 0 e 1, esisterà un intorno I del punto $(x_0 y_0)$, ad ogni punto (xy) del quale corrisponderà un numero α compreso fra -1 e $+1$, tale che si abbia:

$$f(xy) = A + \frac{\alpha\sigma}{1 + |A| + |B|};$$

e poichè $B = \lim\limits_{x=x_0,\ y=y_0} f(xy)$, esisterà un intorno I_y ad ogni punto (xy) del quale corrisponderà un numero β pure compreso fra -1 e $+1$ tale che:

$$\varphi(xy) = B + \frac{\beta\sigma}{1 + |A| + |B|}$$

Detti intorni I e I_y hanno una parte in comune, che è certamente del tipo del secondo di questi, e quindi chiameremo J_y; in ogni punto (xy) di esso sussisteranno entrambe le uguaglianze precedenti, che moltiplicate fra loro danno:

$$f(xy)\,\varphi(xy) = AB + \frac{\sigma}{1 + |A| + |B|}\left(\frac{\alpha\beta\sigma}{1 + |A| + |B|} + A\beta + B\alpha\right)$$

da cui:

$$|f(xy)\varphi(xy) - AB| = \frac{\sigma}{1 + |A| + |B|}\left|\frac{\alpha\beta\sigma}{1 + |A| + |B|} + A\beta + B\alpha\right|$$

$$< \sigma\,\frac{\dfrac{\sigma\,|\alpha\beta|}{1 + |A| + |B|} + |A\beta| + |B\alpha|}{1 + |A| + |B|}$$

e siccome $|\alpha| < 1$, $|\beta| < 1$ e $\dfrac{\sigma}{1 + |A| + |B|} < 1$, se ne deduce che in tutti i punti (xy) dell'intorno I_y sarà:

$$|f(xy)\,\varphi(xy)| < \sigma\,\frac{1 + |A| + |B|}{1 + |A| + |B|} = \sigma$$

come era da dimostrarsi.

Una funzione della sola variabile x che ammetta il limite nel punto x_0 può considerarsi nei punti del piano come una $f(xy)$ avente in ogni punto $(x_0 y)$ il predetto limite come $\lim_{(xy)=(x_0 y_0)} f(xy)$. Lo stesso si dica per una $f(y)$ avente il $\lim_{y=y_0} f(y)$.

Ne segue che si possono combinare operazioni su i limiti di funzioni di due variabili e di funzioni di variabile unica, seguendo gli stessi criteri indicati sopra per le solite funzioni di due variabili ed assegnando il 1° grado a i limiti delle funzioni a variabile unica. Viceversa, se nell'eseguire le predette operazioni fra funzioni di due variabili, una di queste viene eliminata, ogni limite successivo o doppio limite ottenuto mediante le operazioni stesse, sarà limite rispetto a l'unica variabile contenuta nella funzione risultante.

4. Aggiungiamo alcune considerazioni su la costituzione dei nuovi intorni.

Supponiamo che $f(xy)$ ammetta nel punto $(x_0 y_0)$ un limite successivo qualunque, per esempio il $\lim_{y=y_0,\ x=x_0} f(xy)$, e consideriamo l'$I_x$ che corrisponde ad un dato σ qualunque. Esso si estende da ambo le parti della retta $y = y_0$ lungo un certo tratto $(x_0 - a,\ x_0 + a')$ dipendente da σ, ed è costituito da l'insieme di segmenti normali a quella retta, passanti per ciascun punto, eccettuato $(x_0 y_0)$, del tratto medesimo. La lunghezza di questi segmenti può considerarsi come una funzione $\varphi(x)$ definita in tutti i punti dell'intervallo $(x_0 - a,\ x_0 + a')$, salvo x_0, della quale, in generale, si sa solamente che dev'essere ovunque maggiore di zero.

Se nei detti punti la $\varphi(x)$ ammette il limite inferiore diverso da zero, l'I_x corrispondente contiene 4 aree rettangolari comprese fra due parallele e la retta $y = y_0$ e separate fra loro da le rette $x = x_0$ e $y = y_0$; perciò esiste anche un I_{xy} nel quale la $f(xy)$ differisce dal $\lim_{y=y_0\ x=x_0} f(xy)$ per meno di σ, e, ciò avvenendo per qualunque valore di σ, si potrà dedurre che detta funzione ammette nel punto $(x_0 y_0)$, oltre a quel limite, il $\lim_{\substack{x=x_0\\ y=y_0}} f(xy)$, che potrà essere pure un doppio limite, se negli intorni precedenti saranno compresi i punti delle rette $x = x_0$ e $y = y_0$.

Affinchè la $f(xy)$ ammetta nel punto $(x_0 y_0)$ il solo limite successivo nell'ordine y, x, è quindi necessario che in ogni intorno di x_0 la $\varphi(x)$ abbia per limite inferiore zero. Se nell'intervallo $(x_0 - a, x_0 + a')$ non vi fossero altri punti aventi questa proprietà, I_T comprenderebbe ancora 4 rettangoli compresi fra due parallele a la retta $y = y_0$, separati da questa retta e da due parallele a la $x = x_0$, comprendenti questa, e ad essa quanto si vuole vicine.

Ma può darsi che in $(x_0 - a, x_0 + a')$ vi siano più punti, che chiameremo W, in ogni intorno dei quali la $\varphi(x)$ ha per limite inferiore zero, e che questi punti formino un insieme denso, il quale, essendo anche evidentemente chiuso, sarà continuo nell'intervallo stesso. In questo caso estremo non sarà possibile far contenere da l'intorno I_T alcun rettangolo con i lati paralleli a gli assi.

La possibilità di una funzione $f(x)$ di una variabile reale che in un dato intervallo (a, b) sia sempre positiva e per la quale ogni punto di (a, b) sia un punto W, è provata da l'esempio che segue.

Sia $(0, 1)$, come può sempre supporsi, l'intervallo considerato, e si immagini una funzione che per i valori di x rappresentabili con la frazione $\frac{K}{2^n}$, ove n è un numero intero positivo qualsiasi, e K un numero dispari variabile da 1 a $2^n - 1$, sia uguale a $\frac{1}{2^n}$, e che in tutti gli altri punti assuma valori arbitrari, non inferiori ad un certo numero $c > 0$.

Se si prende una porzione comunque piccola $(\alpha \beta)$ dell'intervallo $(0, 1)$, si potrà trovare un intero N abbastanza grande che una delle $2^{N-1} + 1$ parti di $(0, 1)$ determinate dai 2^{N-1} punti corrispondenti a $x = \frac{K}{2^N}$ (per $K = 1, 3 \ldots 2^{N-1}$) sia contenuta in $(\alpha \beta)$. Negli estremi di detta parte la $f(x)$ assumerà valori uguali a $\frac{1}{2^N}$, ed in essa vi saranno punti ai quali corrisponderanno i valori $\frac{1}{2^{N+1}}, \frac{1}{2^{N+2}}, \ldots$ della funzione medesima, e quindi minori di qualsiasi numero positivo prefissato.

Resta così provato che in qualsiasi porzione (α, β) di $(0, 1)$ la $f(x)$ ha per limite inferiore zero, e ciò equivale a dire che ogni punto di $(0, 1)$ è un W, poichè altrimenti dovrebbe esistere almeno una parte di questo intervallo nel quale la $f(x)$ avrebbe il limite inferiore diverso da zero.

Una funzione di questo tipo dev' essere nel considerato intervallo $(a. b)$ totalmente discontinua, poichè se vi fosse un suo punto x_1 di continuità, essendo $f(x_1) > 0$, dovrebbe esistere un intorno di x_1 in tutti i punti del quale la $f(x)$ sarebbe maggiore di un numero positivo qualsiasi $\varepsilon < f(x_1)$. Ne viene che esiste un numero positivo τ abbastanza piccolo, che in ogni porzione comunque piccola di (a, b) una simile funzione fa salti maggiori di τ [1], e quindi in ognuna di quelle porzioni dovrà esservi almeno un punto nel quale la $f(x)$ supera τ.

Tornando al nostro intorno $I_{x'}$ ed a la corrispondente funzione $\varphi(x)$, segue da ciò che, anche nel caso estremo in cui non sia possibile trovare porzioni di $(x_0 - a, x_0 + a')$ nei quali la $\varphi(x)$ abbia il limite inferiore diverso da zero, si potrà affermare che detto intorno contiene segmenti paralleli a l'asse y di lunghezza maggiore di un certo τ abbastanza piccolo, e ciò in ogni porzione comunque piccola di $(x_0 - a, x_0 + a')$.

5. Affinchè esista il $\lim\limits_{x = x_0,\ y = y_0} f(xy)$ [o $\lim\limits_{y = y_0,\ x = x_0} f(xy)$] è evidententemente necessario, ma non sufficiente, che l'oscillazione rispetto ad x (o y) della $f(xy)$ nei punti $(x_0 y)$ [o $(x y_0)$] tenda a zero al tendere di y a y_0 (o x a x_0). Il seguente teorema dà una condizione necessaria e sufficiente affinchè quest'ultimo fatto si verifichi.

Teorema 1°. — *Affinchè la $D_x(x_0 y)$ [o $D_y(x y_0)$] tenda a zero per $y = y_0$ (o $x = x_0$) è necessario e sufficiente che sia:*

$$\lim_{x=x_0,\ y=y_0} \left| f(xy) - \overline{\lim_{x = x_0}}\, f(xy) \right| = 0 \left[\text{o} \lim_{y=y_0,\ x=x_0} \left| f(xy) - \overline{\lim_{y = y_0}}\, f(xy) \right| = 0 \right]$$

Nella dimostrazione, come in tutte quelle che seguono, ci riferiamo solo al primo dei casi considerati nell'enunciato.

La condizione è necessaria.

Per ipotesi esiste un intorno $(y_0 - \beta, y_0 + \beta')$ per ogni y del quale è

$$D_x f(x_0 y) < \frac{\sigma}{2},$$

e per la (1) ad ognuno di questi valori y corrisponde un intervallo $(x_0 - \alpha_y, x_0 + \alpha'_y)$ i cui punti $(x y)$ verificano le disuguaglianze:

(1) V. Dini, *Fondamenti* p. 65 - Lezioni p. LXX.

$$\left| f(xy) - \overline{\lim_{x=x_0}} f(xy) \right| < D_x f(x_0 y) + \frac{\sigma}{2};$$

in tali punti, formanti un I_y, sarà quindi:

$$\left| f(xy) - \overline{\lim_{x=x_0}} f(xy) \right| < \sigma$$

ciò che equivale a la condizione cercata.

La condizione è poi sufficiente, poichè spezzata nelle due uguaglianze:

$$\lim_{x=x_0,\, y=y_0} \left[f(xy) - \overline{\lim_{x=x_0}} f(xy) \right] = 0$$

$$\lim_{x=x_0,\, y=y_0} \left[f(xy) - \underline{\lim_{x=x_0}} f(xy) \right] = 0$$

per sottrazione dà, applicando l'ultima osservazione del n° 3:

$$\lim_{y=y_0} D_x f(x_0 y) = 0.$$

Osservazione. Se vi è un intorno del punto $(x_0 y_0)$ su la retta $x = x_0$ (o $y = y_0$) in tutti i punti $(x_0 y)$ [o $(x y_0)$] del quale esiste il $\lim_{x=x_0} f(xy)$ [o il $\lim_{y=y_0} f(xy)$], in tali punti l'oscillazione della $f(xy)$ rispetto ad x (o y) è nulla, e quindi la condizione di questo teorema è certamente verificata.

6. Proponiamoci di determinare altre condizioni per l'esistenza dei limiti successivi, che siano suscettibili di riduzioni quando si facciano speciali ipotesi su la funzione considerata.

Teorema 2°. — *Affinchè una funzione $f(xy)$ ammetta nel punto $(x_0 y_0)$ il limite successivo nell'ordine x, y (o y, x) finito, è necessario e sufficiente:* 1° *che sia* $\lim_{y=y_0} D_x (x_0 y) = 0$ (o $\lim_{x=x_0} D_y (x y_0) = 0$); 2° *che, fissati due numeri positivi qualunque σ ed ε, esista un intervallo $(y_0 - \beta,\ y_0 + \beta')$ [o $(x_0 - \alpha,\ x_0 + \alpha')$] ad ogni coppia di valori $y_1\, y_2$ (o x_1, x_2) del quale corrispondano rispettivamente almeno due valori $x_1\, x_2$ (o $y_1; y_2$) appartenenti a l'intorno $(x_0 - \varepsilon,\ x_0 + \varepsilon)$ [o $(y_0 - \varepsilon,\ y_0 + \varepsilon)$] e variabili con y_1, y_2 (o x_1, x_2), per modo che sia verificata la disuguaglianza:*

$$| f(x_1 y_1) - f(x_2 y_2) | < \sigma.$$

È già stata affermata la necessità della prima di queste condizioni; la seconda è inoltre certamente verificata se ha luogo la condizione del principio generale di convergenza.

Le medesime condizioni sono sufficienti.

Infatti, per la 1ª di esse, e per il teorema precedente, esiste un I_y in ogni punto (xy) del quale è

$$\left| f(x\,y) - \overline{\lim_{x = x_0}}\, f(x\,y) \right| < \frac{\sigma}{3}$$

per la 2ª esiste un intorno di y_0 ad ogni coppia di valori y_1 e y_2 del quale corrispondono rispettivamente valori x_1 e x_2 prossimi quanto si vuole a x_0, tali da avere:

$$\left| f(x_1\,y_1) - f(x_2\,y_2) \right| < \frac{\sigma}{3}$$

Si potrà perciò fare in modo che questi punti appartengano a l'intorno I_y, di modo che in essi sarà pure:

$$\left| \overline{\lim_{x = x_0}}\, f(x\,y_1) - f(x_1\,y_1) \right| < \frac{\sigma}{3}$$

$$\left| f(x_2\,y_2) - \underline{\lim_{x = x_0}}\, f(x\,y_2) \right| < \frac{\sigma}{3}$$

e quindi sommando le ultime tre disuguaglianze:

$$\left| \overline{\lim_{x = x_0}}\, f(x\,y_1) - \underline{\lim_{x = x_0}}\, f(x\,y_2) \right| < \sigma$$

la quale, sussistendo per ogni coppia di valori y_1, y_2 di un certo intorno di y_0, dimostra il teorema.

Teorema 3.° — *Condizioni necessarie e sufficienti affinchè una funzione $f(x\,y)$ ammetta in un punto $(x_0\,y_0)$ il limite successivo invertibile sono:*

1ª $$\lim_{y = y_0} D_x\,(x_0\,y) = \lim_{x = x_0} D_y\,(x\,y_0) = 0$$

2ª *fissati due numeri positivi arbitrari σ ed ε, esistano due intorni $(x_0 - \alpha,\ x_0 + \alpha')$ e $(y_0 - \beta,\ y_0 + \beta')$ tali che ad ogni valore x del primo ed y del secondo corrispondano rispettivamente almeno un punto $(x\,y_1)$, essendo $|\,y_0 - y_1\,| < \varepsilon$, ed almeno un punto $(x_1\,y)$, ove $|\,x_0 - x_1\,| < \varepsilon$, fra i quali punti la $f(xy)$ varî meno di σ.*

Seguendo la dimostrazione precedente, con la sostituzione di un I_{xy} a l' I_y ivi considerato, si giunge a la conclusione dell'esistenza di un intorno di y_0 e di un intorno di x_0, tali che per ogni punto y_1 del primo e x_1 del secondo si ha:

$$\overline{\lim_{x=x_0}} f(x y_1) - \overline{\lim_{y=y_0}} f(x_1 y) < \sigma$$

Ora è evidente che questa condizione è necessaria e sufficiente affinchè esistano i limiti

$$\lim_{y=y_0} \overline{\lim_{x=x_0}} f(xy) \qquad \lim_{x=x_0} \overline{\lim_{y=y_0}} f(xy)$$

e siano uguali fra loro, e quindi esista il limite invertibile.

TEOREMA 4.° — *Se una $f(xy)$ ammette in un punto $(x_0 y_0)$ il $\lim\limits_{x=x_0,\, y=y_0} f(xy)$ [o $\lim\limits_{y=y_0,\, x=x_0} f(xy)$], affinchè vi ammetta pure il $\lim\limits_{\substack{x=x_0\\ y=y_0}} f(xy)$ sono necessarie e sufficienti le seguenti condizioni:*

1ª $\quad \lim\limits_{x=x_0} D_y\, (x y_0) = 0 \qquad [\text{o} \lim\limits_{y=y_0} D_x\, (x_0 y) = 0]$

2ª *fissati due numeri positivi σ ed ε, esista un intorno di x_0 (o y_0) per ogni x (o y) del quale e per almeno un valore y_1 (o x_1) variabile con x (o y) dell' intervallo $(y_0 - \varepsilon,\ y_0 + \varepsilon)$ [o $(x_0 - \varepsilon,\ x_0 + \varepsilon)$] si abbia:*

$$\left| \lim_{x=x_0,\, y=y_0} f(xy) - f(xy_1) \right| < \sigma \quad \left[\text{o} \left| \lim_{y=y_0,\, x=x_0} f(xy) - f(x_1 y) \right| < \sigma \right]$$

È evidente che queste condizioni sono necessarie; esse sono anche sufficienti, poichè:
la 1ª di esse, aggiunta a l' ipotesi che $\lim\limits_{y=y_0} D_x\, (x_0 y) = 0$ derivante da quella dell' esistenza del $\lim\limits_{x=x_0,\, y=y_0} f(xy)$ (teor. 2°) forma la 1ª condizione del teorema precedente; per la seconda esiste un intorno di x_0 ad ogni x del quale corrisponde un y_1 prossimo quando si vuole a y_0 per cui si ha:

$$\left| \lim_{x=x_0,\, y=y_0} f(xy) - f(xy_1) \right| < \frac{\sigma}{2},$$

mentre che vi è un I_y i cui punti (xy) verificano la

$$\left| f(xy) - \lim_{x=x_0,\, y=y_0} f(xy) \right| < \frac{\sigma}{2}$$

e da questi due fatti risulta la 2ª condizione del teorema precedente.

Teorema 5° — *Se una funzione* $f(xy)$ *ammette in un punto* $(x_0 y_0)$ *i due limiti successivi, affinchè questi siano fra loro uguali è necessario e sufficiente che, fissato un numero* $\sigma > 0$, *in ogni* I_x *di* $(x_0 y_0)$ *esista almeno un punto* $(x_1 y_1)$ *ed in ogni* I_y *di* $(x_0 y_0)$ *esista almeno un punto* $(x_2 y_2)$, *tali che sia verificata la disuguaglianza:*

$$| f(x_1 y_1) - f(x_2 y_2) | < \sigma.$$

Ciò è necessario, essendo verificato quando sussista la condizione del principio generale di convergenza. È poi sufficiente, poichè, per l'esistenza dei due limiti successivi, vi sono due intorni I_x e I_y per ogni $(x y)$ dei quali hanno luogo rispettivamente le disuguaglianze:

$$\left| \lim_{y = y_0,\, x = x_0} f(xy) - f(xy) \right| < \frac{\sigma}{3}$$

$$\left| \lim_{x = x_0,\, y = y_0} f(xy) - f(xy) \right| < \frac{\sigma}{3}$$

e siccome vi sono due punti, uno per ogni tale intorno, fra i quali la $f(xy)$ varia meno di $\frac{\sigma}{3}$, si deduce che i predetti limiti successivi differiscono fra loro meno di qualsiasi numero prefissato σ, e quindi sono uguali.

È evidente che a questo teorema si può sostituire il seguente:

Teorema 6° — *Se una funzione* $f(xy)$ *ammette in un punto* $(x_0 y_0)$ *i due limiti successivi, affinchè siano fra loro uguali è necessario e sufficiente che, fissato un* $\sigma > 0$ *ad arbitrio, si possa trovare almeno un valore* x_1 *in ogni intorno di* x_0 *ed almeno un valore* y_1 *in ogni intorno di* y_0, *tali che:*

$$\left| \overline{\lim_{x = x_0}} f(x y_1) - \lim_{y = y_0} f(x_1 y) \right| < \sigma$$

7. A le condizioni dei teoremi 3° e 4° si possono sostituire quelle dei due seguenti, che in sostanza si riducono, salvo qualche lieve semplificazione qui ottenuta, a le condizioni date da Arzelà e Hobson.

Teorema 7° — *Affinchè una funzione $f(x\,y)$ ammetta in un punto $(x_0\,y_0)$ il limite successivo invertibile, sono necessarie e sufficienti le seguenti condizioni:*

1ª $$\lim_{y=y_0} D_x\,(x_0\,y) = 0 \quad (^1)$$

2ª $$\lim_{x=x_0,\; y=y_0} \left[f(x\,y) - \overline{\lim_{y=y_0}}\, f(x\,y) \right] = 0$$

oppure le simmetriche rispetto a x e y.

È noto ohe la 1ª condizione è necessaria; lo è pure la 2ª, perchè conseguenza (nº. 3) dell'ipotesi che

$$\lim_{x=x_0\;y=y_0} f(x\,y) = \lim_{x=x_0}\, \overline{\lim_{y=y_0}}\, f(x\,y)$$

Esse sono anche sufficienti, poichè da la 2ª segue che presi due valori y_1 e y_2 abbastanza prossimi a y_0, si ha un intorno $(x_0 - a_{y_1},\; x_0 + a'_{y_1})$ per tutti i punti x del quale è:

$$\left| f(x\,y_1) - \overline{\lim_{y=y_0}}\, f(x\,y) \right| < \frac{\sigma}{2}$$

e un intorno $(x_0 - a_{y_2},\; x_0 + a'_{y_2})$ tale che ogni suo punto x soddisfa la

$$\left| \overline{\lim_{y=y_0}}\, f(x\,y) - f(x\,y_2) \right| < \frac{\sigma}{2};$$

quindi per i valori x appartenenti a la porzione comune a quei due intorni, si avrà:

$$| f(x\,y_1) - f(x\,y_2) | < \sigma.$$

Questo risultato, aggiunto a la 1ª condizione, basta ad affermare, per il teorema 2°, l'esistenza del $\lim_{x=x_0,\; y=y_0} f(xy)$. Ne segue, ancora per la 2ª condizione, che esiste pure il $\lim_{x=x_0}\, \overline{\lim_{y=y_0}}\, f(xy)$, ossia il $\lim_{y=y_0,\; x=x_0} f(xy)$, ed è uguale ad esso.

---

(1) In Hobson (*On Partial... n. 2; The Theory... n. 234*) è aggiunta la condizione $\lim D_y(xy_0) = 0$, che risulta qui superflua, perchè contenuta nella 2ª condizione. Lo stesso può dirsi per il seguente teorema 8° al quale si riduce un'altra proposizione dello stesso autore (*On Partial... n, 4: The Theory... n. 235*).

TEOREMA 8° — *Se una funzione $f(xy)$ ammette nel punto $(x_0\ y_0)$ il limite successivo nell'ordine x, y (o y, x) affinchè vi ammetta pure il limite invertibile è necessario e sufficiente che, fissati due numeri positivi qualunque σ ed ε, esistano almeno un valore y_1 (o x_1) nel 'intorno $(y_0 - \varepsilon,\ y_0 + \varepsilon)$ [o $(x_0 - \varepsilon,\ x_0 + \varepsilon)$], ed un intervallo $(x_0 - \alpha,\ x_0 + \alpha')$ [o $(y_0 - \beta,\ y_0 + \beta')$] i cui valori x (o y) verificano le disuguaglianze:*

$$\left| f(xy_1) - \overline{\lim_{y=y_0}} f(xy) \right| < \sigma \quad \left[\text{o} \quad \left| f(x_1 y) - \overline{\lim_{x=x_0}} f(xy) \right| < \sigma \right]$$

Infatti, questa condizione rientra nella 2ª del teorema precedente, quindi è certamente necessaria. Inoltre poichè si presuppone l'esistenza del $\lim\limits_{x=x_0,\ y=y_0} f(x\,y)$, vi sarà un intervallo $(y_0 - \beta,\ y_0 + \beta')$ ad ogni coppia di valori y_1 e y_2 del quale corrisponderà un intorno $(x_0 - \alpha_{y_1 y_2},\ x_0 + \alpha'_{y_1 y_2})$ di valori x tali che

$$| f(x\,y_2) - f(x\,y_1) | < \frac{\sigma}{2};$$

e se è soddisfatta la condizione del teorema, si potrà supporre y_1 tale da verificare la

$$\left| f(x\,y_1) - \overline{\lim_{y=y_0}} f(x\,y) \right| < \frac{\sigma}{2}$$

ove x appartiene ad un certo altro intorno di x_0. Ne segue che in ogni punto della parte comune ai due considerati intorni di x_0, la cui ampiezza dipenderà da y_2, è:

$$\left| f(x\,y_2) - \overline{\lim_{y=y_0}} f(x\,y) \right| < \sigma$$

ove y_2 è un valore qualsiasi dell' intervallo $(y_0 - \beta,\ y_0 + \beta')$; e ciò equivale alla 2ª condizione del teorema che precede.

Osservazione. — Se si fa l'ipotesi che la $f(xy)$, considerata come funzione della sola y (o x), per ogni valore x (o y) di un certo intorno $(x_0 - \lambda,\ x_0 + \lambda')$ [o $(y_0 - \mu,\ y_0 + \mu')$] tenda ad un limite finito al tendere di y a y_0 (o x a x_0), per l'osservazione del n°. 5 è già verificata la 1ª condizione dei teoremi 2°, 3°, 4° e 7° i quali ne risultano conseguentemente liberi; inoltre la 2ª condizione di quest' ultimo teorema si riduce a l' unica uguaglianza

$$\lim_{x=x_0,\ y=y_0} [f(xy) - \lim_{y=y_0} f(xy)] = 0 \left[\text{o} \lim_{y=y_0,\ x=x_0} [f(xy) - \lim_{x=x_0} f(xy)] = 0 \right]$$

e le disuguaglianze del teorema 6° si scrivono:

$$\left| \lim_{x=x_0} f(xy_1) - \lim_{y=y_0} f(x_1 y) \right| < \sigma$$

Il teorema 8° è pure semplificabile, poichè se si verificano entrambe le ipotesi suddette, basta che, fissato il solito σ, esista un valore y_1 dell' intervallo $(y_0 - \mu,\ y_0 + \mu')$ ed un intorno $(x_0 - \alpha,\ x_0 + \alpha')$ contenuto in $(x_0 - \lambda,\ x_0 + \lambda')$ tali che per ogni x di detto intorno sia

$$\left| f(xy_1) - \lim_{y=y_0} f(xy) \right| < \frac{\sigma}{3},$$

e, data l' esistenza del $\lim_{x=x_0,\ y=y_0} f(xy)$, sia inoltre:

$$\left| \lim_{x=x_0,\ y=y_0} f(xy) - \lim_{x=x_0} f(xy_1) \right| < \frac{\sigma}{3};$$

perchè, essendo pure per tutti i valori x di un certo intorno di x_0:

$$\left| \lim_{x=x_0} f(xy_1) - f(xy_1) \right| < \frac{\sigma}{3},$$

si possa affermare l'esistenza di un intorno di x_0 nel quale sia verificata la disuguaglianza:

$$\left| \lim_{x=x_0,\ y=y_0} f(xy) - \lim_{y=y_0} f(xy) \right| < \sigma,$$

e quindi l'esistenza del $\lim_{\substack{x=x_0 \\ y=y_0}} f(xy)$.

Si ha perciò il

Teorema 9° — *Sia una funzione $f(xy)$ che in tutti i punti di un intorno $(x - \lambda,\ x + \lambda')$ tende ad un limite finito per $y = y_0$, in tutti i punti di un intorno $(y_0 - \mu,\ y_0 + \mu')$ tende ad un limite finito per $x = x_0$, e che nel punto $(x_0\, y_0)$ ammette il limite successivo nell' ordine x, y (o y, x); affinchè essa vi ammetta pure il limite invertibile occorre e basta che, fissato un numero σ positivo qualunque, esista nell' intorno $(y_0 - \mu,\ y_0 + \mu')$ [o $(x_0 - \lambda,\ x_0 + \lambda')$] almeno un valore y_1 (o x_1) ed un*

intervallo $(x_0 - \alpha, x_0 + \alpha')$ [*o* $(y_0 - \beta, y_0 + \beta')$] *i cui valori* x (*o* y) *verificano la disuguaglianza:*

$$\left| f(xy_1) - \lim_{y=y_0} f(xy) \right| < \sigma \quad \left[\text{o} \left| f(x_1 y) - \lim_{x=x_0} f(xy) \right| < \sigma \right]. \quad (1)$$

§ 2.

Continuità delle funzioni di due variabili.

8. Corrispondentemente ai tre tipi di limiti considerati al n° 3 per le funzioni di due variabili, si possono presentare i seguenti tre casi di continuità di una $f(xy)$ in un punto $(x_0 y_0)$.

1.° *Funzione assolutamente continua*, se ammette il $\lim\limits_{(xy)=(x_0 y_0)} f(xy)$ ed è uguale a $f(x_0 y_0)$.

2.° *Funzione continua intorno a le rette* $\begin{matrix} x = x_0 \\ y = y_0 \end{matrix}$, se ammette il $\lim\limits_{\substack{x=x_0 \\ y=y_0}} f(xy) = f(x_0 y_0)$.

3.° *Funzione continua intorno a la retta* $x = x_0$ (*o* $y = y_0$) se ammette il $\lim\limits_{x=x_0,\ y=y_0} f(xy) = f(x_0 y_0)$ [o $\lim\limits_{y=y_0,\ x=x_0} f(xy) = f(x_0 y_0)$].

A questi tre si potrebbero far seguire i casi di continuità parziale rispetto a x e y, dei quali non ci occupiamo, perchè rientrano nel campo della teoria delle funzioni di una variabile.

Ad esempio, la funzione definitiva nel modo seguente:

$$\text{per } x \neq 0 \quad f(xy) = \text{sen } \frac{y}{x}$$
$$f(0y) = 0$$

nel punto (0.0) è continua rispetto a x e y, continua intorno a l'asse x, ma discontinua intorno a l'asse y.

Viceversa per la $f(xy) = \text{sen } \frac{x}{y}$ per $y \neq 0$, e $f(x0) = 0$.

(1) Arzelà, (*Sulle serie di funzioni* - p 142) ottiene corrispondentemente a le ipotesi premesse a questo teorema, una condizione equivalente a la 2ª del teorema 7°.

La funzione (1)

$$f(x\,y) = \frac{x\,y}{x^2 + y^2}$$

$$f(0,0) = 0$$

è continua nell'origine intorno a gli assi, pur essendo assolutamente discontinua in detto punto.

Condizioni generali, o sottoposte a particolari ipotesi, per le varie continuità di una $f(xy)$ in un punto, si deducono immediatamente da i teoremi stabiliti nel § 1.

§ 3.

Invertibilità delle derivazioni parziali.

9. Le condizioni per l'uguaglianza delle derivate parziali f''_{xy} e f''_{yx}, in un punto $(x_0\,y_0)$ coincidono con quelle per l'esistenza di un limite invertibile della funzione:

$$F_{x_0\,y_0}(xy) = \frac{f(x\,y) - f(x\,y_0) - f(x_0\,y) + f(x_0\,y_0)}{(x - x_0)\;(y - y_0)}$$

Nella ricerca già tentata di tali condizioni, mi sono servito del teorema 7°, e valendomi dell'uguaglianza che si ottiene applicando il teorema del valor medio:

$$\underset{x_0\,y_0}{F}(xy) - \lim_{y=y_0} \underset{x_0 y_0}{F}(xy) = \underset{xy}{f''}(x'y') - \underset{xy}{f''}(x_0\,y')$$

ove $(x'y')$ è un certo punto situato internamente al rettangolo che ha i lati paralleli a gli assi e per vertici opposti i punti (xy) e (x_0y_0), sono pervenuto a la conclusione che è sufficiente a quello scopo, che nel punto $(x_0\,y_0)$ la $\underset{xy}{f''}(xy)$ ammetta un limite invertibile, ossia che questa funzione sia in detto punto continua intorno a le rette $\begin{matrix} x = x_0 \\ y = y_0 \end{matrix}$. Ma perchè ciò si avveri, bisogna provare l'esistenza di un I_y tale che a tutti i suoi punti corrispondano punti $(x'y')$ dati da l'uguaglianza precedente, che siano contenuti in quell'intorno analogo al precedente, che chiameremo J_y, i cui punti (xy) verificano la disuguaglianza:

---

(1) V. GENOCCHI, *Calcolo differenziale*, p. 173.

$$\left| f''_{xy}(xy) - f''_{xy}(xy_0) \right| < \sigma$$

ove σ è il solito numero prefissato ad arbitrio. Ora, data l'indeterminatezza del punto $(x'y')$, ciò non appare sempre possibile, ma solo se si esclude il caso estremo (n°. 4) in cui l'ultimo intorno considerato é tale da non contenere, almeno entro una striscia abbastanza piccola avente per asse la retta $x = x_0$, un rettangolo con i lati paralleli a gli assi.

E per la stessa ragione la condizione suddetta non può ritenersi necessaria.

Sembrami vantaggiosa la condizione sufficiente data dal seguente

Teorema 10.° — *Se una funzione $f(xy)$ ammette in un intorno di un punto (x_0y_0) le derivate parziali f'_x e f'_y, la prima delle quali sia continua rispetto ad x, e in un intorno rettilineo del medesimo punto su la retta $y = y_0$ (o $x = x_0$) esiste pure la sua derivata seconda f''_{xy} (o f''_{yx}) continua rispetto ad x (o y) nel punto $(x_0\, y_0)$, quivi essa ammette anche l'altra derivata seconda mista, ed è $f''_{xy}(x_0\, y_0) = f''_{yx}(x_0\, y_0)$.*

Infatti, da l'ipotesi dell'esistenza di $f''_{xy}(x_0y_0)$ segue che la $F_{x_0y_0}(xy)$ ammette nel punto (x_0y_0) il limite successivo nell'ordine x, y, quindi per dimostrare l'esistenza del suo limite invertibile nel punto stesso, servirà il teorema 4°, tenendo conto che, per la supposta esistenza delle derivate parziali prime della $f(xy)$ in un intorno di (x_0y_0), entro questo intorno la $F_{x_0y_0}(xy)$ ha i limiti per $x = x_0$ e $y = y_0$.

Essendo supposta la $f'_x(xy)$ continua rispetto ad x in tutti i punti di un campo contenente $(x_0\, y_0)$, sarà pure, in questo campo, continua rispetto ad x la funzione:

$$\psi(xy) = \frac{f'_x(xy) - f'_x(xy_0)}{y - y_0};$$

quindi per ogni y di punti appartenenti a detto campo, questa funzione, al tendere di x a x_0, avrà per limite

$$\frac{f'_x(x_0y) - f'_x(x_0y_0)}{y - y_0},$$

e poichè, per ipotesi, esiste il

$$\lim_{y=y_0} \frac{f'_x(x_0 y) - f'_x(x_0 y_0)}{y - y_0} = f''_{xy}(x_0 y_0)$$

la $\varphi(xy)$ ammette il $\lim\limits_{x=x_0,\, y=y_0}$ uguale a $f''_{xy}(x_0 y_0)$. Inoltre per tutti i valori x dell'intorno di x_0 nel quale esiste la $f''_{xy}(xy_0)$ la $\varphi(xy)$ ammette questa funzione come limite per $y = y_0$, ed essendo supposta la funzione stessa continua rispetto ad x nel punto $(x_0 y_0)$, si deduce che esiste pure il $\lim\limits_{y=y_0,\, x=x_0} \varphi(xy)$ ed è uguale a $f''_{xy}(x_0 y_0)$. La $\varphi(xy)$ ammette quindi nel punto $(x_0 y_0)$ il limite invertibile, ed è:

$$\lim_{\substack{x=x_0\\ y=y_0}} \varphi(xy) = f''_{xy}(x_0 y_0).$$

Fissato un numero $\sigma > 0$ ad arbitrio, vi sarà allora un I_x estendentesi su un intorno $(x_0 - \alpha,\ x_0 + \alpha')$ tale che in ogni suo punto (xy) sarà verificata la disuguaglianza:

$$5) \qquad \left| f''_{xy}(x_0 y_0) - \varphi(xy) \right| < \frac{\sigma}{2}$$

Ora, se per qualsiasi σ il campo I_x è tale che in una sua porzione limitata da due rette $x = x_1$, $x = x_2$ comprendenti la $x = x_0$ e ad essa abbastanza vicine, si possano inscrivere rettangoli con i lati paralleli a gli assi come si è indicato al n°. 4, e che contengano punti di qualsiasi intorno di x_0, si riesce facilmente a dimostrare il teorema, anche senza l'ipotesi che la f'_x sia continua rispetto ad x in tutti i punti di un intorno di $(x_0 y_0)$, bastando la sua continuità per i punti di ascisse x_0, richiesta da quanto precede.

Sia x, per ciò, un valore qualunque dell'intervallo $(x_1 x_2)$, ed y un valore del corrispondente intorno $(y_0 - \beta_x,\ y_0 + \beta'_x)$ nel quale la $F_{x_0 y_0}(xy)$ varia meno di $\frac{\sigma}{4}$. Supposti fissi questi valori x e y, la $F_{x_0 y_0}(xy)$ si può considerare come funzione di x_0 e y_0 continua rispetto a ciascuna di queste variabili in ogni punto diverso da (xy). Si potrà quindi trovare un intorno di x_0 tale che per ogni punto $(x'_0 y_0)$ di esso sia:

$$\left| F_{x_0 y_0}(xy) - F_{x'_0 y_0}(xy) \right| < \frac{\sigma}{4}$$

e vi saranno punti $(x'_0 y_0)$ contenuti, assieme al punto (xy_0), in un rettangolo tutto situato entro I_x. Inoltre, variando la $F_{x_0 y_0}(xy_0)$

meno di $\frac{\sigma}{4}$, finchè y rimane nell'intervallo $(y_0 - \beta_x, y_0 + \beta'_x)$, si potrà supporre y abbastanza prossimo a y_0, da far entrare in quel rettangolo anche il punto (xy), rendendo soddisfatta la disuguaglianza:

$$\left| \underset{x' y_0}{F(xy)} - \underset{x_0 y_0}{F(xy)} \right| < \frac{\sigma}{2}$$

Ma per il teorema del valor medio, esiste un punto $(x' y)$ appartenente al detto rettangolo, e quindi a I_x, tale che sia:

$$\underset{x'_0 y_0}{F(xy)} = \psi(x'y)$$

onde la disuguaglianza precedente diviene:

$$\left| \psi(x'y) - \underset{x_0 y_0}{F(xy)} \right| < \frac{\sigma}{2};$$

e poichè in $(x'y)$ vale pure la (5), si deduce che per ogni x di (x_1, x_2) e per y abbastanza prossimo a y_0 è

$$\left| f''_{xy}(x_0 y_0) - \underset{x_0 y_0}{F(xy)} \right| < \sigma,$$

ciò che prova l'asserto, per il teorema 4°.

Nel caso in cui le ordinate dell'intorno I_x abbiano per limite inferiore zero in ogni parte di qualsiasi intorno di x_0, si è visto (n°. 4) che deve esistere un numero $\tau > 0$, in modo che entro ogni porzione comunque piccola di $(x_0 - \alpha, x_0 + \alpha')$ vi siano infiniti valori di x ai quali corrispondano ordinate appartenenti ad I_x, maggiori di τ.

Si fissi ora un numero $\varepsilon < \tau$ e sia $(x y_1)$ un punto tale che:

$$x_0 - \alpha < x < x_0 + \alpha' \qquad\qquad y_0 - \varepsilon < y_1 < y_0 + \varepsilon;$$

esiste ancora un punto $(x' y_1)$, essendo x' compreso fra x_0 e x, tale che:

$$\underset{x_0 y_0}{F(x y_1)} = \psi(x' y_1);$$

per la continuità rispetto ad x della $\psi(xy)$, vi sarà un intorno $(x' - \gamma, x' + \gamma')$ tale che in ogni punto x di esso sarà

$$\left| \psi(x y_1) - \psi(x' y_1) \right| < \frac{\sigma}{2}$$

e poichè y_1 è compreso fra $y_0 - \tau$ e $y_0 + \tau$, fra questi punti $(x y_1)$ ve ne sarà almeno uno $(x_1 y_1)$ appartenente a I_x, e in esso sarà pure:

$$\left| \psi\,(x_1 y_1) - \underset{x_0 y_0}{F}(x y_1) \right| < \frac{\sigma}{2}$$

Ma per i punti di I_x è verificata la (5), quindi si avrà

$$\left| f''_{xy}(x_0 y_0) - \psi\,(x_1 y_1) \right| < \frac{\sigma}{2}$$

e da queste:

$$\left| f''_{xy}\,(x_0 y_0) - \underset{x_0 y_0}{F}(x y_1) \right| < \sigma$$

che dimostra il teorema anche in questo caso, perchè x è un valore qualunque di $(x_0 - \alpha,\ x_0 + \alpha')$ e y_1 è pure un qualunque valore di $(y_0 - \varepsilon,\ y_0 + \varepsilon)$.

Ad esempio, la funzione

$$f(xy) = (x^2 + y^2)\,\log\,(x^2 + y^2) - x^2 \quad \text{per } x \neq 0$$
$$f(00) = 0$$

soddisfa a le condizioni di questo teorema, poichè si ha:

$$f'_x(xy) = 2\,x \log(x^2 + y^2),\ f'_x(0y) = 0,\ f'_x(00) = \lim_{x=0} (x \log x^2 - x) = 0$$

$$f'_y(xy) = 2\,y\,[1 + \log(x^2 + y^2)],\ f'_y(x0) = 0,\ f'_y(00) = \lim_{y=0} y \log y^2 = 0$$

$$f''_{xy}(xy) = \frac{4\ xy}{x^2 + y^2},\ f''_{xy}\,(00) = \lim_{y=y_0} \frac{f'_x(0y) - f'_x(00)}{y} = 0$$

cioè la $f'_x(xy)$ è continua in tutto il piano, e la $f''_{xy}(xy)$, essendo nulla per tutti i punti dell'asse x, è certamente continua rispetto ad x nell'origine: ed è pure:

$$f''_{yx}(00) = \lim_{x=x_0} \frac{f'_y(x0) - f'_y(00)}{x} = 0 = f''_{xy}(00).$$

Si vede che la f''_{xy} non soddisfa invece a la condizione della continuità assoluta nell'origine, sinora generalmente considerata.

§ 4.

Successioni e serie di funzjoni.

10. Le proposizioni dimostrate nel § 1 si applicano a lo studio delle successioni di funzioni di una sola variabile x, supponendo che la y assuma i valori di un insieme numerabile avente per limite il valore y_0; ponendo per semplicità

$$f(x\,y_i) = f_i(x)$$

la successione da considerarsi avrà la forma:

$$f_1(x)\ ,\ f_2(x)\ ,\ f_3(x)\,, \ldots\ldots \qquad \text{(A)}$$

Se in un punto x_0 dell'intervallo nel quale queste funzioni sono definite, esse sono tutte continue, e tendono ad un limite per $n = \infty$, questo può considerarsi anche come il limite successivo $\lim\limits_{x = x_0,\ n = \infty} f_n(x)$.

Ma questo limite può esistere anche se le (A), od un numero infinito di esse, sono discontinue nel punto x_0, ed allora diremo che la successione in questo punto tende *lateralmente* ad un limite. È una condizione questa che può verificarsi indipendentemente da l'esistenza d l $\lim\limits_{n = \infty} f_n(x_0)$: se questo esiste ed è anche un limite laterale, la tendenza al limite in x_0 presenta un carattere in più dell'ordinaria; meno interessante sarà per ciò che segue, il caso in cui esistano tanto il $\lim\limits_{n = \infty} f_n(x_0)$ come il $\lim\limits_{x = x_0,\ n = \infty} f_n(x)$, ma siano fra loro disuguali. Può acquistare invece una considerevole importanza pratica quello in cui esista il secondo limite e non il primo, quest'ultimo fatto potendo anche essere attribuito a la mancanza di definizione delle funzioni (A) nel punto x_0; in ogni modo appare opportuno considerare, in questo 3° caso, il limite laterale in x_0 come valore definente in detto punto la funzione limite per $n = \infty$.

Pertanto, indipendentemente da l'esistenza di un limite della successione stessa per i punti diversi da x_0, dal 2° teorema si ricava il

Teorema 11° — *Condizioni necessarie e sufficienti affinchè una successione di funzioni* (A) *definite in un intorno* i *di un punto x_0 tenda lateralmente ad un limite finito nel punto stesso, sono:*

1ª - *le oscillazioni in x_0 delle* (A) *tendano a zero per $n = \infty$,*

2ª - *fissato un numero positivo σ arbitrariamente piccolo ed un intorno j di x_0 contenuto in i, esista un numero $N > 0$ abbastanza grande, che ad ogni coppia di interi n_1 e n_2 maggiori di esso corrispondano rispettivamente almeno due valori x_1 e x_2 appartenenti ad j, tali che sia :*

$$| f_{n_1}(x_1) - f_{n_2}(x_2) | < \sigma.$$

Se si fa l'ipotesi che in un intorno del punto x_0 la successione tenda ad una funzione limite, senza che ciò sia accertato per il punto x_0, si presenta la questione della condizione affinchè essa successione tenda lateralmente in x_0 ad un limite, e questo sia uguale al $\lim\limits_{x=x_0} f(x)$, ossia al $\lim\limits_{n=\infty,\, x=x_0} f_n(x)$, il che equivale a l'essere in x_0 la $f(x)$ continua, oppure discontinua in modo toglibile col porre $f(x_0) = \lim\limits_{x=x_0,\, n=\infty} (x)$. Serve a tale scopo il teorema 7°, dal quale deduciamo il

Teorema 12° — *Affinchè una successione* (A) *di funzioni, tendente ad una funzione limite finita $f(x)$ nell'intorno di un punto x_0, eventualmente eccettuato questo punto, nel quale le* (A) *possono anche non essere definite, ammetta in x_0 un limite laterale finito, uguale al $\lim\limits_{n=\infty} f_n(x_0)$ quando esiste, e la $f(x)$, definita dal valore $\lim\limits_{x=x_0,\, n=\infty} f_n(x)$ nel punto x_0 sia continua nel punto stesso, è necessario e sufficiente :*

1° *che le oscillazioni in x_0 delle* (A) *tendano a zero per $n=\infty$;*

2° *che fissato un numero positivo σ qualunque, esista un numero $N > 0$ tale che ad ogni intero $n > N$ corrisponda un intervallo $(x_0 - \alpha_n,\ x_0 + \alpha'_n)$ variabile con n, per tutti i valori x del quale, eccettuato x_0, sia verificata la disuguaglianza :*

$$| f_n(x) - f(x) | < \sigma.$$

Di queste condizioni rimarrà solo la 2ª, se le funzioni (A) tendono ad un limite per $x = x_0$, oppure sono continue nel punto x_0, senza però ammettere l'esistenza del $\lim\limits_{n=\infty} f_n(x_0)$.

Se nel punto x_0 le (A) tendessero ad un limite diverso dal limite laterale, le condizioni stesse renderebbero la funzione limite affetta da una discontinuità toglibile: esse condizioni non sarebbero però a tale uopo necessarie, poichè la $f(x)$ po-

trebbe anche ammettere in x_0 un limite diverso tanto dal $\lim_{n=\infty} f_n(x_0)$ come dal $\lim_{x=x_0,\, n=\infty} f_n(x)$.

Il teorema 8° permette di contemplare il caso in cui si faccia l'ipotesi che la successione tenda lateralmente ad un limite nel punto x_0, e fornisce la condizione per la continuità in detto punto della funzione limite:

TEOREMA 13° — *Sia una successione di funzioni qualunque* (A) *tendente ad una funzione limite* $f(x)$ *in un intorno di un punto* x_0 *ed in questo punto le* (A) *siano discontinue, ma convergano lateralmente ad un limite che sia uguale al* $\lim_{n=\infty} f_n(x_0)$, *quando questo esiste, oppure, ciò non avvenendo, sia assunto come tale valore limite; affinchè la* $f(x)$ *sia in* x_0 *continua, è necessario e sufficiente che fissati due numeri positivi* σ, *comunque piccolo, ed* N, *comunque grande, esista almeno un intero* $n > N$ *ed un intorno di* x_0 *i cui valori* x *verificano la disuguaglianza:*

$$| f_n(x) - f(x) | < \sigma.$$

E se infine le (A) sono supposte continue nel punto x_0, questa proposizione si semplifica, come suggerisce il teor. 9°, e si ha il

TEOREMA 14° — *Se una successione* (A) *di funzioni continue in un punto* x_0 *tende ad una funzione limite finita* $f(x)$ *per tutti i valori* x *di un intorno di* x_0, *affinchè in questo punto la* $f(x)$ *sia continua, è necessario e sufficiente che, fissato un* $\sigma > 0$ *qualsiasi, esista almeno un intero* n *ed un intorno di* x_0 *contenuto nel precedente, i cui valori* x *verificano la*

$$| f_n(x) - f(x) | < \sigma.$$

11. Enunciamo senz'altro i teoremi che si ricavano applicando i quattro precedenti ad una serie di funzioni

$$s(x) = f_1(x) + f_2(x) + \dots\dots \tag{B}$$

ponendo
$$s_n(x) = f_1(x) + \dots + f_n(x)$$
e
$$R_n(x) = s(x) - s_n(x).$$

e chiamando *lateralmente convergente* una tale serie in un punto x_0, quando esiste ed è finito il $\lim_{x = x_0,\, n = \infty} s_n(x)$.

Teorema 15° — *Condizioni necessarie e sufficienti affinchè una serie di funzioni* (B) *definite in un intorno i di un punto* x_0 *sia lateralmente convergente nel punto stesso sono:*

1ª *le oscillazioni delle* $s_n(x)$ *in* x_0 *tendano a zero per* $n = \infty$, (1)

2ª *fissato un numero* σ *arbitrariamente piccolo, ed un intorno j di* x_0 *contenuto entro i, esista un numero N positivo abbastanza grande, che ad ogni coppia di interi* n_1 *ed* n_2 *maggiori di esso corrispondano rispettivamente almeno due valori* x_1 *e* x_2 *appartenenti ad j, tali che sia:*

$$| s_{n_1}(x_1) - s_{n_2}(x_2) | < \sigma.$$

Teorema 16° — *Affinchè una serie di funzioni* (B) *convergente nell'intorno di un punto* x_0, *salvo eventualmente in questo punto, nel quale le funzioni della serie possono anche non essere definite, converga lateralmente in* x_0, *essendo il* $\lim_{x = x_0,\, n = \infty} s_n(x)$ *uguale a la somma di detta serie in questo punto, quando essa vi converge, e la somma* $s(x)$ *sia continua nel punto stesso, occorre e basta*:

1° *che le oscillazioni in* x_0 *delle* $s_n(x)$ *tendano a zero per* $n = \infty$;

2° *che fissato un numero positivo* σ *qualunque, esista un numero* $N > 0$ *tale che ad ogni intero* $n > N$ *corrisponda un intervallo* $(x_0 - \alpha_n,\ x_0 + \alpha'_n)$ *variabile con n, per tutti i valori x del quale, eccettuato* x_0, *sia*:

$$| R_n(x) | < \sigma. \tag{2}$$

Teorema 17° — *Sia una serie di funzioni qualunque* (B) *convergente in un intorno di un punto* x_0, *ed in questo conver-*

(1) È necessario, ma non sufficiente, affinchè sia verificata questa condizione, che tendano a zero per $n = \infty$ le oscillazioni delle funzioni costituenti la serie.

(2) Per il caso di una serie di funzioni tendenti ad un limite per $x = x_0$, o continue in x_0, questo teorema trovasi in Dini (*Fondamenti* p. 109 - teor. IV) e in Hobson (*Theory* . . . n°. 352 - 1ª prop.). Quest'ultimo Autore non ha però semplificata la 2ª condizione quando in seguito (id. n°. 353), avendo aggiunta l'ipotesi della convergenza della serie anche nel punto x_0, ha enunciato la sola condizione per la continuità della $s(x)$ in detto punto.

gente lateralmente, essendo il $\lim\limits_{x=x_0,\, n=\infty} s_n(x)$ *uguale a la somma della serie in* x_0, *quando questa converge anche in questo punto oppure, ciò non avvenendo, si assuma come valore della somma in* x_0 *il predetto limite laterale; affinchè questa somma sia una funzione continua in* x_0 *è necessario e sufficiente che, fissati due numeri positivi* σ, *comunque piccolo, ed* N, *comunque grande, esista almeno un intero* $n > N$ *ed un intorno di* x_0, *per tutti i valori* x *del quale sia* $| R_n(x) | < \sigma$.

TEOREMA 18° — *Affinchè una serie* (B) *di funzioni continue in un punto* x_0, *e convergente in tutto un intervallo comprendente detto punto, abbia per somma una funzione in* x_0 *continua, occorre e basta che, fissato un numero* σ *positivo qualunque, esista almeno un intero n ed un intorno di* x_0 *contenuto nel detto intervallo, i cui valori* x *rendano* $| R_n(x) | < \sigma$. (1)

12. In queste proposizioni si presentano tre modi diversi di convergenza uniforme rispetto a certi intorni del punto considerato x_0 su i quali vogliamo richiamare l'attenzione. In ordine di generalità, vi corrispondono i seguenti tre tipi di tendenza al limite, o convergenza uniforme in un punto.

1°. *Successione (o serie) convergente uniformemente a tratti nel punto* x_0 quando la disuguaglianza

$$| f_n(x) - f(x) | < \sigma \qquad (\text{o } | R_n(x) | < \sigma)$$

ha luogo per certo un intero n, del resto qualsiasi, e per tutti i valori x di un intorno di x_0 dipendente, come n, da σ.

2°. *Successione (o serie) convergente in modo semplicemente uniforme nel punto* x_0, quando la disuguaglianza precedente è verificata per un intero n maggiore di qualsiasi numero prefissato N, e per tutte le x di un intorno di x_0 dipendente da σ e N.

3°. *Successione (o serie) convergente quasi uniformemente nel punto* x_0, quando quella disuguaglianza ha luogo per tutti gli

---

(1) V. ORLANDO, *Sulla permutabilità dei 2 segni di limiti* (R. Accademia dei Lincei, 1913).

DINI, (*Fondamenti* - p. 107, teor. III) e HOBSON (*Theory* . . . n°. 352, 2ª prop.) con ipotesi equivalenti a quelle del teorema 18° hanno dato la condizione della proposizione precedente.

interi n superiori ad un numero positivo N dipendente da σ, e per tutti i valori x appartenenti ad un intorno di x_0 dipendente da n, e quindi da σ. In questa definizione è perciò abbandonato l'uso di chiamare convergenza quasi - uniforme quella di Arzelà.

Aggiungiamo il caso che qui non si ha avuto occasione di considerare, di una

4°. *Successione (o serie) convergente uniformemente in un punto* x_0, quando la stessa disuguaglianza è verificata per tutti gli interi n superiori ad un numero N dipendente da σ, e per tutte le x di uno stesso intorno di x_0 dipendente solo da σ.

Il concetto di convergenza uniforme in un punto, nei differenti suoi tipi, è stato sinora raramente preso in considerazione. Pringsheim (1) adotta la stessa terminologia per i 2° e 4° tipi qui considerati; differente è invece quella che egli chiama *convergenza uniforme a tratti nell'intorno di un punto*, studiata anche da Dell'Agnola (2), e che ha gli stessi caratteri della convergenza di Arzelà, ridotti al punto.

13. In virtù delle denominazioni precedenti deduciamo:

1°. dai teoremi 14° e 18°:

La convergenza uniforme a tratti in un punto x_0 dà la condizione necessaria e sufficiente affinchè una successione (o serie) di funzioni continue in x_0 e convergente in tutto un suo intorno, tenda ad (od abbia per somma) una funzione pure continua in x_0.

2°. dai teoremi 13° e 17°:

La convergenza semplicemente uniforme in un punto x_0 di una successione (o serie) di funzioni discontinue in x_0, convergente in un intorno di questo punto, e lateralmente in x_0 stesso, dà la condizione necessaria e sufficiente affinchè essa abbia per limite (o somma) una funzione continua nel punto medesimo, quando per valore di questa funzione in x_0 si assuma il valore del $\lim\limits_{x=x_0,\, n=\infty} f_n(x)$ $\left[o \lim\limits_{x=x_0,\, n=\infty} s_n(x)\right]$.

---

(1) *Grundlagen der Allgemeinen Funktionenlehre* (Encylop. der Mathem. Wissensch. II. A - 1 p. 36.

(2) *Le successioni di funzioni continue e il teorema di Arzelà* (Rendiconti del R. Ist. Lomb. di Sc. e Lett. 1908 - pp. 287 - 307).

3°. dai teoremi 12° e 16°:

La convergenza quasi-uniforme in un punto x_0 di una successione (o serie) di funzioni continue in x_0, convergente in un intorno di questo punto, e non in esso, dà la condizione necessaria e sufficiente affinchè essa sia lateralmente convergente in x_0, ed abbia per limite (o somma) una funzione pure continua in x_0.

La convergenza uniforme di una serie di funzioni in un punto è evidentemente un caso particolare di esistenza di doppio limite (n.° 1) di una funzione di due variabili, quindi si potrà senz'altro affermare che:

4°$_a$. *La convergenza uniforme in un punto x_0 di una serie di funzioni dà la condizione necessaria e sufficiente affinchè la $s_n(x)$, riguardata come funzione di n e x, abbia la continuità assoluta nel punto (∞, x_0).*

Inoltre:

4°$_b$. *La convergenza uniforme in un punto x_0 di una successione di funzioni continue in detto punto, dà la condizione necessaria e sufficiente affinchè le funzioni della successione e la loro funzione limite siano ugualmente continue nel punto stesso.*

Infatti, se le funzioni

$$f_1(x),\ f_2(x),\ \ldots\ldots\ldots$$

sono ugualmente continue nel punto x_0, cioè se, fissato un $\sigma > 0$ qualsiasi, esiste un intervallo $(x_0 - \alpha,\ x_0 + \alpha')$ tale che per ogni suo punto x e per ogni n sia

$$| f_n(x_0) - f_n(x) | < \frac{\sigma}{3}$$

e se le funzioni stesse tendono ad una funzione limite in un certo intorno di x_0, questa funzione limite è certamente continua in x_0: quindi vi è un intervallo $(x_0 - \beta,\ x_0 + \beta')$ di valori x tali che

$$| f(x) - f(x_0) | < \frac{\sigma}{3}\ ;$$

d'altra parte esiste un numero N tale che per ogni intero $n > N$ si ha

$$| f(x_0) - f_n(x_0) | < \frac{\sigma}{3},$$

quindi per ogni $n > N$ e per ogni punto x della parte comune a gli intervalli $(x_0 - \alpha, x_0 + \alpha')$ e $(x_0 - \beta, x_0 + \beta')$ sarà

$$| f(x) - f_n(x) | < \sigma,$$

cioè la successione convergerà uniformemente nel punto x_0.

Con ragionamento inverso si dimostra che la condizione è anche sufficiente.

14. Se le ipotesi premesse ai singoli casi sovra considerati sono verificate in tutti i punti di un intervallo (a, b), o in un suo insieme chiuso di punti, per mezzo del teorema di Heine-Borel, si può passare da le corrispondenti condizioni relative ad un punto a quelle relative a l'intervallo (1).

Così da questo teorema segue immediatamente che la convergenza uniforme a tratti in ogni punto di (a, b) equivale a la convergenza uniforme a tratti nell'intervallo stesso, ridotta da Orlando; e questa risulta la condizione necessaria e sufficiente per la continuità in (a, b) della funzione limite (o somma) di una successione (o serie) di funzioni continue nell'intervallo stesso.

La primitiva convergenza uniforme a tratti in un intervallo, di Arzelà, equivale invece, come facilmente si vede applicando il predetto teorema, a la convergenza semplicemente uniforme in ogni punto dell'intervallo; essa darà perciò la condizione necessaria e sufficiente per la continuità in (a, b) della funzione limite (o somma) di una successione (o serie) di funzioni continue in tutti i punti di (a, b), salvo in un insieme chiuso di punti x_i nei quali tutte le funzioni, o infinite di esse, possono essere discontinue, purchè in essi la successione (o serie) sia lateralmente convergente e sia

$$\lim_{x = x_i,\ n = \infty} f_n(x) = \lim_{n = \infty} f_n(x_i) \left[\text{o} \lim_{x = x_i,\ n = \infty} s_n(x) = \lim_{n = \infty} s_n(x_i) \right],$$

oppure quando, non essendo la funzione limite (o somma) definita nei punti x_i, vi si assumano come valori corrispondenti i predetti limiti successivi.

(1) V. Dell' Agnola, *Sopra alcune proposizioni fondamentali dell'analisi.* (Rendiconti R. Ist. Lomb. - 1907 - p. 369).

Le condizione relative a la convergenza quasi - uniforme in un punto, non si prestano ad essere estese ad un intervallo.

Finalmente la convergenza uniforme in tutti i punti di $(a. b)$ induce la convergenza uniforme nell'intervallo stesso, e questa dà la condizione necessaria e sufficiente per la eguale continuità in $(a. b)$ delle funzioni di una successione, oppure, col caso di una serie di funzioni, per la continuità assoluta in in ogni punto (∞, x), essendo x un punto qualunque di (a, b), della $s_n(x)$ riguardata come funzione di n e x (1).

Pavia, Giugno 1914.

---

(1) V. ARZELÀ, *Sulla serie di funzioni*. (Memorie della R.ª Acc. di Bologna, 1899 - pp. 172 e 176).

NOTA RIASSUNTIVA
INTORNO ALLA ISTOGENESI
DELLE GHIANDOLE SUDORIPARE UMANE

del S. C. Prof. Ferdinando Livini

(Adunanza del 25 giugno 1914)

Lo studio della istogenesi delle ghiandole sudoripare della pelle dell'ascella e di quella della superficie palmare dell'indice, in 48 tra embrioni e feti umani ed in 7 bambini fino al 5° anno di vita, ha condotto ai risultati che qui sommariamente riferisco. Della letteratura dell'argomento verrà detto nel lavoro completo, d'imminente pubblicazione.

Ho osservato i primi abbozzi di ghiandole sudoripare in feti della lunghezza totale di 18 cent. Nella pelle dell'ascella: in forma di brevi gemme epiteliali solide, leggermente rigonfie all'estremo distale e dirette un po' obliquamente, che partono, ognuna, da un abbozzo di pelo, nell'intervallo tra ghiandola sebacea e superficie profonda dell'epidermide; non sono in esse riconoscibili i limiti delle singole cellule, ed i nuclei, tondeggianti od ovalari, modicamente provvisti di sostanza cromatica e tutti di uguale struttura, sono ravvicinatissimi tra loro. Nella pelle dell'indice: in forma di gemme che nascendo dall'apice delle creste epidermiche si approfondano verticalmente nel derma, qualcuna essendo un po' tortuosa e alquanto rigonfia alla estremità libera. Là dove le gemme o cordoni solidi furono colpiti dal taglio trasversalmente, si presentano come piccole isole epiteliali a contorno circolare, risultanti di cellule a limiti indistinti e coi nuclei aventi gli stessi caratteri sopra indicati per le ghiandole ascellari. Soltanto, nella pelle dell'indice, in qualche cordone più sviluppato già si av-

vertono fatti che sono da interpretare come fenomeni iniziali della formazione della cavità, e che consistono in ciò, che mentre generalmente è tanto scarso il citoplasma che i nuclei pajono tra loro a contatto, in qualche breve tratto della parte assile dei cordoni più lunghi si vede una sostanza d'aspetto omogeneo, che nei preparati fissati in Flemming assume una tinta giallo-bruna. E dimostrano gli stadi più avanzati che è in corrispondenza di questa sostanza che si forma la cavità, con un meccanismo che verrà or ora indicato. Qui basti accennare che nei nuclei centrali non esiste il più piccolo segno di alterazione che lasci supporre formarsi la cavità stessa per disfacimento delle cellule assili.

In feti della lunghezza intorno ai 22 cent., nella pelle dell'ascella gli abbozzi delle ghiandole sudoripare si trovano considerevolmente allungati, partendo sempre dagli abbozzi dei peli, subito al disopra della ghiandola sebacea. In molti si osserva una cavità, che occupa un tratto ora più ed ora meno esteso del cordone; cavità che — secondo si desume dallo studio delle varie fasi del suo sviluppo — si forma in questo modo. Si deposita, nella parte assile del cordone solido, una sostanza di aspetto omogeneo, mentre i nuclei si dispongono alla periferia. La deposizione di questa sostanza non avviene simultaneamente in tutta la lunghezza del cordone, ma in tratti limitati, donde successivamente si estende. Ha luogo poi una fissurazione corrispondentemente alla parte assile di questa sostanza, con conseguente comparsa di una cavità in forma di sottilissimo canale, mentre la zona periferica di essa sostanza rimane a formare un orletto, una cuticola, alla superficie libera delle cellule; e tale cuticola permane definitivamente in corrispondenza del segmento che sarà poi il condotto escretore, mentre scomparirà nel futuro segmento secernente. I nuclei, come fu accennato, non partecipano in alcun modo al processo, voglio dire che nessuno di essi si altera e si distrugge nell'atto della formazione della cavità.

Mutamenti lievi si notano nella pelle dell'ascella di feti della lunghezza tra i 24 e i 25 cent. Assai più progredito appare invece lo sviluppo nella pelle dell'indice dei medesimi feti. Ivi le ghiandole sudoripare sono, oltrechè più lunghe, anche convolute nel segmento distale; in molte esiste una distinta cavità nel tratto corrispondente al futuro condotto escretore: il quale già si differenzia dal futuro segmento secernente perchè più sottile e perchè le cellule epiteliali che delimitano la cavità presentano alla superficie libera la cuticola scura

sopra ricordata, cuticola che, nelle sezioni trasversali, appare come un anello completo. Quanto al segmento secernente, l'estremo distale, considerevolmente rigonfio, è in molte ghiandole tuttora solido; in altre invece vi si trova una cavità, a delimitare la quale stanno cellule a contorni indistinti, mancando la cuticola alla loro superficie libera o esistendone solo traccie — che poi spariranno —; i nuclei — tondeggianti o ellissoidali, piuttosto poveri di cromatina e tutti della stessa struttura — sono disposti in due, tre o più file. Disposizione transitoria, questa ultima: avviene infatti, nella ulteriore evoluzione, che, coll'ampliarsi della cavità in corrispondenza del segmento secernente, le cellule epiteliali si dispongano, a delimitarla, *in un unico piano*; di che risulterà tra breve la grande importanza. Da questo momento non è più possibile confusione tra segmento secernente e condotto escretore. Così sono le cose in feti della lunghezza di circa 30 cent. Ed ecco particolari maggiori.

A cominciare da feti della lunghezza di circa 28 cent., nella pelle dell'ascella il segmento distale dell'abbozzo ghiandolare si fa molto tortuoso, potendo oltrepassare l'estremità profonda degli abbozzi dei peli. In molte ghiandole la cavità non solo si trova fino all'estremo libero, ma vi è anzi più ampia che nel segmento rettilineo. È essa delimitata da cellule delle quali i contorni rimangono tuttora indistinti, ma *i nuclei* — tondi od ellissoidali, e tutti della stessa struttura — *essendo disposti in una sola fila*. Nell' insieme, l' epitelio è basso, nel cul di sacco riducendosi a 5-6 μ; cresce un po' in altezza nell'avvicinarsi al segmento rettilineo. Nella pelle dell' indice, ove lo sviluppo è più progredito, appariscono rilevanti modificazioni in corrispondenza del futuro condotto escretore. Nella porzione dermica, l'epitelio — alto 10-12 μ, e provvisto di una distinta cuticola alla superficie libera — è a due strati di cellule; dei nuclei, quelli della fila interna sono generalmente tondeggianti, quelli della fila esterna in parte tondeggianti, in parte trasversalmente appiattiti; salvo le dimensioni, il condotto escretore ha una struttura che si avvicina a quella che, nella maggior parte del suo decorso, avrà definitivamente. Ma anche la porzione intraepidermica del condotto si è nel frattempo differenziata. Il fatto è già rilevabile in feti di 24-25 cent.; ma si fa meglio evidente in stadi un po' più avanzati: nei quali si constata che in alcune zone le cellule epidermiche si appiattiscono disponendosi in due strati concentrici, senza che siavi accenno di cavità; altrove essa è in via di formazione, e ciò avviene collo stesso meccanismo col quale l'abbiamo veduta formarsi

nel segmento intradermico; altrove, infine, è già formata, il condotto avendo assunto il caratteristico andamento tortuoso, ed ora essendo limitato allo strato malpighiano, ora estendendosi anche allo stato corneo. Dove esiste la cavità, a delimitarla direttamente si trova la solita cuticola scura, formatasi col noto meccanismo, attorno alla quale stanno due o tre file di cellule trasversalmente appiattite.

Lo studio di feti della lunghezza tra i 30 ed i 35 cent. rivela che i tubuli ghiandolari — oltre ad essersi fatti più lunghi e più convoluti nel segmento distale, ove la cavità è divenuta assai spaziosa — presentano, nell' epitelio del futuro segmento secernente, alcune modificazioni strutturali, inizio di altre modificazioni più importanti che si svolgeranno un pò più tardivamente e che raggiungono il massimo d' intensità nella seconda metà del 9° mese di gestazione, con questo risultato finale: *trasformazione di cellule epiteliali in cellule muscolari liscie.* Riassumo i dati più importanti relativi a tale processo di trasformazione, riserbandomi di riferire più estesi particolari, corredati da numerose illustrazioni, nel lavoro completo.

Come fu accennato, nel futuro segmento secernente l'epitelio di rivestimento, che è o può essere primitivamente pluristratificato, finisce sempre — coll' ampliarsi della cavità — per divenire *ad un solo strato.* Alla estremità distale del tubulo, ove la cavità è relativamente spaziosa, le cellule epiteliali sono basse — 5 a 6 μ — mentre più prossimamente — sempre però nel futuro segmento secernente —, ove più angusta è la cavità, hanno un' altezza maggiore, 12 a 15 μ. Dirò dapprima delle modificazioni che si compiono in queste ultime cellule.

Mentre in principio esse sono tutte uguali per forma, grandezza e struttura, in tutte il nucleo essendo tondeggiante e modicamente provvisto di sostanza cromatica, più tardi in alcune — precisamente in quelle destinate a divenire muscolari — si avvertono modificazioni che interessano primieramente il nucleo, che diviene ellissoidale coll' asse maggiore *perpendicolare* all' asse longitudinale del tubulo ed alla superficie libera delle cellule. Si modifica poi anche la sua struttura, nel senso che diviene più ricco di sostanza cromatica. Successivamente anche il corpo cellulare si fa più sottile ed il citoplasma più denso. Sono allora facilmente distinguibili due sorta di cellule: la maggior parte cubiche, relativamente larghe, con citoplasma abbondante e chiaro, nucleo sferoidale

mediocremente ricco di cromatina, le *future cellule ghiandolari*: altre ugualmente alte, ma assai più strette, con citoplasma scarso e denso, nucleo allungato, molto ricco di cromatina, le *future cellule muscolari*. In seguito, in queste ultime si accentua l'assottigliamento del nucleo — che assume forma di bastoncello — e così pure del corpo cellulare. In questo momento, talvolta anche prima, quando sono appena iniziate le metamorfosi del nucleo, quest'ultimo si porta prima verso la base dell'epitelio: e poi, incurvandosi, si sposta in modo da fuoriuscire dalla fila dei nuclei della quale faceva parte. E questo fa incurvandosi, come dicevo, mentre le cellule della stessa fila ad esso contigue si avvicinano e vengono tra loro a contatto, colmando così lo spazio lasciato vuoto dalla cellula che migra, finchè quest'ultima viene a corrispondere alla base dell'epitelio, disponendosi il nucleo coll'asse maggiore *parallelo* all'asse longitudinale del tubulo, in una direzione, cioè, perpendicolare a quella che prima aveva; la posizione e la orientazione di questi nuclei corrisponde perfettamente a quella dei nuclei delle cellule muscolari liscie a sviluppo compiuto; e dimostrano gli stasi ulteriori che proprio le cellule migrate e derivate da trasformazione di cellule epiteliali diverranno le cellule muscolari liscie. Non v'è possibilità, anche a migrazione compiuta, di confondere queste cellule con le cellule, parimente allungate, ma di natura connettivale che formano la cosidetta *membrana propria*: basta, tra l'altro, a distinguere queste ultime la loro situazione all'esterno della linea — nettissima — che segna il limite dello strato mio-epiteliale.

Che poi le nostre cellule migrate divengano realmente cellule muscolari liscie è dimostrato all'evidenza dal fatto che, quando abbiano raggiunta la posizione e la orientazione definitiva, si differenzia, in corrispondenza di ognuna di esse, una fibra — o fascetto di fibrille? — contrattile. Fibra lunga, sottile, ben riconoscibile per la sua elettività per sostanze coloranti nucleari — saffranina, fucsina, ematossilina ferrica, che la tingono vivacemente in rosso, rispettivamente in nero —, che sta applicata ad una superficie del nucleo, orientata parallelamente alla lunghezza di questo, come si osserva poi nelle cellule muscolari dell'adulto. Salve le proporzioni, abbiamo in questo momento dello sviluppo cellule muscolari perfettamente simili — per forma, struttura, situazione, direzione — a quelle che si trovano nell'adulto. La comparsa della fibra contrattile avviene nella identica forma come nelle cellule muscolari di origine connettivale.

Più semplicemente si svolge il processo all' estremità distale del tubulo ghiandolare, ove le cellule sono più basse. Qui, negli elementi destinati a trasformarsi in muscolari, i nuclei, quando ancora trovansi in fila con quelli delle future cellule muscolari, sono allungati coll' asse maggiore non già perpendicolare alla superficie libera dell' epitelio — com' era nel caso precedente — ma ad essa *parallelo;* possono però essere *perpendicolari* o invece *paralleli* alla lunghezza del tubulo. Nel primo di questi due casi, mentre aumenta in essi la sostanza cromatica, si spostano verso la base dell' epitelio, e, incurvandosi, migrano nello stesso modo come nel caso precedentemente illustrato, finchè divengono verticali, paralleli cioè all' asse longitudinale del tubulo, quindi ad angolo retto rispetto alla orientazione primitiva, mentre vanno a corrispondere esternamente ai nuclei delle future cellule ghiandolari tra le quali erano prima intercalati. Nel secondo caso, il nucleo allungato è, fin dall' inizio, orientato coll' asse maggiore *parallelo* alla lunghezza del tubulo, ha cioè la direzione definitiva; e basta perciò un semplice spostamento verso la base dell' epitelio che lo porti a corrispondere alla superficie esterna delle cellule ghiandolari, senza che abbia luogo incurvamento o rotazione; movimenti che si rendevano necessari nei casi precedenti per la orientazione primitivamente diversa del nucleo. Si differenzia poi anche in questi due casi una fibra contrattile, cromofila, al solito modo.

Le indicate modificazioni hanno principio all' inizio del 7° mese di gestazione, ma si svolgono colla massima intensità negli ultimi giorni di vita intrauterina.

Nel frattempo, però, hanno luogo, anche nelle cellule destinate a divenire ghiandolari, mutamenti; dei quali abbiamo fin qui espressamente taciuto perchè più ordinata riuscisse la esposizione. Mi riferisco a quello che ho osservato nelle grosse ghiandole ascellari.

Va anzitutto rilevato come la parte convoluta di queste ghiandole oltre ad assumere — col progredire dello sviluppo — una considerevole ampiezza, si spinga molto profondamente, oltrepassando i limiti del derma ed invadendo il connettivo sottocutaneo. Le modificazioni strutturali più importanti si compiono nella seconda quindicina del 9° mese. Le cellule ghiandolari, che fino a questo momento avevano caratteri uniformi — forma cubica, citoplasma abbondante e chiaro, nucleo vescicolare discretamente ricco di cromatina e situato generalmente nella zona media della cellula —, a cominciare dalle parti

più dilatate del tubo ghiandolare si fanno grado a grado più alte — a 30 μ. e più —, mentre il nucleo, che conserva i suoi caratteri strutturali, si sposta verso la base ed il citoplasma assume una struttura alveolare, salvo all'estremo libero della cellula ove invece si fa più denso, formandovi come una tenue cuticola, da non confondersi con la cuticola delle cellule superficiali dei condotti escretori che ha caratteri diversi. Comincia poi, verso la nascita, il processo di secrezione, indicato dalla comparsa di secreto nelle cellule: del secreto cromofobo, che si raccoglie in una sferula e questa, separandosi dalla cellula, cade nel lume ghiandolare, nel modo che fu indicato per le ghiandole adulte; del secreto cromofilo, che compare in forma di granuli, prima radi, poi man mano più numerosi, e che assumono con certe sostanze coloranti (fucsina, ematossilina ferrica....) una tinta dapprima debole e poi man mano più vivace. L'attività secernente delle ghiandole è confermata dalla presenza di secreto entro al lume ghiandolare.

Alla nascita il processo di evoluzione delle cellule ghiandolari va rapidamente intensificandosi, per modo che in neonati di pochi giorni si possono osservare gran parte delle forme cellulari che ho descritto nell'adulto, dalle cellule piatte, laminari alle cellule altissime, risultando anche una perfetta rassomiglianza nei caratteri strutturali, compresa la presenza di granulazioni di grasso.

È dunque evidente che solamente negli ultimi giorni di vita intrauterina negli elementi ghiandolari delle grosse ghiandole ascellari compajono i primi segni di attività secretoria: i quali si esaltano rapidamente per modo che già nei primi giorni di vita extrauterina alcune ghiandole hanno raggiunto una struttura paragonabile a quella delle ghiandole adulte.

Sia rilevata la differenza tra questo apparecchio emuntorio rappresentato dalle ghiandole sudoripare e quello rappresentato dai reni: il primo acquista caratteri strutturali, che depongono nel senso dell'inizio di funzionalità, soltanto al momento della nascita o poco prima; il secondo acquista quei caratteri molto più precocemente, risultandomi che in feti di 15 centimetri di lunghezza totale già la ghiandola renale ha una struttura che presenta grande rassomiglianza con quella del rene adulto.

Non è senza interesse osservare anche come la formazione delle cellule muscolari liscie preceda immediatamente il passaggio delle cellule ghiandolari dallo stato indifferente allo stato di attività: dal punto di vista fisiologico, l'apparato mu-

scolare è già pronto alla sua funzione, quando questa viene richiesta per facilitare la espulsione del secreto. Si constata infatti che, nelle ghiandole o nei segmenti ghiandolari ove le cellule secernenti hanno acquistato i caratteri di cellule in attività, non si trova più intercalato tra esse alcun elemento che possa interpretarsi come una cellula in via di trasformarsi in muscolare: tutte le cellule muscolari sono al loro posto definitivo, all'esterno delle cellule ghiandolari.

Quanto al condotto escretore, le sue modificazioni, nella porzione dermica, consistono, oltre che in un allungamento, nell'ispessimento della parete epiteliale; nella quale le cellule, trasversalmente appiattite, acquistano contorni meglio definiti ordinandosi in tre o più file, i nuclei avendo ovunque gli stessi caratteri strutturali. Soltanto nel tratto iniziale del condotto — quello che fa direttamente seguito al segmento secernente — verso la nascita alcuni dei nuclei più periferici assumono forma allungata, col maggior asse parallelo od obliquo rispetto alla lunghezza del condotto stesso, divenendo anche più ricchi di sostanza cromatica. Sono questi ultimi da considerare come nuclei di cellule muscolari liscie? Contro tale supposizione starebbe il fatto che non si differenziano in corrispondenza di essi, come invece avviene nel segmento secernente, fibre contrattili, cromofile.

RR. Istituti Clinici di Perfezionamento in Milano (Istituto Anatomico)

MAGGIO 1914

TEMPO MEDIO CIVILE DI MILANO

Giorni del mese	Alt. barom. ridotta a 0° C				Temperatura centigrada						Quantità della pioggia neve fusa e nebbia condensata
	9h	15h	21h	Media	9h	15h	21h	Mass.	Min.	Media mass.min 9h 21h	
	mm	mm	mm	mm	°	°	°	°	°	°	mm
1	745.7	745.3	746.1	745.7	+15.2	+16.4	+15.3	+20.4	+12.7	+15.9	6.5
2	49.1	49.8	53.4	50.8	16.2	23.4	16.6	24.8	10.8	17.1	—
3	58.6	57.4	57.8	57.9	14.2	19.0	15.4	20.5	10.4	15.1	—
4	57.2	55.1	54.6	55.6	16.2	21.3	17.6	23.2	10.8	17.0	—
5	52.0	49.5	47.3	49.6	15.1	12.8	13.0	16.0	11.5	13.9	0.6
6	744.2	741.8	743.5	743.2	+14.4	+22.6	+15.0	+23.5	+11.1	+16.0	1.0
7	45.1	44.1	45 0	44.8	16.1	22.4	17.6	23.9	10.4	17.0	—
8	46.8	45.2	45.5	45.8	17.5	24.3	17.6	24.6	11.6	17.8	—
9	44.7	44.0	42.6	43.8	15.2	14.6	14.2	17.5	13.2	15.0	15.4
10	42.8	44.1	45.2	44.0	15.5	16.6	15.6	18.5	12.4	15.5	1.8
11	48.5	747.1	748.2	748.0	+15.4	+21.3	+17.2	+22.0	+ 9.7	+16.1	—
12	50.1	48.8	48.1	49.0	16.1	18.4	14.8	19.9	10.8	15.4	gocce
13	47.9	48.6	51.0	49.2	16.8	19.9	14.2	23.6	10.3	16.2	2.6
14	52.4	50.4	50.0	50.9	14.8	19.8	16.2	22.0	9.3	15.6	—
15	50.0	47.9	51.0	49.6	15.9	20.4	12.6	21.9	10.0	15.1	0.7
16	750.9	749.7	750.4	750.3	+11.8	+16.6	+12.4	+18.0	+ 8.8	+12.8	0.8
17	49.7	49.2	50.1	49.7	13.8	22.0	14.0	22.7	9.1	14.9	—
18	51.2	51.0	51.1	51.1	17.8	17.7	13.8	21.2	10.4	15.8	0.7
19	51.1	51.2	51.6	51.3	15.5	22.4	17.0	23.1	9.7	16.3	gocce
20	51.8	51.0	51.4	51.4	19.4	27.0	19.2	29.0	12.8	20.1	—
21	752.5	751.5	752.5	752.2	+22.5	+29.5	+24.8	+31.0	+15.3	+23.4	—
22	55.0	54.2	54.9	54.7	23.2	30.6	25.0	32.0	16.2	24.1	—
23	55.4	52.7	50.6	52.9	22.8	28.3	22.8	30.0	16.6	23.1	—
24	48.5	47.0	46.2	47.2	21.3	14.2	15.6	22.0	13.6	18.1	19.7
25	46.1	44.1	42.7	44.3	16.4	19.4	15.4	20.6	12.6	16.3	18.9
26	743.1	743.6	743.2	743.3	+17.8	+15.2	+15.4	+21.8	+13.5	+17.1	24.2
27	45.5	45.0	45.0	45.2	16.2	18.8	14.1	19.9	11.5	15.4	23.6
28	46.6	45.7	46.6	46.3	16.0	21.1	15.4	22.8	11.6	16.4	—
29	46.9	46.5	47.7	47.0	14.4	14.6	12.5	15.9	11.5	13.6	3.3
30	48.0	46.1	46.3	46.8	15.8	21.8	16.0	23.4	10.8	16.5	—
31	46.0	45.3	45.5	45.6	+16.6	+20.1	+15.6	+21.7	+11.4	+16 3	—
M	749.14	748.16	748.55	748.62	+16.64	+20.40	+16.19	+22.50	+11.63	+16.74	119.8

			mm						
Altezza	barom.	mass.	758.6	g. 3	Temperatura	mass.	+ 32°.0	g. 22
"	"	min.	742.6	" 9	"	min.	+ 8°.8	" 16
"	"	media	748.62		"	media	+ 16°.74	

Temporale il giorno 1-6-10-18-24-26
Grandine " 6

I numeri segnati con asterisco nella colonna delle precipitazioni indicano neve fusa, e nebbia condensata, o brina, o rugiada disciolte.

MAGGIO 1914

TEMPO MEDIO CIVILE DI MILANO

Giorni del mese	Tensione del vapor acqueo in millimetri				Umidità relativa in centesime parti				Nubulosità relat. in decimi			Provenienza del vento			Velocità media del vento in chilom. all'ora
	9h	15h	21h	M corr. 9.15.21.	9h	15h	21h	M. corr. 9.15.21.	9h	15h	21h	9h	15h	21h	
	mm	mm	mm	mm											
1	10.5	8.6	9.0	9.3	82	62	69	74.6	8	7	9	E	CALMA	W	5
2	9.8	9.6	9.2	9.4	71	45	66	64.3	3	4	6	NW	E	SE	10
3	6.7	6.3	8.9	7.1	56	39	68	57.9	9	6	6	E	E	SE	10
4	7.6	8.6	8.1	8.0	56	46	54	55.6	9	7	5	CALMA	CALMA	S	3
5	8.4	8.2	9.9	8.7	66	70	88	78.3	10	10	10	SE	NW	NE	6
6	9.5	9.2	8.9	9.0	78	45	70	67.9	10	5	9	CALMA	S	N	6
7	8.0	8.6	8.9	8.4	59	43	59	57.3	3	2	4	SE	CALMA	SE	5
8	9.0	9.7	8.9	9.0	60	43	59	57.6	3	4	10	SE	SE	SW	5
9	10.4	11.3	10.7	10.7	81	91	89	90.6	10	10	10	SE	SE	SE	15
10	8.1	9.0	7.7	8.1	62	64	67	67.9	7	9	7	SW	SE	S	10
11	8.4	7.6	8.6	8.0	65	40	59	58.3	5	3	4	NE	E	E	4
12	8.2	9.6	10.6	9.3	60	61	85	72.3	7	10	10	E	S	N	6
13	3.2	3.3	8.1	4.7	22	19	67	39.6	3	4	10	NW	N	SE	12
14	6.0	6.2	6.6	6.1	48	36	48	47.6	3	6	8	NE	NW	E	6
15	7.6	6.1	7.4	6.9	56	34	68	56.2	4	7	10	S	E	E	8
16	7.4	6.7	8.6	7.4	71	47	79	69.2	10	9	10	NW	W	SW	7
17	8.3	6.8	8.5	7.7	71	34	71	62.3	6	7	5	W	SE	N	5
18	6.9	8.2	9.6	8.1	46	54	82	64.3	6	10	8	E	NW	W	6
19	9.6	9.2	9.5	9.3	74	45	66	65.3	5	8	7	W	E	NE	4
20	10.4	8.9	12.2	10.4	62	34	73	59.9	7	2	5	NW	W	SW	3
21	10.3	9.6	10.9	10.1	51	31	47	46.7	1	2	3	CALMA	SW	CALMA	3
22	11.3	11.1	12.7	11.5	53	34	54	50.7	0	1	1	E	SW	SE	5
23	9.4	11.0	12.7	10.9	45	38	62	52.0	5	7	5	E	E	E	10
24	10.9	10.7	10.4	10.5	58	89	79	79.0	10	10	10	E	NE	NE	8
25	11.0	12.1	11.6	11.5	79	72	89	83.7	10	10	10	SE	E	NE	8
26	12.2	9.6	11.3	10.8	80	74	87	84.0	10	10	10	SE	NW	SE	13
27	10.3	9.3	8.2	9.1	75	57	68	70.4	9	3	9	E	NW	SW	9
28	8.0	10.8	8.4	9.0	59	49	65	61.4	9	6	7	W	SW	W	7
29	9.0	9.7	9.3	9.1	74	78	86	83.0	10	10	10	E	CALMA	NW	6
30	8.7	7.2	9.1	8.1	65	37	67	60.0	7	3	8	W	W	SE	5
31	9.8	9.3	10.1	9.7	70	53	77	70.4	9	9	9	S	SW	SE	4
M	8.87	8.78	9.50	8.90	63.06	50.45	69.94	64.78	6.7	6.5	7.6				6.9

Ten. del vap.	mass.	12.7	g.	22 e 23
" " "	min.	3.2	"	13
" " "	media	8.90		
Umid.	mass.	91 %	g.	9
"	min.	19 %	"	13
"	media	64.78 %		

Proporzione dei venti nel mese

N	NE	E	SE	S	SW	W	NW	CALMA
4	8	20	19	6	9	10	9	8

Media nebulosità relativa del mese 6,9

GIUGNO 1914

Giorni del mese	TEMPO MEDIO CIVILE DI MILANO										Quantità della pioggia neve fusa e nebbia condensata
	Alt. barom. ridotta a 0° C				Temperatura centigrada						
	9h	15h	21h	Media	9h	15h	21h	Mass.	Min.	Media mass min. 9h 21h	
	mm	mm	mm	mm	°	°	°	°	°	°	mm
1	743.9	743.3	745.0	744.1	+18.2	+26.0	+19.8	+28.7	+12.4	+19.8	—
2	46.0	45.1	45.2	45.4	19.4	25.8	20.2	28.3	14.3	20.5	—
3	45.4	44.7	46.3	45.5	19.6	27.9	21.8	29.5	13.8	21.2	—
4	49.1	47.0	45.5	47.2	21.0	26.2	22.0	29.6	16.2	22.2	—
5	42.3	38.9	37.0	39.4	20.1	22.8	18.6	25.5	15.9	20.0	goccie
6	737.7	738.8	741.4	739.3	+19.6	+21.2	+16.2	+23.3	+13.8	+18.2	—
7	43.3	42.1	41.3	42.2	19.1	25.1	19.4	26.6	11.3	19.1	—
8	37.8	36.3	36.6	36.9	17.5	14.8	14.6	18.0	13.5	15.9	8.9
9	38.1	40.0	43.8	40.6	16.3	23.0	15.8	24.8	12.3	17.3	0.7
10	46.9	45.8	45.9	46.2	15.4	19.5	14.2	19.8	9.6	14.8	0.7
11	746.1	746.2	746.7	746.3	+15.6	+22.4	+17.5	+25.8	+11.8	+17.7	1.6
12	46.0	45.4	45.5	45.6	17.4	22.7	16.8	23.7	11.7	17.4	—
13	45.3	45.1	46.3	45.6	17.8	22.5	18.2	24.0	11.9	18.0	—
14	47.2	46.1	47.2	46.8	18.6	25.2	19.0	27.0	13.5	19.5	—
15	48.6	47.3	47.4	47.8	19.2	25.0	17.8	26.6	14.9	19.6	1.1
16	747.2	745.8	747.0	746.7	+18.2	+24.8	+19.8	+26.8	+13.7	+19.6	5.7
17	48.3	47.3	48.6	48.1	20.8	27.5	19.9	29.1	13.8	20.9	—
18	49.1	47.6	48.5	48.4	21.2	25.6	18.8	27.2	16.6	21.0	1.4
19	48.8	47.0	48.2	48.0	20.4	25.1	20.2	26.5	15.8	20.7	1.9
20	49.2	47.8	48.9	48.6	20.6	26.4	19.6	27.6	15.3	20.8	14.7
21	749.4	748.7	749.1	749.1	+16.9	+24.2	+21.0	+26.6	+15.1	+19.9	21.1
22	49.8	48.3	49.5	49.2	19.7	23.3	19.8	25.1	16.8	20.3	—
23	51.1	50.4	51.5	51.0	20.2	26.2	22.4	29.0	13.4	21.3	goccie
24	53.2	51.4	51.2	51.9	21.8	26.7	22.6	30.6	16.1	22.8	—
25	52.9	51.6	52.0	52.2	22.5	28.8	24.4	30.7	16.5	23.5	—
26	754.6	753.1	754.0	753.9	+22.5	+29.0	+24.1	+30.6	+17.1	+23.6	—
27	54.8	53.1	52.9	53.6	23.8	29.5	24.8	31.2	16.9	24.2	—
28	54.1	52.6	52.4	53.0	24.7	31.4	26.7	33.7	17.0	25.5	—
29	52.8	51.0	50.6	51.5	26.0	32.4	27.5	34.6	19.3	26.8	—
30	50.9	49.3	49.0	49.7	+25.9	+33.5	+28.8	+35.2	+19.8	+27.4	—
M	747.66	746.57	747.15	747.13	+20.00	+25.48	+20.41	+27.52	+14.67	+20.65	57.8

			mm						
Altezza	barom.	mass.	754.8	g. 27	Temperatura	mass.	+ 35°.2	g. 30
"	"	min.	736.3	" 8	"	min.	+ 9°.6	" 10
"	"	media	747.13		"	media	+ 20°.65	

Temporale il giorno 15, 18, 19, 20.

Nebbia " 11

I numeri segnati con asterisco nella colonna delle precipitazioni indicano neve fusa, o nebbia condensata, o brina, o rugiada disciolte

GIUGNO 1914

TEMPO MEDIO CIVILE DI MILANO

Giorni del mese	Tensione del vapor acqueo in millimetri				Umidità relativa in centesime parti				Nebulosità relat. in decimi			Provenienza del vento			Velocità media del vento in chilom. all'ora
	9h	15h	21h	M corr. 9.15.21.	9h	15h	21h	M corr. 9.15.21.	9h	15h	21h	9h	15h	21h	
	mm	mm	mm	mm											
1	11.0	7.7	8.7	8.9	71	31	50	54.5	4	3	3	SW	SW	SW	5
2	9.2	8.1	9.8	8.9	55	33	56	51.8	3	4	2	SW	SW	SW	7
3	11.5	5.3	6.1	7.5	68	19	31	43.1	3	3	2	SW	W	NW	9
4	10.0	10.2	12.0	10.5	54	41	61	55.8	2	4	2	SE	S	SW	7
5	12.2	12.4	11.4	11.8	70	60	71	70.8	7	9	8	W	W	SW	8
6	5.6	6.2	3.3	4.9	33	33	24	33.8	4	4	2	NE	NE	N	15
7	5.3	3.8	5.7	4.8	32	16	34	31.1	2	4	5	CALMA	N	N	8
8	7.4	10.6	11.5	9.6	50	85	85	77.2	7	10	10	SE	NE	E	8
9	9.4	5.9	8.2	7.7	68	28	61	56.1	5	4	2	E	SW	W	10
10	8.1	8.4	9.1	8.4	63	50	76	66.8	10	8	10	W	W	SW	6
11	10.4	10.2	8.4	9.5	79	51	57	66.2	10	4	1	CALMA	NW	SW	5
12	9.6	8.4	8.6	8.7	65	41	60	59.2	2	7	4	SW	SW	SW	9
13	8.8	9.7	7.7	8.5	58	48	50	55.9	3	9	7	W	SW	SW	8
14	9.1	9.8	9.3	9.3	57	39	57	54.9	3	4	8	SW	SW	SW	9
15	9.3	8.6	10.1	9.1	56	37	67	57.2	7	7	10	W	SE	W	6
16	11.3	10.3	10.1	10.4	73	44	59	62.6	9	1	5	W	SW	W	9
17	11.2	11.3	11.2	11.1	61	41	65	59.6	0	3	8	W	W	SW	10
18	11.6	11.3	13.0	11.8	62	46	81	66.9	9	4	10	SW	W	W	8
19	12.3	11.3	13.4	12.1	69	48	76	68.2	8	8	8	SW	SE	NW	4
20	13.1	12.5	12.5	12.6	73	49	74	69.3	9	9	10	W	S	N	2
21	12.5	11.5	9.0	10.8	88	51	49	66.5	10	7	3	E	NW	SW	4
22	12.2	13.4	11.8	12.3	71	63	69	71.6	10	10	8	N	SE	N	4
23	10.7	9.4	9.6	9.7	61	37	48	52.9	3	5	3	CALMA	W	NW	3
24	13.0	10.8	12.2	11.8	67	42	60	60.2	7	3	3	CALMA	SW	NW	4
25	10.6	12.0	11.4	11.2	52	41	50	51.6	1	2	5	SE	SW	SW	6
26	9.7	10.2	11.0	10.1	48	34	49	47.6	2	1	2	E	E	SE	7
27	8.3	9.0	10.6	9.1	38	29	45	41.2	4	2	4	E	E	E	4
28	11.4	10.9	12.3	11.3	49	32	47	46.9	1	2	0	CALMA	SW	E	3
29	13.9	14.0	15.2	14.2	56	39	56	53.9	2	3	3	NE	SW	W	4
30	13.1	14.4	15.8	14.3	53	37	54	51.9	5	3	0	SE	SE	SE	3
31															
M	10.39	9.92	10.30	10.03	60.0	41.5	57.4	56.83	5.1	4.9	4.9				6.5

Tens. del vap. mass. 15.8 g. 30
" " " min. 3.3 " 6
" " " media 10.03
Umid. mass. 88 % g. 21
" min. 16 % " 7
" media 56.83 %

Proporzione dei venti nel mese

N	NE	E	SE	S	SW	W	NW	CALMA
6	4	9	10	2	30	18	6	5

Media nebulosità relativa del mese 5,0

GIUGNO 1914

Giorno	Lago Maggiore	Lago di Lugano	Lago di Como			Lago d'Iseo	Lago di Garda
	Porto di Angera M. 193.50* 12h	Ponte Tresa M. 272.10* 12h	Como, Porto M. 197.521* 12h	Lecco Malpensata M. 197.403* 12h	Lecco Ponte Visconteo M. 197.427* 12h	Ponte a Sarnico M. 185.147* 12h	Salò M. 64.55* 12h
1	+ 1.42	+ 1.33	+ 1.35	+ 1.43	+ 1.16	+ 0.75	+ 1.08
2	+ 1.35	+ 1.30	+ 1.30	+ 1.38	+ 1.11	+ 0.70	+ 1.09
3	+ 1.26	+ 1.26	+ 1.25	+ 1.33	+ 1.06	+ 0.68	+ 1.09
4	+ 1.20	+ 1.21	+ 1.21	+ 1.28	+ 1.02	+ 0.64	+ 1.10
5	+ 1.14	+ 1.16	+ 1.16	+ 1.23	+ 0.97	+ 0.64	+ 1.10
6	+ 1.07	+ 1.11	+ 1.11	+ 1.20	+ 0.95	+ 0.62	agitato
7	+ 1.00	+ 1.05	+ 1.07	+ 1.18	+ 0.92	+ 0.62	+ 1.10
8	+ 0.92	+ 1.00	+ 1.03	+ 1.15	+ 0.90	+ 0.64	+ 1.10
9	+ 0.88	+ 0.99	+ 1.05	+ 1.14	+ 0.89	+ 0.65	+ 1.15
10	+ 0.90	+ 0.98	+ 1.05	+ 1.12	+ 0.87	+ 0.65	+ 1.15
11	+ 0.90	+ 0.98	+ 1.04	+ 1.10	+ 0.85	+ 0.64	+ 1.19
12	+ 0.88	+ 0.96	+ 1.02	+ 1.09	+ 0.84	+ 0.63	+ 1.20
13	+ 0.85	+ 0.94	+ 1.00	+ 1.07	+ 0.82	+ 0.63	+ 1.20
14	+ 0.82	+ 0.91	+ 0.99	+ 1.06	+ 0.81	+ 0.62	+ 1.21
15	+ 0.79	+ 0.90	+ 0.97	+ 1.04	+ 0.79	+ 0.61	+ 1.20
16	+ 0.80	+ 0.88	+ 0.95	+ 1.03	+ 0.78	+ 0.61	+ 1.22
17	+ 0.79	+ 0.86	+ 0.95	+ 1.02	+ 0.78	+ 0.63	+ 1.23
18	+ 0.81	+ 0.84	+ 0.96	+ 1.05	+ 0.80	+ 0.63	+ 1.22
19	+ 0.82	+ 0.82	+ 0.98	+ 1.07	+ 0.82	+ 0.61	+ 1.23
20	+ 0.82	+ 0.81	+ 1.01	+ 1.10	+ 0.85	+ 0.62	+ 1.25
21	+ 0.85	+ 0.82	+ 1.05	+ 1.13	+ 0.87	+ 0.62	+ 1.27
22	+ 0.86	+ 0.82	+ 1.10	+ 1.16	+ 0.90	+ 0.63	+ 1.27
23	+ 0.91	+ 0.88	+ 1.19	+ 1.25	+ 0.98	+ 0.65	+ 1.27
24	+ 0.91	+ 0.90	+ 1.20	+ 1.25	+ 0.98	+ 0.65	+ 1.27
25	+ 0.88	+ 0.88	+ 1.17	+ 1.24	+ 0.97	+ 0.63	+ 1.28
26	+ 0.83	+ 0.86	+ 1.15	+ 1.22	+ 0.95	+ 0.63	+ 1.27
27	+ 0.81	+ 0.84	+ 1.13	+ 1.21	+ 0.94	+ 0.63	+ 1.27
28	+ 0.79	+ 0.81	+ 1.12	+ 1.21	+ 0.94	+ 0.62	+ 1.27
29	+ 0.78	+ 0.79	+ 1.12	+ 1.21	+ 0.94	+ 0.60	+ 1.27
30	+ 0.77	+ 0.76	+ 1.12	+ 1.22	+ 0.95	+ 0.59	+ 1.27

(*) Quota dello zero dell'idrometro sul livello del mare.

LUGLIO 1914

Giorno	Lago Maggiore	Lago di Lugano	Lago di Como			Lago d'Iseo	Lago di Garda
	Porto di Angera M. 193.50* 12h	Ponte Tresa M. 272.10* 12h	Como, Porto M. 197.521* 12h	Lecco Malpensata M. 197403* 12h	Lecco Ponte Visconteo M. 197.427* 12h	Ponte a Sarnico M. 185.147* 12h	Salò M. 64.55* 12h
1	+ 0.88	+ 0.74	+ 1.13	+ 1.21	+ 0.96	+ 0.60	+ 1.27
2	+ 0.84	+ 0.71	+ 1.14	+ 1.23	+ 0.98	+ 0.61	+ 1.27
3	+ 0.82	+ 0.70	+ 1.22	+ 1.30	+ 1.04	+ 0.61	+ 1.29
4	+ 0.81	+ 0.67	+ 1.27	+ 1.35	+ 1.07	+ 0.62	+ 1.32
5	+ 0.77	+ 0.63	+ 1.29	+ 1.33	+ 1.08	+ 0.62	+ 1.33
6	+ 0.75	+ 0.64	+ 1.25	+ 1.32	+ 1.05	+ 0.63	+ 1.32
7	+ 1.16	+ 0.68	+ 1.20	+ 1.29	+ 1.03	+ 0.63	+ 1.32
8	+ 1.48	+ 0.66	+ 1.49	+ 1.51	+ 1.24	+ 0.62	+ 1.32
9	+ 1.43	+ 0.64	+ 1.48	+ 1.50	+ 1.22	+ 0.61	+ 1.32
10	+ 1.31	+ 0.62	+ 1.44	+ 1.48	+ 1.20	+ 0.60	+ 1.32
11	+ 1.25	+ 0.60	+ 1.39	+ 1.45	+ 1.18	+ 0.60	+ 1.31
12	+ 1.16	+ 0.58	+ 1.33	+ 1.41	+ 1.15	+ 0.59	+ 1.30
13	+ 1.10	+ 0.56	+ 1.27	+ 1.37	+ 1.11	+ 0.59	+ 1.31
14	+ 1.02	+ 0.56	+ 1.30	+ 1.37	+ 1.11	+ 0.60	+ 1.30
15	+ 0.98	+ 0.54	+ 1.27	+ 1.34	+ 1.08	+ 0.58	+ 1.31
16	+ 0.97	+ 0.62	+ 1.32	+ 1.37	+ 1.11	+ 0.58	+ 1.30
17	+ 0.95	+ 0.61	+ 1.31	+ 1.40	+ 1.14	+ 0.58	+ 1.32
18	+ 0.85	+ 0.61	+ 1.31	+ 1.38	+ 1.12	+ 0.57	+ 1.32
19	+ 0.79	+ 0.61	+ 1.27	+ 1.33	+ 1.07	+ 0.57	+ 1.32
20	+0. 84	+ 0.60	+ 1.22	+ 1.28	+ 1.02	+ 0.56	+ 1.31
21	+ 0.81	+ 0.58	+ 1.18	+ 1.25	+ 0.99	+ 0.56	+ 1.30
22	+ 0.75	+ 0.58	+ 1.18	+ 1.23	+ 0.97	+ 0.55	+ 1.30
23	+ 1.71	+ 0.76	+ 1.28	+ 1.28	+ 1.01	+ 0.55	agitato
24	+ 1.92	+ 0.82	+ 1.42	+ 1.45	+ 1.18	+ 0.53	+ 1.31
25	+ 1.85	+ 0.82	+ 1.42	+ 1.49	+ 1.21	+ 0.53	+ 1.30
26	+ 1.73	+ 0.84	+ 1.42	+ 1.48	+ 1.20	+ 0.52	agitato
27	+ 1.54	+ 0.84	+ 1.39	+ 1.47	+ 1.18	+ 0.49	+ 1.29
28	+ 1.41	+ 0.83	+ 1.35	+ 1.42	+ 1.13	+ 0.47	+ 1.28
29	+ 1.27	+ 0.81	+ 1.30	+ 1.37	+ 1.08	+ 0.43	+ 1.28
30	+ 1.18	+ 0.80	+ 1.24	+ 1.30	+ 1.02	+ 0.39	+ 1.27
31	+ 1.07	+ 0.77	+ 1.18	+ 1.24	+ 0.97	+ 0.38	+ 1.25

(*) Quota dello zero dell'idrometro sul livello del mare.

Adunanza del 5 Novembre 1914

PRESIDENZA DEL PROF. SEN. PASQUALE DEL GIUDICE

PRESIDENTE

Sono presenti i MM. EE.: BERZOLARI, BUZZATI, BRIOSI, CELORIA, DEL GIUDICE, DE MARCHI A., GABBA L. sen., GOBBI, GOLGI, GORINI, JORINI, JUNG, MENOZZI, MURANI, NOVATI, SALVIONI C., TARAMELLI, VIVANTI, ZUCCANTE.

E i SS. CC.: ABRAHAM, ANTONY, DE MARCHI M., GABBA L. jun., GUARNERIO, LIVINI, ROCCA, VOLTA.

Giustificano la loro assenza, per motivi di salute, i MM. E.E.: LATTES E., VIDARI E., VIGNOLI.

L'adunanza è aperta alle ore 13.45.

Dietro invito del presidente, il segretario, M. E. prof. Zuccante, legge il verbale della precedente adunanza del 2 luglio. Il verbale è approvato. Lo stesso segretario dà comunicazione delle pubblicazioni giunte in omaggio all'Istituto. Esse sono, per la Classe di lettere e scienze morali e storiche, le seguenti:

BARBOSA VIANNA A. J. O Recife, capital do estado de Pernambuco. Recife, 1900.

BRESSON E. Essai sur l'assurance maritime pour compte de tiers. Marseille, 1913.

CALDERINI DE MARCHI R. Jacopo Corbinelli et les érudits français d'après la correspondance inédite Corbinelli-Pinelli (1566-87). Milano, 1914.

CAROVE L. Il castello di Musso e le sue cave di marmo. Milano, 1914.

COELHO NETTO e BILAC O. A patria brazileira. Rio Janeiro, 1911.

COMMUNAUX L. Du régime de l'expropriation pour cause d'utilité publique en Tunisie. Tunis, 1913.

DUMAS R. Des différents systèmes de répression des crimes et délits commis en pays étrangers et des effets extraterritoriaux des jugements pénaux. Paris, 1913.

FINOCCHI L. Essai sur la legislation tunisienne de l'enregistrement et son application aux principaux contrats de droit musulman. Tunis, 1913.

GIULINI A. Documenti pel condottiero sforzesco Colella da Napoli. Milano, 1914.

— Polidoro Sforza. Milano, 1914.

GONELLA E. Il Museo nazionale d'artiglieria di Torino. Testo e tavole. Roma, 1914.

GRAÇA ARANHA G. Chanan, traduit du portugais par C. Gazet. Paris, 1910.

Hundredaarsjubilaeum 1911 (Det Kgl. Frederiks Universitets). Cristiania, 1913.

LATTES A. Le inglossazioni nei documenti parmensi. Parma, 1914.

LEITÃO J. Do civismo e da arte no Brasil. Lisbona, 1900.

MARIA P. Des modifications du capital social au cours de la vie sociale dans les sociétés commerciales par actions. Paris, 1913.

MATHERON J. L'incapacité du prodigue. Paris, 1913.

OLIVEIRA LIMA. Aspectos da litteratura colonial brazileira. Lipzia, 1896.

PAINI C. Per i nuovi trattati di commercio. Bozzoli, seme bachi, seta greggia e torta. Milano, 1914.

PIATTI A. Pregiudizi ed errori atavici. Bergamo, 1914.

RASI P. Divinum rus. Carmen. Amsterdam, 1914.

RIBEIRO J. Historia do Brasil. Rio de Janeiro, 1909.

Stato di previsione della spesa del Ministero della pubblica istruzione per l'esercizio finanziario dal 1 luglio 1913 al 30 giugno 1914, con gli allegati dimostrativi degli stanziamenti. Roma, 1914.

WILAMOWITZ-MOELLENDORFF U. Zwei Reden. Krieges Anfang. Die geschichtlichen Ursachen des Krieges. Berlin, 1914.

E, per la Classe di scienze matematiche e naturali, le seguenti:

BAGATELLA A. Regole per la costruzione de' violini, viole, violoncelli e violoni. II ediz. Padova, 1883.

CAVALLO P. Il lago di Garda. Monografia geografica. Casale Monferrato, 1914.

CAVASINO A. Studio sintetico sui periodi delle onde sismiche da un decennio d'osservazioni eseguite nel r. Osserv. geodinamico di Rocca di Papa. Modena, 1913.

CERUTI G. Una lettera inedita di Alessandro Volta. Como, 1914.

CHINAGLIA L. La *Prospaltella Berlesei* Hon. contro la *Diaspis pentagona* Targ. Milano, 1914.

Contribución al estudio de las ciencias físicas y matemáticas de la Facultad de ciencias físicas, matemáticas y astronómicas. Serie fisica, Vol. 1, N. 1... La Plata, 1914...

Gay F. e Claypole E. Specific and extreme hyperleukocytosis following the injection of bacillus typhosus in immunized rabbits. Chicago, 1913.

Gay F. e Rusk G. Studies on the locus of antibody formation. Washington, 1913.

Giordano F. Le risultanze del concorso di motocoltura di Parma 1913, in rapporto alle condizioni dell' Agro romano. Milano, 1914.

— La motocoltura ad Arras e a Grignon nell'ottobre 1913, Roma, 1914.

Herrera A. L. Bulletin du laboratoire de plasmogénie. Mexico, 1914.

Lucchini V. Contributo allo studio dei derivati insipidi della chinina usati in terapia. Milano, 1914.

Maiocco F. L. La tubercolosi bovina e la sua profilassi. Casale Monferrato, 1914.

Memoria (In) dell'ingegnere Girolamo Beltrami. Cremona, 1914.

Pascal A. Girolamo Saccheri nella vita e nelle opere. Napoli, 1914.

Parravicino. Stalle per vacche da latte. Milano, 1912.

Pirotta R. Commemorazione del socio stran. Edoardo Strasburger. Roma, 1913.

— Organicazione ed organizzazione. Genova, 1913.

— L'alternanza di generazioni nelle piante inferiori. Pavia, 1914.

Pirotta R. e Puglisi M. L'ereditarietà della fasciazione nella *Bunias orientalis* L. Roma, 1914.

Pubblicazione (Prima), dall'ottobre 1910 al dicembre 1913, della r. Commissione per gli studi sul regime idraulico del Po. Parma, 1914.

Radaelli A. Per il miglioramento delle case coloniche nel milanese. Milano, 1914.

Schumann R. Über die Lotabweichung am Laaerberg bei Wien. Wien, 1914.

Supino F. La carpa. Cenni biologici e pratici. 2ª ediz. Milano, 1913.

— L'allevamento della trota iridea. Milano, 1914.

Taramelli T. Sulla storia geologica del Garda. Novara, 1914.

Indi il presidente, volto un caldo ringraziamento al Corpo Accademico per le prove d'interessamento affettuoso che ha

voluto dargli nel non breve periodo della sua malattia, commemora con commosse parole i soci defunti durante le vacanze, prof. Michele Kerbaker della r. Università di Napoli e prof. Fausto Lasinio del R. Istituto di studi superiori di Firenze. Comunica in appresso una lettera del senatore Arrigo Boito, con cui l'insigne Maestro ringrazia il presidente e l'Istituto per le condoglianze da questo inviategli nell'occasione della morte del fratello suo, architetto Camillo Boito. Anche ha il piacere di comunicare all'Istituto la dichiarazione del direttore dell'Istituzione elettrotecnica presso il R. Istituto tecnico superiore di Milano, da cui risulta che il sig. Ugo Bolzern, a cui fu conferita nello scorso anno la borsa di studio della Fondazione Visconti-Tenconi, ha seguito regolarmente ed assiduamente i corsi ed il laboratorio dell'Istituzione elettrotecnica stessa, superando i relativi esami ed ottenendo il diploma di ingegnere elettrotecnico col massimo dei punti.

Si passa alle letture.

Il M. E. prof. Costantino Gorini discorre su: *La batteriologia al VI congresso internazionale di latteria (Berna 1914)*;

Il M. E. Elia Lattes, non avendo potuto intervenire, per motivi di salute, all'adunanza, ha inviato un sunto, che viene letto dal segretario, di una sua nota: *Ancora dell'iscrizione lepontina di Vergiate;* e di altre due: *Sui magistrati etruschi secondo il nuovo libro del Rosenberg;* e su *Alcune postille critiche ai raccostamenti onomastici dell'Herbig fra l'Etruria e l'Asia minore;*

Il dott. Salvatore Cherubino, professore a Napoli, non avendo potuto intervenire all'adunanza, ha pregato il M. E. prof. Berzolari a presentare la sua nota e a discorrerne. La nota ha questo titolo: *Sulle curve e sulle superfici algebriche con uno speciale tipo di trasformazioni birazionali in sè;* ed era già stata ammessa dalla Sezione di scienze matematiche;

Il M. E. prof. Giovanni Celoria presenta una nota: *Sulla latitudine del R. Osservatorio di Brera;* e presenta pure una nota del dott. G. Bottino-Barzizza: *Sui limiti nord e sud d'una eclisse di sole*;

Terminate le letture, l'Istituto si raccoglie in adunanza privata.

È all'ordine del giorno la ripresa della discussione, avvenuta nelle adunanze del 28 maggio e del 2 luglio pp. pp., sull'esatta interpretazione dell'art. 21 del Regolamento organico (comma *b*, *c*).

Nell'adunanza del 28 maggio fu proposto e votato un or-

dine del giorno in questo senso: « non sarà inserito nei *Rendiconti* o nelle *Memorie* dell'Istituto alcuna nota o memoria, che non sia letta dall'autore presente all'adunanza: assente l'autore la nota o memoria sarà rinviata all'adunanza successiva ». Nell'adunanza del 2 luglio, su quest'ordine del giorno, fece alcune osservazioni e rilievi il M. E. prof. Vivanti, e propose che venisse modificato: se non che, non essendo possibile discutere allora un argomento che non era stato, naturalmente, fissato in antecedenza come materia da discutere, si convenne che fosse rinviata la discussione in proposito all'adunanza presente. E nell'adunanza presente la discussione sull'argomento si fa viva e animata. Parlano il M. E. prof. Vivanti, il M. E. prof. Celoria, vice-presidente, il M. E. prof. De Marchi, il M. E. prof. Novati, il presidente, il M. E. prof. Berzolari. Pare in generale che la deliberazione contenuta nell'ordine del giorno del 28 maggio, sia troppo grave, avuto riguardo specialmente ai soci che non risiedono nelle provincie lombarde e ai soci stranieri, e anche agli stessi membri effettivi che, per qualsiasi motivo, non possono intervenire a quell'adunanza in cui vogliono sia presentata una loro nota o memoria: la restrizione deve tutta riferirsi alle persone estranee all'Istituto, che però ottengono che una loro nota o memoria sia inserita negli Atti: anche per costoro però può essere in taluni casi impossibile l'intervento all'adunanza, sicchè, mantenendo la restrizione votata, si renderebbe effettivamente, in questi casi, impossibile la loro collaborazione. La conclusione della lunga discussione è che i due commi dell'art. 21 del Regolamento: *b*) Lavori o sunti di lavori letti o presentati da membri o da soci nelle adunanze dell'Istituto, *c*) Lavori o sunti di lavori letti o presentati da persone estranee all'Istituto, quando ne sia ammessa l'inserzione da una delle Sezioni », rimangano inalterati, coll'aggiunta al comma *c*, per ciò che riguarda le persone estranee all'Istituto, che queste comunichino di persona il lavoro o il loro sunto di lavoro, e incarichino in ogni caso un membro o un socio a fare tale comunicazione.

L'adunanza è sciolta alle ore 13.50.

Il Presidente
P. DEL GIUDICE

Il Segretario
G. ZUCCANTE

SULLA LATITUDINE

DEL R. OSSERVATORIO ASTRONOMICO DI BRERA

IN MILANO

Nota del M. E. prof. Giovanni Celoria

(Adunanza del 5 novembre 1914)

Le ricerche intorno alla latitudine sono tradizionali nella Specola di Brera, e a dare un giusto concetto delle prime fra esse io qui trascrivo un brano della Memoria dell'illustre Barnaba Oriani intitolata *Latitudine della Specola di Brera dedotta dalle osservazioni delle stelle circompolari* (1). Memoria della quale la lettura riesce ancora oggi utile e dilettevole.

« La prima ricerca della nostra latitudine fu intrapresa nell'anno 1767, due anni dopo che fu terminata la fabbrica di essa. Le osservazioni furono fatte e calcolate dal P. Lagrange, nativo di Macon: prima di venire a Milano egli si era già con molta riputazione esercitato nell'astronomia pratica a Marsiglia col P. Pezenas; nell'anno 1766 ottenne un grande sestante di ferro col lembo d'ottone di sei piedi di raggio, munito di due canocchiali coi suoi micrometri, costruito a Parigi da Canivet, e di cui si può vedere la figura e la descrizione nelle nostre effemeridi per l'anno 1780. Dopo averne con somma diligenza verificate tutte le divisioni e la quantità dell'arco intero cominciò ad osservare le due stelle α del Cocchiere o sia Capra, ed α del Cigno, che passano vicino al nostro zenit. Da sedici distanze della prima stella osservate in aprile dell'anno 1767 col lembo del sestante rivolto alternativamente a levante e a

---

(1) Effemeridi astronomiche di Milano per l'anno 1815 — Appendice, pag. 3 e seguenti.

ponente ne ricavò la latitudine 45° 28′ 9″,9. Da dodici altre osservazioni della medesima stella fatte in agosto dello stesso anno ottenne la latitudine 45° 28′ 10″,6. Alcune altre poche osservazioni della seconda stella e della Polare sopra il polo fatte in dicembre del medesimo anno confermarono la stessa latitudine. Questi risultati sono stati pubblicati nel 1769 in una dissertazione anonima che ha per titolo: *Esercitazione matematica tenuta nel collegio di Brera*. L'autore di essa era il P. Luino, abilissimo geometra ed alunno del P. Lagrange nell'astronomia ».

« Si fecero nei seguenti anni dal medesimo Lagrange e dai signori Reggio e Cesaris molte altre osservazioni sulle indicate stelle, ma il fu signor Reggio mi disse più volte che la latitudine dedotta da α del Cocchiere non s'accordava con quella che risultava dalla Polare. Dubitando io che la discordanza procedesse dalla declinazione della prima stella non bene stabilita, indicai nelle nostre effemeridi dell'anno 1781 il metodo da tenersi nel ridurre le posizioni delle stelle da un'epoca all' altra, avvertendo che la processione degli equinozii doveva essere modificata dal movimento proprio di ciascuna stella, e presi espressamente, per esempio, la riduzione della posizione di α del Cocchiere dall'anno 1750 all'anno 1781. Due anni dopo il medesimo signor Reggio pubblicò nelle effemeridi dell'anno 1783 tutte le osservazioni fatte al sestante di α del Cocchiere, ed alcune poche di β del Cocchiere, e di α del Cigno e ne dedusse la latitudine 45° 27′ 57″. La differenza di 13″ fra questa latitudine e quella trovata nel 1769 proveniva principalmente dal moto proprio annuo di - 0″,56 adottato da esso nel ridurre la declinazione di α del Cocchiere assegnata da La Caille per l'anno 1750 alla declinazione degli anni 1767 e seguenti; avendo poi dubitato che il moto proprio fosse troppo forte, nelle effemeridi dell'anno 1798 confrontò le distanze dallo zenit della stessa stella osservate nell'anno 1767 con quelle osservate negli anni 1795, 96, 97, e ridotte alle vere, e ne ricavò il moto proprio annuo in declinazione di - 0″,42, quale appunto fu trovato in questi ultimi tempi dal celebre professore Piazzi (1). Quindi conchiuse che la declinazione della stella nelle recenti osservazioni e la latitudine della Specola si doveva aumentare di

(1) Libro sesto del Reale Osservatorio di Palermo, pag. 12. (Il valore trovato da Piazzi è confermato dalle ricerche più recenti, e il *Berliner Astr. Jahrbuch* per l'anno 1914, fondandosi sulle ricerche di Auwers, lo pone uguale a — 0″428. G. C.).

tre secondi. Tuttavia invece di fare la latitudine 45° 28′ 0″, come risultava ancora dalla maggior parte delle osservazioni di α del Cigno, la stabilì a due secondi meno cioè 45° 27′ 58″ ».

« Finalmente il signor Carlini da molte sue osservazioni della Polare, di α e γ di Cassiopea e β del Dragone fatte col medesimo sestante e con un circolo ripetitore a due cannocchiali di 16 pollici di diametro costruito da Lenoir, e di cui si era servito Mechain a Barcellona e a Montjoi negli anni 1793 e 1794, ne trasse la latitudine 45° 28′ 2″ (1), che egli poi diminuì di tre secondi riducendola a 45° 27′ 59″ (2). Rimaneva dunque ancora l'incertezza di due o tre secondi sulla nostra latitudine, allorquando si collocò il grande circolo ripetitore a livello fisso nella torre stessa, ove si erano fatte col sestante le osservazioni precedenti ».

« Fra le osservazioni fatte col detto circolo di Reichenbach se ne trovano molte di α del Cocchiere, di α del Cigno e di altre stelle che passano vicino al nostro zenit, e potremmo da esse dedurne la latitudine, come si era praticato dai citati astronomi; ma riflettendo che bisognava supporre esattissima la declinazione media di queste stelle stabilita da altri astronomi in altre specole ed in epoche anteriori, e potendo accadere che un piccolo errore di alcune decime di secondo nelle declinazioni, aggiunto ad un simile errore nelle latitudini di dette specole, producesse l'errore totale di un intero secondo e più, e lasciasse per conseguenza d'altrettanto indecisa la nostra latitudine, ho stimato meglio di prescindere per ora dalle stelle zenitali, e di tenermi alle stelle circompolari. Da queste, osservate nel meridiano sopra e sotto il polo, si ottiene la latitudine indipendentemente dalla loro declinazione; e quantunque vi rimanga qualche dubbio sulla rifrazione, potrà esso togliersi interamente o ridursi a poche decime di secondo confrontando fra loro i risultati provenienti da diverse stelle osservate quasi contemporaneamente e nelle diverse stagioni di un intero anno ».

Da numerose misure delle distanze meridiane dallo zenit della stella Polare, di δ di Cassiopea e di ε dell'Orsa maggiore fatte negli anni 1810, 1811, escluse per rispetto alla Polare le osservazioni fatte di giorno, Oriani dedusse infatti la latitudine della torre del circolo moltiplicatore uguale a 45° 28′ 0″,72 e concluse con queste parole: « possiamo dunque lusingarci di

(1) Effemeridi astronomiche di Milano per l'anno 1807.
(2) Effemeridi astronomiche di Milano per l'anno 1808.

aver determinata la nostra latitudine dentro i limiti di mezzo secondo d'errore, vale a dire che essa non può essere maggiore di 45° 28′ 1″,2 nè minore di 45° 28′ 0″,2 e che la più prossima al vero si è 45° 28′ 0″.7 » (1).

La torre detta da Oriani del circolo moltiplicatore faceva parte integrante dell'antica specola di Boscovich, ma oggi più non esiste, essendo stata demolita nel 1880 per dar luogo alle ricostruzioni mediante le quali quella parte dell'Osservatorio fu trasformata nella gran cupola del rifrattore equatoriale di 18 pollici. Nel centro del terrazzo superiore di detta antica specola del Boscovich esisteva pure un pilastrino che individuava il punto trigonometrico dell'Osservatorio, ed esso pure in seguito alle avvenute demolizioni e ricostruzioni, più non esiste, nè si sa fino a qual limite di approssimazione si possa ammettere la coincidenza sua coll'asse della nuova grande cupola. La sua posizione però si può ricavare con sufficiente approssimazione dai lavori dell'ingegnere Francesco Borletti (2) e del professore Michele Rajna (3). Risulta da essi che la torre del circolo moltiplicatore, la quale si sa che era situata a nord-ovest del punto trigonometrico dell'Osservatorio, si può ritenere che giacesse a tre metri e poco più a nord di questo, e che la latitudine determinata da Oriani per essere trasportata al punto trigonometrico della Specola va diminuita di un decimo circa di secondo d'arco, diminuzione della quale Oriani non tenne conto, forse perchè assai inferiore all'incertezza del risultato delle proprie osservazioni.

Questo risultato dell'Oriani venne più tardi confermato da Francesco Carlini, per mezzo di distanze dallo zenit della stella Polare misurate con un circolo moltiplicatore di soli diciotto pollici di diametro, dal giugno del 1827 al giugno 1828. Da cinquanta giorni di osservazioni il Carlini dedusse per la latitudine dell'Ossservatorio il valore medio 45° 28′ 1″,228 il quale non differisce che di mezzo secondo da quello stabilito da Oriani, ma ha di questo ben minor peso, il circolo di 18 pollici non potendo competere con quello di tre piedi da Oriani usato, e da lui descritto e lodato quale strumento principe del tempo suo nell'Appendice alle Effemeridi astronomiche di Milano per l'anno bisestile 1812.

---

(1) Effemeridi astronomiche di Milano per l'anno 1815. — Appendice pag. 41.

(2) Pubblicazioni del R. Osservatorio astronomico di Brera in Milano — N. XXXII.

(3) Pubblicazioni ut supra — N. XXXI.

Così avvenne che il valore della latitudine dell'Osservatorio dato da Oriani fu per una serie abbastanza lunga di anni adottato senza ulteriore discussione e da Oriani stesso nelle sue Memorie intitolate: Declinazioni di 40 stelle osservate col circolo moltiplicatore di tre piedi di diametro (1); Posizioni geografiche di alcuni monti della Lombardia visibili da Milano (2); Posizioni geografiche di alcune città della Lombardia (3); e da Carlini nelle Memorie dal titolo: Solstizii osservati col circolo moltiplicatore di Reichenbach negli anni 1830-31-32-33-34-35-36-37-38-39-40-41-42-43-44 (4); Nuova determinazione della rifrazione astronomica pel clima di Milano (5).

Doveva trascorrere qualche tempo prima che altro valore della latitudine dell'Osservatorio, diverso da quello appoggiato alla grande autorità dell'Oriani, venisse pubblicato. Nell'anno 1834 la Specola nostra acquistò un cerchio meridiano, per quel tempo apprezzatissimo, di tre piedi di diametro, costruito da Stark nell'Istituto politecnico di Vienna (6). Al nuovo strumento l'astronomo Carlo Kreil intraprese negli anni 1834 e 1835 una serie regolare di osservazioni dei passaggi superiori e inferiori della stella Polare, osservazioni che, passato il Kreil a dirigere l'Osservatorio astronomico di Praga, furono proseguite con identico metodo dall'astronomo Roberto Stambucchi.

Dalle proprie osservazioni estese dal 12 giugno 1835 al 31 dicembre 1838, e da quelle fatte anteriormente dal Kreil fra il 2 dicembre 1834 e il 12 giugno 1835 lo Stambucchi in una Memoria apparsa più tardi (7) e intitolata: Determinazione della latitudine di Milano dalle osservazioni della Polare fatte al circolo meridiano di Stark, dedusse per la latitudine geografica di esso circolo il valore $45^\circ\ 28'\ 0'',9 \pm 0''.07$, ed essendo lo strumento meridiano collocato 12,86 verso nord per rispetto al circolo moltiplicatore di Reichenbach ne segue per quest'ultimo il valore

$$45^\circ\ 27'\ 59'',67 \pm 0'',07,$$

valore che dovrebbe essere diminuito ulteriormente di un decimo di secondo per essere ridotto, come gia dissi, al punto trigonometrico dell'Osservatorio.

(1) Effemeridi astronomiche di Milano per l'anno 1817 - Appendice.

(2) Effemeridi u. s. per l'anno 1823 e per l'anno 1824 - Appendice.

(3) Effemeridi u. s. per l'anno 1825 - Appendice.

(4) Effemeridi u. s. per l'anno 1836, per l'anno 1838, per l'anno 1844 e per l'anno 1846 - Appendice.

(5) Effemeridi u. s. per l'anno 1850 e per l'anno 1852 - Appendice.

(6) Effemeridi u. s. per l'anno 1836 - Appendice.

(7) Effemeridi u. s. per l'anno 1852 - Appendice.

Esiste fra questo valore Stambucchi-Kreil della latitudine (confermato da osservazioni fatte a lunghi intervalli di tempo allo stesso circolo meridiano fra il 1841 e il 1860 dall'astronomo abate Giovanni Cappelli (1)) e quello determinato dall'Oriani, una differenza di un secondo e più, differenza che può forse provenire dalla flessione del cannocchiale del circolo moltiplicatore di Reichenbach, della quale, determinata più tardi dal Carlini, non risulta che l'Oriani abbia tenuto conto.

Qualunque sia la ragione di questa differenza, importa però ben conoscere il valore della latitudine al quale attenersi, e l'illustre Schiaparelli nel 1871 incaricò me di determinare la latitudine del punto scelto nell'Orto botanico di Brera quale punto di stazione per le operazioni di longitudine iniziate nel 1870 e proseguite negli anni successivi. Di detto punto di stazione si potè allora, non ancora essendo avvenuta la trasformazione dell'antica specola di Boscovich, determinare con tutta precisione la posizione rispetto al vecchio punto trigonometrico dell'Osservatorio (2), sicchè a questo si potè poi senza incertezza ridurre sia il valore della latitudine risultante dalle osservazioni da me fatte nel 1871, sia quelli trovati posteriormente da me e da altri colleghi, valori tutti in esso punto di stazione determinati.

I risultati di queste moderne determinazioni di latitudine dell'Osservatorio di Brera fatte con metodi diversi e con strumenti di recente costruzione sono qui sotto trascritti e raccolti in breve quadro.

1.	G. Celoria	1871	Osserv. nel I verticale (3)	45° 27′ 59″,34 ± 0″,09
2.	G. Celoria	1880	Altezze circummeridiane (3)	59, 07 ± 0, 13
3.	M. Rajna	1879-80	Osserv. nel I verticale (4)	59, 75 ± 0, 11
4.	M. Rajna	1880-81	Osserv. nel I verticale (4)	59, 33 ± 0, 11
5.	L. Struve	1884	Osserv. nel I verticale (5)	59, 18 ± 0, 07
6.	G. Forni	1905,5	Distanze zenitali circummerid. (6)	59, 52 ± 0, 07
7.	G. Forni	1906,5	Distanze zenitali in meridiano (6)	59, 58 ± 0, 11
8.	L. Volta e G. Forni	1911,78	Metodo di Horrebow-Talcott (7)	59, 24 ± 0, 04

(1) Effemeridi astronomiche di Milano per l'anno 1863 - Appendice.

(2) Effemeridi u. s. per l'anno bisestile 1872 - (Appendice) pag. 91.

(3) Rendiconti del R. Istituto lombardo di scienze e lettere, S. II, Vol. XVI. pag. 700 e 736.

(4) Pubblicazioni del R. Osservatorio di Brera in Milano, N. XIX.

(5) Rendiconti del R. Istituto lombardo di scienze e lettere, S. II, Vol. XVII, pag. 530.

(6) Pubblicazioni del R. Osservatorio di Brera in Milano, N. XLIII.

(7) Pubblicazioni u. s. N. LI.

Le latitudini di cui ai numeri 6, 7 e 8 del precedente quadro sono ridotte al polo medio; delle prime 1, 2, 3, 4 e 5 tale riduzione è per ora impossibile. V'è un'altra ragione di eterogeneità fra gli otto valori di latitudine qui considerati, e proviene da ciò che le posizioni stellari su cui esse si fondano non presentano alcun carattere di omogeneità, ciascuno degli osservatori avendo impiegato le posizioni che credette migliori al tempo suo. Ora è certo che nelle determinazioni delle latitudini un impiego più razionale delle declinazioni stellari può condurre a risultati migliori specialmente per la geodesia, dove importa non solo l'esattezza assoluta di esse declinazioni, ma ancora l'omogeneità loro, ed è noto inoltre, che nella riunione della Commissione geodetica italiana tenutasi a Milano nel 1900, lo Schiaparelli propose che un esame fosse fatto di tutte le latitudini determinate in Italia, e ne fosse ripreso il calcolo impiegando posizioni stellari della maggiore possibile esattezza e riferite a un medesimo sistema (1).

Questo esame dovrebbe quindi essere fatto per le otto latitudini qui considerate, ma io non so se per esso avrò mai disponibile il tempo necessario, nè oso proporlo ai giovani colleghi miei, persuaso come sono per esperienza recente che lavori analoghi, i quali pur richiedono cognizioni vaste ed esatte di astronomia nonchè acutezza di critico, non sono pur troppo abbastanza apprezzati. Aspettando quindi che la discussione vagheggiata dallo Schiaparelli delle osservazioni sulle quali riposano i valori diversi della latitudine dell'Osservatorio di Brera possa essere fatta, io intanto considerai a parte i valori 1, 2, 3, 4. 5 di essa non ancora ridotti al polo medio, e ne dedussi, tenendo conto naturalmente dei pesi, la latitudine

$$45^{\circ}\ 27'\ 59'',31 \pm 0'',07\,;\ (A)$$

considerai a parte i tre valori 6, 7, 8 ridotti al polo medio, e ne dedussi la latitudine

$$45^{\circ}\ 27'\ 59'',33 \pm 0'',10\,;\ (B)$$

considerai infine l'insieme degli otto valori trascritti nel quadro precedente, ed essi mi diedero per la latitudine dell'Osserva-

(1) Processo verbale delle sedute della Commissione geodetica italiana tenute in Milano nei giorni 5 e 6 settembre 1895, e nei giorni 26, 27, 28 giugno 1900. Firenze, tipografia di G. Barbèra, 1900.

torio di Brera il valore medio ponderato

$$45^0\ 27'\ 59'',32_5 \pm 0'',06$$

valore che bene si accorda con ciascuno dei due valori precedenti (A), (B), e lascia con fondamento pensare che le riduzioni al polo medio delle latitudini 1, 2, 3, 4, 5, se note, si compenserebbero l' una l' altra per la natura stessa del loro andamento spiraliforme.

LA BATTERIOLOGIA
AL SESTO CONGRESSO INTERNAZIONALE
DI LATTERIA (BERNA 1914)

Nota del M. E. Costantino Gorini

(*Adunanza del 5 novembre 1914*)

Nel giugno 1914 si tenne a Berna, centro lattiero per eccellenza, il sesto Congresso internazionale di latteria, coll' intervento di circa ottocento aderenti e dei delegati ufficiali di ventisei nazioni.

La batteriologia vi ha avuto una gran parte; e non poteva essere altrimenti data la crescente importanza che va assumendo questa scienza per l'industria lattiera e dato che il Congresso si svolgeva sotto l'afflato di quella celebrata Stazione sperimentale federale di Liebefeld (presso Berna) che fu tra le prime nutrici della batteriologia casearia e la prima ad essere affidata alla direzione di un batteriologo, il mio collega dott. R. Burri, già professore di batteriologia agraria al Politecnico di Zurigo; sotto di lui infatti, sette anni or sono, al Laboratorio di batteriologia, già diretto dal compianto dott. Freudenreich, venne aggregato anche l'Istituto di industria lattiera che prima ne era disgiunto (1).

Al Congresso io ebbi la soddisfazione, oltrechè di rappre-

(1) Un altro esempio di *Istituto lattiero, con indirizzo batteriologico*, ci è venuto di recente dagli Stati Uniti d'America. La Stazione sperimentale agraria dell'Università dell'Illinois a Urbana è suddivisa in otto sezioni; una di queste sezioni è riservata all'industria del latte. Orbene, nell'anno corrente, venne chiamato a dirigere questa sezione lattiera il mio collega H. A. Harding, che era fin qui batteriologo presso la Stazione sperimentale agraria di Geneva (New-York).

sentare ufficialmente il mio Paese, di vedere confermate le mie ricerche e apprezzata l'opera dell'Associazione « Pro Grana » (1).

E il mio compiacimento è stato tanto maggiore in quanto fu per l'appunto a Berna, presso la Stazione sperimentale di Liebefeld, dove ebbi agio di riprendere nel 1911 i miei studi di batteriologia lattiera, che avevo iniziato undici anni prima nei Laboratori scientifici della Direzione generale di sanità in Roma e proseguito poi nell' Istituto d' igiene della Università di Pavia, e sui quali ero chiamato ad intensificare la mia attività in seguito alla nomina a professore di batteriologia agraria nella Scuola sup. di agricoltura di Milano. Fu invero nel Laboratorio di Liebefeld (della cui cortese ospitalità vado gratissimo) che potei mettere in valore, dirò così, caseario pratico i miei batteri acido-presamigeni (che avevo scoperto nel 1892 (2)), dimostrandone l'esistenza sia nelle mammelle vaccine sia nei formaggi; onde ne uscì rafforzata la mia ipotesi che questi batteri, in grazia del loro particolare biochimismo acido-proteolitico, fossero in grado di contribuire alla maturazione dei formaggi. D'allora in poi i batteriologi caseari rivolsero la loro attenzione a questo gruppo di microbi che prima era passato inosservato, e ne sanzionarono sempre più l'importanza riscontrandone la presenza in tutti i tipi di formaggi.

Ciò è emerso anche al Congresso di Berna dove tre ricercatori, Alice Evans di Washington, E. C. Hastings di Madison (Wisconsin) e O. Gratz di Magyarovar (Ungheria), attestarono che alla perfetta normale maturazione dei formaggi concorrono sicuramente parecchi gruppi di fermenti lattici, fra cui anche quelli di forma rotonda del genere *micrococcus*, che furono i primi batteri acidopresamigeni da me dimostrati nei formaggi e che in un recente lavoro ho distinto in due tipi, quelli che fondono e quelli che non fondono la gelatina (*Micr. casei acidoproteolyticus I e II*) (3).

(1) È questa, com'è noto, un'Associazione di agricoltori e industriali, sorta in Milano nel 1903, coll'aiuto integratore del Ministero di Agricoltura, sotto la presidenza del nobile senatore ing. Giulio Vigoni, la quale sorregge i miei studi, proponendosi di avviare il caseificio sopra un indirizzo razionale mediante le applicazioni della batteriologia e dell'igiene. Nonostante la sua denominazione originaria di « Pro Grana », la sua attività si estende a tutti i tipi di formaggio.

(2) Gorini C., *Atti dei laboratori scientifici della Direzione di sanità al Ministero Interni.* Roma 1892. — V. inoltre *Rivista d'Igiene e sanità pubblica*, 1893.

(3) Gorini C., *Rendic. R. Acc. Lincei.* 1910, XIX, p. 150.

Del resto, errerebbe chi ricercasse i microbi acidopresamigeni solamente fra le forme cocciche. Come già dimostrai in precedenti lavori, se ne trovano altresì fra le forme bacillari.

A tale scopo, in una breve comunicazione al Congresso, richiamandomi a quanto avevo già pubblicato anche in riviste straniere, io ho insistito sulla necessità di fondare la *differenziazione dei fermenti lattici* non tanto in base alla forma quanto in base alle proprietà fisiochimiche; e misi in luce l'opportunità di cominciare col tener distinti i *miei* fermenti lattici che si possono chiamare *acidoproteolitici*, perchè capaci di attaccare la caseina in ambiente acido, dagli altri fermenti lattici semplici o comuni (che volendo si possono chiamare *alcalino proteolitici*), i quali non attaccano la caseina se non in ambiente alcalino o perlomeno neutro.

E la ricerca e la differenziazione di questi fermenti lattici deve essere istituita sull'*osservazione prolungata e ripetuta di un grande numero di culture*, variando le qualità di latte e le condizioni di vita (temperatura, aerobiosi ecc.).

Tutto ciò io ho avvertito da tempo (1) colla scorta delle mie osservazioni sulle culture che mantengo in vita da oltre un decennio.

E di tutto ciò è stata recata una esauriente riprova al Congresso di Berna.

Orla Jensen di Copenhagen riferì al Congresso che nello studio dei fermenti lattici « è raccomandabile di ripetere dopo un certo tempo l'esame sotto i diversi punti, affine di imparare a conoscere la variabilità del batterio in questione ». Per mia esperienza ritengo che questa variabilità sia in massima parte, *coeteris paribus*, dipendente dalle variazioni nella qualità del latte. E per vero, già lo dissi, le *qualità del latte sono suscettibili di notevoli variazioni* sia *ab origine* (secondo la razza, lo stato fisiologico, l'alimentazione delle bovine ecc.) sia per cause inerenti alle alterazioni a cui va incontro il latte prima di arrivare in laboratorio o nel laboratorio stesso, in seguito ai diversi processi di sterilizzazione, o durante il periodo di più o meno prolungata conservazione allo stato sterile prima di venir seminato, e via dicendo.

Di questa medesima opinione si è rivelato S. Parasch-

---

(1) Gorini C., *Rendic. R. Ist. Lomb. Sc. e Lett.* 1907, XL, p. 947.

tschuk di Pietroburgo, il quale fece osservare al Congresso la grande differenza nella resistenza, nell'aroma, nel potere fermentativo di diverse specie di fermenti lattici a seconda delle qualità del latte in cui si sviluppano; in un latte buono, appena munto, i batteri lattici sirinforzano, si ringiovaniscono; all'incontro nel latte cattivo mal conservato, ancorchè sterilizzato, essi si attenuano, perchè la sterilizzazione non distrugge i prodotti tossici antimicrobici che vi erano contenuti in precedenza.

Ciò dà la chiave di parecchi enigmi e viene in appoggio della mia tesi che per migliorare la fabbricazione del formaggio e per l'*utile* impiego dei fermenti selezionati, bisogna partire da un latte igienico, cioè ben munto e ben conservato, anche se si trovasse opportuno di ricorrere ad una previa blanda pastorizzazione del latte, come io ho pure indicato (1).

V'è poi uno speciale ingrediente che può trovarsi nel latte a influire sensibilmente sul comportamento dei fermenti lattici; è il *peptone* che può derivare, fra l'altro, dal pregresso sviluppo di germi peptonizzanti nel latte di cultura prima della sua sterilizzazione. È noto come diversi sperimentatori abbiano già notata l'azione eugenesica del peptone sui fermenti lattici; Orla Jensen lo ha ribadito al Congresso di Berna, additando un mezzo di rinvigorimento di detti fermenti nell'addizione di peptone al latte; con che è venuto ad accrescere l'importanza dei miei batteri acidopresamigeni, la cui azione *peptonizzante* sulla caseina non può che stimolare il lavorio microbico in seno ai formaggi. Di questo parere sono anche Harding e Wilson della Stazione sperimentale agraria di Geneva (New-York); essi infatti ammettono che i miei batteri acido presamigeni delle mammelle possono contribuire alla maturazione dei formaggi già per il solo fatto di elaborare peptone nel latte (2).

Altra osservazione rimarchevole di Orla Jensen si riferisce al *potere filante giovanile dei fermenti lattici.*

---

(1) GORINI C., *Bollettino dell'Agricoltura*, Milano, 1907 e *Bollettino Ufficiale del Ministero di Agricoltura*, 1910, 1911 e 1914.

(2) HARDING E WILSON, *New-York agricultural experiment Station*, Geneva, N. Y. — *Tecnical bulletin*, N. 27, Marzo, 1913.

La capacità di conferire al latte una consistenza vischiosa, mucilaginosa, filamentosa, è stata osservata da vari autori presso i fermenti lattici, ma non mai come loro proprietà costante ed essenziale. Infatti essa è stata considerata ora come un fenomeno di degenerazione e attenuazione dei fermenti stessi; ora come un fenomeno che si manifesta solamente nelle culture in latte crudo e non in quelle in latte sterilizzato; ora come un fenomeno occasionale destinato a scomparire nelle culture successive; ora come un fenomeno legato alla simbiosi dei fermenti lattici con altri microbi (blastomiceti).

Nel 1912 (1) io descrissi un fermento lattico che rende costantemente vischioso il latte, ma soltanto all'inizio della cultura, fino cioè ai primordi della formazione del coagulo, il quale, dapprima molliccio e filante, col progredire dell'inacidamento e della sodezza perde la sua vischiosità. In quell'occasione, sotto il suggerimento di altre osservazioni analoghe, avanzavo la supposizione che il mancato accertamento di questa transitorietà della filamentosità del latte in una medesima cultura potesse spiegare quell'incostanza o quella scomparsa, l'una e l'altra forse apparenti, che sono state notate dai precedenti autori nella capacità filante dei fermenti lattici da loro studiati.

A siffatta precogitata generalizzazione del fenomeno da me primamente messo in luce, è venuto ora in sostegno Orla Jensen, avendo egli osservato che la maggior parte dei fermenti lattici nei primi stadi giovanili di sviluppo formano una capsula ed hanno così la disposizione, mediante l'inviscosimento della capsula, di diventare mucilaginosi; col coagulamento del latte questa mucilaginosità scompare completamente.

Ben lieto di quest'accordo, dal canto mio posso attestare che parecchi altri fermenti lattici della mia collezione, sia coccici, sia bacillari, presentano tale capacità filante semplicemente giovanile.

Di peculiare importanza per segnalare l'influenza delle condizioni di vita sul biochimismo dei fermenti lattici è stato l'annuncio datoci da Christian Barthel di Stoccolma, di aver incontrato certe razze di *Streptococcus lacticus* che si rivelano capaci di peptonificare la caseina purchè siano tenute a *tem-*

(2) GORINI C., *Rendic. R. Acc. Lincei*. 1912, XXI, p. 472.

perature basse, fra 15 e 20′ C, ; per cui a questo tipo di fermento lattico spetterebbe una importanza maggiore di quella finora riconosciutagli nella maturazione dei formaggi, la quale maturazione si compie per lo più a temperature basse.

Il reperto e la deduzione del collega Barthel mi sono fonte di duplice conforto. In primo luogo, io vi ravviso una conferma delle mie ricerche circa l'*influenza della temperatura sul potere proteolitico dei fermenti lattici;* avendo io fin dal 1897 (1) dimostrato che mentre le temperature elevate sono più favorevoli all'attacco del lattosio, le temperature basse sono più favorevoli all'attacco della caseina; quest'osservazione ho poi ripetuto in parecchi altri lavori a proposito del *Bacillus minimus mammae*, dei cocchi acido proteolitici del formaggio, ecc., e ultimamente ancora nella nota riassuntiva sul comportamento dei fermenti lattici che tengo nella mia collezione (2). In secondo luogo, dallo studio del Barthel io traggo una nuova dimostrazione della giustezza del mio ammonimento, che non la forma, sibbene la funzione fisiologica, deve valere per guidarci nello studio e nella scelta dei fermenti per le applicazioni al caseificio. Siccome i primi ricercatori avevano trovato che i fermenti lattici del tipo morfologico *Streptococcus* erano pressochè destituiti di potere proteolitico, era invalsa l'abitudine di considerarli tutti alla stessa stregua come semplici acidificatori del latte, senza pensare che vi possono essere delle razze di una medesima forma microbica dotate di proprietà biochimiche particolari, più spiccate in un senso che in un altro.

Accennato così rapidamente ai principali argomenti teorici di batteriologia che furono trattati al Congresso, passiamo ora agli argomenti pratici nei quali la batteriologia ha pur avuto un posto eminente.

Fra i temi proposti nel programma del Congresso figurava in prima linea quello dell'*utilizzazione dei fermenti lattici nel caseificio*.

Tutti i relatori qui sopracitati, ai quali vanno aggiunti E. Kayser di Parigi, Löhnis di Lipsia, A. Peter di Berna, ed altri,

---

(1) GORINI C., *Bollettino uff. del Ministero di Agricoltura*. Roma. 1897. — V. anche *Annales de micrographie*. Parigi, 1897.

(2) GORINI C., *Rend. R. Acc. Lincei*. 1912, XXI, p. 790.

riconobbero l'utilità, anzi la necessità dell'impiego di fermenti lattici in genere nella fabbricazione del formaggio, allo scopo di ottenere maturazione più rapida, consistenza, sapore, aspetto migliori della pasta e inoltre minor numero di scarti.

Taluno entrò anche nella designazione di speciali fermenti lattici. L'ungherese Gratz, che distingue i fermenti lattici in tre gruppi morfologici (micrococco, streptococco e bacillo), ritiene che il fermento lattico più diffusamente adoperato sia lo *Streptococcus lactis*, che meno frequentemente si usi il *Bacillus lacticus* e ancor meno l'unione di tutti e tre i gruppi. Gli americani Evans e Hastings hanno osservato che per ottenere un formaggio Cheddar tipico occorre la collaborazione di quattro gruppi morfologici (*bacterium lactis acidi*, *bacterium casei*, *streptococcus e micrococcus*); che il *bacterium lactis acidi* conferisce al formaggio un sapore acido, lo *streptococcus* un sapore acidulo più delicato, il *bacterium casei* un sapore piccante; che infine il miglior aroma si ha inoculando il latte pastorizzato con una miscela di *bacterium lactis acidi*, *streptococcus e micrococcus*. Orla Jensen insistette nell'assegnare la massima importanza al *bacillus casei* ed ai fermenti dell'acido propionico del Freudenreich.

Dal canto mio ritengo che sia ancor troppo presto per dare la preferenza ad una piuttosto che ad un'altra specie di fermento lattico, che ciò può variare anche secondo i tipi di formaggio, che convenga per ora stare sulle generali e che l'essenziale sia di scegliere fermenti lattico-proteolitici, giusta la mia antica teoria sulla quale parmi che regni oramai l'accordo. Spetta ora ai singoli batteriologi studiare a fondo il biochimismo particolare delle specie di fermenti scelte, mettendolo bene in rapporto col processo di maturazione dei tipi di formaggio fabbricati.

Una questione poi capitale quant'altre mai riguarda il *modo di impiegare i fermenti lattici*; questione capitale quant'altre mai, ripeto, imperocchè da essa dipende essenzialmente la buona riuscita dell'applicazione. Peccato che nessuno degli altri relatori se ne sia occupato. Io solo mi addentrai nell'argomento in una relazione che, dietro invito del Comitato esecutivo del Congresso, presentai circa l'applicazione dei fermenti selezionati al formaggio in Italia, riassumendo il lavoro compiuto e i favorevoli risultati ottenuti da me in unione coll'Associazione « Pro Grana » nel decennio 1903-1913, non solamente sul formaggio di grana, ma benanco sopra altri tipi di caci compresi gli svizzeri.

Ho insistito sulla necessità che, giusta il metodo da me elaborato per la fabbricazione razionale del formaggio, fondato sul concetto che *fare il formaggio equivale ad allestire una cultura microbica,* l'impiego dei fermenti selezionati vada di pari passo coll'adozione di un regime igienico nella produzione nella raccolta e nel trattamento del latte e coll'abbandono dei lieviti empirici e dei ripieghi irrazionali di lavorazione, sostituendoli con lieviti puri e energici e attenendosi ad una lavorazione che sia adattata ai buoni fermenti. Non mi dilungo su questo punto, perchè già l'ho svolto in una comunicazione a quest'insigne Accademia (1).

Dirò solamente che la mia relazione si chiudeva con un voto che venne accolto all'unanimità dal Congresso e che riporterò più innanzi.

L'approvazione di questo voto non fu la sola manifestazione di simpatia dei congressisti per l'opera nostra. Molti colleghi e molti tecnici e industriali si .complimentarono per la diffusione che il nuovo indirizzo caseario va conquistando in Italia nel campo agricolo e industriale, presso le istituzioni agrarie e commerciali, le scuole di caseificio ecc.

Io misi in rilievo come a siffatta diffusione giovi l'essere l'Associazione « Pro Grana » sorretta bensì dal Governo, ma costituita dagli stessi produttori e commercianti di formaggio, i qnali *spontaneamente* si sono riuniti in forma cooperativa per introdurre il metodo dei fermenti selezionati, preparandoli e mettendoli a disposizione del pubblico a prezzo di costo, senza scopo di lucro. Dissi ancora come si provveda a insegnare l'impiego di detti fermenti con conferenze, con sopraluoghi, con scritti, e colla distribuzione di istruzioni, fra cui uno speciale *Manualetto* che è stato testé pubblicato in occasione del primo decennio di attività (2).

Numerose copie di questo Manualetto furono richieste dai congressisti, i quali dichiararono che libriccini consimili dovrebbero essere compilati in tutti i paesi caseari. Parecchi congressisti poi mostrarono il desiderio di venire in Italia a visitare qualcheduno dei caseifici che lavorano col nuovo sistema; ed il desiderio è stato già da parte nostra ben volentieri appagato.

---

(1) Gorini C., *Rendic. R. Ist. Lomb. sc. e lett.* 1912, XLV, p. 863.

(2) Associazione « Pro Grana ». *Principi fondamentali per la fabbricazione razionale del formaggio* (Regime igienico e fermenti selezionati). Milano, 1912, Tip. « La Stampa Commerciale » un vol. in 8° di pag. 20, con 4 figure e 2 tavole.

Non voglio chiudere questo paragrafo senza menzionare un'altra fonte di soddisfazione per l'opera nostra.

Fra i lieviti empirici da abbandonare io ho pur messo quei cagli impuri che apportano nel latte, oltre agli enzimi dello stomaco animale, anche dei fermenti vivi.

Orbene: a questa classe di cagli microbicamente impuri è da ascrivere anche quello usato comunemente per i formaggi svizzeri (Emmenthal, Sbrinz, Friburgo ecc.), che è costituito da un'*infusione di pellette* (stomaci vitellini) nel siero o nella scotta. In quest'infusione dovrebbe compiersi una cultura naturale di fermenti caseofili, ma pur troppo bene spesso si verifica invece una cultura di fermenti anticaseari. Per ovviare a questo pericolo, il Laboratorio federale di batteriologia di Liebefeld somministra delle culture di fermenti lattici selezionati, i quali, inoculati nella suddetta infusione, sono destinati a combattere i germi anticaseari.

Da informazioni assunte, durante la visita fatta in occasione del Congresso a vari caseifici attorno a Berna, ho appreso che a questi fermenti selezionati i casari ricorrono solamente quando si accorgono che la preparazione del caglio o la lavorazione del formaggio procedono difettosamente.

Dunque essi lo considerano sempre e soltanto come un mezzo di cura repressivo, non come una misura normale preventiva; non si tratta cioè di un uso continuato, quotidiano, regolare di fermenti selezionati, come quello che si pratica in Italia da parecchi anni e in parecchi caseifici per impulso della « Pro Grana ». E poi a che pro coltivare i fermenti selezionati in un'infusione di caglio impuro? Non è più razionale usare un caglio microbicamente *puro* e inoculare a parte una cultura *pura* di fermenti selezionati nel latte, come consigliamo noi?

Sono lieto che di questo avviso sia anche la Direzione del Laboratorio di Liebefeld dove, secondo notizia verbale, si stanno compiendo esperimenti in proposito.

Altro argomento di indole pratica dove la batteriologia fece sentire la sua valenza, si riferisce al *controllo veterinario del latte*. Per lo studio di questo tema era stata nominata, nel precedente Congresso di Stoccolma 1911, una Commissione Internazionale presieduta dal prof. R. Ostertag dell'Istituto imperiale di sanità di Berlino. La Commissione (di cui faceva parte anche il prof. Fiorentini di Milano) presentò al Congresso di Berna un'elaborata relazione, nella quale si distingueva

il controllo veterinario in due ordini: controllo di stalla e controllo di laboratorio. Il controllo di stalla riguarda gli animali, le stalle, i foraggi, la mungitura; il controllo di laboratorio riguarda il latte e consiste nell'impiego di quei metodi di analisi che offrono la possibilità di svelare la presenza di difetti nel latte. Fra questi metodi erano particolarmente raccomandati l'analisi batteriologica, l'esame del sudiciume, la ricerca dei leucociti; di altri saggi, come quelli della riduttasi, della catalasi, dell'alizarol ecc. non si fece parola, perchè il loro valore è ancora discusso; invece, dietro la proposta da me avanzata in una speciale comunicazione, fu accolta la prova della fermentazione o lattozimoscopia.

Ciò in riconoscimento dell'importanza che i miei batteri acido-presamigeni delle mammelle offrono anche per il controllo veterinario del latte, tenuto conto del nesso ravvisato da me (1), e poi da altri fra lo sviluppo anormalmente rigoglioso di detta flora e certi stati infiammatori delle mammelle stesse.

Per svelare la infezione anormale del latte con batteri acidopresamigeni e differenziarla da quella da fermenti lattici comuni, serve egregiamente la prova al lattozimoscopio, dove quei batteri danno quel coagulo caratteristico piuttosto molle con separazione abbondante di siero chiaro che i tedeschi chiamano *Käsige Milch* (latte caseoso), e che ben si distingue dal coagulo sodo asciutto porcellanico dato dai fermenti lattici comuni.

Pertanto il controllo zimoscopico, mentre vale per giudicare le attitudini casearie del latte, può riuscire prezioso anche per mettere sull'avviso circa l'eventuale esistenza di condizioni anormali se non addirittura patologiche delle mammelle.

E poichè siffatte condizioni dipendono in gran parte da imperfezioni di mungitura, il reperto di un coagulo caseoso nella prova zimoscopica può giovare come guida tanto al casaro quanto al veterinario per denunciare scorrettezze e trascuranze di mungitura, alle quali non di rado tengono dietro disordini nella fabbricazione del formaggio e manifestazioni decisamente patologiche nel bestiame.

Naturalmente un simile controllo assumerà tanto maggior valore quando venga eseguito non sul latte di mescolanza, sibbene sul latte di ogni singola vaccina od anche di ogni singolo capezzolo.

---

(1) Gorini C., *Rend. R. Ist. Lomb. sc. e lett.* 1906, 39°.

***

Questi sono i principali argomenti di batteriologia lattiera che si affacciarono al Congresso di Berna.

Come ben si comprende, molti, anzi la maggior parte di essi non si prestavano a deliberazioni del Congresso.

Sopra alcuni però il Congresso addivenne a voti di indole generale che meritano di essere riportati.

I.° — *Controllo veterinario del latte.*

Su proposta del dott. von Altrok (Berlino) e del dott. Svvaving (La Aja) venne votato che:

Le proposte della Commissione veterinaria, presieduta dal prof. Ostertag, devono servire come base di un ulteriore studio da eseguirsi da tutti i competenti (medici, veterinari, chimici, batteriologi, tecnici e agricoltori) affinchè la questione possa arrivare ad una conclusione esauriente al prossimo Congresso.

II.° — *Classificazione dei fermenti lattici.*

Su proposta del prof. Orla Jensen (Copenhagen) e del dott. Koerfer (Budapest) venne votato che:

« I Congressi internazionali di latteria devono promuovere un lavoro coordinato anche nel campo della batteriologia. A tal uopo la Commissione permanente di studi della Federazione internazionale lattiera deve mettersi in rapporto coi diversi istituti lattieri per eseguire una divisione di lavoro riferendone al prossimo Congresso ».

III°. — *Utilizzazione dei fermenti lattici nel caseificio.*

Su proposta mia venne votato che:

« Il Congresso è di opinione che per migliorare la fabbricazione del formaggio sia necessario:

a) l'educazione igienica dei produttori di latte;

b) l'istruzione dei casari intorno ai fondamenti e alle norme di un caseificio razionale e particolarmente sull'allestimento di culture pure e attive di fermenti lattici in sostituzione dei lieviti empirici » (1).

(1) Ricordo con piacere che quest'ultimo ordine del giorno ebbe l'espresso autorevole appoggio del presidente dell'Assemblea, Albin Peter, direttore della Scuola di caseificio La Rütti presso Berna. Già egli, in una visita da me fatta al suo Istituto, ebbe la gentilezza di dichiararmi che in Svizzera si va seguendo sempre più d'avvicino le direttive della nostra Associazione « Pro Grana », quelle direttive di cui il Peter medesimo aveva toccato con mano i primi benefici frutti nel 1906 all'Esposizione internazionale di Milano, dove per la prima

Con questo voto il Congresso di Berna venne a dare la sua alta sanzione all' indirizzo igienico-batteriologico del caseificio, secondo l' iniziativa che è stata presa in Italia undici anni or sono e che incontrò già il suffragio della Reale Accademia dei Lincei e della Società italiana per il progresso delle scienze (sesta riunione di Genova, 1912).

Laboratorio di batteriologia della R. Scuola Superiore di agricoltura di Milano.

---

volta una Giuria Internazionale poté verificare col metodo comparativo i favorevoli risultati dell'impiego razionale dei fermenti selezionati nel caseificio.

E come il Peter, così altri membri svizzeri delle due Giurie internazionali di caseificio che funzionarono a quell'Esposizione, ebbi la fortuna di incontrare al Congresso di Berna; Wyssmann direttore della Scuola di caseificio di Rheinfeld, Pélichet, direttore della Scuola di caseificio di Meudon, Bigler Consigliere di Stato e grande industriale caseario. — Tutti rinnovarono la loro approvazione all'iniziativa italiana per l'avviamento del caseificio su basi scientifiche. Per questo loro costante incoraggiante interessamento porgo ai colleghi svizzeri, anche a nome della « Pro Grana », sinceri ringraziamenti.

ANCORA DELL' ISCRIZIONE LEPONTINA DI VERGIATE

Nota del M. E. ELIA LATTES

(Adunanza del 5 novembre 1914)

Il cimelio di cui diedi notizia nell'adunanza del 24 aprile 1913 Rendic. XLVI, 3, p. 414-423) (1), sta oggi nel Museo archeologico di Milano, sotto la protezione dell' illustre collega senatore arch. Luca Beltrami, il quale ne fece ricavare due calchi in gesso, da lui donati uno al Museo di Gallarate, l'altro a quello di Como. Ora sono lieto di annunciare, che coll' aiuto di quelli, dopo ripetute revisioni dell' originale, l' ingegnere A. Giussani, tanto benemerito delle antichità lombarde, pervenne ad accertare pienamente, mi sembra, la lezione, anche nel punto in cui nè io col Nicodemi e da ultimo col Nogara, nè il prof. sir Iohn Rhys di Oxford, notissimo specialista di quella epigrafia, nell' appendice ' *The Vergiate Stone* ' della pubblicazione accademica ' *The Celtic Inscriptions of Cisalpine Gaul* ' p. 78-87 (Proceedings of the British Academy, vol. VI, London, 1913), non avevamo saputo superare la difficoltà. Il nuovo testo del gruppo contraddistinto dal vocabolo finale *pala* (Vergiate *palai*), suona pertanto, giusta il disegno (2) e la trascrizione datane dal Giussani nella *Rivista Archeologica della Provincia e antica diocesi di Como*, 1913, fasc. 67-68-69 (p. 3-14 dell'estratto):

Pelkui ⁝ *Pruiamiteu* ⁝ *Karite* ⁝ *puios* ⁝ *Karite* ⁝ *palai*

(1) L' iscrizione illeggibile, per soverchia altezza, della torre campanaria di S. Donato (Sesto Calende), di cui si tocca a p. 422, venne poi dal Nicodemi riconosciuta latina e pubblicata nei Rendic. XLVII, 8, 1914, pag. 345.

(2) Per somma cortesia del sig. ing. A. Giussani si riporta esso nella fig. 1, mentre poi, grazie a lui, nella fig. 2 si riporta quello della nuova epigrafe con *pala* trovata a Banco, di cui qui appresso.

ossia, direi di presente, all'incirca:

' A Pelko Pruiamito Carito, figlio (?) di Carito, nella sua tomba';

Fig. 1.

con *palai* locativo sg. (1) e con *puios* circa per figlio di una certa ' condizione ' (per me, probabilmente inferiore), come etr. *puia clan sec* ' moglie figlio figlia ' di condizione, a parer mio, studiati i contesti, inferiore, e non già ' moglie figlio figlia ' in genere, come ci si ostina ad opinare, contro il fatto che ben pochi, fra tanti nominati insieme col marito o col padre, si designano con quegli appellativi, secondo già osservò il Corssen.

Cresce il pregio dell'importante pubblicazione che dobbiamo all'ing. Giussani, la notizia da lui data in fine d'altra epigrafe con *pala*, scoperta a Banco, nel comune di Bedigliora « in una delle vallate che congiungono il lago di Lugano col lago Maggiore », sopra « una delle pietre che coprivano il canale di scarico » del lavatoio comunale, dal geometra Mario Ferretti « appassionato cultore di storia e di antichità ». Essa suona, secondo l'autopsia del Giussani, confermata da sir Iohn Rhys:

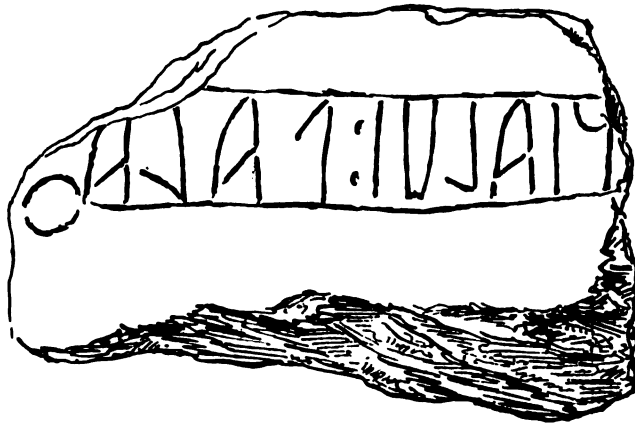



Fig. 2.

. . . . *nialui* : *pala*

ossia circa ' sepolcro di [Sla]nialo '.

Il sig. Rhys nei suoi novissimi *Gleanings in the Italian Field of Celtic Epigraphy* p. 30-32 (British Academy cit.) riporta poi un'epigrafe con *pala* d'alfabeto latino, trovata in Val di Sabbia (Museo di Brescia), da lui avvertita pel primo nel C. I. L. 4837, e dall'Herbig pel primo deciferata (*Gleanings*

(1) Se mai, cf. lat. *Romai fecid* con Isc. paleol. 86 n. 120 *Roma* e *Alba* sulle monete, apparenti nominativi e, per me, veri locativi; se mai, anche cf. etr. *hilarϑuna eterti-c caϑra* allat a *hilarϑune eterti-c caϑre*.

p. 30):

DIEVPALA
MINVI

ossia ' Minui Dieu pala ' (« for Minos Dieos a burial plot »). Essa torna doppiamente preziosa perchè, come l'Herbig nota, concorda perfettamente nella struttura appunto col principio e fine del cimelio di Vergiate (1), cioè *Pelkui Pruiamiteu* ecc. *pala*.

---

(1) Crescono per questo inaspettato esempio latino-lepontino di *pala* in me le dubbiezze quanto alla sua parentela etimologica (Rhys, *The Celtic Ins. of. Cis. Gaul* p. 4 cf. *Gleanings* p. 36) « with Welsh and Cornish *pal* ' a spade ' » e *palu palas* « ' to dig ' » (Kretschmer), e si rafforza il sospetto (Rendic. cit 1913, pag. 418, n. 12) che possa aver che fare, in alcun modo ch'io però sgraziatamente non vedo, col *πάλας* (*pala palaga palacurna*) dei minatori Celtiberi, e però, se mai, dei nostri Celtoliguri, con cui confrontasi (Holder) lo spagnuolo *baluz* « ' kleiner Goldklempen ' ».

SUI LIMITI NORD E SUD
DI UNA ECLISSE DI SOLE

Nota del dott. G. Bottino Barzizza
presentata dal M. E. prof. Giovanni Celoria

(*Adunanza del 5 novembre 1914*).

---

1). La presente nota ha per base il seguente problema:

Tenendo presente la posizione dell'asse del cono d'ombra rispetto ai luoghi d'osservazione durante un'eclisse totale di Sole, trovare l'equazione della linea luogo geometrico di quei punti terrestri per cui ad un istante dato, coincidente con quello della fase massima della eclisse per i suddetti, la velocità n dell'asse del cono d'ombra sui piani principali dei luoghi considerati è espressa in funzione della distanza m dell'asse del cono d'ombra dai suddetti mediante la relazione

$$m = k\,n$$

ove k è un fattore diverso da o.

La relazione ultimamente posta si può esprimere in funzione delle coordinate del luogo di osservazione riferite a tre assi cartesiani ortogonali x, y, z di cui l'ultimo è la parallela all'asse del cono d'ombra tirata dal centro della terra; mentre gli altri due assi x, y giacciono nel piano normale condotto pel centro della terra all'asse del cono d'ombra suddetto. Assumeremo quale verso positivo sull'asse delle z la direzione verso il Sole.

Se ora assumiamo come asse delle y la intersezione del suddetto piano con quello del cerchio di declinazione del punto d'incontro dell'asse del cono colla sfera celeste la posizione dei nostri tre assi è completamente individuata.

Sull'asse delle y assumeremo quale verso positivo la direzione verso nord; per l'asse delle x la direzione verso est.

Indicheremo con ξ, η, ς le coordinate del luogo di osservazione rispetto ai tre assi suddetti e con x, y, z le coordinate omologhe dell'intersezione dell'asse del cono d'ombra col piano normale all'asse suddetto e passante pel luogo di osservazione.

Ricordiamo poi, giusto la teoria di Bessel sulle eclissi, che la distanza m del luogo d'osservazione dall'asse del cono di ombra misurata sul piano suddetto e la velocità n dell'asse del cono d'ombra su questo piano stesso sono sempre considerate quali quantità positive.

In conseguenza supporremo immobile, cioè fisso, il luogo d'osservazione e studieremo il movimento dell'asse d'ombra sul piano principale del punto considerato.

Se indichiamo quindi con x', y', z'; ξ', η', ς' le variazioni delle coordinate sopra dette in un minuto primo di tempo (assunto qua come unità di misura) sussisteranno come è noto le seguenti relazioni:

$$x - \xi = m \sin M \qquad y - \eta = m \cos M;$$
$$x' - \xi' = n \sin N \qquad y' - \eta' = n \cos N$$

ove M è l'angolo di posizione dell'asse del cono d'ombra rispetto al luogo d'osservazione ed N la variazione di esso nell'unità di tempo fissata.

Facciamo ora l'ipotesi che sia pei luoghi d'osservazione studiati:

$$\xi - x = \mp k (y' - \eta') \qquad y - \eta = \mp k (x' - \xi') \quad \ldots\ldots \quad (\alpha)$$

ove k è un fattore diverso da o.

Ricorderemo allora le espressioni di Bessel per ξ, η, ξ', η' in funzione della latitudine geocentrica Φ' e del raggio terrestre ϱ del punto d'osservazione di longitudine orientale λ rispetto al meridiano fondamentale e cioè le seguenti relazioni:

$$\left.\begin{aligned} \xi &= \varrho \cos \Phi' \sin (\mu + \lambda); \quad \eta = \varrho \sin \Phi' \cos d - \varrho \cos \Phi \sin d \cos (\mu + \lambda) \\ \xi' &= [7.63992]\, \varrho \cos \Phi' \cos (\mu + \lambda) \qquad \eta' = [7.63992]\, \xi \sin d \end{aligned}\right\} (\beta)$$

ove μ è l'angolo orario contato dal meridiano fondamentale del punto d'intersezione colla sfera celeste del prolungamento dell'asse del cono d'ombra al di là del sole ed il numero in parentesi non è che il logaritmo della variazione di μ rispetto al tempo. Con d designeremo la declinazione di questo punto della sfera celeste ora considerato.

Dalle (α) e (β) si ricava sostituendo nelle (α) i valori ottenuti dalle (β) le seguenti espressioni per $\varrho \cos \Phi'$ e $\varrho \sin \Phi'$

$$(1)\begin{cases} \varrho\cos\phi' = \dfrac{x \mp k\,y'}{\{1 \mp [7.63992]\,k\sin d\}\sin(\mu+\lambda)} \\[2ex] \varrho\sin\phi' = \dfrac{y + k\,x' \mp \varrho\cos\Phi'\cos(\mu+\lambda)\{[7.63992]\,k \mp \sin d\}}{\cos d} \end{cases}$$

ove la relazione:

$$m = k\,n$$

è soddisfatta.

Dalle (α) si ricava infatti:

$$(\xi - x)^2 + (y - \eta)^2 = k^2\left[(y' - \eta')^2 + (x' - \xi')^2\right]$$

ossia, tenendo presenti le espressioni $x - \xi$, $y - \eta$ in funzione di m, M ed $x' - \xi'$, $y' - \eta'$ in funzione di n, N, si avrà:

$$m^2 = k^2\,n^2$$

ossia:

$$m = k\,n$$

per le ipotesi fatte su m ed n.

Riguardo poi al doppio segno nelle (1) osserviamo che se assumiamo nella espressione per $\varrho\cos\Phi'$ il segno superiore altrettanto dobbiamo fare pel calcolo di $\varrho\sin\phi'$ e reciprocamente assumendo nella prima delle (1) il segno inferiore dovremo mantenerlo nel secondo membro della espressione per $\varrho\sin\Phi'$.

2). Mi ero proposto in altra piccola nota (*) lo studio della equazione della linea luogo geometrico di quei punti terrestri per cui ad un dato istante, coincidente con quello della fase massima della eclisse, la velocità n dell'asse del cono d'ombra sui piani principali dei punti ora in esame è espressa in funzione della distanza m di quest'ultimi dall'asse del cono stesso mediante la semplice relazione:

$m = kn$ ove k è differente da zero e positivo sempre.

Sarà mio oggetto ora di cercare di risolvere il problema dei limiti nord e sud di una eclisse totale senza far uso delle solite formole che non trovo tanto comode nell'applicazione pratica.

Indicando infatti con L' il raggio del cono d'ombra sul piano principale del limite nord o sud della eclisse totale ed n

(*) Confronta: *L'eclisse totale di Sole del 20-21 Agosto 1914*. Pubbl. del Reale Osservatorio di Brera in Milano. Tipolitogr. Ripalta.

la velocità dell'asse del cono d'ombra su questo piano principale medesimo dovrà al tempo richiesto della fase massima essere verificata la condizione

$m = | L' | = kn$ ove $| L' |$ indica il valore assoluto di L'

ed m è, come si disse, la distanza del punto in esame dall'asse del cono d'ombra.

Per giungere a questo valore di k; trovarne l'istante relativo per una data longitudine ed infine la posizione geografica del punto limite richiesto comincerò a calcolare i valori $\frac{L'}{n}$ pel punto di fase massima alla longitudine proposta relativamente all'eclisse studiato.

Le note formole esposte nella *Spherical Astronomy by Chauvenet* sono assai adatte al pari delle formole generali della teoria di Bessel, a questo semplice calcolo. Basterà, durante l'eclisse totale e centrale, calcolare colle formole suddette, ed esposte nel libro citato, i punti della centralità della eclisse di dieci in dieci minuti di tempo lungo la durata dell'eclisse centrale. Si giungerà così direttamente, o per interpolazione, alla latitudine del punto per cui alla data longitudine la grandezza della eclisse totale è massima. Si otterrà contemporaneamente l'istante fisico in questione.

Mi calcolerò quindi il relativo valore $\left|\frac{L'}{n}\right|$ e ponendo quest'ultimo uguale a k applicherò le formole spiegate nella mia precedente Nota. In esse dovrà assumersi il segno superiore pel punto più a nord; l'inferiore pel punto più a sud (*). Si ha così:

$$\left.\begin{aligned} \varrho \sin \psi' &= \frac{y \pm k x' \mp \varrho \cos \psi' \cos(\mu + \lambda) \{[7.63992]\, k \mp \sin d\}}{\cos d} \\ \text{con} \\ \varrho \cos \psi' &= \frac{x \mp k y'}{\{1 \mp [7.63992]\, k \sin d\} \sin(\mu + \lambda)} \end{aligned}\right\} \quad (1)$$

Ricordando che il segno adottato per calcolo di $\varrho \cos \psi'$ mediante la seconda formola dovrà pure adottarsi nella espressione che ci dà $\varrho \sin \psi'$.

Quanto alle x, y esse sono per la teoria generale di Bessel sulle eclissi le coordinate sugli omologhi assi di riferimento

(*) Vedasi l'osservazione in fine della presente Nota.

dell'intersezione dell'asse del cono d'ombra col piano principale del punto d'osservazione. Con x', y' si suol designare la variazione in un minuto primo delle rispettive ed omologhe coordinate suddette.

ϱ', ψ', λ rappresentano rispettivamente il raggio terrestre del luogo d'osservazione (riferito all'elissoide di rotazione il cui semiasse equatoriale è l'unità), la latitudine geocentrica del luogo d'osservazione medesimo la cui longitudine rispettò al meridiano fondamentale è designata con λ.

μ, d rappresentano rispettivamente l'angolo orario, contato dal meridiano fondamentale, del punto d'intersezione colla sfera celeste del prolungamento dell'asse del cono d'ombra al di là del sole e la declinazione di questo punto medesimo.

Già abbiamo ricordato il significato del fattore k. Il numero tra [ ] è il logaritmo di una costante come è noto dalla teoria delle eclissi.

L'applicazione, che così si potrà fare, delle formole suddette deve darci anzitutto un valore reale, non solo di $\varrho \sin \varphi'$ e $\varrho \cos \psi'$; ma bensì pure di φ; della latitudine geografica cioè del punto d'osservazione.

Quest'ultima è collegata alla latitudine geocentrica ψ' mediante le note relazioni,

$$\varrho \sin \psi' = X \sin \varphi$$
$$\varrho \cos \psi' = Y \cos \varphi$$

ove X, Y sono due fattori variabili in funzione di φ ma tali che il loro rapporto: $\frac{X}{Y}$ è costante dipendendo unicamente dall'elissoide di rotazione assunto pel calcolo delle cordinate geocentriche.

Ciò premesso è necessario ora tener presente che il valore del rapporto $\left|\frac{L'}{n}\right|$ varia assai poco col tempo rispetto ad $\frac{m}{n}$. Di questi simboli fu già spiegato il significato.

In conseguenza il valore $\left|\frac{L'}{n}\right|$ relativo al punto terrestre della fase massima dell'eclisse ad un dato istante (compreso nella durata della eclisse medesima) differirà assai poco da quello relativo ad uno qualsiasi dei limiti nord o sud della eclisse totale alla stessa longitudine del punto considerato di fase massima.

Si potrà quindi partire pel calcolo dei limiti suddetti dalle espressioni date di $\varrho \sin \psi'$ o $\varrho \cos \psi'$ ponendo in esse $k = \left|\frac{L'}{n}\right|$

ed assumendo per valore di questo rapporto quello del luogo di fase massima alla longitudine considerata.

L'istante da cui si partirà pel calcolo sarà il medesimo della fase massima suddetta.

Rapidamente si perverrà al valore definitivo del tempo spettante al limite nord o sud richiesto.

Prima di fare applicazioni numeriche delle formole in questione non è inopportuno esporre dunque le formole che servono al calcolo della linea centrale di un'eclisse di Sole.

Espongo semplicemente le formole date nel Vol. I° del trattato di astronomia sferica e pratica di W. Chauvenet London: Trübner e C.°, 1863, pag. 491 del volume citato.

Indichiamo con x, y le coordinate precedentemente considerate dell'intersezione dell'asse del cono d'ombra col piano principale del punto appartenente alla fase massima all'istante considerato T_0. Sarà dunque in detto istante

$$x = \xi \quad y = \eta$$

ottenuti i valori $\sin d$, $\cos d$ e μ al pari dei suddetti x e y dalle tavole della eclisse generale considerata o in altro modo si ponga

$$\varrho_1 \cos d_1 = \sqrt{1 - e^2} . \cos d$$
$$\varrho_1 \sin d_1 = \sin d$$

da cui si ricaverà d_1 e ϱ_1 in funzione di d e della eccentricità e della ellisse meridiana.

Si faccia indi

$$y_1 = \frac{y}{\varrho_1}$$

e si ponga la seguente relazione tra x, y_1 e gli angoli ausiliarî β e γ:

$$x = \sin \beta \sin \gamma$$
$$y_1 = \sin \beta \cos \gamma$$

da cui si ricaverà γ e β.

Si scriva poi tra y_1 e β la seguente relazione mediante le quantità ausiliarie c e C

$$c \sin C = y_1$$
$$c \cos C = \cos \beta$$

da cui si ricaveranno c e C e si calcolerà $C + d_1$.

Ciò posto le relazioni

$$\sin \varphi_1 = c \sin (C + d_1)$$
$$\cos \varphi_1 \sin \vartheta = x$$
$$\cos \varphi_1 \cos \vartheta = c \cos (C + d_1)$$

ci determineranno come è noto φ_1 e ϑ da cui passeremo a φ latitudine geografica od a w longitudine ovest del punto di fase massima al tempo T_0 mediante le due rispettive relazioni

$$\tan \varphi = \frac{\tan \varphi_1}{\sqrt{1(1 - e^2)}} \qquad w = \mu - \vartheta .$$

Ricordate queste formole ci proponiamo di calcolare i limiti nord e sud delle due eclissi totali di Sole del 21 agosto u. s. e del venturo 3 febbraio 1916 per due longitudini arbitrarie appartenenti però alle eclissi rispettivamente considerate.

Per comodità ho assunto in ambo gli esempi la longitudine dei rispettivi punti di fase massima.

Per l'eclisse, che ora prima considero, del 21 agosto 1914 essa è di 27°5',8 (E. Greenw).

Di questa, trovandomi già in possesso della linea centrale della eclisse, secondo i calcoli del *Nautical Almanac*, e dei limiti nord e sud della eclisse totale durante la durata della medesima, interpolai in prima approssimazione il tempo e la latitudine corrispondenti alla data longitudine ai limiti nord e sud rispettivamente.

Detto perciò λ_1 il valore della longitudine più prossimo al valore λ nella colonna dei limiti nord o sud della eclisse totale si ha con sufficiente prima approssimazione dalla formola d'interpolazione fino alle differenze seconde:

$$\lambda - \lambda_1 = t \Delta_1 + t \frac{t-1}{2} \Delta_2$$

ove Δ_1 e Δ_2 rappresentano rispettivamente le successive differenze prime e seconde tra i valori tavolari delle longitudini e t è l'incremento da darsi al tempo T relativo a λ_1.

Si otterrà così t mediante la risoluzione di una semplice equazione di secondo grado.

Senza difficoltà si vedrà subito quale dei due valori t_1 e t_2 così ottenuti è da assumersi pel calcolo della latitudine richiesta:

$$\varphi = \varphi_1 + t \Delta' + t \frac{t-1}{2} \Delta''$$

ove φ_1 si riferisce all'argomento T delle tavole dell'eclisse pel limite nord o sud in questione e Δ', Δ'' sono le quantità omologhe a Δ_1 e Δ_2 di cui sopra.

Si troverebbe così nelle ipotesi fatte e per l'eclisse ora considerato i tempi di Greenw.

$0^h\ 32^m,326 \ — \ 0^h\ 37^m,761$

a cui per la data longitudine 27° 5′. 8 E. competono rispettivamente le latitudini

55 45 . 9 N. , 52 42 . 8 N.

quali limiti nord e sud rispettivamente per l'eclisse considerato.

Con questi rispettivi dati potremo procurarci i rispettivi $\frac{L'}{n}$ mediante le note seguenti formole di Bessel.

Indicando perciò con ξ' , η' le variazioni per un minuto primo delle coordinate ξ , η del luogo di osservazione rispetto ai noti assi besseliani di riferimento avremo le seguenti relazioni :

$$\xi' = [7.63992]\, \varrho \cos \Phi' \cos (\mu + \lambda)$$
$$\eta' = [7.63992]\, . \xi \sin d$$

ove converrò che i numeri tra [ ] esprimano il logaritmo del numero raffigurato colla parentesi tenendo presenti i simboli già spiegati. Si ponga poi

$$x' - \xi' = n \sin N$$
$$y' - \eta' = n \cos N$$

ci sarà possibile ricavare allora n e l'angolo ausiliario N in funzione di quantità note.

Ci occorre ora la distanza del luogo d'osservazione dal piano fondamentale di Bessel. Detta distanza si esprime nella teoria suddetta col simbolo ς ed è data dalla seguente relazione :

$$\varsigma = \varrho \sin \Phi' \sin d + \varrho \cos \Phi' \cos d \cos (\mu + \lambda) .$$

Essa ci esprimerà in funzione del raggio del cono d'ombra sul suddetto piano fondamentale l' e dell'angolo al vertice f' del cono d'ombra il raggio L' di quest'ultimo sul piano principale del luogo d'osservazione.

Si ha invero

$$L' = l' - \varsigma \tan f'$$

donde si ricaverà mediante i valori di n rispettivamente trovati i due valori richiesti per $\left|\frac{L'}{n}\right|$.

In questo calcolo ho creduto di aumentare leggermente il valore della latitudine al limite nord sopra considerato e diminuendolo press'a poco della stessa quantità per il limite sud; pur mantenendo invariati i tempi trovati colla interpolazione.

Son partito cioè dalle due rispettive latitudini geografiche

55 46.06 e 52 42.65

quali quelle che avrei ottenuto servendomi delle formole generalmente usate pel calcolo dei limiti nord e sud in questione.

Giunsi così ai rispettivi valori

$$\frac{L'}{n} = [0.04169_n] \quad e \quad \frac{L'}{n} = [0.05115_n]$$

con $\lambda = 27^{\circ}\, 5'.8\, E$ ai tempi rispettivamente considerati.

Dovrò quindi ora applicare le formole (1) ponendo in luogo di k il valore assoluto di $\frac{L'}{n}$ relativo ai rispettivi limiti considerati.

Quest'applicazione coi dati precedenti mi conduce dapprima a due valori non possibili di ψ' rispetto alla latitudine geografica da essi rispettivamente ottenuta. Un semplice esame alle variazioni delle coordinate, contenute nelle formole ora applicate ci fa vedere che una leggera variazione nei tempi da cui siamo partiti varierà profondamente i risultati.

Potremo già stabilire subito che al limite nord per la longitudine suddetta corrisponde un istante tra i tempi 0 32.2 e 0 32.3.

E pel limite sud nelle stesse ipotesi un istante tra $0^h\, 37.^m\, 7$ e $0^h\, 37.^m\, 8$.

Se mai per giungere al risultato definitivo dovrà far variare $\left|\frac{L'}{n}\right|$ devo tener presente che sono variazioni pressochè insensibili nei limiti di tempo considerati.

Un criterio che ci servirà molto bene in un'ulteriore approssimazione è il paragone nei tempi estremi ora considerati tra i valori $\varrho \sin \psi'$ e $\varrho \cos \psi'$ ottenuti dalle (1) con quelli ottenuti all'opposto in funzione della latitudine geografica e mediante le note relazioni:

$$X \sin \varphi \;,\; Y \cos \varphi$$

Le omologhe differenze

$$\varrho \sin \psi' - X \sin \varphi \;,\; \varrho \cos \psi' - Y \cos \varphi$$

nei tempi estremi ora considerati saranno in realtà di segno opposto, dovendo essere nulle al tempo cercato.

Tra i due tempi 0 32.2 e 0 32.3 di cui sopra, consideriamo l'istante medio 0 32.25.

Facciamo per esso e colla longitudine data il calcolo di $\varrho \sin \psi'$ e $\varrho \cos \psi'$ mediante le (1), ripetendo poi il calcolo per l'istante 0 32.3.

Si calcolino indi le relative coppie

$$\varrho \sin \psi' - X \sin \varphi \ , \ \varrho \cos \psi' - Y \cos \varphi$$

confrontando coi tempi le differenze omonime a questi due istanti considerati. Con una proporzione si ricaverà l'incremento da dare al tempo per ottenere l'istante richiesto.

Per l'istante $0^h\,32.^m\,3$ nelle ipotesi di cui sopra si ha intanto: $\log . \varrho \sin \psi' - \log . X \sin \varphi$ positivo ed uguale a $+5$ considerando solo le cifre significative di questa differenza.

Al tempo $0^h\,32.^m\,25$ l'omonima differenza è negativa e pari a $-4{,}5$ circa.

Si avrà allora sensibilmente la proporzione

$$(0^h\,32^m{,}3 - 0^h\,32^m{,}25) : \Delta t = (5 + 4{,}5) : +4.5$$

donde si ricava

$$\Delta t = +0^m.02 \text{ circa}$$

Il tempo $0^h\,32^m.27$ così ottenuto è il tempo richiesto.

Per esso alla longitudine data si ha quale latitudine del limite nord della eclisse ora studiata $\varphi = 55^\circ\,47'\,20''$.

Le medesime considerazioni fatte pel calcolo del limite sud ci conducono, per l'eclisse considerata, alla longitudine $27^\circ\,5'.8$ (E. Greenw.), al valore della latitudine geografica

$$\varphi = 52^\circ\,43'\,29'' \text{ col tempo } 0^h\,37^m.724.$$

Nei precedenti calcoli mi sono servito dei dati fondamentali del *Nautical Almanac* del 1914 relativi a detta eclisse. I medesimi furono da me fatti con tavole logaritmiche a cinque decimali; tenendo conto però, nei limiti del possibile, anche della sesta cifra decimale se fondati motivi mi facevano supporre essa maggiore di tre. Tenni quindi conto di questo nelle somme e sottrazioni logaritmiche.

Passando ora alla eclisse totale del venturo 3 febbrajo 1916 mi son proposto una questione analoga alla precedente. I dati fondamentati della eclisse li ho ricavati dalla *Connaissance des temps* per il 1916.

La longitudine proposta è ora $70^\circ\,26'$ (W. di Greenw.); su questo meridiano dobbiamo ora calcolare i limiti nord e sud della eclisse considerata.

L'istante da cui partiamo è $3^h\,50^m$ (t. m. Greenw.) del 3 febbraio. Per detto istante alla longitudine suddetta e colla latitudine geografica $9^\circ\,9'$ N. si ha la fase massima della eclisse nelle ipotesi fatte.

Per la posizione geografica così ora individuata ed all'istante considerato si farà il calcolo di $\frac{L'}{n}$. Si troverà quest'ultimo pari a 1,3003 circa.

Il valore assoluto di questo rapporto si indicherà con k e si applicheranno le formole (1) col segno superiore ponendo in esse: $T = 3^h\, 50^m$, $k = \left|\frac{L'}{n}\right| = 1,3003$ e $\lambda = 70^\circ\, 26'$ *W*. Facendo il calcolo si trova con questi dati $\varrho \cos \Phi' > 1$.

Questo risultato è inaccettabile. Facciamo allora variare $T = 3^h\, 50^m$ di $+ 1^m$ e vedremo che il Φ' ricavato dalle (1) mediante $\varrho \sin \Phi'$ e $\varrho \cos \Phi'$ ci dà per gli omologhi valori ottenuti colle formole dell'ellissoide di rotazione differenze di poca entità.

Nell'applicazione fatta delle (1) al tempo $T = 3^h\, 51^m$ si avrà infatti per la coppia di differenze logaritmiche

$$\begin{pmatrix} -\log \varrho \sin \Phi' + \log X \sin \varphi \\ -\log \varrho \cos \Phi' + \log Y \cos \varphi \end{pmatrix}$$

il valore $- 13$ adoperando logaritmi a cinque decimali.

Assumendo ora $T = 3^h\, 51^m, 1$ ossia dando al tempo l'incremento $\Delta T = + 0^m. 1$ le due differenze logaritmiche or ora scritte in parentesi diventeranno anzitutto positive ed uguali a $+ 53$.

Il tempo richiesto è dunque compreso tra

$3^h\, 51^m$ e $3^h\, 51^m. 1$ pel limite nord.

Pel primo di questi tempi la differenza $\varrho \sin \Phi' - X \sin \Phi$ è positiva e $\log \varrho \sin \Phi' - \log X \sin \varphi$, pari evidentemente a $\log \varrho \cos \Phi' - \log Y \cos \varphi$, è uguale a $+ 13$ tenendo conto delle sole cifre significative.

Pel secondo le omonime differenze diventano $- 53$.

Intervallo di tempo $0^m. 1$.

Una semplice ed ovvia analisi ci dimostra che la seguente proporzione è sensibilissimamente giustificata. Sarà dunque:

La differenza tra i due valori precedenti $+ 13$ e $- 53$ ($= 66$ cioè) è a $- 13$ nel rapporto stesso che l'intervallo dato 0,1 è all'intervallo richiesto.

Quest'ultimo si avvicinerà assai a $+ 0.02$. Il tempo richiesto sarebbe quindi $3^h\, 51^m. 02$.

Con esso rifaremo il calcolo di $\frac{L'}{n}$ per una definitiva determinazione di questo valore per la longitudine suddetta ed al tempo richiesto.

Porremo indi $k = \left| \frac{L'}{n} \right|$ ove $\left| \quad \right|$ ci indica per convenzione il modulo o valore asssoluto di $\frac{L'}{n}$ ed applicheremo le formole (1) tenendo presente che l'istante del limite richiesto ci è già noto con esattezza superiore al decimo di minuto primo.

L'applicazione suddetta la faremo pei tempi

$$3^h\,51^m.01 \quad e \quad 3^h\,51^m.02$$

colla longitudine data. Pel limite sud assumeremo nelle (1) il segno inferiore sempre partendo da $T = 3^h\,50^m$. Si giungerà così ai seguenti dati per l'eclisse totale del 3 febbraio 1916 ed alla longitudine da Greenw.

$$70^\circ\,26'\,w.$$

limite boreale $\varphi = 9^\circ\,44'\,48''$ N. con $T = 3^h\,51^m\,8^s$ (t. m. Greenw.)
limite australe $\varphi = 8^\circ\,32'\,57''$ N. con $T = 3^h\,49^m\,0^s$ (t. m. Greenw.)
coi dati fondamentali della *Connaissance des temps* del 1916 per questa eclisse.

Osservazione. — Perchè sia valido l'uso spiegato di questi segni è sufficiente che l'asse del cono d'ombra sia a tale distanza angolare dal piano meridiano per i due punti terrestri considerati che i due valori di $\varrho \cos \varphi'$ ottenuti dalla seconda delle (1) (valori che indicheremo con $\varrho \cos \varphi'_B$ e $\varrho \cos \varphi'_A$ ove il primo si riferisce al punto più a nord sul meridiano considerato ed il secondo al punto più a sud) sieno tali che per $\varrho \cos \varphi'_B < \varrho \cos \varphi'_A$ sia (indicando con x_B e con x_A i rispettivi valori di x):

$$| x_A + k\,y' | > | x_B - k\,y' |$$

colle espressioni a denominatore in $\varrho \cos \varphi'$ (secondo la (1)) non troppo differenti: cioè.

Ed indicando con t l'intervallo di tempo tra le fasi massime della eclisse pei due punti in esame sarà algebricamente:

$$x_A = x_B + tx'$$

ove t è espresso in minuti primi di tempo.

La precedente disuguaglianza diviene dunqne

$$x_B + tx' + ky' > x_B - ky'$$

o anche

$$x_B - (-tx' - ky') > x_B - ky'$$

ossia

$$- tx' - ky' > ky'$$

ossia

$$k < -\frac{t}{2}\,\frac{x'}{y'}$$

È facile a dimostrare che t ed y' hanno segno opposto.

Infatti: se t è un intervallo additivo di tempo (essendo x' positivo) $x_A > x_B$ l'asse del cono d'ombra si sposta verso E. andando da nord a sud ed il fenomeno posticipa in quest'ultima direzione verso sud sullo stesso meridiano.

L'asse del cono d'ombra progredisce dunque col crescere del tempo da nord a sud ossia y' è negativo.

Se fosse invece t un intervallo sottrattivo di tempo ne verrebbe che il fenomeno anticiperebbe dunque andando verso sud sullo stesso meridiano; l'asse del cono d'ombra progredisce dunque col crescere del tempo dal punto sud al punto nord; ossia y' diventa ora positiva.

Si potrà dunque scrivere la precedente disuguaglianza sotto la forma

$$k < \frac{t}{2}\,\frac{x'}{y'}$$

Che x' sia positivo è ovvio; basta riflettere, infatti, che l'asse del cono d'ombra segue il moto retrogrado della Luna.

È facile conchiudere dunque, dietro attento esame della espressione di $\varrho \cos \varphi'$ data dalla (1), che la regola dei segni potrà essere sempre vera finchè

$$k < \frac{t}{2}\,\frac{x'}{y'}$$

e

$$\left|\frac{x_A + ky'}{x_B - ky'}\right| > \left|\frac{\sin(\mu_A + \lambda)}{\sin(\mu_B + \lambda)}\right|$$

Infatti se $k < \frac{t}{2}\,\frac{x'}{y'}$, è $\left|x_A + ky'\right| > \left|x_B - ky'\right|$, come da dimostrazione, e quindi

$$\left|\frac{x_A + ky'}{x_B - ky'}\right| > 1$$

In conseguenza non sarà esclusa per qualsiasi valore reale

di sin d la possibilità di avere ancora

$$\left|\frac{x_A + ky'}{x_B - ky'}\right| > \frac{1 + [7.63992]\, k \sin d}{1 - [7.63992]\, k \sin d} \left|\frac{\sin(\mu_A + \lambda)}{\sin(\mu_B + \lambda)}\right|$$

Le formole (1) quindi sono formole di grande generalità.

Aumentata ancora considerando il punto della linea di centralità in cui essa per breve tratto fosse perpendicolare al meridiano. Per detto punto (ipotetico) si ha per quel meridiano lo stesso istante fisico relativo ai limiti nord e sud della eclissi totale su esso.

Per questi punti non è più vera la diseguaglianza $k < \frac{t}{2} \frac{x'}{y'}$ essendo il secondo membro ora nullo a causa di $t = o$.

E nonostante questo sussiste ancora la regola dei segni.

Dimodochè la condizione $k < \frac{t}{2} \frac{x'}{y'}$, è condizione sufficiente, ma non necessaria per $| x_A + ky' | > | x_B - ky' |$ per qualsiasi valore di t (nei limiti del reale) compreso $t = o$.

LUGLIO 1914

TEMPO MEDIO CIVILE DI MILANO

Giorni del mese	Alt. barom. ridotta a 0° C				Temperatura centigrada						Quantità della pioggia neve fusa e nebbia condensata
	9h	15h	21h	Media	9h	15h	21h	Mass.	Min.	Media mass. min 9h 21h	
	mm	mm	mm	mm	o	o	o	o	o	o	mm
1	749.7	747.1	746.8	747.9	+26.7	+34.1	+27.9	+35.3	+21.4	+27.8	—
2	46.4	45.9	46.4	46.2	25.7	32.2	23.0	33.5	21.2	25.8	6.5
3	45.9	45.0	45.9	45.6	24.0	24.2	21.4	26.4	18.3	22.5	27.2
4	45.6	45.0	45.1	45.2	20.4	26.3	22.7	28.5	17.1	22.2	—
5	44.0	43.0	44.8	43.9	21.8	27.4	22.2	29.5	16.4	22.5	0.6
6	748.4	748.6	748.8	748.6	+22.9	+24.8	+23.0	+25.7	+16.8	+22.1	—
7	47.3	44.5	48.0	46.6	22.5	28.7	16.0	29.0	14.8	20.6	1.0
8	50.0	49.3	50.3	49.9	22.7	26.8	23.2	27.4	13.2	21.6	—
9	49.3	47.5	49.0	48.6	21.8	31.3	23.1	32.2	15.1	23.1	—
10	50.1	50.0	49.6	49.9	23.5	30.9	26.0	32.0	16.2	24.4	—
11	749.3	748.3	748.6	748.7	+24.5	+31.4	+27.4	+33.5	+17.1	+25.6	—
12	49.4	47.7	48.8	48.6	26.2	32.3	28.5	34.7	19.5	27.2	—
13	49.8	49.0	50.3	49.7	24.6	32.6	23.4	33.0	18.2	24.8	2.0
14	50.9	49.7	49.7	50.1	25.1	32.0	27.5	34.0	19.2	26.4	—
15	49.6	47.3	48.4	48.4	26.8	33.4	21.4	34.6	20.9	25.9	0.9
16	747.2	745.6	746.7	746.5	+21.1	+16.2	+18.2	+23.8	+14.0	+19.3	38.2
17	46.7	45.7	46.2	46.2	22.7	26.9	22.2	27.6	13.6	21.5	—
18	45.2	44.4	44.8	44.8	24.4	29.5	25.4	30.5	16.7	24.3	—
19	44.7	43.2	43.7	43.9	23.8	30.7	25.6	32.6	18.3	25.1	—
20	44.8	43.5	44.8	44.4	23.4	30.5	25.0	32.7	19.6	25.2	—
21	745.4	745.9	747.4	746.2	+24.5	+27.4	+21.2	+29.4	+20.4	+23.9	5.3
22	46.5	44.3	42.3	44.4	22.0	25.9	23.6	28.3	18.4	23.1	0.4
23	38.9	38.4	40.5	39.3	18.0	26.7	22.0	27.8	16.8	21.1	4.0
24	42.9	42.8	42.8	42.8	22.9	28.1	23.8	29.4	15.4	22.9	—
25	43.2	42.3	40.6	42.0	22.2	28.3	22.8	30.7	17.5	23.3	—
26	739.9	739.6	739.6	739.7	+20.7	+26.7	+22.6	+29.5	+15.9	+22.2	16.0
27	41.4	39.2	39.4	40.0	19.6	26.7	19.0	27.8	14.8	20.3	0.3
28	41.1	40.3	41.4	40.9	18.9	25.5	20.2	26.5	13.1	19.7	—
29	43.8	43.7	45.3	44.3	20.5	26.0	20.2	26.7	15.1	20.6	—
30	47.3	46.4	46.5	46.8	20.4	21.6	19.4	26.0	15.1	20.2	1.5
31	48.1	48.6	49.8	48.8	+18.4	+26.7	+22.6	+29.0	+15.2	+21.3	—
M	746.22	745.22	745.88	745.77	+22.67	+28.12	+22.92	+29.92	+16.95	+23.11	103.9

			mm					
Altezza barom.		mass.	750.9	g. 14	Temperatura	mass.	+ 35°.3	g. 1
"	"	min.	738.4	" 23	"	min.	+ 13°.1	" 28
"	"	media	745.77		"	media	+ 23°.11	

Temporale il giorno 2, 3, 7, 12, 13, 15, 16, 21, 23, 25
Grandine " 3, 16
Nebbia " 4, 31

I numeri segnati con asterisco nella colonna delle precipitazioni indicano neve fusa, e nebbia condensata, o brina, o rugiada disciolte.

LUGLIO 1911

TEMPO MEDIO CIVILE DI MILANO

Giorni del mese	Tensione del vapor acqueo in millimetri 9h	15h	21h	M corr 9.15.21.	Umidità relativa in centesime parti 9h	15h	21h	M corr. 9.15.21.	Nebulosità relat. in decimi 9h	15h	21h	Provenienza del vento 9h	15h	21h	Velocità media del vento in chilom. all'ora
	mm	mm	mm	mm											
1	15.9	13.6	16.3	15.1	61	34	58	54.9	1	4	6	E	S	NE	6
2	12.6	14.4	13.6	13.3	51	40	65	55.9	4	2	8	E	SE	N	7
3	13.6	13.8	14.6	13.8	61	62	77	70.6	9	9	9	SW	CALMA	SE	3
4	14.5	11.4	12.8	12.7	81	45	62	66.6	10	2	4	N	CALMA	SW	4
5	12.7	9.7	11.2	11.1	65	35	57	56.2	4	3	0	NE	CALMA	SW	6
6	11.6	13.4	14.2	12.9	56	58	68	64.6	5	9	10	CALMA	SE	SE	3
7	13.4	11.7	8.0	10.8	66	40	59	58.9	9	3	8	SE	SW	N	14
8	4.5	3.9	6.7	4.8	22	15	33	27.2	1	0	0	NW	N	W	14
9	7.9	11.4	8.9	9.2	40	33	42	42.2	1	1	3	CALMA	S	NE	5
10	7.8	8.7	10.2	8.8	36	26	41	38.2	0	0	1	NW	CALMA	E	4
11	12.2	9.7	13.5	11.6	53	28	50	47.6	2	1	1	CALMA	CALMA	SW	3
12	12.6	13.1	14.9	13.3	50	36	52	49.9	2	4	8	SE	W	E	4
13	13.4	15.0	14.3	14.0	58	41	67	59.2	3	4	8	CALMA	SE	N	4
14	15.6	15.1	14.8	15.0	65	43	54	57.9	2	2	2	CALMA	SE	E	2
15	15.9	15.4	13.6	14.9	60	40	72	61.2	0	4	10	CALMA	E	N	4
16	15.9	12.0	12.8	13.4	85	87	82	88.6	10	10	7	SW	N	W	5
17	6.5	5.5	5.6	5.7	32	21	28	30.9	0	0	5	NW	NW	N	11
18	6.7	7.7	11.8	8.5	30	25	49	38.6	3	7	4	NW	SW	SW	7
19	12.1	10.5	12.6	11.5	55	32	52	50.2	0	1	7	SE	SW	E	5
20	12.5	13.4	13.7	13.1	58	41	58	56.2	9	4	8	E	SE	NE	4
21	14.1	15.0	15.3	14.6	62	55	82	70.1	9	10	10	E	CALMA	W	5
22	16.4	16.9	15.2	16.0	83	68	70	77.5	10	9	9	E	NE	E	4
23	12.3	12.1	13.5	12.4	80	46	69	68.8	10	4	7	N	W	SW	6
24	8.2	7.3	11.8	8.9	39	26	54	43.5	3	0	0	W	W	SW	9
25	11.2	12.0	12.1	11.7	57	42	59	56.5	1	3	6	SW	W	SW	8
26	11.6	7.9	7.2	8.7	64	30	35	46.8	1	2	5	SW	SW	SW	6
27	10.0	7.7	10.3	9.1	59	30	63	54.5	3	4	6	E	SE	E	7
28	11.2	8.6	10.7	10.0	69	35	61	58.8	7	8	6	E	E	SE	4
29	11.1	10.2	11.1	10.6	62	41	63	59.1	8	6	6	SE	SW	E	4
30	11.0	11.6	11.5	11.1	62	60	68	67.1	9	7	10	E	CALMA	N	3
31	11.9	10.0	11.3	10.9	76	39	56	60.8	0	2	3	CALMA	S	SE	4
M	11.84	11.25	12.07	11.53	58.0	40.5	58.3	56.10	4.3	4.0	5.7				5.6

Tens. del vap. mass. 16.9 g. 22
" " " min. 3.9 " 8
" " " media 11.53
Umid. mass. 87 % g. 16
" min. 15 % " 8
" media 56.10 %

Proporzione dei venti nel mese

N	NE	E	SE	S	SW	W	NW	CALMA
10	5	17	14	3	17	8	5	14

Media nebulosità relativa del mese 4,7

AGOSTO 1914

TEMPO MEDIO CIVILE DI MILANO

Giorni del mese	Alt. barom. ridotta a 0° C 9h	15h	21h	Media	Temperatura centigrada 9h	15h	21h	Mass.	Min.	Media mass. min. 9h 21h	Quantità della pioggia neve fusa e nebbia condensata
	mm	mm	mm	mm	°	°	°	°	°	°	mm
1	751.8	750.7	750.9	751.1	+21.8	+28.4	+24.8	+31.0	+15.3	+23.2	—
2	50.1	48.5	49.0	49.2	22.8	29.5	23.7	31.6	17.2	23.8	—
3	49.8	48.6	48.5	49.0	23.3	30.0	25.4	32.2	18.3	24.8	—
4	48.7	46.5	46.4	47.2	24.6	28.4	24.2	31.0	18.2	24.5	0.4
5	47.6	46.8	47.1	47.2	22.5	28.6	25.7	31.4	17.3	24.2	—
6	743.9	744.0	746.7	744.9	+21.0	+23.0	+20.4	+25.6	+17.9	+21.2	3.6
7	50.1	49.5	49.9	49.8	21.0	27.6	22.8	29.7	13.9	21.8	—
8	50.8	50.5	52.4	51.2	21.7	29.9	24.6	31.4	15.7	23.4	—
9	55.3	54.4	55.1	54.9	24.1	30.0	25.0	32.0	18.5	24.9	—
10	56.4	55.4	55.8	55.9	24.8	29.6	25.2	31.7	19.3	25.3	—
11	755.5	754.3	754.3	754.7	+25.2	+31.4	+26.2	+33.6	+18.9	+26.0	—
12	54.0	52.0	52.2	52.7	25.8	33.1	27.6	35.2	20.1	27.2	—
13	51.2	49.3	49.1	49.9	26.7	33.1	28.1	34.7	21.0	27.6	—
14	48.1	46.1	46.3	46.8	26.6	33.1	27.1	33.7	21.2	27.1	—
15	45.0	43.3	44.8	44.4	24.8	31.1	24.4	32.2	20.5	25.5	—
16	745.3	744.3	744.1	744.6	+21.5	+19.3	+18.5	+21.9	+17.2	+19.8	41.6
17	43.0	43.1	43.8	43.3	20.5	25.1	20.2	26.2	17.2	21.0	—
18	44.7	44.6	47.7	45.7	20.7	26.8	19.4	29.0	16.2	21.3	0.7
19	49.1	48.8	49.5	49.1	19.4	24.9	21.5	25.8	16.1	20.7	1.4
20	51.3	49.7	50.6	50.5	21.4	25.6	19.2	26.4	16.6	20.9	16.0
21	749.4	748.7	749.0	749.0	+19.8	+22.6	+20.4	+25.0	+16.8	+20.5	2.4
22	49.0	47.9	49.3	48.7	20.8	26.2	18.8	27.5	16.7	20.9	1.0
23	51.3	50.5	50.9	50.9	19.4	26.3	21.6	27.5	13.8	20.6	—
24	52.3	51.1	51.8	51.7	20.1	26.7	22.2	27.8	15.4	21.4	—
25	52.0	50.6	50.7	51.1	20.6	27.4	22.8	28.8	15.6	22.0	—
26	750.3	748.4	748.2	749.0	+21.9	+26.4	+22.8	+27.0	+16.3	+22.0	—
27	46.5	46.3	45.9	46.2	20.4	20.9	17.4	21.8	16.3	19.0	2.7
28	48.1	48.7	51.0	49.3	17.4	22.6	18.9	22.8	14.6	18.4	26.8
29	52.1	51.6	53.2	52.3	20.8	27.2	23.4	28.0	14.3	21.6	—
30	54.5	53.7	53.7	54.0	22.4	27.6	23.4	28.8	17.1	22.9	—
31	53.2	51.7	52.0	52.3	+21.8	+28.2	+24.4	+29.0	+16.7	+23.0	—
M	750.01	749.02	749.67	749.57	+22.12	+27.44	+22.91	+29.04	+17.10	+22.79	96.6

Altezza barom.	mass.	756.4 mm	g. 10	Temperatura	mass.	+ 35°.2	g. 12
" "	min.	743.0	" 17	"	min.	+ 13°.9	" 7
" "	media	749.57		"	media	+ 22°.79	

Temporale il giorno 6, 15, 16, 18, 19, 20, 27.

Nebbia " 19

I numeri segnati con asterisco nella colonna delle precipitazioni indicano neve fusa, o nebbia condensata, o brina, o rugiada disciolte.

AGOSTO 1914

TEMPO MEDIO CIVILE DI MILANO

Giorni del mese	Tensione del vapor acqueo in millimetri				Umidità relativa in centesime parti				Nubulosità relat. in decimi			Provenienza del vento			Velocità media del vento in chilom. all'ora
	9h	15h	21h	M. corr 9.15.21	9h	15h	21h	M. corr 9.15.21.	9h	15h	21h	9h	15h	21h	
	mm	mm	mm	mm											
1	11.8	9.1	11.8	10.7	61	32	51	51.7	0	1	0	SW	NW	SW	4
2	11.8	11.6	8.8	10.5	57	38	41	49.0	1	3	3	NE	W	SW	5
3	9.4	10.9	12.1	10.6	44	34	50	46.4	0	1	0	SW	CALMA	E	3
4	10.0	9.6	13.2	10.7	48	33	59	50.4	8	3	5	SW	NW	NW	5
5	13.7	13.1	13.2	13.1	68	45	53	59.0	2	2	7	W	SW	SW	5
6	15.1	10.3	8.8	11.2	82	49	50	64.0	10	7	0	SE	N	NW	8
7	8.4	9.8	10.9	9.6	46	36	53	48.7	2	2	2	NE	E	E	5
8	12.5	11.7	14.2	12.7	65	37	62	58.4	3	5	3	SE	SW	E	4
9	12.3	12.8	14.0	12.8	55	40	59	55.0	3	3	0	E	E	E	6
10	13.1	14.1	14.5	13.7	57	46	61	58.4	3	1	2	E	E	E	5
11	15.2	14.4	15.0	14.7	64	42	59	58.6	4	1	3	E	CALMA	E	2
12	14.2	14.0	15.8	14.5	57	39	58	54.9	2	3	5	NW	SE	N	3
13	16.0	12.1	15.5	14.3	62	32	55	53.3	2	2	3	CALMA	S	NE	3
14	15.9	15.8	12.7	14.6	62	42	48	54.3	0	2	4	SE	S	NW	5
15	15.3	16.1	15.4	15.4	66	48	68	64.3	0	3	10	W	SW	W	10
16	15.3	13.5	14.3	14.2	80	81	90	87.3	9	10	9	NE	N	NE	9
17	14.5	13.6	13.7	13.7	81	58	78	75.9	10	8	4	CALMA	CALMA	W	5
18	12.5	13.0	11.8	12.3	69	49	70	66.3	7	3	8	NW	CALMA	N	6
19	13.0	12.4	13.5	12.8	77	53	71	70.6	10	6	4	CALMA	NE	CALMA	3
20	13.3	13.9	14.0	13.5	70	57	85	74.3	9	7	10	E	E	E	5
21	12.1	13.5	13.6	12.9	71	66	76	74.5	10	8	4	NW	CALMA	W	3
22	14.0	13.2	11.3	12.6	76	52	70	69.5	6	4	8	SE	SE	NE	5
23	10.3	9.8	11.3	10.3	62	38	59	56.5	0	1	3	CALMA	W	SW	3
24	12.4	11.3	12.2	11.8	71	43	61	61.8	3	1	4	E	SE	E	4
25	12.7	10.5	12.6	11.7	70	39	61	60.2	2	0	3	CALMA	SW	SE	2
26	11.4	11.9	10.0	10.9	58	48	48	54.8	0	10	5	SE	SW	W	3
27	12.7	12.2	13.3	1[illegible].5	71	66	90	79.2	10	10	10	CALMA	N	SW	5
28	13.3	13.8	13.3	13.3	90	68	82	83.5	10	9	4	CALMA	SE	W	4
29	14.0	13.5	14.6	13.8	76	50	68	68.2	2	2	4	N	CALMA	N	3
30	13.6	13.8	15.0	13.9	68	50	70	66.2	5	5	3	CALMA	SE	N	4
31	12.6	13.2	14.0	13.2	65	46	62	61.1	1	1	4	CALMA	W	CALMA	3
M	12.99	12.53	13.04	12.66	66.10	47.00	63.48	62.46	4.3	4.0	4.3				4.5

Ten. del vap. mass. 16.0 g. 13
" " " min. 8.6 " 7
" " " media 12.66
Umid. mass. 90 % g. 16
" min. 32 % " 1
" media 62.46 %

Proporzione dei venti nel mese

N	NE	E	SE	S	SW	W	NW	CALMA
8	7	17	11	2	13	10	8	17

Media nebulosità relativa del mese 4,2

AGOSTO 1914

Giorno	Lago Maggiore	Lago di Lugano	Lago di Como			Lago d'Iseo	Lago di Garda
	Porto di Angera M. 193.50* 12h	Ponte Tresa M. 272.10* 12h	Como, Porto M. 197.521* 12h	Lecco Malpensata M. 197.403* 12h	Lecco Ponte Visconteo M. 197.427* 12h	Ponte a Sarnico M. 185.147* 12h	Salò M. 64.55* 12h
1	+ 0.93	+ 0.74	+ 1.12	+ 1.18	+ 0.91	+ 0.39	+ 1.23
2	+ 0.87	+ 0.72	+ 1.07	+ 1.11	+ 0.86	+ 0.39	+ 1.23
3	+ 0.79	+ 0.70	+ 1.02	+ 1.07	+ 0.82	+ 0.38	+ 1.23
4	+ 0.69	+ 0.67	+ 0.97	+ 1.03	+ 0.79	+ 0.37	+ 1.21
5	+ 0.69	+ 0.64	+ 0.92	+ 1.01	+ 0.77	+ 0.37	+ 1.21
6	+ 0.72	+ 0.62	+ 0.92	+ 1.04	+ 0.79	+ 0.38	+ 1.22
7	+ 0.86	+ 0.64	+ 1.05	+ 1.12	+ 0.86	+ 0.39	+ 1.21
8	+ 0.83	+ 0.63	+ 1.06	+ 1.13	+ 0.85	+ 0.39	+ 1.21
9	+ 0.81	+ 0.61	+ 1.04	+ 1.11	+ 0.84	+ 0.38	+ 1.22
10	+ 0.69	+ 0.59	+ 1.00	+ 1.07	+ 0.82	+ 0.38	+ 1.22
11	+ 0.65	+ 0.57	+ 0.98	+ 1.04	+ 0.79	+ 0.37	+ 1.22
12	+ 0.61	+ 0.55	+ 0.97	+ 1.01	+ 0.77	+ 0.37	+ 1.20
13	+ 0.59	+ 0.53	+ 0.97	+ 1.01	+ 0.77	+ 0.37	+ 1.18
14	+ 0.55	+ 0.51	+ 0.96	+ 1.00	+ 0.76	+ 0.36	+ 1.19
15	+ 0.53	+ 0.50	+ 0.96	+ 1.00	+ 0.76	+ 0.38	+ 1.18
16	+ 0.49	+ 0.50	+ 0.98	+ 1.03	+ 0.78	+ 0.43	+ 1.19
17	+ 0.55	+ 0.60	+ 1.22	+ 1.28	+ 1.01	+ 0.60	+ 1.22
18	+ 0.50	+ 0.64	+ 1.40	+ 1.47	+ 1.19	+ 0.66	+ 1.22
19	+ 0.48	+ 0.65	+ 1.44	+ 1.50	+ 1.22	+ 0.68	+ 1.22
20	+ 0.51	+ 0.66	+ 1.39	+ 1.46	+ 1.19	+ 0.69	+ 1.22
21	+ 0.47	+ 0.66	+ 1.34	+ 1.41	+ 1.14	+ 0.72	+ 1.22
22	+ 0.45	+ 0.65	+ 1.28	+ 1.36	+ 1.10	+ 0.72	+ 1.22
23	+ 0.40	+ 0.64	+ 1.24	+ 1.31	+ 1.04	+ 0.71	+ 1.22
24	+ 0.37	+ 0.63	+ 1.18	+ 1.25	+ 0.99	+ 0.70	+ 1.21
25	+ 0.33	+ 0.62	+ 1.12	+ 1.19	+ 0.93	+ 0.67	+ 1.20
26	+ 0.30	+ 0.61	+ 1.07	+ 1.14	+ 0.88	+ 0.66	+ 1.19
27	+ 0.29	+ 0.59	+ 1.02	+ 1.09	+ 0.84	+ 0.62	+ 1.17
28	+ 0.65	+ 0.59	+ 1.05	+ 1.14	+ 0.88	+ 0.58	+ 1.17
29	+ 0.77	+ 0.60	+ 1.04	+ 1.12	+ 0.86	+ 0.53	+ 1.16
30	+ 0.78	+ 0.64	+ 1.02	+ 1.08	+ 0.82	+ 0.50	+ 1.16
31	+ 0.76	+ 0.67	+ 0.98	+ 1.04	+ 0.78	+ 0.49	+ 1.15

(*) Quota dello zero dell'idrometro sul livello del mare.

Adunanza del 12 Novembre 1914

PRESIDENZA DEL PROF. SEN. PASQUALE DEL GIUDICE

PRESIDENTE

Sono presenti i MM. EE.: Briosi, Celoria, Del Giudice, De-Marchi A., Gabba L. sen., Gobbi, Gorini, Jorini, Sabbadini, Taramelli, Vivanti.

E i SS. CC.: Bordoni-Uffreduzi, Grassi, Livini, Martorelli, Rocca, Tansini, Volta.

Hanno scusato l'assenza, per ragioni d'ufficio, il M. E. prof. Zuccante, e per ragioni di salute i MM. EE. Vignoli e Lattes.

Il presidente apre la seduta alle ore 13.30.

Il segretario prof. L. Gabba legge il verbale della precedente adunanza. Il verbale è approvato. Lo stesso segretario comunica essere pervenuto all'Istituto, in omaggio, il volume di Pio Pecchiai: Cinque anni di lavoro nell'archivio degli Istituti ospitalieri di Milano. Milano, 1914.

Il presidente prende la parola per segnalare la perdita grave che l'Istituto Lombardo ha sopportato per la morte di due illustri soci corr., il prof. Placido Tardy, e il prof. Alessandro D'Ancona, ambedue da lunghi anni facenti parte del nostro Istituto, a cui portarono il prezioso contributo della loro alta autorità negli studi ai quali avevano consacrato il loro ingegno.

Si procede alla lettura delle note poste all'ordine del giorno.

Ha la parola il S. C. prof. Iginio Tansini, il quale espone la sua nota: *Sopra un segno clinico di metastasi intestinale nel cancro del piloro.*

Il M. E. prof. Torquato Taramelli comunica la nota del prof. G. L. Sera, ammessa dalla Sezione di scienze naturali, col titolo: *Brevi note sopra un femore umano fossile dell'America meridionale.*

Essendo esaurite le letture il presidente annuncia al Corpo Accademico che si procede alla trattazione degli affari posti all'ordine del giorno.

L'Istituto approva l'effemeride predisposta per le adunanze dell'anno 1915.

Alla nomina dei conservatori della biblioteca, l'Istituto delibera di procedere in una prossima adunanza.

Alle 15 pom. il presidente leva la seduta.

Il Presidente
P. DEL GIUDICE

Il Segretario
L. GABBA

ERRATA-CORRIGE

Nel verbale della precedente adunanza del 5 novembre (a pag. 897) vanno corretti i seguenti errori:

a linea	19	possano	*invece di*	possono,
" "	20	vogliano	" "	vogliono,
" "	22	pur ottengano	" "	però ottengono,
" "	34	o incarichino	" "	e incarichino.

Adunanza del 26 Novembre 1914

PRESIDENZA DEL PROF. SEN. PASQUALE DEL GIUDICE

PRESIDENTE

Sono presenti i MM. EE.: Artini, Berzolari, Brugnatelli, Buzzati, Celoria, Ceruti, Colombo, Del Giudice, De Marchi A., Gobbi, Golgi, Gorini, Jung, Lattes E., Mangiagalli, Marcacci, Menozzi, Salvioni C., Taramelli, Zuccante.

E i SS. CC.: Antony, Arnò, Bonardi, Bonfante, Bordoni-Uffreduzi, De Marchi M., Gabba L. jun., Grassi, Guarnerio, Jona.

Giustificano lo loro assenza, per malattia o indisposizione, i MM. EE.: Gabba L. senior., Vidari, Vignoli; per ragioni d'ufficio, Scherillo.

L'adunanza è aperta alle ore 13.45.

Il M. E. prof. Zuccante, segretario, legge il verbale della precedente adunanza; il verbale è approvato. Lo stesso segretario dà comunicazione delle pubblicazioni giunte in omaggio all'Istituto. Esse sono, per la Classe di lettere e scienze morali e storiche, le seguenti:

Formichi C. Michele Kerbaker, 1835-1914. Torino, 1914.

Monografie delle Università e degli Istituti superiori. Vol. 1 e 2, Roma, 1911 e 1913.

Rayna P. Alessandro D'Ancona. Firenze, 1914.

E, per la Classe di scienze matematiche e naturali:

Pascal A. Sopra i minori del determinante generalizzato di Scholtz-Hunyady. Napoli, 1914.

Si passa alle letture.

Il M. E. prof. Torquato Taramelli, presenta e illustra i suoi *Appunti per la storia geologica del lago di Varese.*

Il S. C. prof. Edoardo Bonardi discorre circa *La cura della febbre tifoidea col vaccino antitifoideo di Wright.*

Il S. C. ing. Luigi Gabba, junior, presenta una nota dal titolo: *Osservazioni su alcune comete.*

Il dott. Guglielmo Castelli discorre di *Una nuova iscrizione in tema di diritto di patronato romano.* La nota era stata ammessa alla lettura dalle Sezione di scienze politiche e giuridiche.

Terminate le letture, l'Istituto si raccoglie in adunanza privata.

E all'ordine del giorno la nomina del Segretario della Classe di scienze matematiche e naturali. Letto l'articolo 18 del Regolamento organico che riguarda le elezioni in generale, e constatato che c'è la metà più uno dei membri effettivi della Classe di scienze matematiche e naturali — condizione necessaria perchè la votazione sia valida —, il presidente indice la votazione, nominando poi a scrutatori, per lo spoglio delle schede, i MM. EE. Jung e Taramelli. I votanti sono 12; nessuno dei candidati avendo ottenuto almeno due terzi dei voti dei membri effettivi votanti, come è voluto dal Regolamento, avrà luogo una votazione di ballottaggio fra i due candidati che hanno avuto maggior numero di suffragi, nella prossima adunanza del 3 dicembre.

Il presidente comunica quindi all'Istituto che il M. E. monsignor Achille Ratti ha trasportato la sua residenza a Roma, nella sua qualità di prefetto della Vaticana, e perciò, a norma del Regolamento organico, è passato fra i membri non residenti. Mentre egli si rammarica che l'Istituto sia privato di un membro così attivo e sapiente, annunzia che il discorso inaugurale nella prossima solenne adunanza del gennaio, il quale appunto doveva essere tenuto da monsignor Ratti, sarà invece tenuto dal M. E. Buzzati, che, officiato dal presidente, ha gentilmente accettato di farlo. E comunica ancora che, per effetto del suo trasloco a Roma, monsignor Ratti, pure a norma del Regolamento organico, cessa di percepire la pensione accademica che gli era stata conferita: questa nella prossima adunanza sarà aggiudicata dai membri pensionati ad altro collega.

La seduta è tolta alle ore 15.

Il Presidente
P. DEL GIUDICE

Il Segretario
G. ZUCCANTE

INTORNO AI MAGISTRATI ETRUSCHI DEL ROSENBERG

Nota del M. E. Elia Lattes

(*Adunanza del 5 novembre 1914*)

A p. 52 del nuovo lodatissimo (1) libro di Arturo Rosenberg 'der Staat der Alten Italiker' (Berlin, 1913), scrive egli testualmente: « zilaχ (oder zilaϑ), *purϑ- und *marun- »; ivi, poco appresso, egli legge e rende CIE. 1430 F r a u n a c l a n z i l « des Frauna Sohn, der zil(aχ) »; ivi ancora e p. 53 afferma poi che « zilaχ (oft) tritt bei der im Etruskischen häufigen Vokalausstossung auch als zilχ (auch zilc ohne Aspiration) » e che « neben zilaχ tritt auch zilaϑ auf in der Inschrift (Fabretti) S(upplemento) I 436 gar zil, das hier sicher nicht Abkürzung ist » (2). Ora io non so accordare codeste asserzioni

---

(1) Cf. Kornemann, Klio XIV 1914 p. 190-206; Soltau Berl. philol. Woch. 1914 col. 659 sg. e Hermes XLIX 1914 p. 353; Grenier, Iournal des savans V p. 234-247; Thomas, Revue Critique VI 1914 p. 106.

(2) Cf. Kornemann, Klio cit. 191 (riassunto del Rosenberg): « es ist der *zilaχ* (*zilχ*, auch *zilc* und *zil*) der etruskischen Inschriften, der dann in den lateinischen Ritualbüchern als *princeps civitatis*, in den Inschriften der römischen Epoche mit dem Amtstitel *dictator* (in Caere) erscheint »; così pure Soltau Hermes cit. 360: « in dem Zwölfstaatenbund der Etrusker findet sich neben dem Zilach der einzelner Stadt, der Bundesbeamte, der Zilath..... rasnal (der Rasennae) », e « dieser Bundesoberhaupt, das alljährlich auf einem Bundestag *ad aram Voltumnae* gewählt wurde » (n. 6) « sein Sitz wechselte zwischen Clusium und Tarquinii ». E pensare che, dopo quasi cinquant'anni passati sui testi etruschi, tutto ciò mi apparisce, con grande mio rammarico, almeno per ora, privo di sufficiente fondamento!

col fatto che quel suo *zilaχ non occorse mai finora affatto (1), ma sì sempre esclusivamente zilaϑ (nove volte almeno e forse una abbreviato *z.*), oppure zilat (tre volte); inoltre non un solo zil abbiamo, ma tre, senza dire di zi zi-z zile zili e zel più o meno meritevoli di discussione (2); infine coi due zilχ e coi quattro e più zilc, voglionsi ricordare zilci zilcte e zilcti (3). Come mai pertanto il Rosenberg ac-

---

(1) Ducati, Monum. ant. Lincei (Pietre felsinee) XX 708 (cf. 379. 25 e 475 sg.) [zi]laχs' incertissimo, torna tanto più improbabile in quanto as'laχ della lapide di S. Marinella (Ind. lessic. s. v. cnas) meglio risponde al precedente as'lekes.

(1) zilaϑ F. 2101. 2281, F.[1] 399, F.[2] 98 = F.[3] 322, F.[3] 321, Not. d. Sc. 1882 p. 254, ib. 1883 p. 241 inc. zil[aϑ], Deecke Etr. Forsch. III 162. 27 = VII 8. 15 ma[ru z]ilaϑ (Torp. Etr. Notes 20. 7 *ma[rnu]*); z(ilaϑ) incerto F.[1] 434, dove cioè, a mio avviso, maru m(eχlum) t(enve) z(ilc) p(arχis) t(enve), mentre Torp ib. 27 preferisce *maru m(arunuχva) t(enu) z(ilc) p(urts'vavc) t(enu)*. zilat CIE. 2271, F. 368 e 798 bis inc. zil CIE. 1430 inc. (v. Ind. less. s. v. clantiz), F.[1] 436[a.b.], Gam. 19 inc. (zi.l, v. Ind. less. s. v. Venelu): cf. qui in f. *zilus'*. zi CIE. 2785 Ve(l) Severpe Larϑal t(i) zi ossia zi(l) o zi(laϑ) conforme a Giunte Correz. 121 (cf. tantosto zilc ti purts'vac ti), laddove Pauli ad l. *tenu* o *tenϑas zilat* e Torp Notes 27 *t(enu) zi(lc)*, contro la regola, che mostra tenu e tenϑas sempre preposti, e solo il secondo con zilat o zilaϑ, e il primo solo con meχlum o cepen; CIE. 3297 Lartli zi ossia zi(l) o zi(laϑ) secondo Correz. 144, confrontato il prenome libertino Larϑli-s; F. 2260[1] inc. F.[1] 37 tav. 4 con zi integro, al modo che ϑi ϑil, ri ril, usi Usil; Cap. 13 zi-z. zilc F. 2070 e 2335[b], F.[1] 388, F.[3] 318.

(3) zilc-te Danielsson ap. Torp Notes 21 num. 15 e zilc-ti F.[1] 388 seguito da purts'va-v-c-ti: cf. zilc ϑufi 'due volte', eslz zilaχnϑas o zel es'ulzi 'tre volte', insieme con tch amai 'in duplici ama' singolare di tem amer 'binas amas' e con marnu tef 'maro bis' e, cred'io, con ki Aiser Tinia ti 'cinque (misure) [per] gli Aiser [e] due [per] Giove' e con tei 'due' e 'secondo' e tesn-s' tei-s' 'duodecimo', com'io oso pur sempre interpretare'; quindi zilc 'due volte', laddove Torp 24 « evidently locative 'in the zilc' » collo « evidently » della famiglia medesima che il solito « ohne Zweifel » posto « in der Regel, wenn die Beweise fehlen » (Kornemann Klio cit. 193). zilχ F.[3] 367 Gam. 740. zilci F.[1] 420 e Ga. 802.6 secondo la revisione del Danielsson ap. Torp 20. 3 e 4: Torp 28 'by the command', io 'essendo zilc' loc. abl. come lat. 'essendo console pretore giudice il tale', spiegazione esclusa da lui solo perchè « no other inscription is dated and we have no right to assume these two alone to be so ». zile Cap. 5 ri zile picas ri sav lasicis

campi « zilaχ » di continuo (10-15 volte) invece per lo meno di **zilaχ*, cioè senza pure premettere l'asterisco, di cui adorna **purϑ-* e **marun-*, non intendo; nè meglio intendo com'egli senza più integri in CIE. 1430 testè citato « zil(aχ) », mentre riconosce aversi almeno uno zil « sicher nicht Abkürzung » (p. 53): già d'altronde Glotta IV 54 num. 10 egli pose l'immaginario « *zilaχ* » fra le vere documentate parole etrusche, rinviando per le « Stellen » a « Torp (1) Etruscan Notes 20 ff. », il quale non ne sa nulla, e tutto ripete da zil (p. 23 « we find various forms, all pointing to an apparent base *zil* »); precisamente il contrario del Rosenberg, il quale ammonisce: « es wäre überaus einfach, ganz mechanisch zu verfahren, zil für den eigentlichen Stamm zu erklären, und davon zil-aχ und zil-aϑ abzuleiten ecc. aber ich kann mich dazu nicht entschliessen; denn in allen Zusammensetzungen tritt zilaχ als richtiger Stamm auf, während es von zilaϑ keine einzige ableitung giebt ». E sta bene: ma, se fosse esistito, vuolsi credere che il supposto **zilaχ* sarebbesi pur talvolta incontrato, al modo che zilaϑ zil zilc zilχ: sicchè a me, nell'ignoranza nostra, pare doversi accettare semplicemente il fatto che zilaϑ non

---

(cf. M. I l. 4 zaχ ri insieme con sup. zilc ϑufi ecc. cioè cf. zilc associato a ri 'anno' con zilc associato a ϑufi 'due volte' ecc.) e Cap. 6 muli ri zile picas insieme di 13 mulu ri zile zi-z e di Poggi Mus. Ital. I 363 mi mulu Larile zili mlaχ (io Mlaχ '*Malacia*' circa come Mlacuχ deità certa; cf. Torp Etr. Beitr. II 34 'dies gab Larile Zili[?]als *mlaχ*, ossia per lui 'placatio'). zili: zile (Poggi) e Danielsson ap. Torp Notes 16 p. 21 lur venas zili uzarale (v. Ind. lessic. s. v. Carsui e venas). Incertissimo CIE. 4543 zilus' finale, che il Pauli emenda *velus'*; fa per contro a mio giudizio famiglia con zil zi(l) Gam. 912 = 552 eku ϑuϑiialz reχuva zel es'ulzi ecc. reketi all'incirca per me 'ego tuticus rex [et] zil ter ecc. in regia', laddove Torp Zeitsch. f. vgl. Sprachf. XLI 193 *zeles'ulzi* 'zum zweitenmal' e *ϑuϑiialz* (io letter. 'tutialis') 'zum erstenmal'.

(1) Meramente sotto il riguardo etimologico e senza pure avvicinarsi alle deduzioni politiche del Rosenberg, già però Deecke Etr. Forsch. 34 n. 6 ha *zilaχ* da *zilant*, e 35 *zilaχ* coi derivati « nur Südetrurien », mentre *zilat* « nur Mitteletr. » e Nordetr. e « dafür Südetr. *zilaϑ* »; e così già pure Pauli Etr. St. 135. 155 « *zilaχ*, *zilc* », ma « **zilaχu* ». Niente di ciò mai per contro presso il Torp, alla cui diligente rassegna Etruscan Notes p. 20-23 mancano tuttavia Lartli zi, zi.l, zilus' e naturalmente zel; vi manca inoltre Fab. 2033 bis f.a (CIE. 5033) z[ilaχ]nce meϑlum, da lui medesimo ricordato Bemerk. 20.

figliò alcun derivato, e che i derivati di zil presuppongono quasi tutti *zil-aχ-*, anche se non sappiamo spiegarlo; mi sembra quindi ingiustificata la conghiettura del R. « dass zilaϑ gleich zila(χ)-ϑ und zil=zil(χ) ist », conghiettura a favor della quale sotto il riguardo fonetico io non saprei addurre se non appena A(χ)si El(χ)sntre ben diversi, e forse lat. etr. *Lu(χ)mennones* e al più forse anche zi(χ)nace (Rendic. Ist. Lomb. 1903 p. 799); e piuttosto, osservato essere nasali i derivati di **zilaχ-* (zilaχnuce zilaχnu zilaχnve zilaχnϑas), io sospetto che all'orecchio ed alla bocca etrusca più assai piacesse *-χn* che *-ϑn*, e che quindi al modo p. e. di meχlum meϑlum, sia zilaϑ diventato nelle ampliazioni e derivazioni zilaχ-, senza che ne provenga a noi, tardi ignoranti posteri, il diritto di dare a questo cittadinanza nel lessico etrusco, in sè e per sè, fuori delle condizioni predette. Nè vale che, se non **zilaχ*, s'abbia talvolta zilχ, ossia verisimilmente zil(a)χ, perchè ben quattro e più zil(a)c già ci pervennero per due soli zil(a)χ (sup. n. 3), ed anzi già occorsero zilc parχis e zilaϑ parχis, zilc marunuχva e zilaϑ maruχva, zil eteraias e zilaϑ eterav (1), donde sembra risulti la equivalenza di zilaϑ con zilc e zil, senza che ancora torni lecito asserire altrettanto, malgrado la grande probabilità, per zilχ (cf. Torp Etruscan Notes p. 25).

Reputo nella stessa p. 52 mere sviste le interpretazioni « lϑ. velu lϑ. tlesnal cicunias' clan 'Larth Velu, des Larth Tlesna und der Cicuni Sohn' », invece di 'figlio di Larth(Velu) e di Ciconia Tlesn(i)a', e « frauna çlan 'des Frauna Sohn' » invece di 'figlio di Fraun(i)a' (cf. Ind. lessic. s. v. *clan*); peggio però « velϑur velχas zilaχnu velus'a aninaic 'Velϑur Velχas der zilaχnu, des Velu und der Aninai Sohn', invece di 'V. V. fu zilaϑ; (egli) figlio di Vel e Aninai [sua moglie] (qui riposano)', al modo che CIE. 2785 Ve Severpe Larϑal t(i) zi.[e] Θana puia (V. S. f. di L. due [volte] zil, e sua moglie Θ. qui riposano): genitivi femm. sg. in *-ai*, dopo il mio tentativo nei Saggi e App. 107, non so che da alcuno siano stati proposti, ed ivi oggi vuolsi correggere **Anainai* in CIE. 2015 Anainei Anaina e **Anaini* in 2014 Anainl; confesso però che in fondo al mio animo M. V 16 raχ cresverae hevtai sta

(1) F. 2070 zilc parχis amce marunuχ spurana e F.[3] 327 (copia del Torp) zilaϑ parχis zilaϑ eterav; F.[3] 318 (copia T.) zilc marunuχva tenϑas e F. 2101' zi[l]aϑ maruχva tarils çeptaφe lucu inc.; F.[1] 436a.b. zil eteraias oppure eterais.

sempre aspettando accanto di i p a c e r u r u m a c l a n V e l u s u m.

Mancando pertanto finora di realtà il supposto **zilaχ*, cade „ die Frage „ giustamente divisata dal Kornemann (Klio XIV 1914 p. 192), in seguito alle affermazioni del Rosenberg: „ wie kommt es, das der *zilaχ* der Städte zum *dictator*, dagegen der *zilaϑ* des Bundes zum *praetor* (*Etruriae*) wurde „ ; io sospetto però che non sia guari fondato per ora nemmeno il superstite „ *zilaϑ* des Bundes „. Invero, primieramente, il Torp novissimo esploratore di siffatta materia, studiati tutt' i contesti, concluse (Notes p. 25 sg.) „ that *zilc* and allied words cannot mean „ alcuno speciale magistrato, ma soltanto „ something that cannot be very far from the idea of ' magistracy ' „: quindi per lui *zilaχnuce* circa „ was honoured „ e *zilaϑ* (p. 46) circa ' nobilis '; il che, quantunque anche per mio avviso non appaia bene fondato, nè probabile, torna, sembrami, assai significativo pel „ Gemeingut der etruskologischer Wissenschaft „ di cui si compiace il Rosenberg. — In secondo luogo, stima egli risultare quel significato con assoluta certezza da Fab. Pr. Suppl. 399 „.... urinas. an. zilaϑ amce meχl rasnal '.... urinas. Dieser war zilaϑ des etruskischen meχl ' „, perchè „ damit ergibt sich von selbst die Deutung von meχl als Bund, *κοινον* „, mentre „ ' rasna ' ist bekanntlich die einheimische Bezeichnung der Etrusker selbst „. ma così, con apparente semplicità argomentando, si dimenticano, io penso pur sempre, t u l a r r a s n a l e r a s n a h i l a r ' sepolcro Rasenniale ' e t e s´n s´ t e i s´ r a s´n e s´ e le non ben certe r a s´n e c e i: tutti vocaboli spettanti, per mio avviso, a persone di umile condizione, ben lontane e diverse omai dal mitico *'Ρασέννα* di Dionisio Alicarnasseo (cf. Saggi e App. 27. 142 sg. insieme con Correz. 209-211. 207-220) (1); nè

(1) Nel Cippo di Perugia (Correz. 219) fra r a s´n e e l a u t n i ' liberto ' e V e l ϑ i n a ϑ u r a s´, ossiano per me ' Voltinii ' della linea libertina (ib. 207 sg.), intercedettero, secondo a me sembra, relazioni di varia maniera; fatta ragione poi, in alcun modo, del t e z a n f u s´l e r i t e s´n s´ t e i s´ r a s´n e s´ nel medesimo Cippo e delle sue t e s n e r a s´n e c e i (ib. 219 circa ' decem Rasennicae ' per confronto con V e l i c u V e l i a, Θ a n i c u Θ a n i a, t e s n e t e i s n i c a, e forse lat. *flaminica* e *deni*) non mi riesce impossibile, che l' eroe eponimo Rasenna abbia preso il nome dagli aggruppamenti decimali e duodecimali detti ' rasnie ' (cf. le dodici famiglie quintilie decuriali degli Umbri), comunque codesta denominazione sia nata (cf. Deecke Etr. St. VII 40 got. *razn* ' casa ') alla maniera che ' Romolo Iulo ' da *Roma*

meno si dimentica il naturale significato di **zil eteraias** o **zilaϑ eterav**, i quali titoli non lice, cred'io riferire se non ad una donna *praesula* degli '**etera**', ossiano liberti di 'seconda' generazione e però prossimi alla piena cittadinanza (1); così pure verisimilmente **zilc parχis**, perchè premesso a **marunuχ spurana**, ossia per me 'preposto agli spurii' e **zilaχnuce spureϑi apasi** (2). — In terzo luogo, si dà

Iulia (Correz. 220). Bene inteso che niente di ciò implica per me, almeno di presente, sino a prove maggiori e migliori, la parentela italica dell'etrusco, ma solo la comunanza fra il tardo etrusco dei nostri documenti e il latino di tante voci e forme, quante la comunanza dell'onomastico e la contiguità e le ragioni politiche e l'odierna toscanità presuppongono, all'infuori di ogni parentela.

(1) F.[1] 436[a] Ramϑa Huzcnai ϑui ati nacnva Larϑial Apaiatrus zil eteraias = 436[b] Ramϑa Huzcnai ϑui cesu ati nacna Larϑial Apiatrus zil eterais 'R. H. figlia di Larte Apiatrone, qui posta nel sepolcro, zil della eteraia, laddove il Pauli, Etr. St. IV 21. 114[a.b.] 'R. H. ruht hier in der Gruft der Larthia (ihrer eteraia)': cf. Rosenberg, Staat 10 ed Hermes 1914 p. 265. 268-270 *sodales Tusculanae* (ossia *juvenes Tusculanae*) e *Flaviae Vere praesule sacerdot(um) Tusculanor(um)* « ein noch nicht siebenjähriges Mädchen », senza spendere qui parole intorno all'importanza della donna nella vita civile e religiosa degli Etruschi, e ricordate solo di passata le due donne (seχ) CIE. 3135. 3908 che farϑana (harϑna) ossia, per me dietr'al Deecke, verisimilmente compiono l'atto delle *parentatio*, al pari della Tarnai di F. 2327 ter[b] (farϑnaχe). Il Rosenberg tocca del primo testo solo p. 53 come documento per zil non abbreviato, e riporta e discute p. 59 (cf. 98 sgg.) soltanto di F.[3] 327 Alcϑnas V(el) V(elus) ϑelu zilaϑ parχis zilaϑ eterav ecc., prescindendo affatto da ϑelu, malgrado nello stesse epitaffio s'abbia poi l'enimmatico ϑelusa (Torp Notes 22 num. 24 « my own copy »). Ancora quanto ad esso primo testo, non riesco a comprendere come il Rosenberg lo traduca: 'Die Ramtha Huzcnai ruht hier, die...... Mutter des Larϑ Apiatru, des zil 'eterai'; non sa infatti la mia povera grammatica concordare il nominativo zil col genitivo Apiatrus, nè fare di zil eteraias o zil eterais, cioè zil della eteraia, uno « zil 'eterai », nè pareggiarlo senza più col Ros. nella ignoranza mia a « zilaϑ eterav »; nè meglio cemprendo la sua affermazione che « was nacna bedentet, ist unbekannt », affatto contraria per quelch'io so alla comune opinione, e che ati incertissimo pur nella lezione anche dopo Turanati (Herbig, Klein- as- Etr. Namengl. 25 n. 1) « ist 'die Mutter' (Skutsch S. 796) », laddove fra tanti matronimici, nemmeno uno occorse finora così espresso, a mia notizia.

(2) Fab. 2070 Arnϑ Xurcles Larϑal clan ecc. zilc parχis amce marunuχ spurana cepen tenu; F.[3] 329 (copia del Torp

altresì un zilχ ceχaneri sacerdotale, al pari che il maru paχaϑuras caϑs-c, non separabile dal maru paχanac e dal zilc marunuχ paχanati (1). Tutto ciò dimostra, se

Notes 21) Av[le-Ale]ϑnas Arnϑal ecc. zilaχn[uce] spureϑi apasi svalas marunuχva cepen tenu eprϑnev-c eslz te-[nu] eprϑieva eslz. — Non compresi mai, nè comprendo, perchè nei tentativi ermeneutici intorno ai numerosi derivati etruschi di *spur-* prescindasi da lat. *spurius* nel suo normale significato; laddove trattandosi di tale paese in cui abbondano le epigrafi senza patronimico, e il matronimico diventò poi regola, e dove secondo Teopompo solevansi τρέφειν .... πάντα γινόμενα παιδία οὐκ εἰδότας ὅτου πατρός εστιν ἕκαστος, pare a me che appunto quel significato convenga; specie ricordati i νόθοι di Atene esclusi dai ginnasii e dalle palestre degl'ingenui e confinati per le esercitazioni atletiche nel Kynosarges, e i liberti di Gortyna, tutti accasati, pare, nel quartiere Latosio, e il prenome lat. *Spurius* etr. Spurie e il nome lat. ed etr. Spurin(n)a punto spregiati (Saggi e App. 22. 208): il Deecke interpretò *spur-* ' pubblico ' e il Torp ' Grenze ' e ' Land '. — Per spureϑi apasi. v. Ind. less. s. v. apa titolo per me libertino; quanto a eprϑnev-c e eprϑieva, non mi persuade il Torp Notes p. 3 *eprϑi-eva* « not being. in a *pur* (presidency) ».

(11) F.[3] 367 (copia del Torp Notes 11) Velϑur Partunus Larisalis'a clan Ramϑas Cuclnial zilχ ceχaneri tenϑas ecc. ' V. P. f. di Laris e della madre R. C. eletto zilc della deità Ceχa (Ind. less. s. v. e cf. lat. *Volanerius Casinerius)* d'anni LXXXII ' (letter. per me ' nell'anno suo 82º '); Torp e Herbig Neugef. etr. Insch. Sitzber. kön. Bayer. Akad. IC 1904 p. 511 (cf. Danielsson ap. Torp, Vorgr. Insch. von Lemmos p. 41 sg.) Statlanes Larϑ Velus lupu avils XXXVI maru Paχaϑuras Caϑs-c ' L. S. f. di V. morto d'anni 36 (letter. per me ' nell'anno suo 36º '), *maro* degli dei Paχaϑura e Ca(u)ϑa ', questi noto dio solare, quegli verisimilmente un dio famulo (cf. Ind. less. s. v. acil e Giunte Correz. p. 205.208) di un ignoto dio Paχa(s), ossia, penso, quello da cui pigliava nome il *pagus* di cui si tratta (cf. CIE. 5094 ailf marnu tef esari); infatti io non so escludere che in F. 2335[b] zilc ϑufi tenϑas marunuχ paχanati, per me ' eletto due volte zilc o zilaϑ (e) *maro* del pago ', rifletta paχa- lat. *pagus*, nè che Gam. 789 Cauϑas paχanac alumnaϑe ridia a un di presso lat. ' Cauthae (appunto il dio solare predetto) *alumnus paganicus* ': non so escludere cioè che la voce etrusca corrispondendo alla latina pienamente sotto il riguardo fonetico, e apparendo convenire ai contesti, possa essere stata realmente non diversa da quella, fatta ragione della vicinanza dei due popoli, delle loro frequentissime secolari relazioni e della comunanza di mille e mille nomi personali. — Secondo il Torp Lemn. 62 « *paχanati* ist der Lokativ eines Stammes *paχana-* »: ma disse pure l'etrusco Manϑvate Frentinate per ' Mantovano ' e lat. *Ferentinatis.*

ben vedo, che i testi contenenti la voce zil ed i suoi derivati bisognano ancora di molto e minuto studio, primachè torni lecito ricavarne certezze simili a quelle che l'epigrafia latina e greca ci dànno: che se a ragione scrive il Rosenberg (Staat d. alt. It. p. V) essere „ das Verständniss der lakonischer und einförmigen Beamteninschriften mit ihren Namen und Titeln lange nicht so schwierig wie das der grösseren und inhaltsreicheren Texte „, non so purtroppo ancora consentire con lui che noi possediamo „ eine willkommene Kontrolle in den Angaben der zuverlässigen lateinischen und griechischen Schriftsteller „: infatti non sappiamo, per mio giudizio, nemmeno con certezza se p. es. lat. *praetor Etruriae* o *dictator* (cf. Kornemann Klio cit. p. 192) abbiano trovato per anco nei nostri testi etruschi il giusto vocabolo indigeno corrispondente, laddove ben lo sappiamo, mercè delle bilingui, ad esempio per lat. *libertus* (lautni) e *haruspex fulguriator* (trutnvt frontac).

Non so pertanto con molto mio rammarico associarmi per ora al Kornemann ed al Soltau (sup. n. 2) nell'accettare la deduzione che continuando fa il Rosenberg (Staat 54 cf. 56) dal confronto dell'epitaffio viterbese di F.[s] 322 [Ale]ϑnas Arnϑ Larisal zilaϑ Tarχnalϑi amce, ossia anche per lui ' A. Arunte f. di Laris zilaϑ in Tarquinii fu ', col volsiniese CIE. 5093 Vel Lecates Arnϑial ecc. meχlum rasneas Clevsinsl[ϑ] [z]il[a]χnve, ossia per lui ' V. L. f. di Arunte ecc. „ den etruskischen Bund in Clusium regierend (war) „ ': la deduzione cioè niente meno „ dass der Amt des zilaϑ zwischen den einzelnen Bundesstaaten wanderte, und dass zu einer gewissen Zeit anch Clusium die Hauptstadt Etruriens gewesen ist „, e che insomma il presidente e la capitale degli Stati Uniti etruschi furono peripatetici, sicchè eziandio questa vuolsi credere venisse fissata, se mai, in un con quello *ad aram Voltumnae* (cf. Soltau Hermes cit. 360). Ora, primieramente, nell'ignoranza nostra noi non sappiamo affatto che il predetto signor presidente s'intitolasse zilaϑ, come tentai mostrare testè, ma dobbiamo anzi credere si designassero così anche ufficiali pubblici e privati di minor conto. In secondo luogo io mi domando sbalordito, come mai essa nostra pur troppo innegabile ignoranza permettaci di dedurre dal fatto che zilaϑ ' in Tarquinii ' fu uno di Viterbo, non avere egli potuto essere „ Magistrat von Tarquinii, da er ja zu der Gemeinde des Gebiets von Viterbo gehört; sondern die Ortsangabe muss die damalige Residenz des Bundeshauptes nennen „: invero, mentre la storia m'insegna che si diedero luoghi e tempi ne' quali, per

legge, i magistrati supremi dovettero essere stranieri, apro a caso il bell'articolo del Rosenberg sull'*Aedilis Lustralis* (Hermes 1914 p. 263) e vi trovo un *duo(vir) Telesiae pr(aetor) Beneventi*, ed un *sacerdos Tusculanus* a Pola, Tridentum e Bovianum Undecimanorum (cf. Staat p. 10), dove giovami ricordare che (Soltau Hermes cit. 361) il « Bundesoberhaupt » dell'Etruria « wegen seiner priesterlichen Funktionen auch *sacerdos Etruriae* genannt, heisst später aber auch praetor Etruriae » (cf. Kornemann Klio cit. 192). In terzo luogo, mi chiedo ancor più sbalordito, come mai il fatto di un Volsiniese **zilaϑ** dell'enimmatico **meχlum rasneas** (enimmatico perchè inseparabile dal **tular rasna**, dal **rasna hilar**, dal **tes'ns' teis' ras'nes'** e dalle **ras'necei**, tutti, pare, dimenticati) documenti, a noi ignorantissimi posteri, le peregrinazioni della capitale federale.

Fermato, a parer suo, « dass das Amt des zilaϑ zwischen den einzelnen Bundesstaaten wanderte » (p. 55), studia il Rosenberg l'epitaffio già accennato (n. 11) di

> .... L]arisal Crespe Θanχvilus Pumpnal clan
> zilaϑ...... Rasnas marunuχ ...... n zilc ϑufi
> tenϑas marunuχ ril LXII (F. 2335b « nach Danielsson »)

ed osserva: « es ist deutlich, dass hier zwei Reihen von Magistraturen neben einander stehen », avendosi due volte **marunuχ** e **zilc** dopo **zilaϑ**, e « die beiden parallelen Reihen » sono **zilaϑ marunuχ** ecc. e **zilc marunuχ** ecc.; pertanto, a suo avviso, « es liegt schon an sich nahe, in der einen Gruppe Aemter des etruskischen Bundes und in der anderer Magistraturen der Stadt Tarquinii zu sehen », tant'è vero « dass in der ersten Reihe das Wort **rasnas** 'etruskisch' auftritt, und überdies du Titel zilaϑ » ossia per lui il « Leiter des Bundes »; quindi « sind die Aemter der zweiten Reihe städtisch » e confermano « den praktischen Unterschied zwischen den beiden stamverwandten Worten zilaϑ und zilaχ », dei quali « das erstere bezeichnet den Vorsteher des Bundes und das letzte das Oberhaupt der Einzelstadt ». Sgraziatamente, contro tutto codesto seducente semplicismo, sta per me che **zilaχ* già sappiamo non essere esistito, e proprio qui nemmeno aversi **zilχ**, ma appena **zilc**, entrambi del restante tanto più rari (n. 4) di quello che converrebbe, pare, a titolo d'ufficio urbano e però inferiore; e sopratutto sta contro che, come sopra cercai mostrare, **rasna-** appaiono essersi dette cose e persona 'etrusche' solo in quanto, se mai, erano diventate umili

e volgari, decadenza non priva di riscontro appunto nelle denominazioni etniche. Alla mia povera filologia due piccole cose soltanto appaiono nel testo riferito « deutlich » e « nahe »: che cioè la prima lacuna può col Deecke Etr. Forsch. VII 40 colmarsi con [meχl] rasnas per analogia di meχl rasnal e di meχlum rasneas, e forse la seconda [cepe]n ecc. tenϑas per analogia dei cepen tenu e, se mai, di Gam. 802 = F.[1] 418 lin. 5 [cepe]n ceχaneri tenϑas. Il che posto, eziandio le « zwei Reihen von Magistraturen » se ne vanno, e, conforme al gonfio stile de' nostri epigoni etruschi, la seconda « linea » diventa mera dichiarazione tautologica della prima, e il zilaϑ [meχl] Rasnas di questa si trova essere stato insieme marunuχ [cepe]n zilc ϑufi tenϑas e finire *in piscem* marunuχ paχanati, ossia, per me, in un umile *maro* o *magister* del suo *pagus* (n. 11) e non già di Tarquinii « nach meiner Empfindung » (dirò anch'io col Rosenberg p. 57). Cade così, per quel ch'io posso vedere, naturalmente, almeno per ora, anche l'opinione del Rosenberg che oltre al zilaϑ « gab es in Bunde wie in der Stadt » un ufficiale detto marunuχ, e che « das Verhältniss » sia stato « ganz dassebbe wie später in der Kaiserzeit, als die Vornehmen Etrusker sowohl die Gemeindeämter bekleideten, als auch Aedilen und Prätoren der sacralen Gesamtorganisation des Etrurien der XV populi waren »: precisamente, stima il Rosenberg, « wie jener Etrusker marunuχ der Gemeinde wie des Bundes gewesen ist »; e sarà, e documenti di futura scoverta forse lo attesteranno, ma non, per me, punto ancora l'attestano quelli che possediamo. I quali, giusta la diligente indagine del Torp ' Ueber den Titel maru ' (Vorgr. Insch. von Lemnos p. 40-42) sfuggita, sembra, al Rosenberg, ricordano bensì un zilc parχis ecc. marunuχ spurana ed un marniu spurana eprϑne-c (Ros. p. 60), ed uno spural marvas, ed un mar purt o purϑ, come pure uno zi[l]aϑ maruχva tarils e due zilc o zilχ marunuχva, ed un maru z(ilc) p(arχis), e un maru Paχaϑuras Caϑs-c, ed un ailf marnuχ tef esari che fa il pajo col nostro zilaϑ ecc. marunuχ ecc. zilc ϑufi e con zilχ ceχaneri, perchè ben va tef con tem teh e coi numerali certi ϑufi ϑunem ϑu, non meno che Ceχa nome, per me, di deità con Esari ed etr. lat. *Aesar* ' dio ': ma non contengono mai, per quel ch'io so vedere, alcuna indicazione, che permetta di distinguere l'ufficio del zilaϑ come statuale, da quello del maru come municipale; invero occorrono quasi

sempre uniti nella stessa persona, e l'epiteto per me umile di spurana due volte, confermato da una terza spural, ben conviene all'umiltà di paχanati, ossia, ' del pago ' giusta la mia interpretazione (n. 11), quasi lat. *paganus* (1).

Non tenta Ros. paχanati, ma conghiettura (p. 57) che tenϑas e tenve significhino ' populi ' o ' publicus ', come parallelo il primo di rasnas, e che zilaϑ o zilc parχis e marunuχ o marniu spurana siano da confrontare con osc. *meddiss tuvtiks degetasis*, e che pure eprϑne trovandosi associato con marniu sia stato titolo di ufficio municipale; egli rende F. 2339 cizi zilaχnce « xmal war er zilaχ » con rinvio allo Skutsch, dove pare gli sfuggisse che omai anche per lui ci valse ' cinque ' e però cizi disse ' cinque volte ', numero soverchio per un magistrato di conto, se tale fosse stato. Anche zilaχnuce di F.[3] 330 rende Ros. « er war zilaχ » e ravvisa poi in F. 2335[a] zilaχnϑas « eine seltene Form » dello stesso inesistente « zilaχ », forma contaminata per lui di -*n* e -*ϑ* (egli confronta « lar ϑ und e lar-nϑ ») dimenticati, pare, tenϑas svalϑas e le altre più vicine analogie: forma però per lui medesimo pure così alquanto enimmatica, non intendendosi « warum freilich der Verfasser der Inschrift di entlegenere Form gewählt hat ».

Mera svista manifestamente è l'interpretazione (p. 58) di zilχnu cezpz purts'vana ϑunz con « zilaχ y mal (etwa praetor III) (war er) und purts'vana z mal » anzichè con ' zil. y mal ' e ' pur. III mal ', giacchè ϑufi trovasi (p. 56) reso con « etva 3 mal ». Per contro di proposito pensata è la recisa dichiarazione (p. 58) che in zilχ ceχaneri tenϑas la voce mediana « sicher kein Titel, sondern ein Wort ist »: appunto il contrario di Torp Notes 25 che giustamente vi riconosce un derivato di ceχane « most decidedly the denomination of some sacerdotal person or office » (cf. sup. 11). Meno ancora so io poi consentire col Rosenberg (p. 59 cf. Kornemann Klio cit. 191) quanto a F.[3] 327 zilaϑ parχis zilaϑ eterav: dove egli afferma primieramente che « in allen früheren Fällen war der zilaϑ als Vorsteher des Bundes und

(1) Anche tarils (F. 2101) maruχva ceptaφe lucu, trova riscontro (F. 2182 = 2131) in suϑi·tarils sacniu e s'u[ϑi] tar[ils] sacniu, tutti e tre poveri epitaffi, che si confermano a vicenda ed escludono l'emendazione nel primo *cep.tu φe lupu*, ben rispondendo, se non m'illudo, alla lezione tradizionale (ceptaφe) appunto suϑi ' sepolcro '.

der zilaχ als Gemeinde-beamter hervorgetreten », mentre qui addimandasi parχis lo zilaϑ, come F. 2070 lo zilc; ma *zilaχ* non esiste nei testi etruschi per me, come pel Torp, e, nel senso del Rosenberg, nemmeno pel Pauli e pel Deecke, secondo già avvertii, insieme riconoscendo di non saper dedurre da quelli nè che zilaϑ si disse il « Vorsteher des Bundes », nè quali differenze siano intercedute fra il pubblico ufficiale di quel titolo e lo zil o zilc e, se mai, lo zel; quindi per me, di presente, nessuna maraviglia per zilaϑ parχis allato a zilc parχis, più che per zilaϑ maruχva allato a zilc marunuχva (Torp Notes 20. 22 e sup. n. 4), documenti tutti, sino a prova contraria, già osservai, che zilaϑ e zilc si pareggiano. In secondo luogo, per Ros. « nun ist es das Merkwürdige, dass die beiden Steine aus dem gleichen Ort, aus Viterbo stammen »: quindi egli sospetta « dass der zilc parχis ein specifischer Titel dieser Gemeinde war » e « der Gebrauch der Form zilaϑ » in essa « unkorrekt » od almeno contrario all'uso; ma a me sembra che in zilaϑ parχis zilaϑ eterav, giusta le regole, i due zilaϑ si confermino e assicurino l'un l'altro. Terzo, secondo il Ros. « der reguläre Gemeinde Magistrat war offenbar der parχis », e l'aversi una volta « einfach zilc und marunuχva » ed una « aus dem gleichen Ort dagegen zilc parχis und marunuχ spurana », lo persuade che « die Attribute waren also zum Verständniss nicht notwendig » e che « demnach war der parχis der normale Magistrat und der eterav hatte irgend eine Nebenfunktion »: sgraziatamente nulla di ciò è agli occhi miei « offenbar » e nulla mi permette di credere nella presente mia ignoranza superflui « die Attribute ». Quarto, la « Nebenfunktion » predetta sarebbe anzi stata, opina il Rosenberg con qualche riserva (p. 98 sg.), quella del 'princeps iuventutis', perchè il frequentissimo etera « in einigen Inschriften ist es sicher « Sohn », in anderen « Sklave » oder « Freigelassener », e però la « Grundbedeutung » generale « mag etwa der des lateinischen « puer » nahestehen »: ma per mia sfortuna qui ancora, avendo io raccolti e studiati (Rendic. Ist. Lomb. 1912 p. 421 sg. 'App. per l'indice lessicale') i testi per etera e derivati, dopo la « letzte Materialsammlung bei Torp » (1905) citata dal Rosenberg, non ne trovai pure uno in cui quel vocabolo valesse 'figlio' o 'schiavo', come d'altronde non trovò alcuno etera 'schiavo' nemmeno il Torp (p. 3746 « belonging to the maternal family »), che neglesse quasi affatto eziandio il significato di 'liberto', fondamentale per dimostrazione del Deecke

e del Pauli è attestato dal connesso lautn eteri e da lautni due volte reso nelle bilingui con 'libertus'. Dimentica poi il Ros. Lartiu camϑi eterau con prenome appunto libertino.

Il Ros. conclude la sua indagine per la parte etrusca, e rinnova ed accresce il mio sbolordimento, coll' „abschliessenden Frage nach dem Wesen der einzelnen bisher festgestellten Aemter „, dove insegna che „um es noch einmal zu wiederholen, haben wir an Bundesmagistraturen den zilaϑ und den marunuχ „ ed „an städtischen den zilaχ, den marniu und den purϑne „, separando così marunuχ spurana (p. 56. 1) da marniu spurana (ib. 2); inoltre che „da der zilaϑ oft und stets mit besonderer Betonung — gewöhnlich in einem ganzen Satz — genannt, der marunuχ dagegen nur einmal in zweiter Linie erwähnt wird, haben wir wohl in dem ersteren den Leiter des Bundes zu sehen „; infine che „da zilaϑ and zilaχ (inesistente) deutlich vom Gleichen Stamm herkommen, und offenbar aus praktischen Gründen differenziert sind, scheint dem entsprechend der zilχ der oberste Beamte der Einzelstadt zu sein „; tutto ciò poi „zum Glück lässt sich dies exaktt nachweisen „, perchè „in der Aufzählung der Titel wird nämlich stets eine bestimmte Reihenfolge eingehalten „ ed „erst kommt der zilaχ (che non vien mai e non esiste), dann der marunuχ und dann der purϑne „: ora i testi allegati, e gli altri del Torp, a me dicono soltanto che il tale defunto fu zilc marunuχva o marunuχ, e insieme zilc parχis e marunuχ spurana, e ch'egli zilχnu purts'vana (ossia che fu zilχ e insieme purts'va o purt o purϑ o purϑne). Come poi „daraus ergibt sich „ che „an der Spitze des etruskischen Bundes stand der zilaϑ, der abwechselnd aus den Bürgern der verschiedenen Gemeinden gewählt wurde, und der in der jeweiligen Hauptstadt des Landes residierte „, e come possa affermarsi che „bei ihm niemals eine Iteration erwähnt wird „, sicchè debbasi credere „als ob seine Wiederwahl untersagt gewesen wäre „, la mia fatale certezza non comprende, specie in presenza di zilc ϑufi tenϑas 'tribunus bis creatus' per me all'incirca (Ros. 56 z. „etwa 3 mal „), e di ailf marunuχ tef esari 'maro *elbi*us bis *Aesari*us (per me un magistrato sacerdotale al modo del zilχ ceχaneri tenϑas e del maru Paχaϑuras Caϑs-c sopradetti), e di eslz zilaχnϑas per me 'stato zilaϑ tre volte' (Ros. 58 „xmal zilaχ „), e di cizi zilaχnce 'fu zilaϑ cinque volte' (Ros. 57 „xmal war er zilaχ „), e di zilχnu cezpz purts'vana ϑunz 'fu zilaϑ sette volte (cezp- d'importazione egizia per semφ- italico 'septem')

e purt o purϑne od eprϑne due volte (cf. sup. ϑufi e tef Ros. 58 « zilaχ y mal [etwa praetor III war er] und purtsvana z mal) ». — Peggio poi per la mia povera intelligenza nelle ultime linee, dove leggo (p. 51): « es scheint sogar, als habe es in Volsinii gar keinen zilaχ (credo io, nè là, nè altrove) gegeben, dessen Stelle dort der marniu zu vertreten hatte »; e codesto perchè « der Vel Lecates in C. I. E. 5093, der sogar zilaϑ von ganz Etrurien gewesen ist, nennt als sein höchstes nunizipales Amt nur den marniu spurana, und auch der vornehme Mann, dessen Grabschrift C. 5094 ist bezeichnet sich nur « marnuχ »: ora a me quest'ultimo epitaffio, insegna soltanto che un volsiniese Arnϑ Leinies figlio di Larϑ ecc. ailf marnuχ tef' esari ecc. amce, ossia fu, non marnuχ semplicemente, ma quel *maro* sacerdotale di cui sopra; mentre l'altro, mi racconta appena che un Vel Lecates di Arnϑ ecc. anch' egli volsiniese, come marniu spurana eprϑne-c compiè due atti, vale a dire primieramente tenve meχlum rasneas Clevsinslϑ, e poi zilaχnve pulum, ossia fu maru e appunto zilaϑ, i due perfetti tenve (cf. lat. *tenuit*) corrispondendosi, come i due accusativi meχlum (cf. maχ ' unità ') e pulum che ne dipendono.

SULLE CURVE E SULLE SUPERFICIE ALGEBRICHE CON UNO SPECIALE TIPO DI TRASFORMAZIONI BIRAZIONALI IN SÈ

Nota di SALVATORE CHERUBINO

(Adunanza del 5 novembre 1914)

Un notevole esempio di curve algebriche con *trasformazioni birazionali in sè, che operino proiettivamente su una delle coordinate,* si ha nelle curve iperellittiche con trasformazioni birazionali singolari in sè, di cui mi sono occupato in una recente nota (*).

Il tipo di gruppo ammesso da queste curve iperellittiche è

$$\Gamma \equiv \left[x' = \frac{a_i\, x + b_i}{c_i\, x + d_i};\ y' = \frac{\pm\, y}{(c_i\, x + d_i)^{p+1}} \right] \ (i = 0, 1, \ldots, n-1)\ ;$$

esse, perciò, appartengono alla specie più generale delle curve ammettenti gruppi del tipo

$$\Gamma \equiv \left[x' = \frac{a_i\, x + b_i}{c_i\, x + d_i};\ y' = \frac{\alpha_i\, (x)}{\delta_i\, (x)} \cdot y \right] \ (i = 0, 1, \ldots, n-1).$$

Un gruppo di questa forma lo chiamerò *ridotto* rispetto a quelli del tipo più generale.

$$\Gamma \equiv \left[x' = \frac{a_i\, x + b_i}{c_i\, x + d_i};\ y' = \frac{\alpha_i(x) .\, y + \beta_i(x)}{\gamma_i(x) .\, y + \delta_i(x)} \right] \ (i = 0, 1, 2, \ldots, n-1)$$

che denominerò gruppi *semiproiettivi* (**).

(*) « *Sulle curve iperellittiche con trasf. biraz. singolari in sè e sui loro moduli algebrici* ». [Atti della R. Acc. delle Sc. di Torino, vol. 49 (1913-1914)].

(**) Non si riterrà male appropriata questa denominazione qualora, oltre ad osservare lo strettissimo legame fra questi gruppi e quelli

Nella presente nota, mi occupo appunto delle curve algebriche ammettenti gruppi della forma ora definita. Questi primi risultati non credo privi di interesse, nè già conosciuti; perciò mi è sembrato utile pubblicarli.

Per le curve algebriche ammettenti gruppi semiproiettivi ridotti, mi è riuscito, nello stesso tempo, di provare la loro esistenza, di precisare la forma del gruppo ammesso e quella delle loro equazioni.

Invece, per le curve ammettenti gruppi del tipo più generale, mi sono limitato, supposta nota l'esistenza e l'ordine di una di tali curve, a fornire la determinazione della stessa, mediante un certo numero di suoi punti.

I risultati conseguiti sono estesi alle superficie dello spazio ordinario, ma valgono anche per gli iperspazî.

Per la determinazione mediante punti, di queste curve e superficie, mi sono servito di un teorema generale del sig. BERZOLARI (*), al quale ho dovuto apportare una aggiunta (v. §. 3) che mette in maggior luce il teorema stesso e la osservazione del sig. SEVERI (**), cui esso si riferisce.

§. 1. Gruppi semiproiettivi.

Una trasformazione birazionale su due variabili la diremo *semiproiettiva*, quando opera su una delle variabili come una sostituzione lineare fratta a coefficienti costanti. La più generale forma di tali trasformazioni è

$$\left[z' = \frac{az+b}{cz+d}, \; w' = \frac{\alpha(z).w + \beta(z)}{\gamma(z).w + \delta(z)}\right],$$

dove a, b, c, d sono numeri soddisfacenti alla condizione $ad - bc \neq 0$ e le $\alpha, \beta, \gamma, \delta$ sono polinomi in z tali che *non* sia identicamente $\alpha\delta - \beta\gamma = 0$ (***).

Un gruppo di trasformazioni come questa, che contenga

---

proiettivi sulla retta, si tenga presente il modo come si generano gli uni mediante gli altri, i punti di una curva ammettente un gruppo semi proiettivo.

(*) « *Sulla determinazione d'una curva o d'una superficie alg. e su alcune questioni di postulazione.* » [Rend. del R. Ist. Lomb. di sc. e lett., vol. XLVII, fasc. 12 (1914, maggio)].

(**) « *Encyklopädie der math. Wiss* » [III C. 4, 1906, p. 454-5].

(***) Con ciò, escludiamo le trasformazioni *degeneri*.

l'identità, si dirà *semiproiettivo*. Sia, p. es.,

$$\Gamma \equiv [\gamma_{a_1} ; \gamma_{\alpha_1}] \equiv \left[z' = \frac{a_1 z + b_1}{c_1 z + d_1} ; w' = \frac{\alpha_1 (z) . w + \beta_1 (z)}{\gamma_1 (z) . w + \delta_1 (z)} \right] \quad (1)$$

$$i = 0, 1, 2, \ldots\ldots ; \gamma_0 \equiv [x' = x, y' = y] = 1,$$

un gruppo semiproiettivo.

Le γ_{a_i} formano, evidentemente, un gruppo: Γ_a.

Poniamo che l'ordine di Γ_a non eguagli quello di Γ, e diciamo Γ_α il sistema delle γ_{α_i} (*).

Allora in Γ_a vi sarà almeno una operazione che si accoppia con più trasformazioni di Γ_α, per formare distinte operazioni di Γ. Poniamo vi siano le seguenti:

$$\gamma_k^{(r)} \equiv \left[\gamma_{a_k} ; \gamma_{\alpha_k}^{(r)}\right] \quad (r = 0, 1, 2, \ldots\ldots), \quad (2)$$

che son formate con la stessa γ_{a_k}. In Γ vi saranno anche tutte le

$$\gamma_k^{(r)^{-1}} . \gamma_k^{(r')} \quad , (r, r' = 0, 1, 2, \ldots\ldots)$$

le quali operano identicamente sulla z, cioè son della forma

$$R \equiv \left[z' = z ; w' = \frac{\psi_1 (z) . w + \psi_2 (z)}{\psi_3 (z) . w + \psi_4 (z)} \right] . \quad (3)$$

Evidentemente, tutte le operazioni come queste formano, in Γ, un sottogruppo: diciamolo G e poniamo

$$G \equiv [[1, 1]; [1, g_1]; [1, g_2]; \ldots\ldots]] .$$

Si moltiplichino le trasformazioni di G, da una stessa parte, per una delle (2), p. es. per la $\gamma_k^{(0)}$; si otterranno le seguenti

$$\left[\gamma_{a_k} , \gamma_{\alpha_k}^{(0)}\right] ; \left[\gamma_{a_k} ; \gamma_{\alpha_k}^{(0)} \cdot g_1\right] ; \left[\gamma_{a_k} ; \gamma_{\alpha_k}^{(0)} \cdot g_2\right] ; \ldots\ldots \quad (4)$$

che sono le sole operazioni di Γ formate con la stessa γ_{a_k}; perchè, se ve ne fosse un'altra, p. es. $\gamma_k^{(r)}$, esisterebbe anche la

---

(*) Questo sistema può essere anche una gruppo: come p. es., avverrebbe se le $\alpha, \beta, \gamma, \delta$ fossero indipendenti da z.

$$\gamma_k^{(0)^{-1}} \cdot \gamma_k^{(r)} \equiv \left[1 ; \gamma_{\alpha_k}^{(0)^{-1}} \cdot \gamma_{\alpha_k}^{(r)} \right],$$

che dovrebbe esser contenuta in G.

Ne segue, che G è strasformato in sè da $\gamma_k^{(0)}$. Così per tutte le operazioni di Γ.

Si conclude: *Se l'ordine di Γ non coincide con quello di Γ_a, il Γ contiene un sottogruppo invariante di indice eguale all'ordine di Γ_a. Questo sottogruppo invariante è formato da tutte le trasformazioni di Γ, che operano identicamente sulla* **z.**

Poniamo ora che Γ sia finito: Γ_a sarà, a meno di similitudini, uno dei noti 5 gruppi poliedrali finiti. Fissiamo l'attenzione sul gruppo G, che *può* esistere in Γ, e sia R (v. (3)) una qualunque operazione di G. Questa sarà di ordine finito, ed è facile accorgersi che *l'equazione in* w

$$\psi_3(z) \cdot w^2 + \big(\psi_4(z) - \psi_1(z)\big) w - \psi_2(z) = 0$$

ha radici distinti e funzioni razionali di z.

Perchè, infatti, la R si riduce alla sostituzione

$$w' = \frac{\psi_1(z) \cdot w + \psi_2(z)}{\psi_3(z) \cdot w + \psi_4(z)},$$

la quale, per essere a periodo finito, non può esser parabolica. Dette poi $\sigma_1(z) \neq \sigma_2(z)$ i 2 poli di essa, trasformando la R con la

$$T \equiv \left[z' = z,\ w' = \frac{w - \sigma_1(z)}{w - \sigma_2(z)} \right]$$

si ha

$$T R T^{-1} \equiv \left[z' = z,\ w' = \frac{\psi_3 \sigma_1 + \psi_4}{\psi_3 \sigma_2 + \psi_4} w \right]$$

e si dovrà avere

$$\frac{\psi_3 \sigma_1 + \psi_4}{\psi_3 \sigma_2 + \psi_4} = \varepsilon = e^{\frac{2\varkappa\pi i}{n}}.$$

Da cui si deduce subito

$$\sigma_1 = \frac{\psi_1 - \varepsilon \psi_4}{\psi_3(1+\varepsilon)},\ \sigma_2 = \frac{\varepsilon \psi_1 - \psi_4}{\psi_3(1+\varepsilon)},$$

onde *la* T *risulta birazionale in* **z** *e* **w.**

La nozione e le proprietà dei gruppi semiproiettivi si estendono al caso di più di 2 variabili. Diamo un cenno per lo spazio ordinario, da cui risulterà evidente la estensione per gli iperspazî.

Dicesi trasformazione *semiproiettiva*, non degenere, su 3 variabili, una operazione della forma

$$S \equiv \left[x' = \frac{ax+b}{cx+d},\ y' = \frac{\alpha(x).y+\beta(x)}{\gamma(x).y+\delta(x)},\ z' = \frac{A(x,y).z+B(x,y)}{C(x,y).z+D(x,y)} \right],$$

dove a, b, c, d sono numeri noti, con $ad - bc \neq 0$, le $\alpha, \beta, \gamma, \delta$ sono polinomi in x ed A, B, C, D polinomi in x ed y tali che non sia identicamente $\alpha\delta - \beta\gamma = 0$, nè $AD - BC = 0$.

Un gruppo di trasformazioni come questa, e che contenga l'identità, si dirà *semiproiettivo*, su 3 variabili. Per es.

$$\Gamma \equiv \left[\gamma_{a_i}\ ;\ \gamma_{\alpha_i}\ ;\ \gamma_{A_i} \right] \equiv$$

$$\equiv \left[x' = \frac{a_i\, x + b_i}{c_i\, x + d_i}\ ;\ y' = \frac{\alpha_i\,(x).\,y + \beta_i\,(x)}{\gamma_i\,(x).\,y + \delta_i\,(x)}\ ;\ z' = \frac{A_i\,(x,y)\,z + B_i\,(x,y)}{C_i\,(x,y)\,z + D_i\,(x,y)} \right]$$

$$i = 0, 1, 2, \ldots\ ;\ \gamma_0 \equiv [x' = x,\ y' = y,\ z' = z].$$

Tutte le γ_{a_i} costituiscono un gruppo Γ_a; tutte le $[\gamma_{a_i}\ ;\ \gamma_{\alpha_i}]$ un gruppo $\Gamma_{a,\alpha}$; il sistema delle γ_{A_i} lo indichiamo Γ_A, e può essere anche un gruppo.

Se l'ordine di Γ_a è minore di quello di Γ, quest'ultimo contiene un sottogruppo invariante G, che opera identicamente sulla x: lo indicheremo

$$G \equiv [[1, g_1, G_1]\ ;\ [1, g_2, G_2]\ ; \ldots] .$$

Se l'ordine di Γ è maggiore anche di quello di $\Gamma_{a,\alpha}$, in G vi sarà un sottogruppo H, invariante in G ed in Γ, che opererà identicamente anche su y: lo indichiamo

$$H \equiv [[1, 1, H_1]\ ;\ [1, 1, H_2]\ ; \ldots] .$$

Poniamo ora che Γ sia finito: lo saranno anche G ed H, se esistono, e tutte le operazioni di Γ risultano di ordine finito.

Posto che una operazione di H sia la

$$R \equiv \left[x' = x\ ;\ y' = y\ ;\ z' = \frac{\psi_1(x,y).\,z + \psi_2(x,y)}{\psi_3(x,y).\,z + \psi_4(x,y)} \right],$$

si ottiene anche qui che le due radici $\sigma_1(x, y)$, $\sigma_2(x, y)$ dell'equazione in z

$$\psi_3(x, y) z^2 + \left(\psi_4(x, y) - \psi_1(x, y)\right) z - \psi_2(x, y) = 0$$

sono distinte e razionali in x, y.

Cosicchè, la operazione

$$T \equiv \left[x' = x, y' = y, z' = \frac{z - \sigma_1(x, y)}{z - \sigma_2(x, y)}\right],$$

con cui trasformando R si ottiene

$$R' = T R T^{-1} \equiv [x' = x, y' = y, z' = e^{\frac{2\kappa\pi i}{n}} z],$$

è anch'essa *birazionale* in x, y, z.

Analoga osservazioone si puo fare se esiste, in Γ, una trasformazione che opera identicamente su x e su z, ma non su y.

§ 2. Determinazione, mediante punti, di una curva algebrica C^m ammettente un gruppo semi-proiettivo.

Esista e sia C^m una curva piana algebrica di ordine m, priva di parti multiple, ammettente il gruppo *semiproiettivo* Γ.

Poniamo, in primo luogo, che l'ordine di Γ, *che è necessariamente finito*, sia eguale a quello n di Γ_a, ed abbiasi

$$(q + 1) n > m = qn + s.$$

Scelgansi $q + 1$ rette distinte qualunque, parallele all'asse delle w: siano r_{00}, r_{10}, ..., r_{q0}, di equazioni

$$r_{h0} \equiv \ldots.. z - z_h = 0 \quad (h = 0, 1, 2, \ldots, q).$$

Considerata l'equazione di C^m come una equazione in w, possiamo scegliere le z_h al di fuori delle radici del suo discriminante; allora ogni r_{h0} taglierà la C^m in m punti *distinti* (*) e perciò anche *semplici*, che indichiamo

$$\left(z_h, w_k^{(h)}\right) \quad \begin{cases} h = 0, 1, 2, \ldots\ldots, q \\ k = 1, 2, \ldots\ldots, m \end{cases} \tag{5}$$

(*) Se la più alta potenza di w non eguaglia l'ordine di C^m, si vegga il § seguente.

Supporremo, inoltre, le z_h distinte dai poli delle y_{a_i}, diverse dalle soluzioni delle equazioni

$$\alpha_i(z).\,\delta_i(z) - \beta_i(z).\,\gamma_i(z) = 0 \quad (i = 0, 1, 2, \ldots, n-1) \qquad (6),$$

ed ancora tali che nessuna $z_{h'}$ possa ottenersi da una z_h operando su questa una y_{a_i}.

Le m rette definite dalle equazioni

$$(7) \quad r_{h_i} \equiv \ldots\ldots z - \frac{a_i z_h + b_i}{c_i z_h + d_i} = 0 \begin{cases} h = 0, 1, 2, \ldots, q-1 \\ i = 0, 1, 2, \ldots, n-1 \end{cases} \begin{cases} h = q \\ i = 0, 1, \ldots, s-1 \end{cases},$$

fra le quali sono le r_{h0}, risultano tutte distinte.

Una qualunque di tali rette, p. es. r_{lt}, incontrerà C^m negli m punti

$$\left(y_{a_t} z_l \; ; \; y_{a_t} w_k^{(l)}\right) \equiv$$

$$\equiv \left(\frac{a_t z_l + b_t}{c_t z_l + d_t} \; , \; \frac{\alpha_t(z_l).\,w_k^{(l)} + \beta_t(z_l)}{\gamma_t(z_l).\,w_k^{(l)} + \delta_t(z_l)}\right), \quad (k = 1, 2, \ldots, m).$$

Poichè gli m punti (5) sono tutti distinti, e poichè z_l non verifica nessuna delle (6), gli m valori $y_{a_t} w_k^{(l)}$ risultan distinti. Cioè le m rette (7) tagliano la C^m ciascuna in m punti semplici distinti.

Ciò posto, possiamo far uso del procedimento del sig. BERZOLARI.

Sulle $r_{0,i}$ $(i = 0, 1, \ldots, n-1)$, scelgansi rispettivamente

$$m, m, m-1, \ldots\ldots, m-n+2$$

punti qualunque della C^m: per ciò che precede, tutti questi possono ritenersi conosciuti dati gli m punti su r_{00}.

Sulle $r_{1,i}$ $(i = 0, 1, \ldots, n-1)$ si scelgano rispettivamente

$$m-n+1, m-n, m-n-1, \ldots\ldots, m-2n+2$$

punti qualunque della C^m. Poichè la scelta dei punti di C^m sulle $r_{1,i}$ è arbitraria, salvo che nel loro numero, anche questi possono ritenersi tutti noti, quando siano fissati gli $m-n+1$ punti sulla r_{10}. E così di seguito.

Sulle $r_{q-1,i}$ $(i = 0, 1, \ldots, n-1)$ si scelgano rispettivamente

$$m-(q-1)n+1, \; m-(q-1)n, \ldots\ldots, m-qn+2 = s+2$$

punti di C^m, che possono ottenersi tutti dagli $m-(q-1)n+1$ fissati su $r_{q-1,0}$.

Infine, sulla $r_{q,i}$ $(i=0,1,\dots,s-1)$ se ne sceglieranno rispettivamente

$$s+1,\ s,\ s-1,\dots\dots,\ 2\,,$$

i quali son noti dagli $s+1$ punti scelti su $r_{q,0}$.

Bisognerà inoltre scegliere un punto *semplice* P di C^m fuori di queste m rette. Se s non è nullo, P puó scegliersi su una delle rette.

$$r_{qk} \equiv \dots\dots\ z - \frac{a_k z_q + b_k}{c_k z_q + d_k},\ (k=s,\ s+1,\dots,\ n-1),$$

e precisamente fra quei punti che, su queste rette, son determinati dagli $s+1$ già scelti su r_{q0} (*).

Tutti questi $\frac{m(m+3)}{2}$ punti determinano C^m, pel teorema citato, *in modo unico*. Se $s>0$, ne sono arbitrari

$$m+(m-n+1)+(m-2n+1)+\dots$$
$$\dots+(m-(q-1)n+1)+s+1=q\left(m-\frac{q-1}{2}n+1\right)+s,$$

distribuiti sulle $q+1$ rette r_{h0}, nel modo sopra descritto.

Per $s=0$, le $r_{q,i}$ non occorrono ed il P resta arbitrario. Bisognerà dunque fissare sulle $r_{h,i}$ $[(h=0,1,\dots,q-1),\ (i=0,1,\dots,n-1)]$:

$$m+(m-n+1)+(m-2n+1)+\dots$$
$$\dots+(m-(q-1)n+1)+1=q\left(m-\frac{q-1}{2}n+1\right)$$

punti. Questa formola coincide con la precedente, per $s=0$.

Dunque:

Ogni curva algebrica, senza parti multiple, di ordine $m=qn+s$, $(s<n)$, *ammettente un gruppo semiproiettivo* $\Gamma\equiv[\gamma_{a_i},\ \gamma_{\alpha_i}]$ $(i=0,1,\dots,n-1)$ *il cui ordine eguaglia quello*

(*) Avendo supposto che C^m *esiste ed ammette* il Γ, il punto P non risulterà per diritto con nessuna emmupla di punti precedenti. È peró evidente che, dato un gruppo come Γ, l'ordine delle curve algebriche che lo ammettono, se esistono tali curve, avrà, *in generale*, un limite inferiore diverso da zero.

n *di* Γ_a, *può individuarsi mediante*

$$N = q\left(m - \frac{q-1}{2}n + 1\right) + s$$

suoi punti semplici, opportunamente distribuiti su q *o* q + 1 *rette parallele, secondo che* s = 0 *od* s > 0.

Se l'ordine di Γ non uguaglia quello di Γ_a, in Γ si contiene un sottogruppo invariante G, che opera identicamente sulla z. A causa di questo G, ogni r_{ki} taglia la C^m in un gruppo di punti che è trasformato in sè dalle operazioni (sostituzioni lineari fratte) che si ottengono da G, ponendo $z = \frac{a_i z_k + b_i}{c_i z_k + d_i}$ nei coefficienti delle g.

Perciò, i punti indicati nell'enunciato precedente, come sufficienti ad individuare C^m, non sono più completamente arbitrari: quelli su una stessa r_{ho} sono legati dalla condizione di dover far parte di una emmupla di punti ammettente il gruppo proiettivo $G^{(h)}$ ottenuto da G ponendo $z = z_h$, nei coefficenti delle sue g (*).

Il teorema sopra dimostrato ha anche questo significato: *tutte le curve algebriche di ordine* m, *senza parti multiple, ammettenti un gruppo semiproiettivo* Γ, *fanno parte del sistema di tutte le curve algebriche, di ordine* m, *non aventi parti multiple, che passano per* N *punti semplici variabili, scelti nel modo sopra indicato, e per gli* $\frac{m(m+3)}{2} - N$ *punti ottenibili dai primi, mediante le operazioni di* Γ.

§ 3. Aggiunta al processo del sig. Berzolari.

Se la curva C^m avesse una equazione della forma

$$f(z, w) = f_h(z).\, w^{m-h} + f_{h+1}(z).\, w^{m-h-1} + \dots\dots + f_{m-1}(z).\, w + f_m(z) = 0 \quad (8)$$

le rette r_{hi} incontrerebbero C^m in un punto h^{plo} all'infinito, ed il *processo* Berzolari non sarebbe applicabile, con queste rette.

A noi, però, è utile servirci di rette parallele all'asse w, per la notevole semplicità con cui possono costruirsi su esse

(*) Per la equazione della più generale emmupla di punti ammettente un dato gruppo proiettivo finito, vedi Klein: « *Das Ikosaeder* » (Leipzig, 1884) p. 49; ed anche la mia nota già citata.

tutti gli $\frac{m(m+3)}{2}$ punti necessari. Osserviamo che, a conservare tale vantaggio, non serve un cambiamento degli assi di riferimento, perchè, — per esso, — il gruppo Γ si trasformerebbe in uno che, in generale, non è più semiproiettivo.

Converrà dunque, per questo caso, modificare il procedimento del sig. Berzolari.

Il numero dei parametri variabili contenuti in una equazione come (8) è

$$\frac{m(m+3)}{2} - \frac{h(h+1)}{2} = \frac{(m-h+1)(m+h+2)}{2} - 1,$$

e ad esso, perciò, riducesi il numero dei punti necessari a individuare la C^m, in quella forma.

Scelgansi m rette distinte $r_1, r_2, \ldots, r_m$ parallele all'asse w, ciascuna tagliante la C^m in $m-h$ punti *semplici distinti* **al finito**, e si fissino:

$m-h$ punti di C^m su ciascuna delle $h+2$ rette $r_1, r_2, \ldots, r_{h+2}$;
$m-h-1$ » » » » r_{h+3};
$m-h-2$ » » » » r_{h+4};
. . . .
2 » » » » r_m.

Inoltre si prendano, su C^m, $h+1$ punti semplici distinti, fuori di queste rette, con le avvertenze che saranno specificate più avanti. Sono, in totale, appunto $\frac{(m-h+1)(m+h+2)}{2} - 1$.

Per tutti gli $\frac{(m-h)(m-h+3)}{2} - 1$ punti ora scelti sulle rette $r_{h+1}, r_{h+2}, \ldots, r_m$ e per *uno* P dagli $h+1$ punti fuori di tutte le r, passa, pel teorema del sig. Berzolari, *una sola* curva algebrica C^{m-h}, di ordine $m-h$.

Per gli stessi punti, per gli $m-h$ su r_h, per il punto all'infinito di questa retta, e per un punto P_1 di C^m fuori di C^{m-h}, — in tutto $\frac{(m-h+1)(m-h+4)}{2}$, — passa una curva C^{m-h+1}, di ordine $m-h+1$. Ma *una sola*, perchè, se ne passassero due, ne passerebbero infinite, fra cui una per un *altro* punto di r_h, la quale conterrebbe r_h come parte. La rimanente parte di questa curva sarebbe di ordine $m-h$ e passerebbe per gli stessi punti che hanno *individuato* C^{m-h}, più per P_1, che è *esterno* a C^{m-h}, il che è impossibile.

Invece di dire che questa C^{m-h+1} contiene il punto all'in-

finito di r_h, può dirsi che la sua equazione manca del termine in w^{m-h+1}.

Per tutti gli $\frac{(m-h+1)(m-h+4)}{2}-1$ punti *al finito* che hanno determinato C^{m-h+1}, per gli $m-h$ punti di r_{h-1} e per un punto di P_2 di C^m fuori di C^{m-h+1}, — in tutto

$$\frac{(m-h+1)(m-h+6)}{2}-1,$$

— passa una curva C^{m-h+2}, di ordine $m-h+2$, la cui equazione è mancante dei termini in w^{m-h+1} e w^{m-h+2}. Oltre di questa non ne passano altre, dello stesso ordine, che abbiano una equazione mancante delle due ultime potenze di w. Perchè, se ne passasse una seconda, ne passerebbero infinite, ed una per un $(m-h+1)^{mo}$ punto, *al finito*, di r_{h-1}: questa conterrebbe come parte r_{h-1}, mentre l'altra parte sarebbe una curva di ordine $m-h+1$, con equazione mancante del termine in w^{m-h+1}, passante per tutti i punti che hanno determinato C^{m-h+1}, più per un punto P_2 *esterno* a questa curva. E ciò abbiamo visto impossibile.

Procedendo analogamente sino alla r_1, si riconosce che, per gli $\frac{(m-h+1)(m+h+2)}{2}-1$ punti fissati, passa *una sola* curva di ordine m, con equazione mancante delle potenze di w dalla $(m-h+1)^{ma}$ in su.

Gli $h+1$ punti fuori delle $r_1, \ldots, r_m$, come risulta dal ragionamento, debbono scegliersi tali che ve ne sia sempre almeno uno esterno a C^{m-h}, un *altro* esterno a C^{m-h+1},.... l'*ultimo* esterno a C^{m-1}.

Se C^m deve ammettere Γ, posto $m=qn+s$ ed

$$h+2=pn+s'; \; s \text{ ed } s'<n,$$

si sceglieranno $m-h$ punti arbitrari distinti sulle $p+1$ rette $r_{00}, r_{10}, \ldots, r_{p0}$; su ciascuna $r_{p+i,0}$ $(i=1,2,\ldots,q-p)$ se ne sceglieranno $m-h-in+s'-1$; infine $h+1$ punti fuori di queste rette, di cui h, *al più*, sono arbitrari (perchè uno almeno, *per* $s>0$, si ottiene dagli $s+1$ punti scelti su r_{q0}).

Si avranno così:

$$(p+1)(m-h)+(m-h-n+s'-1)+(m-h-2n+s'-1)+\ldots$$
$$\ldots+[m-h-(q-p-1)n+s'-1]+(s+1)+h=$$
$$=q\left[m-\frac{q-1}{2}n+1\right]+s-p\left[\frac{p-1}{2}n+s'-1\right],$$

punti arbitrari, in generale.

§ 4. Determinazione, mediante punti, di una superficie algebrica F^m, ammettente un gruppo semi-proiettivo finito.

Poichè il teorema del sig. BERZOLARI vale per spazî ad un numero qualsiasi di dimensioni, avverrà altrettanto dei risultati dei due ultimi §.

Esporremo il procedimento nello spazio ordinario: ne risulterà evidente la validità per gli ipersazî.

Sia

$$\Gamma \equiv [\gamma_{a_i} ; \gamma_{\alpha_i} ; \gamma_{A_i}] \quad (i = 0, 1, \ldots, n-1),$$

un gruppo *semiproiettivo finito*. Anche qui distinguiamo i 2 casi: 1° l'ordine di Γ è eguale a quello di Γ_a; 2° l'ordine di Γ è multiplo di quello di Γ_a. Infine bisognerà estendere l'aggiunta del § precedente all'analogo caso di eccezione, che si presenta negli spazî superiori.

1°. *Esista*, e sia F^m di equazione $f(x, y, z) = 0$, una superficie algebrica di ordine m, *priva di parti ripetute* ed ammettente il Γ.

Sia

$$(q+1)\, n > m = qn + s,$$

e scelgansi $q+1$ piani distinti $\pi_{00}, \pi_{10}, \ldots, \pi_{q0}$ paralleli al piano $y\,z$, di equazioni

$$\pi_{h0} \equiv \ldots .\, x - x_h = 0 \qquad (h = 0, 1, 2, \ldots, q).$$

Le x_h le supponiamo tali che nessuno dei piani

$$\pi_{hi} \equiv \ldots .\, x - \gamma_{a_i}\, x_h = 0 \quad \begin{cases} h = 0, 1, \ldots, q-1 \\ i = 0, 1, \ldots, n-1 \end{cases} \begin{cases} h = q \\ i = 0, 1, \ldots, s-1, \end{cases}$$

tagli la F^m in curve aventi parti multiple. Inoltre, questi piani siano tutti distinti, cioè le x_h siano scelte fuori dai poli delle γ_{a_i} e non si ottengano l'una dall'altra mediante le γ_{a_i}: infine le x_h siano scelte al di fuori delle radici delle equazioni

$$(9) \qquad \begin{gathered} \alpha_i(x) \,.\, \delta_i(x) - \beta_i(x) \,.\, \gamma_i(x) = 0\,; \\ A_i(x, y) \,.\, D_i(x; y) - B_i(x, y) \,.\, C_i(x, y) = 0\,. \end{gathered}$$

La curva di intersezione di π_{hi} con F^m la diciamo C^m_{hi}.

Sul piano π_{00}, si scelgano m rette distinte r_{00i} ($i = 0, 1, \ldots$ $\ldots, m-1$), parallele all'asse y, — le cui equazioni, *in questo*

piano, si scrivono

$$r_{\text{ook}} \equiv \ldots\ y - y_{\text{ok}} = 0,$$

— e siano tali che i numeri y_{ok}, insieme con x_0, non soddisfino la seconda delle (9). Inoltre tali rette taglino C^{m}_{oo} ciascuna in m punti *semplici* e *distinti*: quelli su r_{ook} siano di coordinate

$$(x_0, y_{\text{ok}}, z^{(\text{r})}_{\text{ok}}) \qquad (r = 1, 2, \ldots, m).$$

Operando su essi con una trasformazione

$$\gamma_{\text{i}} \equiv [\gamma_{\text{a}_\text{i}}; \gamma_{a_\text{i}}; \gamma_{\text{A}_\text{i}}]$$

di Γ, si otterranno i punti

$$(\gamma_{\text{a}_\text{i}}\, x_0, \gamma_{a_\text{i}}\, y_{\text{ok}}, \gamma_{\text{A}_\text{i}}\, z^{(\text{r})}_{\text{ok}}) \qquad (r = 1, 2, \ldots, m).$$

Il complesso delle nostre ipotesi ci permette di affermare che questi ultimi sono punti semplici distinti della C^{m}_{oi}, intersezione di F^{m} col piano π_{oi}, i quali sono allineati sulla retta r_{oik}, parallela all'asse y ed avente, su π_{oi}, l'equazione

$$y - \gamma_{a_\text{i}}\, y_{\text{ok}} = 0.$$

Cosicchè, delle m rette distinte r_{ook} parallele all'asse y su π_{00}, si ottengono, mediante le operazioni di Γ, m rette distinte su ciascun π_{oi}, parallele alle precedenti ed ognuna segante la corrispondente C^{m}_{oi} in m punti distinti, quindi semplici. Altrettanto avverrà, se si parte da un qualunque π_{ho}, con avvertenze analoghe.

Ora, per determinare F^{m}, sulle m rette r_{ooi} $(i = 0, 1, \ldots, m-1)$ di π_{00} si scelgano rispettivamente

$$m, m, m-1, \ldots\ldots, 3, 2$$

punti di F^{m}: più, su π_{00}, un punto semplice P_0 di F^{m}, fuori di queste rette.

Delle m rette di π_{01}, derivate dalle precedenti con la γ_1, basta considerarne solo $m-1$ e su esse prendere, rispettivamente,

$$m, m-1, \ldots, 3, 2$$

punti di F^{m}: più, su π_{01}, un punto semplice per F^{m}, fuori di queste rette, che anch'esso si ottiene da quelli di C^{m}_{00}: — può essere, p. es., il trasformato di P_0 mediante γ_1 (per comodità,

si scelga P_0 sopra una $(m+1)^{ma}$ retta di π_{00}, parallela all'asse y e tagliante C_{00}^{m} in punti semplici distinti). E così di seguito, secondo il processo del sig. BERZOLARI, fino a $\pi_{0,n-1}$: su questi $n-1$ piani ottenuti da π_{00}, i punti scelti sono tutti noti dagli $\frac{m(m+3)}{2} = \binom{m+2}{2} - 1$ presi su π_{00}.

Su $m-n$ rette analoghe di π_{10} basta scegliere, rispettivamente,

$$m-n+1 \ , \ m-n \ , \ m-n-1 \ , \ldots\ldots , 3 \ , 2$$

punti semplici distinti di F^m, più, su π_{10}, un punto semplice P_1 di F^m, fuori di esse. In tutto

$$(m-n+1)+(m-n)+\ldots\ldots+3+2+1=\binom{m-n+1}{2}$$

punti, che restano arbitrari, e dai quali si ottengono, mediante le operazioni di Γ, tutti i punti occorrenti sui π_{1k}, $(k=0, 1,\ldots \ldots, n-1)$.

Su π_{20} si considerano solo $m-2n$ rette, come le precedenti, con

$$m-2n+1 \ , m-2n \ , \ldots\ldots , 3 \ , 2$$

punti semplici distinti di F^m, più un punto P_2 semplice per F^m, fuori di esse. Sono altri $\binom{m-2n+1}{2}$ punti arbitrari, dai quali si ottengono tutti quelli a scegliersi sui π_{2k}, $(k=0, 1,\ldots \ldots, n-1)$.

Così fino, π_{q0}, sul quale si scelgono $\binom{m-qn+1}{2} = \binom{s+1}{2}$ punti di F^m.

Oltre tutti questi punti, occorre un ulteriore punto P, semplice per F^m, fuori di tutti i π_{hi}. Se $s>0$, quest'ultimo punto può ottenersi da quelli di π_{q0}, onde i punti arbitrari sono

$$\left[\binom{m+2}{2}-1\right]+\binom{m-n+1}{2}+\ldots.+\binom{m-(q-1)n+1}{2}+\binom{s+1}{2}.$$

Per $s=0$, il P è arbitrario, e non occorre π_{q0}; perciò se ne hanno

$$\left[\binom{m+2}{2}-1\right]+\binom{m-n+1}{2}+\ldots\ldots+\binom{m-(q-1)n+1}{2}+1.$$

2°. Se l'ordine di Γ supera quello di Γ_s, in Γ vi sarà un gruppo

$$G \equiv [(1, g_0, G_0); (1, g_1, G_1); \ldots; (1, g_{s-1}, G_{s-1})],$$

che opera identicamente sulla x. In conseguenza, la curva C^m_{h0}, intersezione di π_{h0} con F^m, ammette il gruppo semiproiettivo piano $G^{h)}$ ottenuto da G ponendo $x = x_h$ nelle sue g_r, G_r. Allora gli $\binom{m - hn + 1}{2}$, od $\frac{m(m+3)}{2}$, punti scelti su π_{h0}, soddisfano alla particolare condizione di dover giacere su una curva algebrica di ordine m, che ammette il $G^{(h)}$, e perciò diminuisce il numero dei punti arbitrari sufficienti ad individuare la F^m.

3°. Poniamo che l'equazione di F^m, ordinata rispetto ad x, risulti della forma

$$f(x,y,z) = x^m + f_1(y,z)x^{m-1} + f_2(y,z)x^{m-2} + \ldots$$
$$\ldots + f_{m-h}(y,z)x^h + f_{m-h-1}(y,z)x^{h-1} + \ldots + f_m(y,z) = 0,$$

dove i polinomi $f_1, f_2, \ldots, f_{m-h-1}$ sono di grado eguale ai loro indici, mentre i polinomi $f_{m-h}, f_{m-h+1}, \ldots, f_m$ son tutti del grado $m-h$. In tal caso, i π_{ki} incontrano la F^m in curve che, — sopprimendo la retta all'infinito, che è h^{pla}, — si riducono all'ordine $m-h$.

La $f(x,y,z)$ dipende, sotto questo forma, da

$$\binom{3}{2} + \binom{4}{2} + \ldots + \binom{m-h+1}{2} + (h+1)\binom{m-h+2}{2} =$$
$$= \frac{(m-h+1)(m-h+2)(m+2h+3)}{\underline{|3}} - 1$$

parametri, non omogenei.

Siamo $\pi_1, \pi_2, \ldots, \pi_m$ m piani distinti, perpendicolari all'asse x, incontranti F^m, *al finito*, in curve di ordine $m-h$ prive di parti multiple.

Su $m-h$ rette di ciascuno degli $h+1$ piani $\pi_1, \pi_2, \ldots$ $\ldots, \pi_{h+1}$, si prendano, seguendo BERZOLARI, cioè come sopra, $\binom{m-h+2}{2} - 2$ punti semplici distinti di F^m. Su $m-h-1$ rette di π_{h+2}, se ne prenderanno $\binom{m-h+1}{2} - 1$; su $m-h-2$ rette di π_{h+3}, se ne prenderanno $\binom{m-h}{2} - 1$; fino a pren-

derne $\binom{3}{2} - 1$ su π_m. Indi, su ciascun piano, ma fuori delle rette considerate, un punto semplice di F^m, ed infine, fuori di tutti questi m piani, $h+1$ punti semplici distinti di F^m. Saranno, in totale

$$\binom{3}{2}+\binom{4}{2}+\ldots+\binom{m-h+1}{2}+(h+1)\left[\binom{m-h+2}{2}-1\right]+h+1$$

punti, cioè quanti i parametri disponibili in $f(x,y,z)=0$.

Gli $h+1$ punti fuori di π_k si scelgano tali che almeno uno rimanga fuori della F^{m-h} passante per i punti presi su $\pi_{h+1}, \ldots, \pi_m$ e per uno di essi; almeno uno rimanga fuori della F^{m-h+1}, che contiene la retta all'infinito dei π_i come retta semplice, e che passa per i punti ora menzionati, per quelli di π_h e per uno di questi $h+1$ punti, che restan fuori di F^{m-h}; almeno uno rimanga fuori della F^{m-h+2}, che contiene come doppia la retta all'infinito dei π_i, e che passa per tutti i punti che ora hanno individuata F^{m-h+1}, per quelli presi su π_{h-1} e per uno degli $h+1$ punti in discorso, che restan fuori di F^{m-h+1}; e così di seguito.

Un ragionamento, analogo a quello del § precedente, ci assicura che i punti così scelti *individuano* successivamente la F^{m-h}, la F^{m-h+1},.... sino alla F^m.

Anche in questo caso, se F^m ammette un gruppo semiproiettivo, il numero dei punti arbitrari, sufficienti ad individuarla, si trova senza difficoltà.

§ 5. Curve algebriche ammettenti gruppi semiproiettivi ridotti.

Un gruppo semiproiettivo su due variabili lo diremo *ridotto* quando è della forma

$$\Gamma_1 \equiv \left[x' = \frac{a_i\, x + b_i}{c_i\, x + d_i}\ ,\ y' = \frac{\alpha_i\,(x).\, w}{\delta_i\,(x)}\right] \quad (i = 0, 1, 2, \ldots).$$

Abbiam visto nel § 1 che, se un gruppo semiproiettivo contiene qualche trasformazione identica rispetto a z, esso può ridursi, trasformandolo con una operazione birazionale R, ad un altro gruppo, anch'esso semiproiettivo, contenente una trasformazione come

$$T \equiv [z' = z\ ,\ w' = \varepsilon w] \qquad \varepsilon = e^{\frac{2k\pi i}{n}}.$$

Se la curva algebrica C ammette Γ, oparando la R su C, si ha una curva C', anch'essa algebrica, ammettente il gruppo $R\Gamma R^{-1}$, e quindi la T. A causa di questa T, l'equazione della C' risulterà della forma

$$f(z,w)=f_0(z).w^{\lambda n}+f_1(z).w^{(\lambda-1)n}+....+f_{\lambda-1}(z).w^n+f_\lambda(z)=0 \quad (I). \; (*)$$

Partendo da questa equazione, porremo la condizione che essa sia trasformata in sè dalla operazione generica

$$S\equiv\left[z'=\frac{az+b}{cz+d},\; w'=\frac{\chi_1(z)}{\chi_4(z)}\,.\,w\right]$$

di un gruppo semiproiettivo ridotto.

Rendiamo omogenea la (I) ponendo $z=\frac{z_1}{z_2}$, $w=\frac{w}{z_2}$ e teniamo in vista la potenza di z_2 che, eventualmente, verrà a moltiplicare ciascun termine della (I). Si abbia, cioè

$$(I')\; f(z_1,z_2,w)=z_2^{r_0}f_0(z_1,z_2)w^{\lambda n}+z_2^{r_1}f_1(z_1,z_2)w^{(\lambda-1)n}+...+z_2^{r_\lambda}f_\lambda(z_1,z_2)=0.$$

Se m_s è il grado di ciascun f_s, si ha subito

$$r_s+m_s=r_0+m_0+sn \qquad (s=1,2,....,\lambda) \quad (1).$$

Detti h_1 ed h_4 i gradi rispettivi dei polinomi $\chi_1(z)$, $\chi_4(z)$, la S, sotto forma omogenea, *può* scriversi

$$S\equiv\left[\frac{z'_1}{z'_2}=\frac{az_1+bz_2}{cz_1+dz_2},\; \frac{w'}{z'_2}=\frac{z_2^{h_4-1}\,.\,\chi_1(z_1,z_2)\,.\,w}{z_2^{h_1}\,.\,\chi_4(z_1,z_2)}\right]\equiv$$

$$[z'_1=z_2^{h_1}.\chi_4.(az_1+bz_2);\; z'_2=z_2^{h_1}.\chi_4.(cz_1+dz_2);\; w'=z_2^{h_4-1}.\chi_1.(cz_1+dz_2).w].$$

Operando la S sulla (I)', il termine generico del suo primo membro diventa

$$(2)\quad z_2^{h_1(m_s+r_s)+(h_4-1)(\lambda-s)n}\,.\,\chi_1^{(\lambda-s)n}\,.\,\chi_4^{m_s+r_s}.(cz_1+dz_2)^{(\lambda-s)n+r_s}.\,f_s(az_1+bz_2,cz_1+dz_2).w^{(\lambda-s)n}\,.$$

Poichè l'esponente di w si conserva, affinchè la (I') ammetta la S, occorre e basta che, posto $z_2=1$, questo termine

(*) Ciò è conforme ad un teorema generale del sig. HURWITZ [Math. Ann., Bd. 32 (1889), s. 290].

si riduca ad $f_s(z)\, w^{(\lambda-s)n}$, tutt' al più a meno di un fattore, costante o variabile, che risulti lo stesso per tutti i termini, ossia per tutti i valori di s. Per $z_2 = 1$, il termine (2) diventa

$$\chi_1^{(\lambda-s)n} \cdot \chi_4^{m_s+r_s} \cdot (cz+d)^{(\lambda-s)n+r_s} \cdot f_s(az+b, cz+d) \cdot w^{(\lambda-s)n} ;$$

e poichè il grado di $f_s\,(az+b\,,\,cz+d)$ è eguale a quello di $f_s\,(z)$, si ha che il grado del fattore comune è

$$h_1\,(\lambda - s)\,n + h_4\,(m_s + r_s + (\lambda - s)\,n + r_s\,.$$

Quest' ultimo dovrà essere indipendente da s: eguagliando due valori di esso, si hanno le relazioni

$$r_{s'} - r_s = (s - s')\,(h_4 - h_1 - 1)\,n, \quad (s, s' = 0, 1\,, \ldots, \lambda)$$

da cui, posto $h_4 - h_1 - 1 = -\,l$ ed $s' = 0$, si ottiene

$$r_s = r_0 + s\,n\,l \quad (s = 1, 2\,, \ldots, \lambda) \quad (3),$$

e tenendo conto della (1)

$$m_s = m_0 + (1 - l)\,sn \quad (s = 1, 2\,, \ldots, \lambda) \quad (4).$$

Se la (I) riducesi ad

$$f_0\,(z).\, w^n + f_1\,(z) = 0,$$

ovvero, sotto forma omogenea, alla

$$z_2^{m_1-m_0-n},\ f_0\,(z_1\,, z_2)\,.\, w^n = f_1\,(z_1\,, z_2),$$

si ha

$$1 - l = \frac{m_1 - m_0}{n},$$

cioè il grado della funzione razionale $\frac{f_1}{f_0}$ è multiplo di n.

Più in particolare, per la

$$w^n = f(z)\,,$$

dove $f(z)$ è un polinomio di grado m, si ha che m è multiplo di n, ed

$$1 - l = \frac{m}{n}\,.$$

Osserviamo ora, che le operazioni Γ scambiano *fra loro* i punti dell' asse z ($w = 0$), ed anche fra loro i punti all' in-

finito delle rette parallele all' asse delle w ($w=\infty$). Perciò, i coefficienti dei 2 termini estremi della equazione di C, $f_0(z)$ ed $f_\lambda(z)$, — i quali non possono essere entrambi indipendenti da x, senza che lo siano tutti gli $f_s(x)$ (come risulta dalla (4)) —, debbono rimanere inalterati, a meno di un fattore costante, dalle operazioni di Γ, ovvero sia, poichè non contengono w, da quelle di Γ_n.

Questi 2 termini, per effetto della S, sono moltiplicati rispettivamente per

$$c_0\chi_1^{\lambda n}\cdot\chi_4^{m_0+r_0}\cdot(cz+d)^{\lambda n+r_0} \quad ; \quad c_\lambda\cdot\chi_4^{m_\lambda+r_\lambda}\cdot(cz+d)^{r_\lambda} .$$

Questi due fattori dovranno dunque essere identici, onde, tenendo presenti (1) e (2):

$$\sqrt[\lambda n]{\frac{c_\lambda}{c_0}}\cdot\chi_4=\chi_1\cdot(cz+d)^{1-l} .$$

La operazione S si riduce dunque alla forma

$$S\equiv\left\{z'=\frac{az+b}{cz+d}\;;\;w'=\frac{\sqrt[\lambda n]{\frac{c_\lambda}{c_0}}\,,w}{(cz+d)^{1-l}}\right\}.$$

Anzi, possiamo supporre sempre

$$S\equiv\left\{z'=\frac{az+b}{cz+b}\,,\;w'=\frac{w}{(cz+d)^q}\right\}, \tag{5}$$

($q=1-l$, intiero positivo, negativo, o nullo), moltiplicando, ove occorra, per $\sqrt[\lambda qn]{\frac{c_0}{c_\lambda}}$ tutti i 4 coefficienti a, b, c, d. Con ciò, i fattori costanti di cui si alterano $f_0(z)$, $f_\lambda(z)$ diventano, rispettivamente

$$c_0\sqrt[\lambda qn]{\left(\frac{c_0}{c_\lambda}\right)^{m_0}} \quad , \quad c_\lambda\sqrt[\lambda qn]{\left(\frac{c_0}{c_\lambda}\right)^{m_0+\lambda qn}} ,$$

cioè sono eguali.

Partendo dalla (5), e tenendo presenti (3) e (4), il termine generico trasformato diventa

$$(cz+d)^{\lambda n+r_0+(1-l)(r_0+m_0)}\cdot f_s(az+b,\,cz+d)\cdot w^{(\lambda-s)n},$$

La potenza di $cz+d$ che moltiplica f_s non dipende da s; e poichè f_0 ed f_λ sono alterate, per ogni operazione di Γ_a, di uno stesso fattore costante, si conclude che questa potenza di $cz+d$ è il fattore di cui si altera tutta l'equazione e che ogni $f_s(z)$ deve trasformarsi in sè, per le operazioni di Γ_a, a meno dello stesso fattore costante di cui si è alterato $f_0(z)$.

Se teniamo presente che, per esser partiti dalla forma (I), la C ammetterà tutte le operazioni

$$[z'=z,\ w'=\varepsilon w],\ \varepsilon=e^{\frac{2\kappa\pi i}{n}}\ (\kappa=0,1,\ldots,n-1),$$

potremo enunciare:

Il gruppo semiproiettivo ridotto ammesso da una curva algebrica può sempre ridursi alla forma

$$\Gamma_1\equiv\left[\gamma_{a_r}\,;\ \gamma_{a_r}\right]\equiv\left[z'=\frac{a_r z+b_r}{c_r z+d_r}\,;\ w'=\frac{\varepsilon . w}{(c_r z+d_r)^q}\right]$$

dove

$$\varepsilon=e^{\frac{2\kappa\pi i}{n}}\ (\kappa=0,1,\ldots,n-1);\ r=0,1,\ldots,m-1;\ q=\text{intiero}.$$

E l'equazione della curva diventerà

$$f_0(z).w^{\lambda n}+f_1(z).w^{(\lambda-1)n}+\ldots+f_{\lambda-1}(z).w^n+f_\lambda(z)=0,$$

dove $f_0, f_1,\ldots,f_\lambda$ sono polinomi i cui gradi rispettivi $m_0,\ldots,m_\lambda$ sono legati dalle relazioni

$$m_s=m_0+qsn\qquad(s=1,2,\ldots,\lambda).$$

Inoltre, gli $f_s(z)$ ammettono il gruppo poliedrale finito Γ_a, per ogni sostituzione del quale, tutti si alterano di uno stesso fattore costante (*).

Osserviamo che, poichè di polinomi $f_s(z)$ ammettenti un Γ_a qualunque ne esistono in numero illimitato (**), *esistono anche un numero illimitato di curve algebriche ammettenti un gruppo semiproiettivo ridotto, formato con un qualunque gruppo poliedrale finito.*

(*) A conferma, si osservi che, per una γ_r generica, il termine $(s+1)^{mo}$ della equazione di C, diventa, sotto forma non omogenea:

$$\frac{f_s(a_r z+b_r,\ c_r z+d_r)}{(c_r z+d_r)^{m_s+q(\lambda-s)n}}.w^{(\lambda-s)n}=\frac{C.f_s(z)}{(c_r z+d_r)^{m_0+\lambda qn}}.w^{(\lambda-s)n}.$$

(**) Cfr. la nota in fine del § 2.

§. 6. Superficie algebriche ammettenti gruppi semi-proiettivi ridotti.

Anche gli ultimi risultati possono estendersi agli spazî con un numero qualsiasi di dimensioni.

Ecco, p. es., come si procederà per lo spazio ordinario.

Sia F una superficie algebrica ammettente un gruppo semiproiettivo finito Γ. Sappiamo che, se Γ contiene una operazione identica rispetto ad x e ad y, esso potrà ridursi a contenere tutte le

$$(6) \quad [x'=x,\ y'=y,\ z'=\varepsilon . z]\ ,\ \varepsilon=e^{\frac{2\kappa\pi i}{n}}\ (\kappa=0,1,\dots,n-1).$$

Così pure, se la superficie ammette una operazione identica rispetto ad x e ad y, il gruppo può ritenersi contenga tutte le

$$(7) \quad [x'=x,\ y'=\xi . y,\ z'=z]\ ,\ \xi=e^{\frac{2\kappa\pi i}{\mu}}\ (\kappa=0,1,\dots,\mu-1).$$

Il gruppo Γ si riduce a contenere le (6) e le (7) trasformandolo con operazioni birazionali: queste trasformazioni, operate su F, lasceranno razionale la sua equazione. Anzi, ridotta a forma intera, questa equazione risulterà della forma

$$f(x,y,z)=f_0(x,y).z^{\lambda n}+f_1(x,y)z^{(\lambda-1)n}+\dots+f_{\lambda-1}(x,y).z^n+f_\lambda(x,y)=0 \quad \text{(II)},$$

$$f_s(x,y)=f_{s,0}(x).y^{\lambda_s \mu}+f_{s,1}(x).y^{(\lambda_s-1)\mu}+\dots+f_{s,\lambda_s-1}(x).y^\mu+f_{s,\lambda_s}(x) \quad \text{(III)}.$$

Nella (II), può ritenersi che entrambi i polinomi $f_0(x,y)$, $f_\lambda(x,y)$ contengano effettivamente la x e la y. Perchè, se uno di essi, p. es. $f_0(x,y)$, fosse costante, basterebbe operare su (II) la trasformazione $[x'=x,\ y'=y,\ z'=\chi(x,y).z]$, con $\chi(x,y)$ polinomio in x,y. Questa operazione lascerebbe inalterata la forma semiproiettiva generale o semiproiettiva ridotta, del gruppo ammesso da F.

Poniamo ora che la F, ossia l'equazione (II), ammetta un gruppo semiproiettivo ridotto *finito*

$$\Gamma_1 \equiv \left[x'=\frac{a_i\ x+b_i}{c_i\ x+d_i}\ ;\ y'=\frac{\alpha_i\ (x)}{\delta_i\ (x)}y\ ;\ z'=\frac{A_i\ (x,y)}{D_i\ (x,y)}z\right]\ (i=0,1,2,\dots).$$

Questo gruppo scambia fra loro i punti dello spazio aventi la z nulla, così pure quelli aventi la z infinita. Cioè, le operazioni $\Gamma_{a,\alpha}$ di Γ_1 trasformano in sè ciascuna delle due curve

$$f_0(x,y)=0\ , \qquad f_\lambda(x,y)=0.$$

Pel § precedente, segue dunque che l'operazione generica di Γ_1 è della forma

$$S \equiv \left[x' = \frac{ax+b}{cx+d},\ y' = \frac{\xi . y}{(cx+d)^q},\ z' = \frac{A(x,y)}{D(x,y)} z \right].$$

L'insieme generico dei termini dell'equazione di F, che differiscono da tutti gli altri almeno per uno degli esponenti di y o di z, è

$$(8)\quad f_{si}(x) . y^{(\lambda_s - i)\mu} . z^{(\lambda - s)n} \qquad (s = 0,1,\dots,\lambda),\ (i = 0,1,\dots,\lambda_s).$$

Questo insieme, per effetto della S, diventa:

$$(8)' \qquad \frac{f_{si}(ax+b,\ cx+d) . y^{(\lambda_s - i)\mu} . z^{(\lambda - s)n}}{(cx+d)^{m_{si} + q(\lambda_s - i)\mu}} . \left(\frac{A}{D}\right)^{(\lambda - s)n},$$

dove con $f_{si}(ax+b,\ cx+d)$ si indica la funzione ottenuta dal polinomio $f_{si}(x)$, reso omogeneo in $f_{si}(x,u)$, ponendo $x = ax+b$, $u = cx+d$; m_{si} è il grado di $f_{si}(x)$.

L'esponente di z, nei termini trasformati, è rimasto invariato: non così quello di y. Però quest'ultimo si altera allo stesso modo, a causa del fattore $\left(\frac{A}{D}\right)^{(\lambda - s)n}$, per tutti i termini dovuti ad uno stesso $f_s(x,y)$. Ciò, in definitiva, significa che, quando l'equazione trasformata si libera dai denominatori e dai fattori comuni, ciascun termine (8)′ ritorna precisamente nel termine (8) da cui si è ottenuto. Il che si rende evidente, osservando che il grado in y di questo fattore comune non può che essere eguale a quello di $\left(\frac{A}{D}\right)^{(\lambda - s)n}$, *qualunque sia* s, da 0 a λ; e perciò è nullo.

Ne segue che, poichè il grado di $f_{si}(ax+b,\ cx+d)$ è lo stesso di quello di $f_{si}(x)$, affinchè tutti i termini della (II) si alterino di uno stesso fattore, è necessario:

1°) che l'esponente $m_{si} + q(\lambda_s - i)\mu$ della potenza di $cx+d$, che comparisce in ciascun termine trasformato di $f_s(x,y)$, sia indipendente da i; onde

$$(9) \qquad m_{si} = m_{s0} + qi\mu \qquad (i = 0,1,\dots,\lambda_s);$$

2°) che sia indipendente da s il grado

$$q'(\lambda - s)n + m_{si} + q(\lambda_s - i)\mu = q'(\lambda - s)n + m_{s0} + q\lambda_s\mu$$

del fattore di cui si altera ciascun $f_s(x,y) . z^{(\lambda - s)n}$ (q' è il grado

della funzione razionale $\left.\frac{A}{D}\right)$. Perciò

$$(10) \quad m_{s0} = m_{00} + q(\lambda_0 - \lambda_s)\mu + q'sn \quad (s = 0.1, \ldots, \lambda).$$

Dappoichè $f_0(x,y) = 0$ ed $f_\lambda(x,y) = 0$ ammettono il $\Gamma_{a,\alpha}$, si ha

$$f_{0i}(ax+b,\, cx+d) = c_0 f_{0i}(x) \; \{ i = 0,1,\ldots,\lambda_0 \} ;$$
$$f_{\lambda i}(ax+b,\, cx+d) = c_\lambda f_{\lambda i}(x) \; \{ i = 0,1,\ldots,\lambda_\lambda \} ,$$

ed i due gruppi di termini

$$f_{00}(x) . y^{\lambda_0 \mu} . z^{\lambda n} \quad , \quad f_{\lambda 0}(x) . y^{\lambda_\lambda \mu}$$

si alterano, rispettivamente, dei due fattori razionali

$$\left(\frac{A}{D}\right)^{\lambda n} . \frac{c_0}{(cx+d)^{m_{00} + q\lambda_0 \mu}} , \qquad \frac{c_\lambda}{(cx+d)^{m_{\lambda 0} + q\lambda_\lambda \mu}} ,$$

i quali dovranno essere eguali fra loro ed a quelli di cui si alterano tutti gli altri termini. Si ottiene subito, per le (10):

$$\frac{A}{D} = \sqrt[\lambda n]{\frac{c_\lambda}{c_0}} . \frac{1}{(cx+d)^{q'}} .$$

Ripetendo un ragionamento già fatto al § precedente, si può ritenere $\sqrt[\lambda n]{\frac{c_\lambda}{c_0}} = 1$, quindi S si riduce alla forma

$$S \equiv \left[x' = \frac{ax+b}{cx+d} , \, y' = \frac{\xi . y}{(cx+d)^q} , \, z' = \frac{z}{(cx+d)^{q'}} \right] .$$

Per effetto di questa trasformazione, un qualunque termine (8) diventa

$$\frac{f_{si}(ax+b,\, cx+d) . y^{(\lambda_s - i)\mu} . z^{(\lambda - s)n}}{(cx+d)^{m_{si} + q(\lambda_s - i)\mu + q'(\lambda - s)n}} = \frac{f_{si}(ax+b,\, cx+d) . y^{(\lambda_s - i)\mu} . z^{(\lambda - s)n}}{(cx+d)^{m_{00} + q\lambda_0 \mu + q'\lambda n}} ,$$

il quale ritornerà in quello da cui deriva, se

$$f_{si}(ax+b,\, cx+d) = f_{si}(x).$$

Cioè $f_{si}(x)$ ammette il gruppo poliedrale finito Γ_a. Questi polinomi $f_{si}(x)$ possono però alterarsi di un fattore costante: questo sarà uguale per tutti.

Possiamo dunque concludere con l'enunciato:

Il gruppo finito semiproiettivo ridotto ammesso da una superficie algebrica può sempre ridursi alla forma

$$\Gamma_1 \equiv \left[\lambda_{a_r} ; \lambda_{a_r} ; \lambda_{A_r}\right] \equiv \left[x' = \frac{a_r\, x + b_r}{c_r\, x + d_r} ;\; y' = \frac{\xi \cdot y}{(c_r\, x + d_r)^q} ;\; z' = \frac{\varepsilon \cdot z}{(c_r\, x + d_r)^{q'}}\right],$$

dove

$$\xi = e^{\frac{2\varkappa\pi i}{\mu}}\ (\varkappa = 0,1,\ldots,\mu - 1) ;\ \varepsilon = e^{\frac{2\varkappa\pi i}{n}}\ (\varkappa = 0,1,\ldots,n-1);\ r = 0,1,\ldots,m-1;\ q, q' = \text{intieri}.$$

E l'equazione della superficie diventerà

$$f_0(x.y).\, z^{\lambda n} + f_1(x,y).\, z^{(\lambda-1)n} + \ldots + f_{\lambda-1}(x,y).\, z^n + f_\lambda(x,y) = 0,$$

con

$$f_s(x,y) = f_{s,0}(x).\, y^{\lambda_s \mu} + f_{s,1}(x).\, y^{(\lambda_s - 1)\mu} + \ldots + f_{s,\lambda_s - 1}(x) . y^\mu + f_{s,\lambda_s}(x).$$

I polinomi $f_{si}(x)$ ammettono il gruppo poliedrale finito Γ_a per ogni sostituzione del quale si alterano tutti di uno stesso fattore costante, ed i loro gradi m_{si} soddisfano alle relazioni

$$m_{si} = m_{s0} + qi\mu \qquad (i = 0,1,\ldots,\lambda_s),$$
$$m_{s0} = m_{00} + q(\lambda_0 - \lambda_s)\mu + q'sn \qquad (s = 0,1,\ldots,\lambda).$$

I polinomi $f_s(x,y)$ ammettono, dunque, il gruppo semiproiettivo ridotto

$$\Gamma_{a,a} = \left[x' = \frac{a_r\, x + b_r}{c_r\, x + d_r} ;\; y' = \frac{\xi \cdot y}{(c_r\, x + d_r)^q}\right] \quad (r = 0,1,\ldots,m-1).$$

Anche qui risulta evidente la esistenza di un numero illimitato di tali superficie.

Napoli, settembre 1914.

SOPRA UN SEGNO CLINICO
DI METASTASI INTESTINALE
DEL CANCRO DEL PILORO

Nota del prof. I. Tansini
DIRETTORE DELLA CLINICA CHIRURGICA DELLA R. UNIVERSITÀ DI PAVIA

(Adunanza del 12 novembre 1914)

Negli ammalati di affezione organica pilorica con stenosi, semplice o cancerosa, il ventre si presenta sempre avvallato, marcatamente depresso od a barca: almeno così rilevasi costantemente quando gli ammalati vengono a noi, epperciò quando il tumore od il processo indurativo o cicatriziale hanno determinata grave l' angustia pilorica.

Già fin dal 1906 in una mia conferenza tenuta in seno all'Associazione sanitaria milanese (1) io accennava al fatto, da me osservato allora due volte, di una certa tumefazione del ventre in ammalati, giudicati inoperabili, di cancro del piloro con stenosi: all' autopsia si trovò trapiantamento canceroso alla flessura splenica in uno e nell' altro al colon ascendente. Nel 1910 in mezzo a numerosi casi di stenosi pilorica cancerosa, o benigna, nei quali il ventre mi si era sempre presentato avvallato od a barca, mi si presentava un caso nel quale, mentre era certa la diagnosi di carcinoma del piloro con grave stenosi, esisteva una lieve tumefazione addominale che richiamò tosto la mia attenzione. Le condizioni generali del paziente però essendo discrete, non avendo rilevato ingrossamento delle ghiandole sopraclaveari ed essendo impellente la sintomatologia gastrica, credetti di intervenire, e anche in questo caso, oltre al tumore piloro-gastrico, trovai numerosi nodi neoplastici della parete del digiuno e dell'ileo di grossezza varia da una nocciuola ad una grossa noce.

---

(1) *Sul cancro dello stomaco in chirurgia.* — Riforma Medica, anno XXII, N. 18, 1906.

Dopo questa osservazione credetti di richiamare in modo esplicito (1) l'attenzione dei pratici sopra questo segno della lieve tumefazione addominale che mi pareva, se confermato, di non lieve importanza.

È nota la oscurità sintomatologica del cancro intestinale fino a che non siano insorti fenomeni salienti di tumore o di stenosi, o di occlusione, o di perforazione. Tanto più può essere difficile il giudizio di cancro dell'intestino, unico o multiplo, quando sia secondario, ovvero coesista con una neoplasia dello stomaco la quale si imponga con una sintomatologia predominante come il cancro con stenosi del piloro.

Un sintomo pertanto che in questi casi guidi a quel giudizio, mi pare di qualche importanza sotto due punti di vista: 1° per stabilire una controindicazione all'intervento: 2° per chiarire la diagnosi di natura della stenosi pilorica che non raramente è dubbia: poichè l'interessamento dell'intestino indicando un processo morboso diffusibile farebbe escludere la stenosi benigna.

Sopra questo segno, dopo di me, richiamò l'attenzione il dott. D'Este (2), riferendo un nuovo caso del genere osservato nel 1911 nella mia Clinica di Pavia, nel quale, con la laparotomia esplorativa, oltre al tumore dell'antro esteso al piloro ed alla piccola curvatura, si osservarono sul colon ascendente e sul trasverso nodi neoplastici del volume di una piccola nocciuola, duri, situati nello spessore della parete intestinale verso l'inserzione mesenteriale; nel cavo peritoneale, lungo i fianchi, esistevano pochi cmc. di liquido ascitico.

Ho ragione di credere che tale segno sia ancora poco noto mentre un nuovo caso caduto recentemente sotto la mia osservazione ne conferma il valore, e precisamente sotto il doppio punto di vista già accennato.

Intanto posso dire che nel corso di questi ultimi tre anni in numerosi casi di stenosi pilorica, semplice o neoplastica, non mi si era più presentato un caso nel quale mancasse il ventre a barca marcatamente incavato e nei numerosi interventi, pur avendo non raramente incontrate metastasi nelle ghiandole lin-

---

(1) *Di un segno clinico di metastasi cancerosa intestinale del cancro del piloro.* — Rif. Med., Anno XXVII, N. 1, 1911.

(2) *Del segno di Tansini per la diagnosi di metastasi intestinale nel cancro del piloro.* — Gazz. degli Osped. e delle Cliniche, N. 105, anno 1911.

fatiche mesenteriali, mai ho rilevato diffusioni o metastasi della parete intestinale.

Il caso che intendo ora di render noto si riferisce ad un ammalato presentatomi dal suo medico curante l'egregio dott. Angelo Boni di Pavia: il caso era stato anche studiato dal prof. Vittorio Ascoli, direttore dell'Istituto di patologia speciale medica della nostra Università, e mi era presentato con una di lui relazione scritta. Per toccar breve dirò che trattavasi di un uomo di 45 anni in condizioni generali discrete; che si palpava all'ipocondrio destro e proprio nella regiono pilorica una tumefazione dura a superficie bernoccoluta, spostabile coi movimenti respiratori: che esisteva stenosi pilorica con notevole ristagno. All'esame del succo gastrico avendo rilevata una conservata secrezione cloridrica ed avendo trovato pressochè normali il numero dei globuli rossi, la proporzione di emoglobina e la formola leucocitaria, il mio collega pose in discussione se si trattasse di cancro, o di una complicazione di ulcera semplice: anche l'ipotesi dell'ulcera gli pareva poco sostenibile per il decorso della malattia e per i dati anamnestici. Egli pure propendendo decisamente per cancro, consigliava una laparotomia per accertare la natura del processo ed eventualmente provvedere al ristagno.

Appena io vidi il paziente fui subito colpito da una certa tumefazione dell'addome che era in contraddizione col fatto della stenosi pilorica e subito espressi questa mia impressione all'egr. dott. Boni che mi presentava l'ammalato, dichiarando che io giudicava che esistevano diffusioni intestinali, sebbene con la palpazione non si potessero direttamente rilevare: pertanto io formulava un prognostico triste e dubitava assai della convenienza ed efficacia di un intervento. Tuttavia stante le condizioni generali ancora abbastanza buone e la mancanza di ingrossamenti ghiandolari nella fossa sopraclaveare sinistra, io era disposto ad eseguire una laparotomia esplorativa non volendo, in base ad un segno da me trovato, rifiutare l'opera mia mentre colleghi stimatissimi consigliavano l'intervento.

Colla laparotomia eseguita alla presenza di varî colleghi amici del paziente e del medico curante dott. Boni, si mise in evidenza la condizione da me preveduta ed in un grado che non avrei immaginato nemmeno io così avanzato. Constatato il tumore pilorico, già clinicamente rilevato, si trovò una corona di ghiandole linfatiche ingrossate e dure lungo la grande curvatura dello stomaco, infiltrazione neoplastica grave del mesenterio della prima ansa del digiuno ed anche di altro più avanti

e nodetti neoplastici molteplici nella parete del digiunò e dell'ileo: poco liquido ascitico.

Informando del reperto il collega Ascoli, egli mi diceva di aver bensì rilevato la tumidezza del ventre ma, non avendo riscontrata ascite, non le aveva data alcuna importanza e mi dichiarava di ignorare affatto il segno già da me rilevato ed illustrato.

Nel caso attuale è evidente l'importanza che. in confronto degli altri casi da me osservati, assumeva il sintomo da me indicato, poichè alcuni fatti potevano far dubitare sulla natura del processo morboso pilorico. Diffatti la conservata secrezione cloridrica, la buona sanguificazione, la mancanza di ingrossamenti ghiandolari al collo, mentre il tumore era distintamente palpabile e grave lo stringimento pilorico, potevano alimentare dubbi sulla natura maligna del tumore e, se mai, permettere la speranza di una limitazione del processo neoplastico. È questo uno di quei casi nei quali la lieve tumidezza addominale offriva anche un criterio per risalire alla diagnosi di natura del processo morboso primitivo.

Ho creduto pertanto di render noto anche questo caso a suffragio del valore pratico del segno da me indicato e per una maggior divulgazione della conoscenza dello stesso.

BREVI NOTE
SOPRA UN FEMORE UMANO FOSSILE
DELL' AMERICA MERIDIONALE

Nota del prof. G. L. Sera

(Adunanza del 12 novembre 1914)

Il femore di cui diamo alcuni brevi cenni descrittivi fu trovato negli ultimissimi tempi della sua vita dall' Ameghino in una località chiamata Banderalò. Portato in Europa dal prof. Ambrosetti, potei farne, grazie alla cortesia di questo, un breve esame, purtroppo sommario, dato il tempo ristretto che lo ebbi a mia disposizione a Firenze.

Giacchè però alcuni caratteri di questo pezzo sono assai interessanti stimo utile pubblicare queste brevi note allo scopo che altri possa dare di esso una più completa illustrazione.

Ne dò insieme due fotografie in verità non riuscite come sarebbe stato desiderabile. Nell' una esso è ritratto dalla parte posteriore, nell' altra dal suo lato esterno.

É quasi inutile accennare che esso è stato ritratto rovesciato. Fu dovuto collocare in tale posizione giacchè la parte inferiore composta di più frammenti, assai debolmente riuniti insieme, non permetteva lo si collocasse nella sua posizione naturale.

La forma generale di esso, quale risulta dalla prima fotografia, è certamente quella che il femore doveva possedere. La ricomposizione infatti, essendo stata compiuta da frammenti integri, è perfetta e non vi sono perdite di sostanza che siano sostituite da materia estranea.

Lo stato di fossilizzazione è forte, l' aspetto pietroso, il colorito è rossiccio.

La testa è scomparsa: del collo resta la porzione infero-posteriore, ma di questa sono presenti dei tratti che devono essere stati assai prossimi alla testa. Il collo è piccolo; il diametro antero-posteriore della parte residua è di 18 mm.

Integro, non poteva superare i 23 mm. É presente solo la superficie interna inferiore del piccolo trocantere che pare dovesse essere abbastanza prominente verso dietro e poco medialmente.

Non esiste più nulla del grande trocantere. In corrispondenza di ciò che doveva fornire un terzo trocantere molto sviluppato è attualmente una superficie triangolare di frattura, ben visibile sulla fotografia, i cui lati misurano rispettivamente 22, 15 e 15 mm. Il lato più lungo è all'esterno e si prolunga in una cresta che va al labbro esterno della linea aspera, facendo un discreto rilievo. All'innanzi e all'esterno di essa si trova una fossa ipotrocanterica, di forma fusoide, lunga 30 mm., larga 7 mm. nella sua massima divergenza. La profondità di essa è forse di 3 mm. per quanto si può giudicare data la presenza di materiale estraneo che la riempie per due terzi.

Nella fotografia presa dal lato esterno corrisponde ad una zona più chiara.

Sotto questa fossa ipotrocanterica, ma completamente separata da essa, esiste una insolcatura che all'esterno della linea aspera si estende per gran parte della diafisi.

Questa insolcatura fa contrasto con quanto si nota in genere nel femore in questa regione in cui la superficie ossea è piana o convessa nella sua parte più laterale e anteriore.

La presenza di questa insolcatura è anche più notevole in quanto la prominenza della linea aspera è assai scarsa come vedremo.

Sulla sua faccia anteriore il femore è completo solo per l'altezza di 8 cm. circa, per il restante la quantità di sostanza che è andata perduta va crescendo a mano a mano che si scende verso il basso, in guisa che mentre in alto la perdita di sostanza interessava solo la parte mediana della faccia anteriore, verso il basso essa interessa le parti laterali. Ciò sopratutto va inteso per il lato esterno dell'osso.

All'estremo inferiore la perdita di sostanza è a carico persino della faccia posteriore sempre però limitatamente al lato esterno.

Alla altezza della parte mediana della diafisi la faccia anteriore del femore posta all'innanzi dei bordi laterali interno

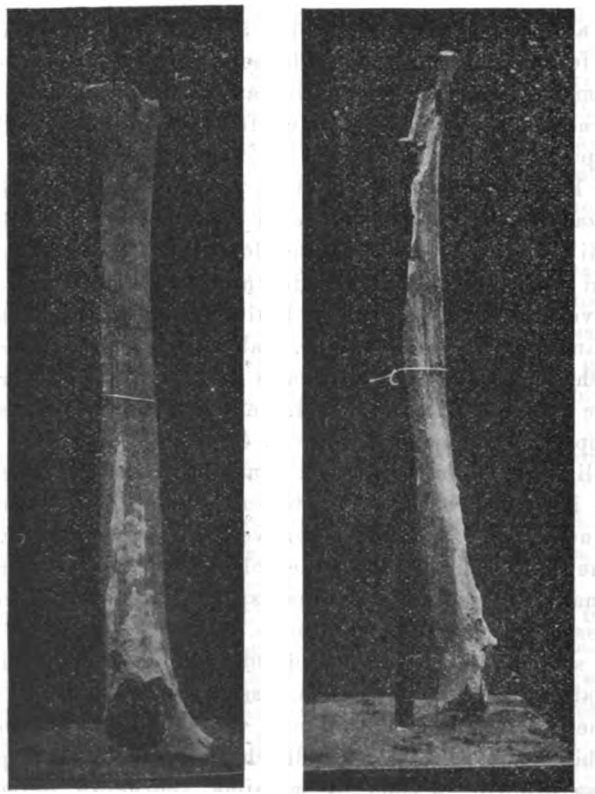
ed esterno è così diminuita che resta di essa appena un striscia da ogni parte della altezza di due o tre millimetri: tale però da permetterci di stabilire che la superficie cilindroide della faccia anteriore doveva avere un raggio di curvatura piuttosto piccolo, non più grande certo di quello che si verifica in europei recenti.

In altri termini l'emicilindro anteriore doveva avere in questo femore una parte notevole nel determinare la lunghezza del diametro antero-posteriore della sezione diafisaria, mentre abitualmente essa è piccola in confronto di quella dell'emicilindro posteriore.

La linea aspera è ben visibile, ma ciò è da attribuire alla esistenza del solco esterno ad essa già menzionato e alla presenza di un altro solco più piccolo all'interno di essa linea e di cui si vedono due tratti distinti. Al contrario di quello che si verifica nei femori così detti a pilastro la prominenza della linea stessa all'indietro, vale a dire la distanza verticale che in una sezione diafisaria passa fra il punto rappresentante la sommità di essa e la retta che unisce i due punti che rappresentano i bordi laterali è piccola. In altre parole l'emicilindro posteriore doveva contribuire scarsamente a costituire il diametro antero-posteriore diafisario e la salienza della linea aspera più che da un vero e proprio suo sviluppo proviene dalla esistenza dei due solchi interno ed esterno già menzionati. Ne risulta alla linea aspera l'apparenza come se essa fosse pizzicata fuori dell'osso.

La scarsa altezza dell'emicilindro diafisario posteriore risulta dalle misure da me prese. Essa è di 12 mm. all'altezza della metà della diafisi, di 13 mm. nel punto più basso dove è possibile misurarla. Si ricordi che fra questi due puuti è compresa proprio la zona di massima sporgenza della linea aspera.

Questa scarsa prominenza della linea aspera è constatabile sulle fotografie grazie ad un particolare. Sulla parte esterna dell'osso al disotto della metà della diafisi si può constatare un tratto scuro longitudinale che corrisponde ad una linea di frattura ricostituita. Ora è chiaramente visibile come sulla fotografia della faccia posteriore questo tratto sia assai vicino al bordo esterno dell'osso mentre nell'altra dal lato esterno questo tratto si approssima assai alla cresta della linea aspera. Ciò è dovuto appunto a che la distanza antero-posteriore della cresta dal diametro bilaterale è piccola.

Per ricostruire la lunghezza complessiva del. femore di Banderalò lo confrontai con un femore di romano antico del Museo di antropologia di Firenze, che scelsi fra i tanti altri per la seguente particolarità.

Sovrapponendo, in proiezione ben inteso, il rilievo del piccolo trocantere dell'uno a quello dell'altro il bordo inferiore del triangolo popliteo dell'uno risultava coincidere presso a poco con quello dell'altro. In altri termini la distanza fra il piccolo trocantere e il suddetto bordo popliteo risultava uguale. A dir il vero il femore di Banderalò era di 1 cm. più corto dell'altro, ma volli calcolare in un massimo di 1 cm., ed era il più che si può concedere, le quantità di osso del margine popliteo che è andata perduta, oltre le superfici condilari naturalmente.

Orbene, sovrapponende i due punti estremi superiori pocanzi citati dei due femori, risultò che mentre nel femore romano, sebbene dimostrasse avere un collo di scarsa inclinazione sulla diafisi, la distanza verticale fra il margine inferiore del piccolo trocantere ed il punto più alto del margine inferiore del collo del femore era di 4 cm.; la stessa distanza era di 3 cm. per il femore di Banderalò. Ciò significa che la parte epifisaria di questo femore è relativamente meno sviluppata in altezza. Ma non soltanto ciò si può dire dell'altezza ma anche delle altre dimensioni, e non solo per la parte epifisaria propriamente detta ma anche per le parti estreme della diafisi.

Il femore romano infatti è caratteristicamente distinto da uno sviluppo notevole dei suoi estremi in tutte le dimensioni in confronto della diafisi e ciò è evidente soprattutto guardando il femore nelle faccie anteriore e posteriore. Le linee che delimitano il femore così guardate sono fortemente arcuate colla loro massima convergenza verso la metà della diafisi.

Il femore di Banderalò non presenta affatto questo aspetto. La perdita di sostanza che nel terzo inferiore ed esterno del contorno della sua faccia posteriore ne restringe alquanto le dimensioni è assai piccola: e non altera la portata dell'impressione generale che il femore stesso produce. Il femore di Banderalò guardato posteriormente è limitato da due linee solo scarsamente convergenti, cioè la diafisi nella sua parte mediana non è molto più stretta che alle sue estremità epifisarie e sulle epifisi stesse. Questo è provato da alcune misure da me prese.

La larghezza dell'osso al livello del rilievo del piccolo trocantere è di 31 mm.: al livello della fine della cresta del terzo trocantere è di 29 mm.; 7 cm. sotto il primo livello menzionato è ancora di 27 mm.: 10 cm. sotto è di 24 e di 23 mm. nel punto più basso del femore che permette la misura.

Brevemente potremo dire che il femore di Banderalò per questo carattere dei margini laterali quasi paralleli si approssima ai femori degli antropomorfi, come a questi si approssima per lo scarso sviluppo relativo delle estremità epifisarie.

Nella estremità inferiore infatti sul lato mediale è esistente tutta la parete ossea che si ripiega a formare la faccia anteriore, come è visibile nella fotografia presa dal lato esterno. Orbene è chiaramente visibile come l'allargarsi dell'osso a questo livello non sia gran che notevole al confronto della larghezza della parte mediana della diafisi.

Come si è detto, poi, la perdita di sostanza ossea dal lato esterno dell'estremità inferiore è piccola e anche da questa parte l'allargarsi della estremità non poteva esser forte.

Per ciò che riguarda l'appiattimento, ricorderemo che il diametro antero-posteriore in tutto un tratto, a partire dal margine inferiore del piccolo trocantere fino al punto più basso dove la faccia anteriore è integra, varia da 22 a 20 mm.

Dati i valori del diametro trasversale per questo tratto risulta che l'indice di platimeria per tutto il tratto integro del femore, oscilla per frazioni decimali intorno a 75 con tendenza verso una diminuzione scendendo verso il basso.

Data la nomenclatura del Martin (1) che pone ad 85 il limite fra platimeria e eurimeria il femore è nettamente platimerico.

Come abbiamo visto innanzi, anche nella parte centrale diafisaria lo spessore del diametro antero-posteriore non poteva essere grande dato lo scarso sviluppo dell'emicilindro posteriore.

A noi pare ben difficile che l'indice pilastrico potesse sorpassare sensibilmente il valore di 100.

Infine anche per la estremità inferiore del femore ciò che resta della parte interna fa giudicare che il diametro antero-posteriore di questa regione fosse piccolo.

La lunghezza massima verticale del femore è di 300 mm.

Io apprezzo in 35-36 cm. la lunghezza da attribuire a questo femore, ricostituendone idealmente le epifisi. Ad ogni modo mi pare che non si possano sorpassare in nessuna guisa i 38 cm.

Dalla tabella del Manouvrier (2) si calcola per tale lunghezza una statura di 1.51 che è una statura piccola. Considerato che essa costituisce un limite estremo di possibilità, viene a conferire al portatore di questo femore una statura di pigmeo.

Anche la curvatura del femore nel piano antero-posteriore è piuttosto forte, carattere, come è noto, posseduto dagli antropoidi.

L' angolo che il collo faceva colla diafisi, per ciò che si può giudicare, doveva essere piuttosto forte.

Riassumendo, abbiamo raccolti in questo femore parecchi caratteri interessanti, fra cui i principali sono: la piccolezza che fa desumere una statura bassa; il piccolo sviluppo delle epifisi, lo scarso sviluppo della linea aspera, l'appiatti-

(1) R. Martin, *Lehrbuch d. Anthropologie.* Iena, 1914, pag. 928.

(2) L. Manouvrier, *La détermination de la taille d'après les grands os des membres.* Mém, Soc. Anthrop. Paris. Ser. 2, tomo IV.

mento generale di esso, la scarsa convergenza dei suoi margini laterali, la forte curvatura, l'angolo fra il collo e la diafisi forte.

Fondandoci specialmente sopra i risultati dell'ampio ed esauriente lavoro del Bello y Rodriguez (3) concludiamo che per l'associazione di alcuni di questi caratteri e cioè platimeria superiore, indice pilastrico basso, angolo fra il collo e la diafisi forte, si approssima alla caratteristica del femore delle razze mongoliche data dal suddetto autore.

Per l'associazione di altri e cioè scarsa convergenza dei margini laterali, piccolo sviluppo relativo della epifisi, appiattimento generale, forte curvatura, esso si approssima al femore degli antropomorfi, e sopratutto a quello dell'orango che solo possiede una platimeria superiore. Gli dà però una posizione nettamente antropinica la presenza di una linea aspera, seppure scarsamente accennata; ma l'essere che lo portava doveva avere una statura bassa.

Per l'insieme di queste affinità e particolarità il femore di Banderalò si dimostra di un grande interesse paleontologico e ci auguriamo che questo nostro scritto invogli altri a farne uno studio accurato.

---

(3) S. Bello y Rodriguez. *Le fémur et le tibia chez l'homme et les antropoïdes*. Thèse, Paris, 1909.

INTORNO
ALLA CURA DELLA FEBBRE TIFOIDEA
COL VACCINO ANTI-TIFOIDEO

Nota del S. C. prof. Edoardo Bonardi

(*Adunanza del 26 novembre 1914*)

Nell'adunanza del 29 gennaio u. s. di questo illustre Istituto ebbi l'onore di fare una lettura nella quale, riassunta brevemente la letteratura riguardante le applicazioni dei sieri, dei vaccini e dei filacogeni alla profilassi ed alla terapia dei processi infettivi, mi soffermavo in modo speciale sulla terapia dell'infezione reumatica, nelle sue svariate manifestazioni cliniche, col vaccino stafilococcico e col filacogeno reumatico.

Oggi comunicherò all' Istituto un modesto contributo alla cura della febbre tifoidea col vaccino anti-tifoideo di Wright.

La febbre tifoidea che presso le nazioni più civili del vecchio e del nuovo mondo è andata rapidamente diminuendo, fino alla quasi totale scomparsa, almeno in tempi normali, in Italia regna endemica in tutta l'estensione della penisola e ricompare ogni anno, con diffusione varia e genio epidemico più o meno maligno, malgrado la perfezione dei regolamenti di igiene dei vari comuni ed il risanamento delle acque potabili.

Il che dimostra i pericoli del soverchio semplicismo in fenomeni complessi quali quelli studiati dall'igiene; essendo ormai provato che l'acqua potabile non è che uno dei veicoli e non sempre il principale, per la diffusione dell'infezione tifoidea, mentre le verdure crude e i vivai di ostriche e lo stesso contagio a traverso i portatori di bacilli, le biancherie sporche ed i più diversi strumenti ed utensili adoperati at-

torno agli ammalati, sono non di rado veicoli di propagazione del bacillo di Eberth non meno importanti e sicuri delle acque potabili infette.

A conferma di così importanti e gravi affermazioni citerò le cifre ufficiali del comune di Milano riferentisi alla morbilità ed alla mortalità per febbre tifoidea in alcune delle ultime annate.

Ad esempio, nel 1904, furono denunciati 1219 casi di tifoide con 198 morti, pari al 16 °/₀; nel 1907 i casi furono 1266, con 217 morti, pari al 17 °/₀; nel 1913 le denuncie furono 1228, con 238 morti, corrispondenti al 19 °/₀.

L'infezione tifoide, pertanto, a Milano, in uno dei comuni in cui l'organizzazione igienica è più completa, più intelligente e vigilante, va crescendo implacabilmente. Codeste gravi constatazioni esigono che anche in Italia sia meglio approfondita ed applicata su larga scala, come all'estero, la vaccinazione anti-tifica e subordinatamente la vaccino terapia tifica.

Non tratterò estesamente della vaccinazione anti-tifica, discussa nell'ultimo Congresso internazionale di medicina interna di Londra, ed in quello della Società italiana di medicina interna, tenuto ultimamente a Genova.

Mi limiterò a ricordare che i tentativi di vaccinazione anti-tifica datano da oltre venti anni per opera di eminenti bacteriologi e patologi quali Kalle Leishmann, Rüssel, Wright, Vincent ecc.

Le prime vaccinazioni furono fatte con un vaccino costituito da bacilli tifoidei semplicemente attenuati col riscaldamento, ma non uccisi, conformemente alla pratica illustrata dal Pasteur. Ma consimili tentativi furono abbandonati *come pericolosi.*

I vaccini oggi adoperati sono costituiti o da brodo-colture di bacillo di Eberth scaldate per un'ora a 55°-60° C.; o da bacilli essicati e scaldati in autoclave a 120° C.; o da autolisati da bacilli, ossia da estratti eterei o cloroformici di emulsioni dei bacilli stessi.

Il vaccino di Wright, largamente usato nell'esercito coloniale e nella marina inglese, è costituito di brodo-colture di bacilli tifoidei contenenti, per ogni cc³. da uno a due miliardi di bacilli uccisi col riscaldamento a 55°-60° C.; il vaccino di Vincent, preparato largamente nell'Istituto di Val de Grace ed usato nell'esercito coloniale e nella marina francese, è un autolisato etereo di emulsioni di bacilli tifoidei.

È una verità indiscutibile che, dacchè la pratica della

vaccinazione anti-tifica è andata estendendosi, la mortalità per febbre tifoidea, già altissima nelle truppe coloniali, è rapidamente diminuita, riducendosi ad una metà, ad un terzo, ad un quarto della mortalità primitiva, mentre i relativamente rari inconvenienti delle prime vaccinazioni sono completamente scomparsi coi perfezionamenti della tecnica vaccinogena.

Ed è con vero orgoglio che possiamo affermare che in tutti gli eserciti ed in tutte le marine d'Europa e d'America, ove la vaccinazione anti-tifica è applicata su larga scala e con voluta precisione, la mortalità per febbre tifoidea *è ridotta a zero.*

Noi abbiamo dovuto, in Parlamento, rimproverare il nostro Governo di non avere sufficientemente difeso la salute e la vita delle truppe di Libia dalle endemie di febbre tifoidea, particolarmente maligne che operano le loro stragi sulle coste settentrionali dell'Africa, sopratutto nella popolazione immigrata.

La vaccinazione anti-tifica, purtroppo, nelle nostre truppe, non fu applicata nè a tempo debito, nè con quella larghezza che è usata presso le altre truppe coloniali, coi magnifici risultati sovraricordati.

Consimili deplorevoli deficienze furono coraggiosamente denunciate innanzi al Congresso internazionale di medicina di di Londra, nella scorsa primavera e successivamente innanzi al Congresso della Società italiana di medicina interna, dal generale medico Ferrero di Cavallerleone.

Siamo lieti di poter dichiarare che, dopo i richiami e le critiche sopraccennate, la vaccinazione anti-tifica é applicata regolarmente, non soltanto nei reparti di truppe destinati alle colonie, ma nelle caserme della penisola, non appena l'epidemia tifoidea accenna a prendere sviluppo.

Ma il vaccino anti-tifoideo, oltre le sue virtù profilattiche e preventive, ha anche una sicura e benefica efficacia terapeutica nei casi più gravi di febbre tifoidea, nei quali non esistano complicazioni cardio-renali o polmonari allarmanti.

Le osservazioni sono, a tutt'oggi, troppo scarse perchè sia possibile una conclusione che valga a raccomandare definitivamente la pratica della vaccinoterapia tifoidea.

Innanzi al Congresso ultimo della Società italiana di medicina interna furono riferiti risultati contradditori: *ottimi,* dal prof. O. Pensuti, in un reparto di tifosi del policlinico romano

incerti o *negativi* dai dottori Giulio Galli della clinica medica romana, dai dottori Vitellio e Pistoia dall'Istituto di patologia medica dell'Università di Napoli, dal prof. Mariani della clinica medica di Genova. Il dott. V. Ronchetti, dell'Ospedale maggiore di Milano, tentò pure la vaccinoterapia in pochi casi di febbre tifoidea, con risultati non decisi.

Le mie personali osservazioni si riferiscono a *venti casi*, alcuni dei quali curati nei reparti di medicina generale che dirigo presso l'Ospedale maggiore, altri riguardanti la pratica privata.

Le storie cliniche complete verranno pubblicate più tardi quando il numero delle osservazioni sia sufficiente per autorizzare una deduzione pratica.

Voglio, però, qui dichiarare che adoperando il vaccino di Wright, in fiale di uno o di due miliardi di bacilli morti per ciascuno, mai ebbi a notare il più piccolo inconveniente, nè locale nè generale. La così detta *fase negativa* a me è sembrata poco sensibile, mentre l'andamento generale dell'infezione è stato, nella maggior parte dei miei casi, *attenuato* ed *abbreviato*.

APPUNTI PER LA STORIA GEOLOGICA DEL LAGO DI VARESE

Nota del M. E. prof. Torquato Taramelli

(Adunanza del 26 novembre 1914)

Per quanto sieno attraenti le più sintetiche teorie geologiche, le quali in quest'ultimo ventennio hanno si può dire rinnovata la scienza della terra e delle quali più volte ho trattato in questa stessa aula discorrendo dei supposti carreggiamenti nelle Alpi e nell'Appennino, rimane tuttavia fuori di dubbio che l'osservazione minuta del terreno, comparabile ad una fine anatomia, fornisce gli elementi più sicuri alle induzioni teoriche e lascia nella mente minori incertezze. Quest'analisi del terreno è quasi inesauribile, tanto che regioni percorse le cento volte hanno sempre qualche novità ed in particolare in quell'ordine di studi, ora così largamente sviluppati sotto il nome di geomorfologia, i dettagli che sembravano meno interessanti, ad esempio la conformazione di un piccolo lago, vengono ad assumere un significato notevole, appunto perchè contengono gli elementi necessari per rendere più precise le teoriche anche le più ardite e sorprendenti.

Ho scelto appunto l'esempio di un piccolo lago, perchè l'interesse di un simile dettaglio orografico non consiste nelle proporzioni, sibbene nella varietà e nel rapporto mutuo delle formazioni costituenti la conca ed i dintorni del lago.

Trattai altre volte dei più vasti laghi lombardi, ricercandone le origini ed i rapporti col modellamento orografico della regione ed in particolare con quel mirabile rimutarsi del corso delle correnti, che si è avverato da quando sullo scorcio del pliocene incominciò ad essere intaccato il peneplano, a cui era giunta la plastica orogenica nei precedenti periodi terziari. Solo per incidenza ho discorso dei laghi minori, dei quali tanto il bacino dell'Eupili, diviso dalle alluvioni del Lambro

nei due laghetti di Alserio e Pusiano, quanto il lago di Varese, residuo, come vedremo, di un ben più vasto allagamento, sono essenzialmente dovuti alla prevalente erodibilità delle marne ed altre rocce cretacee, formanti l'orlatura delle nostre Prealpi. Il bacino del lago di Varese accolse, come è noto, la porzione occidentale del ghiacciaio ticinese ogni qualvolta questo a periodi multisecolari discese e si espanse allo sbocco della rispettiva vallata e lo studio dettagliato, così dei fenomeni erosivi esercitati dalle acque e dal ghiaccio, come dei depositi alluvionali e morenici, permette di tener dietro alla trasformazione ed alla riduzione di questo lago alle proporzioni, in cui si trovò nel periodo neolitico: proporzioni certamente poco diverse dalle attuali; poichè le palafitte preistoriche, le quali resero famoso questo lago circa mezzo secolo fa, si trovano a pochi metri sotto al livello odierno, anzi l'Isolino può considerarsi il residuo di un gruppo di palafitte.

Non è mia intenzione il presentare ora i risultati di uno studio definitivo di questo bel laghetto, che ben merita una monografia speciale convenientemente illustrata, ma mi limiterò ad esporre alcuni particolari, che ho osservato nello scorso autunno in occasione di una ricerca per provvedere di acqua potabile la città di Varese.

Questo lago ha la lunghezza di circa 8 km. in direzione di nord-ovest, da Capolago all'incile del torrente Bardello, che scende al Verbano presso Turro. Lo specchio è alla media altitudine di m. 238 ed oscilla di circa due metri, la profondità massima è di m. 257, tra Morosolo e Biandronno. È poi da notarsi che un istmo formato di roccia cretacea in posto tra Biandronno e Bardello sostiene un altro piccolo laghetto avente il livello piú alto di circa 3 m. e la profondità di m. 2,5. Questo istmo tocca l'altezza di m. 50 sulla superficie del lago di Varese e può considerarsi come un sottile avanzo di una massa stata abrasa quando fu modellata la conca varesina nelle successive invasioni glaciali. Ricorderò di passaggio come quivi affiori tra le rocce cretacee anche una breccia calcareo-marnosa, di cui i frammenti contengono dei fossili giuresi, descritti dal collega prof. E. Mariani nel 1899. Analoga roccia puddingoide con fossili rimaneggiati si presenta a Calco presso Olgiato Molgora e presso Tormini di Salò e può avere molta importanza come indizio di antichi fenomeni di carreggiamento.

A sud-ovest del lago di Varese stagnano due altri laghetti, di carattere assai diverso: quello di Monate lungo circa 3 km. pur'esso in direzione di nord-ovest, col livello a 266 m. pro-

fondo m. 34, ed il laghetto di Comabbio, che si allunga per circa 4 km. in direzione di nord-est secondo l'asse di una anticlinale, in cui si incurvano i terreni del terziario antico, cioè le puddinghe ed arenarie oligoceniche ed aquitaniane con i sottostanti calcari nummulitici dell'eocene superiore di Ternate, Comabbio ed Oneda; questo laghetto è profondo m. 7,7 ed ha il livello a 243 m. quindi a soli m. 5 sul lago di Varese. Evidentemente il piccolo e profondo lago di Monate rappresenta un rinforzo dell'erosione glaciale a monte di un affioramento di rocce più compatte, quali sono appunto le puddinghe oligoceniche ed il calcare eocenico; mentre il lago di Comabbio trovasi nella direzione dell'asse di una anticlinale spaccata ed erosa e rappresenta assai bene un solco, che scaricasse il bacino varesino quando era più ampiamente allagato e chiuso da un più elevato ciglio, là dove rimane il suddetto istmo di Bardello. Molto probabilmente l'erosione del ciglio rappresentato dall'istmo di Bardello è avvenuta nell'ultima glaciazione, nella quale si è iniziato altresì il solco di Comabbio, ampio e poco profondo, seguito per breve tempo dalle acque di disgelo nell'ultima, rapida ritirata del ghiacciaio verbano; quindi si può dire che il lago di Comabbio sia una prosecuzione della conca varesina.

Le condizioni geologiche di questo bacino sono rappresentate con discreta esattezza nella carta, che ho annesso al mio libro sui « Tre Laghi » nel quale ho riassunto, corretto e completato quanto emergeva dalle carte precedenti del Negri e Spreafico, nonchè da altri scritti miei e dei colleghi Salmoiraghi e Mariani. Da quella carta infatti emerge come i terreni cretacei cioè il calcare maiolica alla base, affiorante nei dintorni di Gavirate e presso Bodio sulle due sponde del lago e più in alto i calcari marnosi, le marne variegate e le arenarie della creta media e superiore, affioranti in più siti presso Masnago, nei dintorni di Morosolo, presso Bobbiate e tutt'attorno al lago di Biandronno, terreni tutti poco tenaci, costituiscano essenzialmente il fondo della conca lacustre e siano stati il campo dove si è esercitata con maggiore rapina l'erosione, prima fluviale e poi glaciale.

Dico prima fluviale, perchè la prima traccia di questo decorso, segnata dai terrazzi che trovano la loro continuazione nella val Cuvia e nei dintorni di Laveno, presenta i suoi rapporti idrografici collo schema dei decorsi di acqua precedenti all'attuale idrografia; quello schema, che indica le valli del Boesio e della Morgorabbia come prosecuzioni di correnti aventi

il loro bacino a ponente dell'attuale lago Maggiore. Ma la causa efficente più prossima del modellamento di questa conca lacustre consiste esclusivamente nell'erosione glaciale, come è dimostrato dalla stessa morbidezza dell'orografia, anche prescindendo dai rilievi morenici. Alle indicazioni precedenti posso aggiungere un affioramento cretaceo sulla destra dell'Olona di fronte al noto giacimento dell'argilla pliocenica ed un prolungamento della creta affiorante sotto Bobbiate fin quasi a sud di Bosto.

I terreni terziari antichi, cioè le marne e le puddinghe oligoceniche e quelle molasse aquitaniane od elveziane, che affiorano presso lo sbocco settentrionale della galleria di Cimbro, sulla linea Gallarate-Laveno, oltrechè negli affioramenti indicati in detta mia carta nei dintorni di Bizzozero e più a sud verso Castiglione, li trovai affiorare anche nella valle del Gaggione e sulla sponda sinistra del Vellone, presso lo sbocco di questo nell'Olona, d'onde proseguono nei dintorni di Malnate. Inoltre osservai un interessante affioramento di molassa miocenica all'origine della valle della Fornace, presso Nifontano, e vicino allo sbocco della stessa valletta trovai di nuovo le molasse micacee poco sopra il livello del lago, disfatte e rammolite così da sembrare argille plioceniche, se non contenessero qua e là dei ciottoli di rocce alpine, che mancano nei depositi pliocenici del Varesino.

Siccome queste rocce mioceniche sono fortemente inclinate, talora verticali, e non concordano coi terreni cretacei, evidentemente rappresentano una condizione littoranea, alla quale probabilmente si collega un primo antichissimo schema idrografico, che per ora non possiamo nemmeno approssimativamente rintracciare coll'analisi dei terrazzi orografici del bacino Verbano; perchè questo schema è stato profondamente sconvolto da movimenti di masse sul genere di quelli che nella Svizzera, nella Baviera e nella bassa Austria hanno prodotto i noti scorrimenti delle masse prealpine sopra la molassa. Con quel poco che ne dice la tectonica di questi terreni terziari nella Lombardia occidentale, quasi tutti sepolti dai terreni morenici, non possiamo di certo affrontare il problema di studiarne il corrugamento, in rapporto colle pieghe subite contemporaneamente dal terziario antico e dal miocene nel Piemonte ed in particolare nelle colline di Torino. Possiamo però rilevare la notevole estensione, che l'oligocene ed il miocene antico occupano sotto i terreni quaternari nella provincia di Como, dai dintorni di Sesto Calende alla valle del Lambro

sopra Carate, con più largo affioramento a ponente di Como sino a Malnate. Possiamo inoltre asserire che i depositi pliocenici di Taino (250), del Faido (320) e della Folla d'Induno (340), sono discordanti dai terreni miocenici e quasi orizzontali, indicando una regressione pliocenica quando il golfo padano raggiunse i limiti ormai abbastanza ben noti nei dintorni di Mondovì, di Ivrea, di Borgosesia, di Varese, di Balerna presso Como, di Almenno e Nese presso Bergamo e di S. Bartolomeo presso Salò. La spiaggia pliocenica è perfettamente segnata nel deposito della Folla di Induno dalla stessa abbondanza delle impressioni di foglie, che quivi si trovano nell'argilla fossilifera e mancano nel deposito di Taino, evidentemente formatosi più al largo e forse a maggiore profondità nel mare pliocenico.

Il prof. Sacco indica, con qualche dubbio, plioceniche delle argille da lui riscontrate nella val Grande presso Capolago e nella valle della Fornace a nord di Cartabbia, e più a levante tra Bizzozero e Gurone: ma in questa località esistono bensì dei potenti banchi di argilla, ma non vi furono mai rinvenuti dei fossili, che invece sono frequenti nelle sole due località sicuramente plioceniche della Folla e del Faido. Ed è meraviglia come con così forte erosione fluviale e glaciale sieno avanzati questi due lembi di un terreno, che sicuramente precede al modellamento della conca lacustre, di cui ci occupiamo. Le argille indicate dubbiamente dal Sacco come plioceniche entrano, a mio vedere, nei depositi quaternari e rappresentano quegli antichi allagamenti, che dovevano tener dietro ad ogni profonda escavazione esercitata ad ogni discesa dei ghiacciai quaternari; come lo dimostra il fatto, che questi potenti banchi di argille lacustri o palustri sono sempre coperti da potenti alluvioni interglaciali, le più profonde tenacemente cementate in ceppo compatto e le meno antiche cementate qua e là in banchi poco estesi di conglomerato tra i letti di ghiaia: tutte però sottostanti alle morene delle due più note glaciazioni, che ritengo essere quelle di Riss e di Würm. Questi banchi di argilla hanno molta influenza nel determinare la circolazione sotterranea delle acque nei pressi di Varese, in particolare quel banco che si accompagna lungo il corso dell'Olona dalla Folla fin quasi alla cartiera Molina e l'altro, che probabilmente è una continuazione di questo, e che affiora lungo il torrente Vellone, sotto Belforte, determinando in molti siti delle numerose sorgenti accuratamente raccolte. Presso la cartiera Molina si costruì al disopra di questo banco di argilla, con buon esito,

una lunga galleria filtrante. Molto probabilmente un banco di argilla lacustre sostiene l'acqua sotterranea, che nutre l'acquedotto del Deserto, del quale si giova anche la città di Varese. Una serie di banchi argillosi affiora inoltre in tutte le vallicelle a sud di Casbeno, di Gaggiano e di Bosto, che scendono al lago nel tratto dove non arriva il sopraindicato affioramento cretaceo di Bobbiate; si vede quindi che nell'area tra la valle dell'Olona e l'attuale bacino del lago di Varese si formarono ripetutamente dei vasti impaludamenti, collegati o diremo meglio precedenti alle successive alluvioni interglaciali. Le morene del periodo Riss e ancora più chiaramente quelle del periodo Würm coronano le alluvioni ghiaiose e sabbiose, che ricoprono dovunque questi potenti depositi palustri.

Il distinguere poi da luogo a luogo a quale dei periodi interglaciali si debba riferire ciascuno di questi depositi palustri non è certamente agevole, perchè non si è ancora per questo anfiteatro morenico stabilita con sufficiente certezza una classificazione cronologica delle morene. Soltanto in via approssimativa e giovandomi anche delle osservazioni del Penck, posso asserire che le più antiche morene e le più antiche alluvioni interglaciali si riscontrano a qualche distanza da Varese, in rapporto col massimo sviluppo del ferretto nei dintorni di Venegone e di Malnate; che le morene del periodo Riss si osservano più vicine a Varese, nei dossi della C. Belmonte (386) sulla sinistra dell'Olona, e nelle colline di Giubiano (407), di C. Guaralda (411) e del Ronchetto (406) sulla destra del Vellone; mentre la zona collinesca che parte da Varese coi rilievi di Bosto (402), Mombernasca, S. Albino (406), C. Rossa (347) C. Ronco (359), per proseguire alla Gazzada (404) ed al rimanente della cerchia a sud del lago, con altitudini tra i 350 e 400 m. appartengono all'ultima invasione glaciale e presentano elementi ben conservati, con un cappello di ferrettizzazione quasi sempre di spessore inferiore ad un metro. Nelle morene del periodo rissiano l'alterazione del materiale morenico raggiunge talora i tre e quattro metri ed anche la conformazione dei dossi è assai più morbida che nelle morene più recenti.

Una cronologia precisa dei depositi glaciali del vasto apparato del Verbano, quale fu tentata da parecchi, con esito non sempre sicuro, per gli altri morenici dell'alta Italia sarà un lavoro assai paziente, che esigerà l'analisi del terreno sino ai più minuti particolari; sarà quindi la palestra di coloro, che verranno incaricati del rilievo dettagliato di questa parte

della Lombardia. Intento da più anni a preparare i materiali per tale rilievo, in questo breve scritto insisto particolarmente nel fermare l'attenzione dei futuri rilevatori su questi depositi argillosi lacustri e palustri, che sono indubbiamente interglaciali. Infatti essi non si possono in nessun modo ritenere formati in più ampio bacino del lago di Varese, che sia stato posteriore all'ultima ritirata glaciale, essendosi veduto che già in epoca neolitica il livello del lago era ad un dipresso all'altitudine attuale. Credo inoltre che non sieno da trascurarsi gli altri limitati affioramenti di rocce cretacee e terziarie, che ebbi campo di rintracciare tra l'enorme sviluppo dei terreni quaternari, ad onta della intensa vegetazione, che abbellisce quei d'intorni così ameni e così vagheggiati.

OSSERVAZIONI SU ALCUNE COMETE

Nota del S. C. ing. L. Gabba

(Adunanza del 26 novembre 1914)

La presente nota riassume brevemente alcune osservazioni di comete fatte al R. Osservatorio astronomico di Brera. Sono esse osservazioni astronomiche, che, secondo la tradizione dell'Osservatorio stesso, hanno lo scopo di determinare la posizione di astri recentemente scoperti e stabilire dati che concorrano a conoscerne il movimento ed a determinarne l'orbita nello spazio.

Lo strumento adoperato è, come già per altre analoghe misure, il piccolo equatoriale della specola, del quale le caratteristiche sono le seguenti:

apertura dell'obbiettivo	$0^{m},218$
ingrandimento	76
campo	36′
raggi degli anelli del micrometro	758″,32 e 380″,56.

Gli astri ai quali si riferiscono le osservazioni di questa nota sono:

1. La cometa 1913 b scoperta dall'astronomo I. H. Metcalf a South Hero (Stati Uniti) il 1 settembre 1913: astro che si presentò difficile all'osservazione, malgrado raggiungesse lo splendore di 8ª grandezza alla fine di settembre, perchè presentò una concentrazione luminosa centrale molto piccola e dei contorni assai indecisi. L'orbita calcolata sulle prime osservazioni è una parabola.

2. La cometa 1914 b scoperta da V. Zlatinsky a Mitau (Russia) il 15 maggio 1914.

Le ricerche sul movimento di questo astro presentano particolare interesse per il fatto che l'orbita parabolica prov-

visoria, calcolata sulle prime osservazioni, mostrò al Perrine una certa somiglianza con l'orbita della cometa 1790 III scoscoperta da Carolina Herschel. Le osservazioni quindi di questo astro contribuiranno a decidere se la sua apparizione sia un ritorno della suddetta cometa o se invece essa appartenga ad un gruppo di comete del quale fa parte quella 1790 III.

3. La cometa 1913 f scoperta da P. T. Delavan a La Plata (Repubblica Argentina) il 17 dicembre 1913; notevole per la grande distanza alla quale si trovava e dal sole e dalla terra all'epoca della sua scoperta. Venne in prossimità del sole in questo autunno, quando riuscì visibile ad occhio nudo. Il suo movimento si rappresenta, coi dati fino ad ora noti, mediante una parabola.

Le misure ed i calcoli ai quali queste hanno dato luogo sono riassunti nei quadri numerici seguenti; i quali, nella forma generalmente usata dagli astronomi, offrono tutti i dati che occorrono ai calcolatori delle orbite.

Cometa 1913 b (Metcalf).

Data	T. m. di Mil.	$\Delta\alpha$	$\Delta\delta$	Cfr.	*	$\alpha_{app.}$	log. $p\Delta$	$\delta_{app.}$	log. $p\Delta$
1913 Settemb. 6	$14^h\ 6^m\ 1^s$	$-0^m\ 9^s,12$	$+2'\ 56''.1$	2	1	$6^h\ 43^m\ 33^s,82$	$9,904_n$	$+59^\circ\ 14'\ 3'',1$	0,419

Posizione media della stella di confronto.

Data	*	$\alpha_{1913,0}$	$\delta_{1913,0}$	Rid. al l. app.	Autorità
1913 Settemb. 6	1	$6^h\ 43^m\ 40^s.10$	$+59^\circ\ 11'\ 10'',6$	$+2^s,84\ -3'',6$	AG Hels 4737

NOTE

L'osservazione venne interrotta dalle nubi e presenta della incertezza.

Cometa 1914 b (Zlatinsky).

Data	T. m. di Mil.	$\Delta\alpha$	$\Delta\delta$	Cfr.	*	$\alpha_{app.}$	log. $p\Delta$	$\delta_{app.}$	log. $p\Delta$
1914	h m s	m s	′ ″			h m s		° ′ ″	
Maggio 17	11 5 50	— 2 2,43	— 7 43,6	2	1	3 39 16,37	9,178	+ 49 58 14,2	0,936
„ 22	9 31 9	+ 0 59,07	+ 6 47,4	4	2	5 37 41,24	9,711	+ 44 55 32,2	0,811
„ 22	9 53 18	— 0 23,88	+ 5 11,1	4	3	5 38 2,12	9,686	+ 44 53 28,0	0,834

Posizioni medie delle stelle di confronto.

Data	*	$\alpha_{1914,0}$	$\delta_{1914,0}$	Rid. al l. app.	Autorità
1914		h m s	° ′ ″	s ″	
Maggio 17	1	3 41 19,23	+ 50 5 49,3	— 0,43 + 8,5	½ (AG Bo corr. 3156 + Kü 1599)
„ 22	2	5 36 41,89	+ 44 48 33,2	+ 0,28 + 11,6	AG Bo corr. 4665
„ 22	3	5 38 25,71	+ 44 48 5,3	+ 0,29 + 11,6	AG Bo corr. 4689

NOTE

Maggio 17. — L'osservazione riesce difficile ed incerta: il cielo, velato in principio, si fa poi quasi completamente coperto.

„ 22. — La cometa ha splendore complessivo di 5ª gr.: appare quale un ammasso luminoso, con chioma estesa, con luminosità decrescente dal centro verso la periferia dell'ammasso, senza che però si scorga nucleo stellare.

Cometa 1913 f (Delavan).

Data	T. m. di Mil.	$\Delta\alpha$	$\Delta\delta$	Cfr.	*	$\alpha_{app.}$	log. $p\Delta$	$\delta_{app.}$	log. $p\Delta$
1914	h m s	m s	′ ″			h m s		° ′ ″	
Ottobre 7	6 51 48	+ 1 6,17	− 8 8,3	4	1	12 38 27.40	9,713	+ 40 54 42,8	0,780
" 7	7 15 23	+ 1 50.20	− 5 42,3	5	2	12 38 32,54	9,695	+ 40 53 54,6	0,807
" 9	7 6 45	+ 0 20,21	− 0 29,3	6	3	12 50 24,20	9,696	+ 39 31 40,3	0,797
Nov. 15	5 48 27	− 5 15,42	− 0 26,1	4	4	15 13 32,61	9,625	+ 12 23 18,4	0,790

Posizioni medie delle stelle di confronto.

Data	*	$\alpha_{1914,0}$	$\delta_{1914,0}$	Rid. al l. app.	Autorità
1914		h m s	° ′ ″	s ″	
Ottobre 7	1	12 37 19,80	+ 41 3 5,6	+ 1,43 − 14,5	AG Bo corr. 8621
" 7	2	12 36 40,90	+ 40 59 51,4	+ 1,44 − 14,5	AG Bo corr. 8616
" 9	3	12 50 2,59	+ 39 32 24,1	+ 1,40 − 14,5	AG Lu 5575
Nov. 15	4	15 18 47,44	+ 12 24 2,8	+ 1,59 − 18,3	AG Lpz I 5372

NOTE

Ottobre 7. — La cometa ha nucleo brillante e ben definito, chioma e coda visibili in principio, ma che poi si confondono colla luce scialba del cielo presso l'orizzonte.

" 9 — La cometa ha il medesimo aspetto, ma pare meno brillante.

Novembre 15. — Nucleo luminoso con chioma e piccola coda.

UNA NUOVA ISCRIZIONE

IN TEMA DI DIRITTO DI PATRONATO ROMANO

Nota del Dott. Guglielmo Castelli

(*Adunanza del 26 novembre 1914*).

Le *Notizie degli Scavi* (1) hanno pubblicato lo scorso anno un'iscrizione funebre di non poco interesse per la storia del diritto di patronato romano. Eccone il testo:

C. CLODIUS C. L. HERACLIDA
SIBI ET SUEIS LIBERTIS
LIBERTABUSQUE ET LIBERTORUM
LIBERTIS ET LIBERTABUS ET
LIBERTARUM LIBERTIS
ET LIBERTABUS
MISSI QUI TESTAMENTO
MEO NOTATI ERUNT

La formula *libertis libertabusque et libertorum libertis et libertabus et libertarum libertis et libertabus*, che ricorre per la prima volta nella nostra epigrafe, ha già attirato l'attenzione degli studiosi. Il Mancini l'annota affermando che il « compilatore... si è sbizzarrito a voler dire in maniera prolissa quello che nelle altre iscrizioni funebri è detto con la frase: *libertis libertabusque posterisque eorum* ». L'erroneità di questa interpretazione fu acutamente rilevata dal De Marchi, il quale scrive: « In verità la sostituzione sarebbe abbastanza strana; se non che io non credo che le due formule siano equivalenti, ma piuttosto che il patrono abbia voluto limitare il diritto di sepoltura esclusivamente ai liberti propri e ai liberti di questi, dei due sessi, senza estenderlo ai loro discendenti; ciò che

---

(1) 1913, fasc. 3, pag. 70 (G. Mancini).

non poteva esprimere se non nei termini che ci sono dati dall'iscrizione » (1). Recentemente il Costa ha dedicato alla formula in questione un largo commento giuridico (2), che riassumerò nei suoi tratti essenziali.

Il Costa felicemente richiama un responso, poco studiato, di Modestino.

l. 105 D. 50, 16.

Modestinus *libro undecimo responsorum.*

« Modestinus respondit his verbis ' libertis libertabusque meis, libertum libertae testatoris non contineri ».

I Basilici interpretano questo responso nel senso che non abbiano ad intendersi in generale come liberti del disponente i liberti dei suoi liberti.

Bas. 2, 2, 102.

Τὸ εἰπεῖν, τοὺς ἀπελευθέρους μου, οὐ δηλοῖ καὶ τοὺς τῶν ἀπελευθέρων ἀπελευθέρους.

Il Costa non approva l'esegesi dei Basilici, per quanto suffragata dall'alta autorità del Cuiacio (3), e ritiene che Modestino escludesse dal lascito solo il liberto della liberta del testatore. L'interpretazione tradizionale sarebbe nata dal fatto che i giuristi bizantini non capivano « tutto quanto si riferiva al diritto di patronato, ed in particolare quel complesso di norme e di discipline, che costituivano al tempo loro una sopravvivenza dell'intima informazione del detto diritto alla costituzione ormai tramontata dell'antica *familia* ».

Dall'assimilazione del rapporto, creato dalla manomissione, a quello creato dalla procreazione in giuste nozze, scaturirebbero, secondo il Costa, queste due conseguenze:

1ª) i manomessi da un liberto erano trattati alla stregua dei figli;

2ª) i manomessi da una liberta non potevano valere di fronte al patrono di lei, così come i nati da una figlia non potevano valere di fronte al padre, quali continuatori della sua *familia*.

« Il responso di Modestino », conchiude il Costa, « riproduce pertanto correttamente i principî del diritto classico, circa

(1) *Noterelle epigrafiche*, nell'*Athenaeum*, 1914, pp. 211-12.

(2) *Libertarum liberti*, Estratto dal *Rendiconto delle Sessioni della R. Accademia delle Scienze dell'Istituto di Bologna*, 1913-14, pp 4-5.

(3) Cujacii *Op.*, Prati, VI, pp. 153 e 1705-6: « *Libertus liberti non est libertus testatoris.... quia ego eum non manumisi, manumittive mandavi* ».

il diritto di patronato e la sua trasmissione. Quando C. Clodio fondava il suo sepolcro codesti principî dovevano valer tuttora come dominanti, se egli, animato dall' intendimento di aprire cotal sepolcro a tutti i manomessi dei suoi liberti e delle sue liberte, non si accontentò di adoprare per ciò una formula generica adatta a significare in genere i posteri di costoro ed i manomessi assimilabili ai posteri, ma volle per di più esprimere esplicitamente il suo intento di favorire anche quei liberti di liberte, che alla stregua dei detti principî non avrebbero potuto considerarsi quali posteri di queste ».

Prima di affrontare alla nostra volta la formula in questione, è necessario vagliare la tesi enunciata dal Costa, in base alla quale i liberti dei miei liberti, secondo i puri principî del diritto classico, si potrebbero considerare quali miei propri liberti.

Il chiaro autore, nell'interpretare il responso di Modestino, ha omesso un testo, ch'io credo di capitale importanza per la nostra ricerca: la l. 16 § 1 D. 34, 1.

Scaevola *libro octavo decimo digestorum.*

« Libertis libertabusque, item quos quasque testamento codicillisve manumiserat, alimenta commoda, quae viva praestabat, dari iusserat: item omnibus libertis libertabusque fundos: quaesitum est, an ad ea legata admitteretur liberti paterni libertus, cui scribere solebat ita: *ἀπὸ Ῥουφίνης ἡμετέρῳ ἀπελευθέρῳ:* epistula etiam emissa ad ordinem civitatis, unde oriunda erat, petierat uti publice (quod medicus erat) salaria ei praestarentur, manifestando litteris suis eum suum esse libertum. respondit eum, cuius notio est, aestimaturum, ut si quidem viva ea et ei praestabat, nihilo minus ad fideicommissum admitteretur, aliter vero non ».

Il giureconsulto ammette al fidecommesso il *libertus liberti*, non già perchè lo assimili ai liberti della testatrice, ma perchè questa l'ha spesso chiamato nelle sue lettere il *suo* liberto, e come tale l'ha indicato in una lettera di raccomandazione all'*ordo* del suo luogo d'origine. Se la formula *libertis libertabusque* comprendesse anche il *libertus liberti*, queste motivazioni sarebbero del tutto superflue. Così il passo di Scevola conferma nel modo più esplicito l'opinione dei Basilici e del Cuiacio: *libertus liberti non est libertus testatoris.*

Del resto anche l'argomentazione, su cui il Costa appoggia la sua tesi, lascia aperto in parecchi punti il fianco alla critica. Senza entrare nella spinosa questione, se veramente si possa parlare di un' « informazione del rapporto creato dalla

manomissione su quello creato dalla procreazione in giuste nozze », mi limiterò alle seguenti osservazioni e constatazioni di fatto:

a) L'affermazione del Costa, che i manomessi da un liberto sono assimilabili ai suoi posteri, non è confortata dalle fonti. Basterà riprodurre, senza commento, questo responso veramente perspicuo di Modestino.

l. 83 § 1, D. 32.

Modestinus *libro decimo responsorum.*

« Testator, qui libertis fidei commissum relinquebat, substitutione inter eos facta expressit, ut post mortem extremi ad posteros eorum pertineret: quaero, cum nemo alius sit nisi libertus eius qui extremo mortuus est, an is ad fideicommissum admitti debeat. respondit: *posterorum appellatione liberos tantummodo, non etiam libertos eorum, quibus fideicommissum relictum est, fideicommisso contineri nequaquam incertum est* ».

b) La distinzione, che il Costa istituisce fra i manomessi da un liberto e i manomessi da una liberta, non regge, perchè nell'unico caso, in cui i liberti dei liberti sono trattati alla stregua dei figli dei liberti, non si fa differenza fra il *libertus liberti* e il *libertus libertae*. È risaputo, che come i figli dei manomessi seguono l'*origo* del manomissore paterno, così i liberti dei liberti seguono l'*origo* del patrono del patrono.

l. 6 § 3 D. 50, 1.

« Libertini originem patronorum vel domicilium sequuntur: item qui ex his nascuntur ».

l. 22 pr. D. 50, 1.

Paulus *libro primo sententiarum.*

« Filii libertorum, libertarumque liberti, paterni et patroni manumissoris domicilium aut originem sequuntur ».

Il testo ha *libertarum*, ma la correzione *libertorum* (Savigny) è intuitiva. Orbene nel *libertus* in generale è compresa anche la *liberta*.

l. 172 D. 50, 16.

Ulpianus *libro trigensimo octavo ad Sabinum.*

« 'Liberti, appellatione etiam libertam contineri placuit ».

Un esempio di *libertus libertae*, che assume l'*origo* della *patrona patronae*, ci è offerto dalla seguente costituzione di Gordiano:

l. 2 C. 10, 39.

Imp. Gordianus A. Frontoni.

« Si, ut proponis, ea, quae ex causa fideicommissi te ma-

numisit, ab ea libertatem iustam fuerit consecuta, quae originem ex provincia Aquitania ducebat, tu quoque eius condicionis eiusque civitatis ius obtines, unde quae te manumisit fuit. eorum enim condicionem sequi ex causa fideicommissi manumissos pridem placuit, qui libertatem praestiterunt, non qui rogaverunt ».

c) Quand'anche i manomessi dai liberti, a differenza dei manomessi dalle liberte, fossero assimilabili ai posteri dei liberti, ciò non infirmerebbe la tesi tradizionale: *libertus liberti non est libertus testatoris.* Di fatto i figli dei miei liberti non si possono assolutamente considerare quali miei liberti: la testimonianza di Gaio e quella, ancor più precisa, delle Istituzioni di Giustiniano non lasciano alcun dubbio a questo proposito.

Gai Institut., I.

« § 10. Rursus liberorum hominum alii ingenui sunt, alii libertini. § 11. Ingenui sunt qui liberi nati sunt; libertini, qui ex iusta servitute manumissi sunt ».

Iust. Institut., I, 4. pr.

« Ingenuus is est, qui statim ut natus est liber est, sive ex duobus ingenuis matrimonio editus, sive ex libertinis, sive ex altero libertino altero ingenuo ».

Questo passo, che secondo il Ferrini (1) appartiene al giureconsulto Fiorentino, non potrebbe essere più esplicito e completo (2).

Dopo queste osservazioni, che cosa rimane a favore della tesi del Costa e contro l'opinione tradizionale? Apparentemente la lettera del responso di Modestino: dico apparentemente, perchè un esame più attento elimina anche questo argomento. Per intendere correttamente un responso, è necessario considerare il problema, che il giureconsulto è chia-

(1) Ferrini, *Sulle fonti delle « Istituzioni » di Giustiniano*, Bull. dell'Ist. di diritto romano, XIII (1900), pp. 127-8.

(2) Qualche dubbio sull'ingenuità dei *liberi libertorum* deve essersi presentato nelle provincie anche ai tempi del diritto classico, ma senza alcun fondamento giuridico. Cfr. l. 11 pr. C. 6, 3. *Imp. Gordianus A. Africano* [*a.* 238].

« Quod ex liberta muliere nascitur, ingenuum est ».

In generale sulla condizione dei *liberi libertorum* e dei *liberti libertorum* vedi Glück, *Commentario alle Pandette (trad. italiana)*, lib. XXXVII-XXXIII, P. IV (di B. G. Leist), pp. 399-404.

mato a risolvere. Nel caso nostro la specie si può ricostruire a un dipresso così: un patrono ha fatto un lascito *libertis libertabusque*, e un manomesso da una liberta del patrono, male interpretando la formula, chiede di esservi ammesso. Modestino, interpellato in proposito, risponde negativamente. Questo, e null'altro, si può arguire dal laconico testo del giureconsulto.

Una soluzione più radicale si presenterà forse alla mente del lettore: non si potrebbe supporre uno svarione dell'amanuense, che avrebbe scritto *libertae* invece di *liberti*? Questo errore farebbe un singolare riscontro a quello già rilevato nella l. 22, pr. D. 50, 1.

Sebbene l'ipotesi sia tutt'altro che inverosimile — il passo parallelo dei Basilici la confermerebbe —, pure io preferisco la prima soluzione, perchè vado sempre a rilento nell'ammettere emendazioni, là dove non esistano inoppugnabili ragioni logiche e paleografiche. Conchiudendo la formula *libertis libertabusque* non comprende i *liberti libertorum*, dei due sessi, del testatore.

Chiarito questo punto, anche la formula « *libertis libertabusque et libertorum libertis et libertabus et libertarum libertis et libertabus* » si rischiara subito. Evidentemente il nostro Clodio aveva dei liberti d'ambo i sessi, e ciascuno dei suoi liberti aveva alla sua volta dei liberti d'ambo i sessi, ma gli Dei non avevano largito prole nè a lui nè ai suoi liberti, o questa prole s'era mostrata così degenere, da demeritare la concessione del diritto di sepoltura. Volendo aprire il suo sepolcro a tali categorie di persone, C. Clodio non poteva adoperare una formula diversa da quella usata. Così una lunga indagine storico-giuridica ci ha ricondotti all'opinione del De Marchi.

Le ultime due righe dell'iscrizione « *missi qui testamento meo notati erunt* » richiedono qualche parola di commento.

Secondo il Mancini ed il Costa *missi* starebbe per *omissi*; nel qual caso la frase significherebbe che C. Clodio si riserbava soltanto di escludere quanti gli apparissero men degni per mezzo di un'apposita indicazione nel suo testamento. Il De Marchi non approva questa congettura, sia perchè *omittere* in tal senso di escludere sarebbe improprio, sia perchè in tal caso meglio si aspetterebbe *omissis*. *Missi* starebbe invece per *manumissi*, e la frase si dovrebbe intendere nel senso che il

sepolcro fosse riservato a coloro *qui manumissi notati erunt* nel testamento di C. Clodio.

Le interpretazioni sono entrambe sostenibili, ma non mi sembrano definitive: per quanto ci abbia pensato, non so decidermi nè per l'una nè per l'altra. A ogni modo l'importanza dell'iscrizione sta nella prima parte, che si riconnette a un interessante problema di quel diritto di patronato, così suggestivo e pur così negletto dagli storici delle istituzioni giuridiche e sociali dell'antichità.

SETTEMBRE 1914

Giorno	Lago Maggiore	Lago di Lugano	Lago di Como			Lago d'Iseo	Lago di Garda
	Porto di Angera M. 193.50* 12h	Ponte Tresa M. 272.10* 12h	Como, Porto M. 197.521* 12h	Lecco Malpensata M. 197.403* 12h	Lecco Ponte Visconteo M. 197.427* 12h	Ponte a Sarnico M. 185.147* 12h	Salò M. 64.55* 12h
1	+ 0.70	+ 0.66	+ 0.94	+ 1.00	+ 0.74	+ 0.47	+ 1.14
2	+ 0.66	+ 0.65	+ 0.90	+ 0.97	+ 0.71	+ 0.47	+ 1.12
3	+ 0.61	+ 0.64	+ 0.86	+ 0.93	+ 0.68	+ 0.46	+ 1.10
4	+ 0.56	+ 0.62	+ 0.82	+ 0.89	+ 0.65	+ 0.44	+ 1.10
5	+ 0.51	+ 0.60	+ 0.79	+ 0.87	+ 0.64	+ 0.43	+ 1.09
6	+ 0.47	+ 0.59	+ 0.78	+ 0.85	+ 0.62	+ 0.40	+ 1.10
7	+ 0.42	+ 0.57	+ 0.75	+ 0.83	+ 0.60	+ 0.40	+ 1.09
8	+ 0.39	+ 0.56	+ 0.72	+ 0.81	+ 0.58	+ 0.37	+ 1.09
9	+ 0.36	+ 0.55	+ 0.69	+ 0.78	+ 0.56	+ 0.35	+ 1.08
10	+ 0.35	+ 0.54	+ 0.71	+ 0.79	+ 0.56	+ 0.32	+ 1.09
11	+ 0.35	+ 0.55	+ 0.71	+ 0.78	+ 0.56	+ 0.32	+ 1.09
12	+ 0.34	+ 0.54	+ 0.72	+ 0.76	+ 0.55	+ 0.27	+ 1.08
13	+ 0.34	+ 0.52	+ 0.68	+ 0.74	+ 0.52	+ 0.25	+ 1.07
14	+ 0.30	+ 0.51	+ 0.65	+ 0.71	+ 0.49	+ 0.20	+ 1.05
15	+ 0.28	+ 0.50	+ 0.62	+ 0.68	+ 0.46	+ 0.18	+ 1.04
16	+ 0.22	+ 0.48	+ 0.59	+ 0.66	+ 0.43	+ 0.18	+ 1.03
17	+ 0.20	+ 0.46	+ 0.56	+ 0.63	+ 0.40	+ 0.17	+ 1.03
18	+ 0.18	+ 0.44	+ 0.53	+ 0.61	+ 0.38	+ 0.16	+ 1.00
19	+ 0.14	+ 0.43	+ 0.49	+ 0.58	+ 0.35	+ 0.15	+ 0.99
20	+ 0.12	+ 0.41	+ 0.46	+ 0.56	+ 0.33	+ 0.15	+ 0.99
21	+ 0.08	+ 0.39	+ 0.43	+ 0.53	+ 0.31	+ 0.15	+ 0.98
22	+ 0.03	+ 0.37	+ 0.39	+ 0.49	+ 0.28	+ 0.14	+ 0.96
23	+ 0.02	+ 0.35	+ 0.36	+ 0.45	+ 0.24	+ 0.14	+ 0.94
24	— 0.01	+ 0.34	+ 0.34	+ 0.41	+ 0.20	+ 0.14	+ 0.92
25	— 0.04	+ 0.33	+ 0.31	+ 0.37	+ 0.17	+ 0.14	+ 0.90
26	— 0.07	+ 0.31	+ 0.29	+ 0.34	+ 0.15	+ 0.13	+ 0.89
27	— 0.08	+ 0.31	+ 0.27	+ 0.32	+ 0.13	+ 0.13	+ 0.88
28	— 0.11	+ 0.29	+ 0.24	+ 0.31	+ 0.12	+ 0.14	+ 0.86
29	— 0.14	+ 0.29	+ 0.21	+ 0.29	+ 0.10	+ 0.13	+ 0.85
30	— 0.14	+ 0.28	+ 0.19	+ 0.28	+ 0.09	+ 0.14	+ 0.83

(*) Quota dello zero dell'idrometro sul livello del mare.

OTTOBRE 1914

Giorno	Lago Maggiore	Lago di Lugano	Lago di Como			Lago d'Iseo	Lago di Garda
	Porto di Angera M. 193.50* 12h	Ponte Tresa M. 272.10* 12h	Como, Porto M. 197.521* 12h	Lecco Malpensata M. 197.403* 12h	Lecco Ponte Visconteo M. 197.427* 12h	Ponte a Sarnico M. 185.147* 12h	Salò M. 64.55* 12h
1	— 0.14	+ 0.26	+ 0.17	+ 0.25	+ 0.06	+ 0.14	+ 0.82
2	— 0.18	+ 0.25	+ 0.15	+ 0.22	+ 0.04	+ 0.14	+ 0.81
3	— 0.22	+ 0.24	+ 0.14	+ 0.20	+ 0.02	+ 0.13	+ 0.80
4	— 0.23	+ 0.23	+ 0.12	+ 0.18	+ 0.00	+ 0.13	+ 0.79
5	— 0.24	+ 0.22	+ 0.10	+ 0.17	— 0.01	+ 0.10	+ 0.78
6	— 0.25	+ 0.22	+ 0.08	+ 0.15	— 0.02	+ 0.10	+ 0.77
7	— 0.28	+ 0.21	+ 0.07	+ 0.13	— 0.04	+ 0.09	+ 0.77
8	— 0.30	+ 0.20	+ 0.05	+ 0.11	— 0.05	+ 0.09	+ 0.77
9	— 0.31	+ 0.19	+ 0.03	+ 0.09	— 0.06	+ 0.06	+ 0.75
10	— 0.33	+ 0.18	+ 0.02	+ 0.08	— 0.07	+ 0.04	+ 0.74
11	— 0.34	+ 0.18	+ 0.00	+ 0.07	— 0.08	+ 0.03	agitato
12	— 0.35	+ 0.17	— 0.01	+ 0.05	— 0.08	+ 0.02	"
13	— 0.36	+ 0.16	— 0.02	+ 0.04	— 0.09	+ 0.02	+ 0.70
14	— 0.38	+ 0.16	— 0.03	+ 0.04	— 0.10	+ 0.02	+ 0.69
15	— 0.39	+ 0.14	— 0.04	+ 0.05	— 0.09	+ 0.03	+ 0.68
16	— 0.38	+ 0.12	— 0.05	+ 0.08	— 0.07	+ 0.05	+ 0.69
17	— 0.31	+ 0.10	+ 0.02	+ 0.15	— 0.01	+ 0.05	+ 0.69
18	— 0.20	+ 0.25	+ 0.11	+ 0.24	+ 0.07	+ 0.06	+ 0.70
19	— 0.15	+ 0.28	+ 0.21	+ 0.31	+ 0.13	+ 0.08	+ 0.72
20	— 0.11	+ 0.33	+ 0.28	+ 0.40	+ 0.20	+ 0.10	+ 0.73
21	— 0.09	+ 0.35	+ 0.33	+ 0.42	+ 0.21	+ 0.14	+ 0.72
22	— 0.08	+ 0.36	+ 0.34	+ 0.42	+ 0.21	+ 0.18	+ 0.71
23	— 0.08	+ 0.36	+ 0.31	+ 0.40	+ 0.20	+ 0.22	+ 0.70
24	— 0.09	+ 0.36	+ 0.28	+ 0.38	+ 0.18	+ 0.20	+ 0.71
25	— 0.10	+ 0.35	+ 0.26	+ 0.35	+ 0.16	+ 0.19	+ 0.70
26	— 0.12	+ 0.36	+ 0.24	+ 0.33	+ 0.14	+ 0.20	+ 0.70
27	— 0.13	+ 0.35	+ 0.23	+ 0.31	+ 0.12	+ 0.20	+ 0.70
28	— 0.15	+ 0.33	+ 0.21	+ 0.29	+ 0.10	+ 0.17	+ 0.70
29	— 0.01	+ 0.37	+ 0.27	+ 0.38	+ 0.18	+ 0.18	agitato
30	+ 0.24	+ 0.52	+ 0.39	+ 0.47	+ 0.26	+ 0.14	"
31	+ 1.35	+ 1.03	+ 0.72	+ 0.84	+ 0.62	+ 0.27	"

(*) Quota dello zero dell'idrometro sul livello del mare.

SETTEMBRE 1914

TEMPO MEDIO CIVILE DI MILANO

Giorni del mese	Alt. barom. ridotta a 0° C				Temperatura centigrada						Quantità della pioggia neve fusa e nebbia condensata
	9h	15h	21h	Media	9h	15h	21h	Mass.	Min.	Media mass.min 9h 21h	
	mm	mm	mm	mm	o	o	o	o	o	o	mm
1	752.6	751.5	752.3	752.1	+22.6	+28.5	+24.6	+29.8	+17.8	+23.7	—
2	53.8	52.7	53.7	53.4	22.9	29.6	25.0	30.5	18.3	24.2	—
3	54.1	52.1	52.4	52.9	23.3	29.7	25.2	30.6	19.0	24.5	—
4	52.0	49.3	49.1	50.1	23.9	29.5	23.8	30.3	19.8	24.4	—
5	48.0	47.2	49.1	48.1	22.0	26.7	19.7	27.2	18.6	21.9	6.9
6	753.3	753.5	754.6	753.8	+19.8	+24.4	+20.2	+25.4	+16.8	+20.6	—
7	56.1	54.6	55 0	55.2	19.4	25.3	20.2	26.0	15.3	20.2	—
8	54.5	52.7	2.7	52.7	20.0	24.9	21.8	26.6	14.8	20.8	—
9	51.9	49.6	50.9	50.9	21.8	25.4	18.2	26.2	16.8	20.8	21.5
10	51.9	51.4	52.2	52.2	19.0	24.2	20.0	24.5	16.2	19.9	0.7
11	753.5	751.7	753.7	753.0	+20.4	+25.3	+20.8	+26.3	+15.6	+20.8	—
12	45.4	44.1	45.4	45.0	20.6	25.8	19.2	26.0	17.3	20.8	—
13	41.5	39.4	42.3	41.1	18.4	23.8	20.0	24.0	14.6	19.2	—
14	48.6	48.1	48.6	48.4	19.0	24.0	20.0	25.2	12.7	19.2	—
15	50.3	50.0	51.2	50.5	18.2	24.9	19.8	25.8	13.0	19.2	—
16	752.2	751.4	751.7	751.7	+19.5	+24.8	+21.5	+26.0	+13.8	+20.2	—
17	51.5	49.2	47.1	49.3	19.6	23.6	21.0	24.4	15.0	20.0	—
18	42.6	42.0	42.1	42.2	20.3	26.6	21.2	27.0	16.3	21.2	—
19	38.7	36.0	40.0	38.2	16.8	23.2	17.2	23.9	12.3	17.5	—
20	42.5	41.5	41.6	41.9	17.4	21.6	17.3	22.0	10.9	16.9	—
21	745.3	744.3	746.6	745.4	+13.8	+20.2	+13.5	+20.5	+11.3	+14.8	—
22	48.8	48.8	50.3	49.3	12.6	21.0	14.0	21.4	6.3	13.6	—
23	51.2	51.2	52.8	51.7	12.6	21.1	16.2	22.2	8.3	14.8	—
24	54.2	53.4	54.1	53.9	14.8	21.6	16.6	22.0	10.2	15.9	—
25	54.1	53.3	54.5	54.0	15.2	18.9	14.7	19.5	12.1	15.4	—
26	754.6	753.8	755.3	754.6	+14.4	+18.8	+13.1	+19.6	+10.2	+14.3	—
27	55.1	53.1	52.4	53.5	12.3	17.1	12.2	17.7	8.3	12.6	—
28	52.2	48.6	45.4	48.7	13.5	21.3	16.4	21.6	8.8	15.1	—
29	40.6	41.2	47.7	43.2	16.8	24.7	17.4	25.2	11.7	17.8	—
30	53.3	53.8	55.7	54.3	+14.6	+21.1	+15.0	+21.3	+ 9.2	+15.0	—
M	750.15	748.98	750.02	749.72	+18.18	+23.92	+18.86	+24.62	+13.71	+18.84	29.1

			mm							
Altezza barom.	mass.		756.1	g. 7	Temperatura	mass.	+	30°.6	g. 3
"	"	min.	736.0	" 19	"	min.	+	6°.3	" 22
"	"	media	749.72		"	media	+	18°.84	

Temporale i giorni 5, 9
Nebbia il giorno 11

I numeri segnati con asterisco nella colonna delle precipitazioni indicano neve fusa, e nebbia condensata, o brina, o rugiada disciolte.

SETTEMBRE 1914

TEMPO MEDIO CIVILE DI MILANO

Giorni del mese	Tensione del vapor acqueo in millimetri				Umidità relativa in centesime parti				Nebulosità relat. in decimi			Provenienza del vento			Velocità media del vento in chilom. all'ora
	9h	15h	21h	M corr. 9.15.21.	9h	15h	21h	M corr. 9.15.21.	9h	15h	21h	9h	15h	21h	
	mm	mm	mm	mm											
1	14.6	14.2	14.2	14.5	72	49	62	64.3	2	0	3	S	SW	SW	2
2	14.3	15.5	15.9	15.4	69	50	67	65.3	0	1	0	SE	CALMA	CALMA	3
3	14.0	14.2	16.3	15.0	66	46	68	63.3	1	1	3	SE	CALMA	E	3
4	13.0	14.9	13.1	13.9	59	49	60	59.3	8	0	4	CALMA	SW	SE	4
5	13.2	14.7	14.0	14.1	67	56	82	71.6	10	10	10	W	SW	SW	4
6	13.3	9.7	11.3	11.6	78	43	64	65.0	8	2	2	E	E	E	8
7	9.7	10.4	11.3	10.7	58	43	64	58.3	0	0	0	SE	SE	NE	4
8	10.1	10.2	11.9	10.9	58	43	62	57.6	0	1	5	SE	CALMA	NW	3
9	13.2	14.4	13.7	14.0	68	60	88	75.3	7	9	10	SE	E	SE	7
10	13.1	13.5	13.5	13.5	80	60	78	76.0	7	3	7	NW	CALMA	NE	2
11	13.6	13.3	13.8	13.4	76	56	76	72.4	8	4	5	CALMA	S	E	2
12	13.1	8.7	4.3	8.5	73	35	26	47.8	3	3	2	CALMA	NW	NW	7
13	11.3	10.6	4.6	8.6	72	48	26	51.8	5	6	0	NE	SW	N	7
14	5.7	5.4	8.0	6.2	35	24	46	38.1	3	3	4	E	W	W	3
15	9.3	9.7	11.2	9.9	60	40	65	58.1	6	3	3	E	E	NW	3
16	11.5	11.8	12.6	11.8	68	51	66	67.7	4	5	6	E	CALMA	SW	3
17	12.2	13.9	14.0	13.2	72	64	76	73.8	10	7	7	CALMA	W	W	2
18	12.9	12.5	13.1	12.7	73	48	70	66.8	3	3	3	W	SW	NW	7
19	10.9	10.6	9.8	10.2	76	50	67	67.4	5	4	3	E	NW	NW	9
20	5.4	3.8	5.6	4.7	36	19	38	34.1	3	6	8	NW	W	W	10
21	6.9	2.3	6.3	5.0	59	13	55	45.1	8	2	3	SW	N	E	7
22	5.9	4.5	5.1	5.0	55	24	43	43.5	3	1	2	E	SW	N	5
23	5.9	6.0	7.4	6.2	55	32	54	49.8	4	3	10	CALMA	SW	NE	2
24	7.5	7.3	7.7	7.4	60	38	55	53.8	1	1	7	CALMA	S	SE	5
25	8.1	6.8	7.8	7.4	63	42	63	58.8	9	4	9	E	SE	N	8
26	7.2	6.7	7.7	7.0	59	42	68	59.1	4	4	5	E	E	N	4
27	7.3	8.0	8.9	7.9	68	55	74	68.5	9	7	5	CALMA	SW	SW	3
28	8.7	11.6	10.7	10.2	75	62	77	74.1	6	9	5	E	W	W	5
29	10.5	5.4	4.0	6.4	73	23	27	43.8	8	1	9	W	E	E	10
30	4.5	6.5	7.1	5.9	37	35	56	45.5	2	1	0	E	S	N	4
M	10.23	9.90	10.16	10.04	64.00	43.33	60.77	59.10	4.9	3.5	4.7				4.9

Tens. del vap. mass. 16.3 g. 3
" " " min. 2.3 " 21
" " " media 10.04
Umid. mass. 88 % g. 9
" min. 13 % " 21
" media 59.10 %

Proporzione dei venti nel mese

N	NE	E	SE	S	SW	W	NW	CALMA
6	4	20	10	4	13	11	9	13

Media nebulosità relativa del mese
4,4

Adunanza del 3 dicembre 1914

PRESIDENZA DEL PROF. SEN. GIOVANNI CELORIA

VICE-PRESIDENTE

Sono presenti i MM. EE.: ARTINI, BERZOLARI, BRIOSI, BRUGNATELLI, CELORIA, CERUTI, COLOMBO, DE MARCHI A., FORLANINI, GABBA B., GOBBI, GOLGI, GORINI, JORINI, JUNG, MARCACCI, MENOZZI, MINGUZZI, MURANI, SABBADINI, SALVIONI C., SCHERILLO, TARAMELLI, VIVANTI, ZUCCANTE.

E i SS. CC.: ANTONY, BARONI, BORDONI-UFFREDUZI, COLETTI, DE-MARCHI M., GABBA L. jun., GRASSI, GUARNERIO, JONA, LIVINI, MARTORELLI, PESTALOZZA U., ROCCA, VOLTA.

Giustificano la loro assenza i MM. EE. VIDARI E., VIGNOLI, GABBA LUIGI, segretario, SALA, per motivi di salute; e, per doveri d' ufficio, DEL GIUDICE, presidente, PALADINI.

L' adunanza è aperta alle ore 13.45.

Dietro invito del presidente, il M. E. prof. Zuccante, segretario, legge il verbale della precedente adunanza del 26 novembre. Il verbale è approvato. Lo stesso segretario dà comunicazione delle pubblicazioni giunte in omaggio all' Istituto. Esse sono, per la Classe di scienze matematiche e naturali, le seguenti:

BERLESE A. Intorno alla riproduzione ed al dimorfismo sessuale.

D' OVIDIO E. Placido Tardy. Torino, 1914.

EMDIN P. Modificazioni dei tessuti muscolari in seguito a recisione del nervo Kasan, 1914 (in lingua russa).

JACHONTOV K. M. Contributo alla conoscenza del sistema cromaffinico. Struttura degli organi supplementari del nervo simpatico nell' uomo. Kasan, 1913 (in lingua russa).

KANNABICH G. Cyclotimia, sua sintomatologia e suo processo. Mosca, 1914 (in lingua russa).

KEDROFF N. I. Studi scientifici sui gonfiori giganteschi degli organi genitali femminili. Kasan, 1913 (in lingua russa).

MICHAILOV M. P. Sulla relazione del nervo errante (n. vagi) col movimento respiratorio. Kasan, 1914 (in lingua russa).

PERIMOV V. Il drenaggio sottocutaneo permanente. Kasan, 1914 (in lingua russa).

SARMITZIN P. I. « Avidità » delle glutine. Kasan, 1914 (in lingua russa).

SCIOLOMOVIC A. S. L'atavismo; sintomi fisici della degenerazione nei sani e negli ammalati. Kasan, 1913 (in lingua russa).

TARATINOFF N. I. Assorbimento dei muscoli in istato patologico e sviluppo dei miofaghi. Kasan, 1914 (in lingua russa).

TIMOFEEFF A. I. Lo sviluppo del corpo luteo dell'ovaio umano. Kasan, 1913, (in lingua russa).

E, per la Classe di scienze morali e storiche:

SACERDOTI A. Dei sindaci nelle società anonime e delle garanzie da sostituirsi agli stessi. Milano, 1914.

Il presidente commemora quindi il membro onorario senatore Marchese Emilio Visconti Venosta, recentemente defunto, colle seguenti parole:

« Adempio al mesto ufficio di ricordare all'Istituto la morte del membro onorario Marchese Emilio Visconti-Venosta. Spirò in Roma il giorno 28 dello scorso novembre, quando a lui mancavano due soli mesi a compiere 86 anni di vita. Era socio corrispondente di questo Istituto Lombardo fin dal febbraio del 1866: nel maggio del 1895 ne divenne membro onorario, sicchè per lunghi anni il suo nome, circondato ovunque da grande stima, diede all'albo nostro decoro e lustro.

Quale altissimo posto egli occupasse sì in Italia che all'estero fra gli illustri contemporanei, chiaro apparve e dal consenso unanime delle menti nel lamentare e rimpiangere la sua scomparsa, e dalle molte di lui necrologie uscite in periodici di diversissime parti, e dalle onoranze solenni, che egli pur prescritte aveva modeste, rese alla sua salma.

Di lui si disse che la morte era un dolore nazionale, un lutto per la patria: che, statista e diplomatico, aveva alla patria resi servigi eminenti: che grande patriotta egli era stato: che la memoria di Lui vivrà perenne nei fasti dell'Italia, alla quale portò costante e grandissimo amore.

A ragione tutto ciò si disse. Egli cospiratore già nel 1847: fra i valorosi che combatterono a Milano le giornate eroiche del 1848: agitatore abilissimo nel primo decennio che seguì alle sfortune d'Italia del 1848 e 49: nell'anno 1859 agitatore dapprima fra i più attivi ed arrischiati, poi profugo, poi commissario di Garibaldi: nel 1860 chiamato al fianco suo da Farini

a Modena e a Napoli: durante le legislature dalla VII alla XV eletto dai pubblici suffragi deputato al Parlamento nazionale: nel giugno del 1886 nominato dal Re senatore del Regno: dal 1863 al 1896 chiamato ben cinque volte a reggere il Ministero degli Affari Esteri: più tardi rappresentante autorevolissimo dell'Italia alla Conferenza storica di Algesiras, non ismentì un sol giorno sè stesso, diede ognora prova del suo spirito acuto, indipendente ed equilibratissimo, acquistando via via un posto sempre più notevole fra i privilegiati che contribuirono a formare l'unità nazionale nostra e a consolidarla.

Come Ministro, forse non seppe gli ardimenti di Camillo Cavour, ma certo egli ebbe tatto, accortezza, colpo d'occhio, saggezza, scienza di diplomatico, conoscenza piena del mondo politico contemporaneo e dei difficilissimi suoi retroscena.

La mente sua fu ricca di attitudini complesse, quali si convengono al vero uomo di Stato; la versatilità dell'ingegno, dote che, se non è privilegio esclusivo di nostra stirpe, è però frequente nei nostri uomini maggiori, permise a Lui di acquistare una larga e a un tempo precisa coltura scientifica e letteraria, di affermarsi quale conoscitore della storia delle arti, per le quali ebbe culto signorile e fine gusto.

L'Istituto Lombardo prese e prende parte vivissima al lutto per la morte sua; rimpianse e rimpiange il cittadino benemerito, l'uomo illustre; due egregi colleghi, i proff. M. Rajna e U. Pestalozza, pregati da questa Presidenza, vollero cortesemente recarsi a Grosio di Valtellina per ivi assistere, quali rappresentanti nostri, alla cerimonia dell'inumazione della salma ».

Alle parole del presidente, aggiunge queste altre sue il S. C. prof. Uberto Pestalozza, che rappresentò l'Istituto alle estreme onoranze rese in Grosio di Valtellina all'insigne scomparso:

« Recatomi ieri l'altro in Valtellina ad assolvere un sacro dovere personale di reverente e affettuosa gratitudine, mi onorai di rappresentare, per cortese invito della Presidenza, insieme al prof. Michele Rajna, il R. Istituto Lombardo alle ultime esequie dell'illustre nostro membro onorario, il Marchese Emilio Visconti Venosta. E permettetemi, egregi colleghi, un solo accenno allo spettacolo, incancellabile dalla mia memoria, a cui ebbi ad assistere: permettetemi di dirvi che in quest'ora solenne di trepidazioni e di speranze, la vista di quella salma dalle braccia di forti valligiani portata a riposare nella quiete dell'austera cappella gentilizia, non lungi dalle frontiere della

patria, tra due schiere di quei baldi e magnifici soldati delle nostre montagne, che quelle frontiere hanno il compito sacro di vigilare e di difendere, una tale vista assurgeva al valore di un grande simbolo, di cui tutti i presenti sentirono l'altissimo significato. Permettete ancora che in quest'aula, dove a buon diritto si esaltano di preferenza le doti dello spirito, io che ebbi la ventura di vivere per quasi due lustri nella quotidiana consuetudine famigliare di un tanto uomo, che gli fui vicino in ore tristissime della sua vita, ne ricordi le doti del cuore, note in tutta la loro inesauribile pienezza solo a chi lo conobbe e lo frequentò da vicino, poichè velate spesso da un'apparenza di freddo e quasi disdegnoso riserbo; ch'io ricordi soprattutto quella bontà in cui vibravano la sensibilità estrema e la squisita delicatezza dell'animo suo, e che attingeva a tesori di tenerezza nascosta; quella sua bontà sempre vigile e premurosa, non mai dimentica, tollerante, paziente, che non aveva che un moto fiero di rivolta: contro la volgarità. Una bontà siffatta irradiava la sua luce serena sull'eccelsa nobiltà morale e sulla grandezza politica dell'uomo, e loro comunicava quel fascino, ch'era la delizia degli amici negli intimi colloqui, e ch'io, cedendo ad un impulso dell'animo addolorato e commosso, ho tentato poveramente di rievocare ».

Si passa alle letture.

Il prof. Alessandro Sepulcri riassume la sua nota: *Greco-lat.* **Phlebotomu** *e suoi continuatori germanici e romanzi. Franc.* **Flamme**. La nota era stata ammessa alla lettura dalla Sezione di storia e filologia.

Il M. E. prof. Zuccante riassume brevemente la nota del prof. Cesare Ranzoli: *Sul preteso agnosticismo dei Presocratici.* Il prof. Ranzoli per doveri d'ufficio non era potuto intervenire all'adunanza, e avea pregato per lettera il prof. Zuccante a presentare la sua nota e a discorrerne. Anche questa nota era stata amessa alla lettura dalla Sezione di letteratura e filosofia.

Segue la nota del dott. Marino Pannelli, ammessa dalla Sezione di scienze matematiche: *Sopra alcune relazioni fra gli elementi fondamentali di due spazi in corrispondenza birazionale.* Non essendo il Pannelli per doveri d'ufficio potuto intervenire all'adunanza, presenta la sua nota e la riassume il M. E. prof. Berzolari.

Terminate le letture, l'Istituto si raccoglie in adunanza privata per la trattazione degli affari.

È all'ordine del giorno la nomina del vice-presidente pel biennio 1915-1916. Il presidente, richiamato l'art. 18, comma 1, del regolamento organico, riguardante le elezioni, indice la votazione e incarica dell'ufficio di scrutatori i MM. EE. Gobbi e Berzolari. Fatto lo spoglio delle schede, risulta eletto vice-presidente, per il biennio 1915-1916, il M. E. prof. Pasquale Del Giudice.

Segue nell'ordine del giorno la votazione di ballottaggio per la nomina del segretario della Classe di scienze matematiche e naturali, per il quadriennio 1915-1918. Indetta la votazione e fatto lo spoglio delle schede dai due scrutatori, nominati dal presidente, MM. EE. proff. Jung e Taramelli, risulta eletto segretario della Classe di scienze matematiche e naturali, per il quadriennio 1915-1918, il M. E. prof. Oreste Murani.

È ancora all'ordine del giorno il conferimento d'una pensione accademica nella Classe di lettere e scienze morali e storiche. Il presidente ricorda all'Istituto come sia stato annunciato, nella precedente adunanza del 26 novembre, che il M. E. monsignor Achille Ratti, per effetto del suo trasloco a Roma nella qualità di Prefetto della Vaticana, passava, a norma dell'art. 12, comma secondo, del regolamento organico, fra i membri non residenti, e cessava col 30 novembre di percepire la pensione accademica, a norma dell'art. 32, comma terzo, dello stesso regolamento. Quindi la deliberazione, già presa nella precedente adunanza, che avesse luogo nell'adunanza d'oggi la votazione pel conferimento della pensione accademica ad altro collega, a cominciare dal 3 dicembre corrente. Ricorda ancora il presidente che, a norma dell'art. 32, comma secondo, del regolamento organico, la pensione disponibile è aggiudicata dai membri pensionati delle due Classi, e secondo le norme indicate dall'art. 18, che riguarda le elezioni. Fatte queste avvertenze, il presidente indice la votazione, nominando scrutatori i MM. EE. Bassano Gabba e Colombo. Fatto lo spoglio delle schede, risulta che la pensione accademica è conferita, con unanimità di voti, al M. E. prof. Giuseppe Zuccante, a cominciare dal 3 dicembre 1914.

Seguirebbe nell'ordine del giorno la nomina dei conservatori della biblioteca per il triennio 1915-1917. Su proposta del M. E. prof. Jung si dà incarico alla presidenza di scegliere i membri che paiano più adatti a tale ufficio.

In ultimo il presidente prega i colleghi di proporre al più presto temi pei nuovi concorsi a premi, e inviarli alla Segreteria. E quanto ai concorsi a premi già scaduti, intorno ai quali

le varie Commissioni giudicatrici hanno già preparato o stanno preparando le relazioni, propone che l'intera adunanza del prossimo 17 dicembre sia dedicata a discutere e a votare appunto tali relazioni, poichè è, certo, una delle funzioni più nobili e più importanti dell'Istituto l'aggiudicazione dei premi per cui sono banditi i concorsi. E così infatti rimane stabilito.

L'adunanza è sciolta alle ore 15.20.

Il Presidente
G. CELORIA

Il Segretario
G. ZUCCANTE

SULLE ORIGINI DELL' EPOPEA FRANCESE

Nota IV del M. E. prof. Egidio Gorra

(*Adunanza del 2 luglio 1914*)

In questa « Nota » e nella seguente, che sarà l'ultima, sarebbe mio intendimento l'esaminare criticamente la dottrina che ho esposta nelle precedenti « Letture ».

Devo però essere, di necessità, molto breve, e quindi dovrò limitarmi a uno schema, a un sunto di una vera e propria disamina, per la quale sarebbe appena sufficiente un volume. Ho tuttavia meditato a lungo le conclusioni ultime alle quali sono pervenuto, conclusioni che nella sostanza confermano quelle a cui sono giunto nello studiare, in questi medesimi Rendiconti, le origini e i caratteri della poesia amorosa di Provenza, e, altrove, alcune questioni circa le origini delle letterature neolatine.

E anzitutto dirò due parole intorno al temperamento critico dei due sostenitori della dottrina, che, per certe ragioni, può dirsi non solo più recente, ma anche nuova, sebbene non le manchino precursori che, come fra poco vedremo, ne avevano in tutto o in parte preannunziati o anche propugnati i concetti fondamentali.

La figura del Becker, come critico, fu assai bene tratteggiata dal suo seguace e continuatore, il Bédier. Gli dà questi lode di non avere alcun rispetto per gli « idola » degli eruditi, e di avere, come i suoi eroi narbonesi, distrutto non poche « mahomeries ». Il Becker « osserva e pensa col proprio cer- » vello e obbliga altri a pensare. Ha il gusto del concreto e « delle spiegazioni realistiche, e, ad un tempo, la capacità di « mutare i fatti in idee, e di collegare le idee in sistemi. Nei « suoi libri robusti e luminosi si ammira tanto il grande senso « realistico, quanto l'attitudine a « combinare » fatti ed argo- « mentazioni ».

Ed io, dal canto mio, soggiungerò che, quantunque si mantenga sempre fedele alla sua dottrina fondamentale, tuttavia il Becker mostra di saper modificare, attenuare o correggere affermazioni e ipotesi o troppo recise o non troppo fondate: negli ardimenti innegabili del suo pensiero ei non dimentica mai quelle cautele che vietano di varcare i giusti confini.

Ma quanto sobrio, misurato, e, nella sua brevità e compostezza, schematico e quasi arido è il Becker, altrettanto abbondante, anzi esuberante e fervente è Giuseppe Bédier. Forse ancor più che nelle sue opere precedenti, in questa corre impetuosa l'onda del suo pensiero e ferve il calore della sua anima; ma, come in quelle, anche qui egli sembra proseguire l'attuazione di un suo programma, che a me par essere quello di voler riesaminare le dottrine più in voga intorno alle origini dei generi letterarî nati nel medio evo. Educato e cresciuto alla scuola di Gaston Paris, il Bédier ne accoglie dapprima, con reverente rispetto, le idee e le dottrine, ma poscia, nello studio più approfondito di esse, è a poco a poco indotto a dubitarne, e infine a combatterle. Quindi ogni libro del Bédier è un libro di battaglia. E nell'assalto ei si vale delle forze di un ingegno vigoroso ed acuto; dei sussidi di una dottrina larga e sicura; delle arti o delle seduzioni di una dialettica, la quale, se non è sempre pari all'ingegno e alla dottrina, sa tuttavia rivestirsi delle attrattive di una forma elegante, suggestiva e non di rado eloquente. Vuole egli affrontare il problema delle origini della novellistica medievale? Ed eccolo confutare in un grosso libro la tesi che il suo maestro aveva fatta propria, che cioè la maggior parte dei « fabliaux » sia di origine orientale. Voi critici, scrive egli, indagate i modi di propagazione dei « contes », e pretendete di determinare « con metodo comparativo le leggi della trasmigrazione di cia- « scuno di essi; ma io voglio dimostrarvi che il vostro metodo « è impotente; che i comparatisti e i folkloristi hanno in gran « parte perduto il loro tempo; che i metodi da essi seguiti sono « infecondi. La scienza delle tradizioni popolari deve essere « liberata dall'« obsédant problème de l'origine des contes ». Si propone il Bédier di ricercare le origini della leggenda di Tristano ed Isotta, e, implicitamente, quelle del ciclo brettone? E noi lo vediamo per un intero volume seguire quasi passo passo, per confutarlo, il geniale saggio in cui il Paris, con mirabile sintesi, si era proposto di argomentare in favore delle origini celtiche della leggenda.

E già in queste opere emergono i concetti ai quali il no-

stro critico sembra inevitabilmente condotto: negazione di ogni concetto evolutivo; origine dei generi letterari in un tempo non anteriore al secolo undicesimo; originalità e indipendenze dell'opera d'arte. E senza dubbio viva è l'ammirazione che ogni libro del Bédier desta nel lettore, sia per la indagine ampia e approfondita, sia per la capacità di imprimere il suggello della novità e di infondere vita a dottrine anche non nuove. Tuttavia, se profonda è la prima impressione, non altrettanto duraturi se ne possono dire gli effetti. Ogni libro del Bédier può paragonarsi a un torrente che straripa e nell'impeto del suo corso più urge là dove più grosse sono le resistenze; ma che non porta danno o rovina se non alla poco robusta vegetazione o ai meno saldi edifici. Quindi non è da stupire se, dopo un primo momento di esitazione e di dubbio, le dottrine ch' egli combatte trovano ancora sostenitori convinti. Forse tale risultato è la conseguenza di un difetto che più d'uno ha detto essere nelle opere sue fondamentale. Troppo sovente il Bédier dimentica quel savio assioma ch'egli stesso ha così ben formulato: « Come i governi, anche i sistemi peri- « scono per l'esagerazione del principio sul quale si fondano, « e sono comunemente rovinati da coloro stessi che per averli « voluti completare li hanno portati alle loro estreme conse- « guenze ».

I nostri due critici sono dunque fra loro molto diversi per temperamento ed abito mentale. Mentre il Becker ama chiuder in frasi brevi, rapide, recise il suo pensiero, il Bédier si compiace dello svolgimento ampio e minuzioso delle sue argomentazioni. Il primo afferma più che non dimostri; il secondo ama condurre il lettore per tutti i meandri di una disquisizione lunga e laboriosa. Ma mentre il critico tedesco, movendo direttamente dai testi, ne ricava idee e dottrine; si direbbe che il critico francese compia il cammino inverso, e muova da concetti aprioristici, di cui si compiace di ricercare, con molta industria, nei testi e nei documenti la dimostrazione.

Ma, ad onta di questo ed altre differenze, i due critici ci danno un sistema che, nelle linee fondamentali, è unico; ed è unico non soltanto perchè l'opera dell'uno è in buona parte svolgimento di quella dell'altro, ma anche perchè ambedue sono informate a un medesimo indirizzo del pensiero contemporaneo.

Poichè le due dottrine che ora si contendono il campo altro non sono se non una delle tante manifestazioni del con-

trasto che si fa sempre più aperto fra due diverse correnti di pensiero: la romantico-positivista e la estetico-idealistica; fra la teoria evoluzionista e l'anti-evoluzionista. Quando muta l'indirizzo filosofico, e per nuovo o diverso cammino si avviano le scienze, e cambia lo spirito dei tempi, necessariamente muta anche l'indirizzo della critica letteraria. Fatale è l'influenza dei tempi, e nessuno può se non eccezionalmente sottrarsi a certi atteggiamenti ideali e spirituali dell'età sua. La rinascita idealistica, in opposizione e reazione al positivismo, ha già recato i suoi frutti; e, primo fra tutti, una reazione a sistemi e dottrine sinora imperanti; reazione che vorrebbe essere troppo spesso rivoluzione, anche quando altro non sia se non un ritorno, almeno parziale, all'antico.

Dovere del giudice in questo, come in altri casi consimili, sarebbe quello di sottrarsi ad ogni influsso di dottrine o sistemi, vecchi e nuovi; ma per ciò fare occorrerebbe ch'egli fosse in possesso della verità assoluta o almeno degli strumenti infallibili per iscoprirla. Quindi io pure, memore della sentenza che le scienze e i dogmi degli uomini passano o si trasformano, ognuno dopo aver compiuto il proprio destino, mi studierò di ricercare quello che di vivo e di morto, allo stato presente delle ricerche, mi sembra essere nei due sistemi che sono fra loro in contrasto; e di mostrare quali siano i problemi su cui debba primamente e con maggiore insistenza convergere l'indagine nostra. La contesa ha senza dubbio valso a svelare i punti più deboli e più bisognosi di nuove difese nell'uno campo e nell'altro dei combattenti. E anzitutto gioverà alla questione un accenno, per quanto breve, ai precedenti storici di essa.

Non può la più recente dottrina dirsi interamente nuova; anzi, per alcuni rispetti, essa segna un ritorno all'antico. Ma è appunto il nuovo indirizzo del pensiero critico che risuscita e rinnova, più o meno vivificandole, dottrine che parevano superate e dimenticate per sempre.

E perciò, a bene intendere e giudicare le recenti opinioni sulle origini dell'epopea francese, gioverà non poco il far menzione di alcuni almeno fra i molti predecessori dei nostri due eruditi. Poichè io pure penso che il miglior modo di fare la critica di una teoria o di un sistema sia quello di indagarne anzitutto la storia.

Già ho menzionato il Daunou (Nota 2ª), perchè nelle sue parole è contenuta in germe la teoria del Becker e del Bédier: i concetti fondamentali di essa vi sono chiaramente espressi, come lo stesso Bédier riconosce, concetti che furono accolti poi dal Villemain, dal Sainte-Beuve, dal Littré (1).

Ma in tempi a noi più vicini, mentre più favorevole volgeva la fortuna alla teoria evoluzionista, altri studiosi si levarono, come dissidenti se non come avversarî, contro di essa, o formularono ipotesi che vennero poi acquistando importanza sempre maggiore.

Nel 1895 Camillo Jullian esprimeva il sospetto che l'epopea francese fosse nata sulle vie dei pellegrinaggi, nei santuari ove i pellegrini sostavano nelle loro tappe (2). L'anno seguente, nel 1896, il Seelmann si faceva a dimostrare che l'opera dei « chierici » (kleriker) nella formazione delle canzoni di gesta fu tanto grande che è da ritenere probabile l'opinione che tutta la cosiddetta epica popolare altro non sia da considerare se non come una poesia « clericale », o almeno una poesia foggiata e rielaborata dai chierici (3). Nel 1901 A. Luchaire si domandava se per spiegare e intendere la *Chanson de Roland* non convenisse ricordare gli avvenimenti che si svolsero al tempo in cui il poeta compose le sue « laisses », vale a dire la guerra dai Signori francesi mossa ai Saraceni di Spagna dal principio del secolo undecimo in poi, e conchiudeva coll'affermare: « tel est le fait d'histoire qui a déterminé l'auteur et inspiré son travail entier (4) ». Anche P. Meyer ha sostenuto che a spiegare la formazione della leggenda di Girardo da Rossiglione non è necessario di ricorrere all'ipotesi di canti epici molto antichi, e che per rendersi ragione dei pochi elementi storici che vi si trovano, basta il supporre che un poeta, verso la fine dell'undecimo secolo, è passato per la abbazia di Pothières o per quella di Vèzelay, e vi ha raccolto alcune notizie. E perciò la leggenda di Girardo deve considerarsi di origine monastica. E più tardi lo stesso erudito ha pure rilevato l'importanza delle vie dei pellegrinaggi nella storia della propagazione dell'epopea francese (5).

---

(1) Cfr. Bédier, *op. cit.*, III, p. 237.

(2) Ibidem, p. 181.

(3) Cfr. W. Tavernier, *Zur Vorgeschichte des altfranzösichen Rolandsliedes*. Berlin, 1903, p. 203.

(4) *Histoire de France* p. p. E. Lavisse, II, 392.

(5) Cfr. Bédier. op. cit., II, p. 49-50; 140.

Ma sopratutto conviene ricordare che uno dei principali fautori della teoria evoluzionista, P. Rajna, può dirsi altresì il più efficace sostenitore della importanza che i pellegrini ebbero nella storia dell'epica (1). E anche credo opportuno di far particolare menzione di quanto sulle origini dell'epopea francese scrissero Guglielmo Tavernier ed Edoardo Wechssler.

Lo studio del Tavernier sulla « preistoria » della *Chanson de Roland* è veramente notevole (2). Dopo avere affermata l'importanza dei pellegrinaggi, l'A. sostiene l'opinione che il « Roland » è pervaso dallo spirito delle Crociate, sebbene neghi autorità, dicendola antiquata, all'opinione (già professata, fra gli altri moltissimi, dal Gautier, e ora dal Becker e dal Bédier) che lo spirito delle Crociate fu, nella cristianità medievale, molto anteriore alle Crociate stesse. Vero è invece che la Crociata rinnovò l'anima della Francia. E come durante e dopo le imprese vittoriose che trovano eco nell'anima popolare suole accadere, così dal generale entusiasmo che tutti pervase nacque la ricordanza del passato comune, le cui grandi gesta risplendettero dinnanzi alla mente del popolo come luminose vette alpine. Negli anni venturosi che seguirono al Concilio di Clermont, il ricordo dei tempi di Carlomagno rivisse nelle memorie; l'antica dignità imperiale riapparve alla fantasia nella sua maestà imponente; l'imperatore dalla bianca barba risorse dal sepolcro. Perciò nelle storie delle Crociate incontriamo sovente il ricordo del grande imperatore: le strade che conducevano i Crociati a Costantinopoli si credevano costruite da Carlo; Goffredo di Buglione si diceva della stirpe di Carlo · le imprese eroiche dell'imperatore contro i Saraceni erano proposte come modello ai Crociati. A dir vero, secondo il Tavernier, il « Roland » si ricollega ad una fase anteriore, ma esso tuttavia presuppone altresì una rielaborazione profonda per opera di un poeta di spiccata personalità artistica. Accenna l'autore al concetto che dell'epica popolare ebbero i fratelli Grimm, ed agli « evoluzionisti » muove il rimprovero di aver troppo trascurata la profonda soggettività del poeta. Se il nome di un conte, il quale in una battaglia, combattendo sino alla morte, ha fatto il suo dovere come mille altri, vive ancor oggi nella memoria di tutti i popoli civili

(1) Cfr. *Studi Medievali* diretti da Fr. Novati e R. Renier, III, p. 349; 384-5.

(2) Cfr. op. cit., specialmente a pp. 76; 84 sgg.; 193 sgg.; 207 sgg.; 220-227.

come simbolo di valore, di forza e di vittoria, « noi dobbiamo esserne grati a un vero poeta, al redattore del nostro Roland, il quale ha saputo toccare nel più intimo l'anima del suo popolo ». E il poema è, secondo il Tavernier, nel suo contenuto ideale e nella sua essenza, un'opera non dei secoli nono, decimo o undecimo, sibbene del secolo duodecimo.

Nel libro del Tavernier, insieme a naturali divergenze, troviamo non poche idee che sono fondamentali nel sistema del Becker e del Bédier, non esclusa quella, di cui non ho ancora fatto cenno, secondo la quale « l'amore ha in quasi tutte le canzoni di gesta una parte importante ». La tesi del Tavernier si potrebbe dunque dire intermediaria fra la teoria rigorosamente evoluzionista e la teoria estetica.

La dottrina formulata dal Wechssler prelude essa pure, per buona parte, a quella dei due recenti critici (1). Anche il W. si rifiuta di ammettere come fattore dell'epopea l'inconscia creazione del popolo: leggende, aneddoti, tradizioni, dice egli, prendono consistenza solo quando un « poeta » se ne impadronisce. Perciò egli combatte la concezione romantica quale fu espressa da Uhland, da Herder, dai fratelli Grimm, da Hegel. E così pure combatte la teoria dei canti epico-lirici (Liedertheorie); e quantunque sia disposto ad ammettere l'esistenza di un'epopea franca, non consente tuttavia all'opinione di chi suppone una lenta trasformazione, un graduale passaggio da essa all'epopea romanza.

Ma dal Becker e dal Bédier dissente il Wechssler in un concetto fondamentale, quando si fa sostenitore delle origini aristocratiche dell'epopea. L'epica, dice egli, fu in origine una poesia di Corte, fu poesia composta per la nobiltà. Perciò non accetta l'opinione del Kurth, secondo il quale prima del mille « à part le clergé, toutes les classes de la nation se trou« vaient au même rang intellectuel ». Egli pensa al contrario che una cultura uniformemente diffusa non esistesse; che v'erano profonde differenze fra le varie classi sociali: che lungi dall'essere una « Volkspoesie », cioè una poesia che si rivolgeva a tutta la popolazione, l'epica fu dapprima anche in Francia (come in Grecia, come in Germania) una poesia esclusivamente aristocratica, solamente dedicata alla nobiltà guerriera germanica. E questo genere poetico si rivestì di abbigliamento romanzo, deponendo l'originaria veste germanica

(1) E. Wechssler, *Germanisches in der altfranzösishen Dichtung*, 1891-96 (in *Jahresbericht* ecc., del Vollmöller, IV, II, 416 segg.).

solo e primamente quando questa nobiltà rinunziò alla lingua franca. Allora furono senza dubbio composti i primi canti epici francesi; e perciò il tempo della romanizzazione è anche quello dell'origine delle canzoni di gesta francesi. Il nuovo spirito cavalleresco che pervase la nuova poesia fece del tutto dimenticare l'epopea franca, e quindi si comprende come il « Roland » e altri poemi francesi siano stati tradotti in tedesco. Perciò il Wechssler qui si accorda con coloro i quali opinano che dapprima è fiorita una poesia che, nata nelle Corti, quivi visse e prosperò, e più tardi scese e si propagò fra il popolo. Il pubblico per cui fu primamente composta l'epica, fu esclusivamente la nobiltà guerriera francese; i vinti Romani non potevano partecipare allora alla glorificazione dei vincitori. Solo verso la metà del secolo nono, quando i conquistatori rinunziarono alla loro lingua e si fusero coi Gallo-romani in un nuovo popolo (il popolo francese), caddero le barriere frapposte fra i due popoli, e la poesia della nobiltà (Adelspoesie) divenne poesia nazionale (Nationalpoesie), e allora l'epica si estese oltre l'originario ristretto confine della classe aristocratica.

E qui pure siamo dinanzi a idee ed ipotesi che si potrebbero dire intermedie fra l'antica e la nuova dottrina e che già accennano ad organarsi in un sistema, il quale, in alcune parti, parrebbe più accettabile di quello che ora vanta più tenaci sostenitori.

Uno dei ritornelli che il Bédier non si stanca di ripetere (poichè egli ama, e a buon dritto, la « ripetizione »), ritornello col quale si compiace di chiudere l'opera sua, è il seguente: « Les chansons de geste sont nées au XI[e] siècle seulement, « à une longue distance des événements qu'elles retracent ». Nessuno però dei poemi a noi pervenuti può con sicurezza ascriversi all'undecimo secolo, donde la necessità di ammettere l'esistenza di forme anteriori (1). Ma quale è la conseguenza

(1) Con tutti i suoi predecessori, il Bédier ammette che la *Chevalerie Ogier* « est le remaniement d'un poème où la guerre de Lombardie était motivée, conformément à l'histoire, par le fait qu' Ogier était fait le tuteur des fils de Carloman » (*op. cit.* II, 185. Cfr. anche p. 287 sgg.; 310). Un poema primitivo su *Girart de Roussillon* è pure andato perduto (*ib.*, II, 50-51 ; 54); e se « Raoul le Tourtier écrivait

che ne ricava il critico francese? « Par suite, scrive egli, ce sont les versios conservées qui rappellent notre étude, ce ne sont plus les hypothétiques modèles perdus ». Io non so se m'inganni, ma queste parole mi paiono contenere una preziosa concessione e una manifesta contraddizione. Chi ammette l'esistenza di poemi anteriori a quelli a noi pervenuti, come può pretendere che noi ce ne disinteressiamo del tutto? Se il Bédier vuol reagire contro le esagerazioni dei « ricostruttori » di professione troverà molti consenzienti, e anche il Becker ha ragione quando col Lanson lamenta che eravamo giunti a tal punto che i testi a noi pervenuti non contavano quasi per nulla appetto a quelli ipotetici andati perduti. Ad una esagerazione non conviene rispondere con un' altra non meno pericolosa esagerazione o con dottrine che facilmente conducono al malinteso e all' equivoco.

Poichè quando il Bédier afferma che colla sola *Ifigenia* di Racine non sarebbe a nessuno possibile di ricostruire la *Ifigenia* da Euripide o qualunque altra rielaborazione della leggenda, troverà largo consenso, ma quel che importa è appunto di stabilire se un'opera d'arte non sia stata preceduta da altra o da un qualsiasi lavorio anteriore che in certa maniera l'ha preparata. Scrive il Bédier che « recréer et créer « sont termes exactement synonymes. N'appelons pas Racine « le dernier rédacteur », le « remanieur », mais de préférence « le poète. C'est ce que je dis de la *Chanson de Roland:* ce « qui en fait la beauté, comme l'*Iphigénie* de Racine c'en est « l'unité, et l'unité est dans le poète, en cette chose indivi« sible, que jamais on ne revoit deux fois, l'âme d'un individu ».

---

vers 1090, nous devons nous représenter une chanson d'*Amis et Amile* à peu près contemporaine du Roland d'Oxford, ou plus ancienne encore » (II, 179). Un racconto perduto fa presupporre anche una scena dell'*Aiol* (II, 199), e quanto, al *Raoul de Cambrai*, il nostro critico si dibatte fra argomentazioni di ogni maniera pur di sottrarsi a una conclusione analoga, la quale s'impone a ogni spregiudicato lettore (II, 317-397). Anche il Bédier è d'avviso, e già lo sappiamo, che fra il poema di Turoldo e le più antiche finzioni su Carlomagno e su Orlando « bien des choses sont interposées. D'autres légendes, d'autres poèmes peut être qui retraçaient certains épisodes de « set anz tuz pleinz », passés par Charles en Espagne; une *Prise de Noble* peut-être; ou une *Chanson de Basant et Basile*, qui ont pu leur fournir les personnages d'Ogier le Danois, de Girart de Roussillon, des douze pairs, d'autres légendes et d'autres poèmes » (III, 447).

Esistettero forme anteriori al nostro *Roland*? Chi lo sa? Se si, esse furono certamente tutt'altra cosa dal nostro poema. E anche questo sta bene: ma la questione è diversa. Certo ogni opera d'arte è un prodotto che sta da sè, ma non perciò l'*Orlando Furioso* è indipendente da tutta una letteratura romanzesca che l'ha preceduto. E qui appunto si tratta di ricercare se sia più nel vero chi pensi che la *Chanson de Roland* è nata ad un tratto dal cervello e dall'animo di un poeta, o chi pensi che essa pure, come avvien quasi sempre dei prodotti più eccelsi dello spirito umano, non abbia avuto una più o meno remota preparazione nelle età precedenti. Perciò una opinione non esclude l'altra, anzi ambedue si integrano e si rischiarano a vicenda. Questo però fu ben compreso anche dal critico nostro, il quale non nega una elaborazione anteriore della leggenda, ma respinge l'ipotesi che una legione di poeti si sia messa « tour à tour à la tâche pour constituer enfin le roman « tel que nous l'avons ». E perciò egli conclude col dire che pur ammettendo che possano essere esistiti altri poemi fra la canzone di Orlando e le più antiche finzioni su Carlomagno; che molte leggende abbiano avuto voga, non è però necessario parimente credere che per suscitare le une e le altre sia di necessità occorsa l'opera dei secoli. All'uopo poterono bastare i cento anni del secolo undecimo; e perciò la primitiva *Chanson de Roland* può non essere anteriore a questa memorabile data. Ecco dunque un problema che si presenta con tutte le sembianze di un problema cronologico, ma che in realtà implica questioni di vario ordine ed importanza (1).

Poiché il Becker e il Bédier dicono: Sia pure: una fase epica anteriore al duodecimo secolo anche noi l'ammettiamo, ma essa non può essere più antica del secolo undecimo, perchè non può precedere a quelle cause politiche, culturali e psicologiche, le quali provocarono quel rivolgimento o quella rina-

(1) Altra questione concerne il carattere e il valore dei poemi perduti. Secondo la teoria evoluzionista questi sarebbero da considerare sotto il rispetto dell'arte, della struttura e della composizione superiori a quelli a noi pervenuti, donde il nostro dovere di ricostruire versioni « anteriori » più logiche, più razionali e anche più semplici. E a tutto ciò si oppone energicamente il Bédier (cfr. del resto anche G. Fraccaroli, *L'irrazionale nella letteratura*. Torino, 1903 passim).

scita che appunto contraddistingue il secolo undecimo, che per sè solo significa rinnovamento e rigenerazione. E prima? O nulla, o qualcosa di informe e di incompiuto: rozzi tentativi; povere ed aride esercitazioni; tradizioni sparse; leggende quasi sempre monastiche. Anche i nostri due critici ammettono l'esistenza di un « lavoro o fermento leggendario » anteriore all'epopea; ma lo vogliono di una particolare natura. Non lavoro o fermento poetico tradizionale trasmettentesi di generazione in generazione, sibbene leggende « localizzate », ripetute, riscaldate dalla fantasia e dal sentimento; ricordi susurrati e ravvivati da gente di chiesa, e poscia da uditori di ogni maniera, fino al momento in cui sopraggiunse il poeta che ascoltò queste voci sparse, che questi elementi di poesia raccolse, coordinò, animò col soffio creatore dell'estro. Quindi le leggende che si collegano a tombe, a castelli, a rovine, ad acquedotti, a doni votivi, leggende che furono raccolte per i pellegrini o anche composte per essi, precedettero i poemi. Il caso inverso, che cioè una fioritura poetica già rigogliosa abbia ad un certo momento indotto monaci e chiese ad appropriarsi nomi e ricordi di imprese e di eroi divenuti famosi, sebbene non sia da escludere, non può addursi a spiegare l'origine e la formazione delle canzoni di gesta.

Una discussione anche breve del grave argomento non mi è qui consentita, perchè richiederebbe spazio troppo maggiore di quello di cui posso disporre. È noto come esso fu trattato ampiamente da molti critici, fra cui ricorderò C. Voretzsch (1); ed è noto altresì come G. Paris propugnatore della teoria dei canti epico-lirici sorti subito dopo gli avvenimenti in essi cantati, negava fede all'opinione di P. Meyer circa l'esistenza di una tradizione orale su avvenimenti storici. Il Bédier si accorda col Paris, in quanto nega una siffatta tradizione e ammette l'esistenza di leggende e tradizioni, in ispecie carolingie, sparse in più luoghi, sia nel sud come nel nord della Francia, tanto antiche quanto recenti, ma alla condizione che l'origine loro deva attribuirsi ai monaci, al clero, alle persone colte. « Le mécanisme de ces légendes, scrive egli, des anciennes comme des récentes, est le même. Un récit historique part toujours d'un livre. Il ne se maintient dans la tradition qu'à

(1) VORETZSCH, *Die französische Heldensage*, Heidelberg, 1894; — IDEM, *Das Merovingerepos und die fränkische Heldensage* (in *Philologische Studien* dedicati a E. Sievers, Halle, 1896; — IDEM, *Epische Studien* I, Halle, 1900.

l'état de légende locale » (III, 37). E di queste leggende locali egli è disposto ad ammetterne un gran numero. Carlomagno è passato per Roncisvalle? Questo basta perchè colà si siano formate leggende, le quali anzichè da montanari baschi saranno state conservate e tramandate dai chierici delle chiese che sorgevano sulla via che conduceva, per quel passo, di Francia in Ispagna (III, 306). In tal guisa alla *Chanson de Roland* deve certo aver preceduto un « travail légendaire » (III, 318), fomentato da monaci, ad edificazione dei pellegrini e a vantaggio della propria borsa. Ad esempio, rileviamo l'importanza della via che conduce a Blaye e al cimitero colla sua basilica. Via e cimitero saranno i fattori più energici della leggenda: « la route, c'est la circulation incessante de pélerins « priant, chantant, échangeant leurs souvenirs et leurs rêves: « c'est le long du chemin dans la verve créatrice des conver- « sations sans fin que le peuple refait l'istoire de son pays; « qu' il essaye de retrouver le souvenir de ses héros et de « ses saints. Et les tombes qu' il rencontre l'aident à éveiller « ce souvenir et à fixer cette histoire; elles l'invitent à pré- « ciser, à localiser ». Dunque « lavoro » e « fermento leggendario », ma di una particolare natura.

Per l'intento mio e per le conclusioni alle quali mi propongo di pervenire mi basta per ora porre in rilievo come anche per il Bédier sia innegabile tanto un fermento epico-leggendario anteriore all'epopea, quanto l'esistenza di leggende carolingie anteriori al secolo undecimo (II, 292-3). Parimenti è da credere che le lotte sostenute contro i Saraceni nella Francia meridionale ed in Italia abbiano favorito la nascita di racconti eroici, e che la dominazione longobarda abbia alimentato una tradizione epica, la quale è ammessa anche dal Bédier, sebbene egli ne voglia negare ogni influsso sulla cronaca della Novalesa (1).

---

(1) Bédier, op. cit., p. 151-170. Se poi questa tradizione sia da ritenere esclusivamente letteraria o *livresque* diremo in seguito. Questa è del resto opinione antica, in ispecie per ciò che concerne le origini del *Floovant* e dell'epica merovingia. Secondo lo Stengel e il Bangert, il *Floovant* « sarebbe stato composto dietro un originale la- « tino. E così in genere sarebbe da riferire alla tradizione scritta tutto « ciò che nell'epopea francese del secolo XII o dei posteriori ha im- « pronta ad apparenza merovingia, pur concedendosi che in quelle « scritture fosse venuta a trasfondersi, prendendovi in pari tempo co- « lore monastico, una parte del patrimonio epico dell'età antecedente.

***

Al quale proposito molto importante è l'esame che il critico fa di questo prezioso documento (II, 151 sgg.; 157); e noi già sappiamo quello che egli ne pensa (Nota II^a, § III). La questione dell'esistenza di un'epopea germanica è senza dubbio molto oscura e complessa; ma in realtà chi ripensi ai racconti di Gregorio di Tours e di Fredegario, alle narrazioni del Monaco di S. Gallo e del cronista della Novalesa, non può sottrarsi al sospetto che sia esistita una letteratura di carattere leggendario ed epico, fiorita là dove presero sede i popoli germanici invasori. Se questa letteratura si debba ritenere tutta di origine monastica o chiesastica certo è ancora da indagare, pur dopo le amplissime indagini e argomentazioni di questi ultimi tempi. Era questo un particolare assunto che doveva proporsi il Bédier, e perciò anche il Flach lamenta che egli non abbia abbastanza approfonditi i rapporti che possono intercedere fra l'epopea germanica e l'epopea francese, massime rispetto al *Waltharius* e agli altri racconti della Novalesa (1).

In generale sembra a me che il Becker e il Bédier si valgano di argomenti non di rado assai sbrigativi. Che i racconti di Gregorio di Tours e degli altri testi menzionati non bastino ad attestare l'esistenza di una *ricca* o anche solo *abbondante* poesia epica, di buon grado concedo. E anche credo che i « barbara et antiquissima carmina » che, al dire di Eginardo, Carlomagno, fece raccogliere, fossero germanici. Ma dobbiamo parimente credere che ogni attività poetica siasi spenta? L'attestazione dell'Astronomo Limosino, anche quando la si voglia intendere come vorrebbero i nostri due critici, proverebbe pur sempre che nei circoli di corte e fra le persone colte il passo della *Vita Caroli* di Eginardo era molto noto. Ma poteva di una così magra notizia appagarsi la curiosità o il sentimento di chi riviveva i ricordi del passato? È vero che il cronista non dice « quorum nomina quia vulgata sunt

« Sicché i rimatori che poi avrebbero cavato dai libri narrazioni e « personaggi siffatti, sarebbero simili a chi ridesse vita e polpe alle « ossa dei sepolcri » (RAJNA, *Le origini dell'epopea francese*, p. 164). Inoltre non debbo tacere come il Bédier non ha confutato l'obbiezione assai grave che, a proposito della tomba di Isoré, gli ha mosso il Rajna negli *Studi Medievali*, III, 377-78.

(1) J. FLACH, in *Journal des Savants*, 1909, p. 118-120

carminibus ", ma il vocabolo " vulgata " è per se stesso assai comprensivo. Con ciò voglio dire che è pur sempre lecito pensare a narrazioni (non dico se, oltre che in prosa, anche in versi) in cui non mancassero elementi fantastici e favolosi (1). Ma su questo punto fondamentale ritornerò in seguito.

Piuttosto mi sembrano aver molto peso, nel nostro caso, gli argomenti " ex-silentio ", sebbene la critica soglia ad essi, in genere, attribuire un assai scarso valore. Si pensi che gli " evoluzionisti " giurano sull'esistenza di una *ricchissima* poesia epica anteriore al mille, poesia spesso superiore per valore artistico e fedeltà storica a quella a noi pervenuta. Centinaia di poemi sarebbero andati perduti; l'esistenza ne sarebbe dimostrata o per congettura o per qualche frammento superstite, a quella guisa che un fossile è avanzo di tutta una specie scomparsa. E qui è da chiedere se sia lecito, nelle indagini storico-letterarie, ricorrere con troppa facilità, come insegna il metodo positivista, all'analogia delle scienze naturali.

Perciò non approvo le esagerazioni a cui si lasciarono trasportare coloro che gran parte del loro tempo spesero nei tentativi di ricostruire poemi che forse non sono mai esistiti; e quindi non so dar torto al Lanson quando, come già vedemmo, afferma: " Nous avons été élevés dans l'admiration d'une " épopée française qui n' existait pas, et dans le dédain de " celle qui existe ". Ma non vorrei che si arrivasse a un eccesso opposto, imitando coloro di cui si lagna Victor Hugo nella prefazione al *Cromwell:* " On ne visite guère les caves " d'un édifice dont on a parcourru les salles, et quand on " mange le fruit de l'arbre, on se soucie peu de la racine ". Da un lato dunque i " gaudenti ", dall'altro coloro che, tutti intenti a scavare e a frugare nelle tenebre, troppo disdegnano o trascurano quanto si allieta della luce del sole.

(1) Un grave problema offre ancora senza dubbio il canto di S. Farone. Non bene a mio avviso fu intesa dai più la frase: « feminaeque choros plaudendo componebant ». Qual parte possano avere avuto le donne si spiega assai bene col soccorso delle recenti indagini sulle consuetudini dei popoli primitivi. Io pure propendo a credere che qui abbiamo la testimonianza di un canto epico-lirico, ma penso pure che troppo valore gli si attribuisce quando lo si considera come un frammento di tutta una fioritura epica anteriore al mille.

SOPRA ALCUNE RELAZIONI FRA GLI ELEMENTI FONDAMENTALI DI DUE SPAZI IN CORRISPONDENZA BIRAZIONALE

Nota di M. PANNELLI, a Roma

(*Adunanza del 3 dicembre 1914*)

In due Note inserite nei Rendiconti dell' Accademia dei Lincei degli anni 1910 e 1911, ho dimostrato due relazioni esistenti fra gli elementi fondamentali di due spazi, i cui punti siano riferiti fra loro mediante una corrispondenza birazionale, deducendo la prima di esse dalla considerazione della superficie Iacobiana del sistema omaloidico formato dalle superficie di uno di questi spazi, che corrispondono ai piani dell' altro, e la seconda da quella del numero dei punti doppi (gruppo Iacobiano) di un fascio contenuto nel sistema medesimo. Terminavo la seconda delle due Note citate, osservando che lo studio della curva Iacobiana di una rete di superficie appartenente al sistema anzidetto, avrebbe probabilmente condotto a qualche nuova relazione fra gli stessi elementi fondamentali. Questo studio, che mi propongo di fare nella presente Nota, mostra che la previsione effettivamente si avvera.

Della curva Iacobiana della rete di superficie può prendersi in esame o l' ordine o il genere. Solo le relazioni, che dipendono dall' ordine, sono diverse da quelle già conosciute; l'altra proveniente dal genere, non differisce dalla seconda di queste ultime due, il che poteva anche prevedersi. Le prime poi, alle quali quindi è unicamente rivolto lo scritto attuale, possono anche essere ottenute mediante un metodo, forse più semplice, indipendente dalla Iacobiana, come sarà pur dimostrato.

1. Riguardo agli elementi fondamentali dei due spazi Σ e Σ', fra i punti dei quali si suppone abbia luogo la corrispondenza birazionale, si conservano le medesime ipotesi ammesse nelle due Note dianzi ricordate. e si adottano ancora le stesse notazioni ivi introdotte (*).

Come si è già osservato, per ottenere le relazioni cercate, è necessario calcolare l'ordine della curva Iacobiana J di una rete di superficie φ contenuta nel sistema omaloidico $|\varphi|$ dello spazio Σ. Poichè questo è un sistema lineare triplamente infinito, l'ordine dell'anzidetta Iacobiana può essere calcolato applicando il metodo che io stesso ho altrove seguito (**), per risolvere il medesimo problema nel caso generale di una rete contenuta in un sistema $|S|$ lineare ∞^3 di superficie S. Secondo questo metodo, si deve determinare la curva d'intersezione H della superficie Iacobiana (*) del dato sistema $|S|$ con un piano generico w, e la curva Iacobiana Γ della rete di curve secondo le quali questo piano taglia la rete data di superficie. Poi dal numero dei punti comuni alle due curve H e Γ, situati fuori dei punti Q, nei quali il piano w incontra le curve fondamentali del sistema $|S|$, sottrarre il numero dei punti M, che, oltre ai punti Q, hanno in comune le Iacobiane Γ delle reti contenute nel sistema lineare ∞^3 formato dalle curve, intersezioni del piano w con le superficie S del sistema $|S|$. La differenza così ottenuta è l'ordine richiesto della Iacobiana J.

2. Ciò premesso, si chiami $N_{\text{l}'}$ l'ordine della superficie $A_{\text{l}'}$ dello spazio Σ corrispondente ad un punto fondamentale $P'_{\text{l}'}$ di Σ'. Questa superficie $A_{\text{l}'}$ contata *due* volte, entra a far parte della Iacobiana del sistema $|\varphi|$, epperò l'ordine della superficie Θ. che con tutte le superficie analoghe ad $A_{\text{l}'}$ completa la stessa Iacobiana, è:

$$(1) \qquad 4(n-1) - 2\sum_{\text{l}'} N_{\text{l}'}$$

la somma estesa a tutte le superficie $A_{\text{l}'}$, il numero delle quali è ∂'. Questa superficie Θ si compone delle superficie di Σ cor-

(*) Queste Note portano i titoli:

1. Sopra una proprietà delle trasformazioni birazionali nello spazio ordinario;

2. Sopra una nuova proprietà delle trasformazioni birazionali nello spazio ordinario.

(**) *Sulla Iacobiana di una rete di superficie algebriche.* Giornale di Battaglini, Vol. XLI, 1903.

rispondenti a tutte le curve fondamentali $C'_{i'}$ di Σ'. Ogni curva fondamentale C_i di Σ è multipla secondo $4i-1$ per la Iacobiana del sistema $|S|$; quindi se si indica con $I_{ir'}$ la moltiplicità di C_i per ogni superficie $A_{r'}$, la stessa curva C_i è multipla per Θ secondo:

$$(2) \qquad (4i-1) - 2\sum_{r'} I_{ir'}$$

Il piano π taglia adunque la superficie composta Θ in un luogo H dell'ordine dato dalla formula (1), il quale possiede un punto di moltiplicità dato dalla (2), in ciascuno degli m_i punti Q d'incontro dello stesso piano con π con ogni curva C_i.

Il piano π taglia la rete considerata delle superficie φ in una rete di curve dell'ordine n, ciascuna delle quali possiede in ogni punto Q un punto multiplo ordinario secondo i. Quindi la sua Iacobiana è una curva dell'ordine $3(n-1)$, la quale è dotata in ogni punto Q di un punto multiplo secondo $3i-1$. Lo stesso piano π taglia ogni superficie $A^{r'}$ secondo una curva $a_{r'}$ dell'ordine $N_{r'}$, la quale, contata *una* volta, fa parte della Iacobiana anzidetta; quindi, prescindendo da tutte le curve analoghe ad $a_{r'}$, rimane una curva Γ dell'ordine:

$$3(n-1) - \sum_{r'} N_{r'}$$

la quale possiede in ogni punto Q un punto multiplo secondo

$$(3i-1) - \sum_{r'} I_{ir'}$$

Le due curve H e Γ si tagliano dunque, fuori dei punti Q, nel seguente numero di punti:

$$(3) \quad [4(n-1)-2\sum_{r'} N_{r'}][3(n-1)-\sum_{r'} N_{r'}]-\sum_{i}[(4i-1)-2\sum_{r'} I_{ir'}][(3i-1)-\sum_{r'} I_{ir'}]m_i$$

3. Fra questi punti vi sono i punti M, dei quali è necessario calcolare il numero.

A tale oggetto si consideri il fascio di curve, che si ottiene tagliando col piano π, un fascio di superficie φ. Queste curve, come si è visto nel numero precedente, sono dell'ordine n e posseggono in ogni punto Q un punto multiplo secondo i. Perciò il numero dei punti doppi del fascio anzidetto è:

$$3(n-1)^2 - \sum_{i}(i-1)(3i+1)\, m_i$$

Il fascio stesso contiene δ' curve $a_{r'}$, ciascuna dell'ordine $N_{r'}$ e dotata in ogni punto Q di un punto multiplo secondo $I_{ir'}$.

Ciascuna di queste curve è completata, per formare una curva del fascio, da una curva residua $b_{l'}$, dell' ordine $n - N_{l'}$, la quale ha in ogni punto Q un punto multiplo secondo $i - I_{il'}$. Queste due curve $a_{l'}$, e $b_{l'}$ si tagliano, fuori dei punti Q, in altri

$$N_{l'}(n - N_{l'}) - \sum_{i'} I_{il'}(i - I_{il'})\, m_i$$

punti, i quali sono altrettanti punti doppi per la curva composta da $a_{l'}$ e $b_{l'}$.

Ogni curva $a_{l'}$ conta adunque per tanti punti doppi del fascio in questione quanti ne vengono dati dal numero precedente. Quindi considerando tutte le curve $a_{l'}$, si trova che il numero dei punti doppi di questo fascio situati fuori delle curve $a_{l'}$, è:

$$(3')\quad [3(n-1)^2 - \sum_i (i-1)(3i+1) m_i] - [\sum_{l'} N_{l'}(n - N_{l'}) - \sum_{l'i} I_{il'}(i - I_{il'}) m_i]$$

Ora due curve Γ si tagliano, fuori dei punti Q, per le proprietà dimostrate nel n° 1, in

$$[3(n-1) - \sum_{l'} N_{l'}]^2 - \sum [(3i-1) - \sum_{l'} I_{il'}]^2 m_i$$

punti, fra i quali figurano i precedenti punti doppi, perchè le due reti di curve di cui le Γ considerate sono le Iacobiane, appartenendo ad un medesimo sistema lineare ∞^3, hanno in comune un fascio. Sottraendo dal precedente il numero di questi punti doppi si ottiene:

$$[3(n-1) - \sum_{l'} N_{l'}]^2 - \sum_i [(3i-1) - \sum_{l'} I_{il'}]^2 m_i$$

$$-\{[(3n-1)^2 - \sum_i (i-1)(3i+1) m_i] - [\sum_{l'} N_{l'}(n - N_{l'}) - \sum_{il'} I_{il'}(i - I_{il'}) m_i]\}$$

e questo è il numero cercato dei punti M.

4. Secondo il metodo ricordato nel n°. 1, per avere l'ordine μ della curva Iacobiana J, si deve sottrarre dal numero dato dalla formula (3) quello ora determinato dei punti M. Così dopo facili riduzioni si trova:

$$(4)\quad \mu = 6(n-1)^2 - \sum_i (6i^2 - 3i - 1) m_i + 4\sum_{l'} N_{l'} - \sum_{il'} I_{il'} m_i$$

$$S - \sum_{l'} (n N_{l'} - \sum_i I_{il'} m_i) + (\sum_{l'} N_{l'})^2 + \sum_{l'} N^2_{l'} - \sum_i (\sum_{l'} I_{il'})^2 m_i - \sum_{il'} I^2_{il'} m_i$$

Qui intanto si ha:

$$(\sum_{l'} N_{l'})^2 = \sum_{l'} N^2_{l'} + 2 \sum_{l'l''} N_{l'} N_{l''}$$

dove $N_{l'}$ ed $N_{l''}$ sono gli ordini delle superficie $A_{l'}$ ed $A_{l''}$ di Σ corrispondenti a due punti fondamentali $P'_{l'}$ e $P'_{l''}$ di Σ' e la somma $\sum_{l'l''}$ deve essere estesa a tutte le combinazioni semplici della 2 classe degli indici l'.

E analogamente:

$$\sum_i (\sum_{l'} I_{il'})^2 m_i = \sum_{il'} I^2_{il'} m_i + 2 \sum_i \sum_{l'l''} I_{il'} I_{il''} m_i$$

In virtù di queste due relazioni, la (4) diventa:

$$(5) \qquad \mu = 6(n-1)^2 - \sum_i (6i^2 - 3i - 1) m_i + 4 \sum_{l'} N_{l'} - \sum_{il'} I_{il'} m_i$$

$$-5\sum_{l'}(n N_{l'} - \sum_i i I_{il'} m_i) + 2\sum_{l'}(N^2_{l'} - \sum_i I^2_{il'} m_i) + 2\sum_{l'l''}(N_{l'} N_{l''} - \sum_i I_{il'} I_{il''} m_i)$$

La superficie φ di Σ, corrispondente ad un piano generico di Σ', e la superficie $A_{l'}$ corrispondente ad un punto fondamentale $P'_{l'}$, non si tagliano fuori delle curve fondamentali di Σ. Della medesima proprietà godono due superficie $A_{l'}$ ed $A_{l''}$. Perciò si ha:

$$(6) \qquad n N_{l'} - \sum_i i I_{il'} m_i = 0, \quad N_{l'} N_{l''} - \sum_i I_{il'} I_{il''} m_i = 0$$

Inoltre, ad un piano α' di Σ' condotto per un punto fondamentale $P'_{l'}$, corrisponde in Σ una superficie $B_{l'}$ dell' ordine $n - N_{l'}$, per la quale ogni curva fondamentale C_i è multipla secondo $i - I_{il'}$. Due di queste superficie $B_{l'}$ si tagliano fuori delle curve C_i secondo una curva, che è dell' ordine $n' - l'$, perchè corrisponde in Σ ad una retta di Σ' che passa per il punto $P'_{l'}$. Si ha pertanto:

$$(7) \qquad (n - N_{l'})^2 - \sum_i (i - I_{il'})^2 m_i = n' - l'$$

ossia, sviluppando,

$$(n^2 - \sum_i i^2 m_i) - 2(n N_{l'} - \sum_i i I_{il'} m_i) + (N^2_{l'} - \sum_i I^2_{il'} m_i) = n' - l'$$

donde, ricordando che è:

$$(7') \qquad n^2 - \sum_i i^2 m_i = n'$$

e tenendo presente la prima delle (6), si ricava:

$$N^2_{l'} - \sum_i I^2_{il'} m = - l'$$

e quindi

$$(8) \qquad \sum_{l'} (N^2_{l'} - \sum_i I^2_{il'} m_i) = - \sum_{l'} l'$$

Infine, ad un piano generico w di Σ corrisponde in Σ' una superficie φ', e quindi alla curva d'intersezione di w con l'anzidetta superficie $B_{l'}$ corrisponde in Σ' l'intersezione di φ' con il piano α'; e poichè queste due curve d'intersezione si corrispondono punto per punto, esse sono dello stesso genere p.

Per le proprietà della superficie $B_{l'}$, la prima di queste due curve è dell'ordine $n - N_{l'}$ e possiede un punto multiplo secondo $i - I_{il'}$ in ogni punto d'incontro Q del piano w con una curva fondamentale C_i. Quindi si ha intanto:

$$2(p-1) = (n - N_{l'})^2 - 3(n - N_{l'}) - \sum_i (i - I_{il'})^2 m_i + \sum_i (i - I_{il'}) m_i$$

da cui per la (7) segue:

$$2(p-1) = n' - l' - 3(n - N_{l'}) + \Sigma (i - I_{il'}) m_i$$

La seconda curva, intersezione della superficie φ' con il piano α', è dell'ordine n' e possiede in $P'_{l'}$ un punto multiplo secondo l'. Inoltre lo stesso piano α' incontra ogni curva fondamentale $C'_{i'}$, la quale è dell'ordine $m'_{i'}$ e passa per $P'_{l'}$ con $h'_{i'l'}$ rami, in $m'_{i'} - h'_{i'l'}$ punti, fuori di $P'_{l'}$, ciascuno dei quali è multiplo secondo i' per la curva anzidetta. Perciò si ha ancora:

$$2(p-1) = n'^2 - 3n' - l'(l'-1) - \sum_{i'} i'(i'-1)(m'_{i'} - h'_{i'l'})$$

da cui, osservando che è:

$$n'^2 - \sum_{i'} i'^2 m'_{i'} = n \qquad l'^2 - \sum_{i'} i'^2 h_{i'l'} = N_{l'}$$

segue:

$$(2p-1) = n - N_{l'} - 2n' + l' + \sum_{i'} i' m'_{i'} - \sum_{i'} i' h_{i'l'}$$

Dal confronto di questa formula con la precedente, che dà parimenti il valore di $2(p-1)$, si ricava:

$$4N_{l'} - \sum_i I_{il'} m_i + 4n' - 4n = 2l' - \sum_{i'} i' h'_{i'l'} + \sum_{i'} i' m'_{i'} - \Sigma i m_i$$

da cui ricordando (*) che si ha:

$$(9) \qquad 4n' - 4n = \Sigma i' m'_{i'} - \Sigma i m_i$$

(*) La relazione (9) si dimostra facilmente eguagliando i generi delle sezioni piane di due superficie trasformanti φ e φ'. Essa venne già data dal Noether: *Sulle curve multiple di superficie algebriche*. § IV. n. 16, Annali di Matematica. Serie II., Tomo V, 1871.

si deduce:

$$(10) \qquad 4 N_{l'} - \sum_i I_{il'} m_i = 2 l' - \sum_{i'} i' h'_{i'l'}$$

Infine ponendo nella formula (5) i valori de' suoi diversi termini dati dalle (6), (8) e (10), si conclude:

« La Iacobiana J di una rete di superficie φ contenuta nel « sistema omaloidico (φ) dello spazio Σ, è dell' ordine:

$$\mu = 6 n' - 12 n + 6 + 3 \sum_i i m_i + \sum_i m_i - \sum_{i'l'} i' h'_{i'l'}$$

5. L' ordine μ della stessa Iacobiana J può essere altrimenti calcolato nello spazio Σ', cercando il numero dei piani tangenti che da un punto qualunque O' si possono condurre ad una superficie φ' del sistema omaloidico (φ'), e aventi i punti di contatto sulle curve fondamentali $C'_{i'}$.

Per aver poi questo numero basta determinare quello dei punti d'appoggio con le curve $C'_{i'}$, della intersezione, fuori delle $C'_{i'}$, della superficie φ' con la prima polare φ_1', presa rispetto alla stessa φ', del punto O', e dal numero così ottenuto sottrarre l' altro dei punti cuspidali delle curve $C'_{i'}$.

Ora poichè la superficie φ' è dell'ordine n' e possiede ogni curva $C'_{i'}$ come curva multipla secondo i' ed ogni punto $P'_{l'}$ come punto multiplo secondo l', la prima polare φ'_1 è dell'ordine $n' - 1$ possiede ogni curva $C'_{i'}$ come curva multipla secondo $i' - 1$ ed ogni punto $P'_{l'}$ come punto multiplo secondo $l' - 1$. Quindi la curva d' intersezione variabile delle due superficie φ' e φ'_1, si appoggia ad ogni curva $C'_{l'}$ in questo numero di punti:

$$\begin{aligned} &[n'(i'-1) + (n'-1) i' - 2 i' (i'-1)] m'_{i'} - i' (i'-1) r'_{i'} \\ &- \sum_{j'} [j' (i'-1) + (j'-1) i' - i' (i'-1)] k'_{i'j'} - \sum_{h'} h' (h'-1) k'_{i'h'} \\ &- \sum_{l'} [l' (i'-1) + (l'-1) i' - 2i (i'-1)] h'_{i'l'} \end{aligned}$$

la prima somma $\sum_{j'}$ estesa ai punti d'appoggio con $C'_{i'}$ delle $C'_{j'}$ per le quali è $j' > i'$, e la seconda somma $\sum_{h'}$ estesa a quelli delle curve $C'_{h'}$ per le quali è invece $h' \leq i'$.

Sopra ogni curva $C'_{i'}$ esiste poi il seguente numero di punti cuspidali:

$$\begin{aligned} 2 (i'-1) (n'-i') m'_{i'} - i' (i'-1) r'_{i'} - \sum_{j'} (i'-1) (2j'-i') k'_{i'j'} \\ - \sum_{h'} h' (h'-1) k'_{i'h'} - \sum_{l'} 2 (i'-1) (l'-i') h'_{i'l'} \end{aligned}$$

Quindi sottraendo questo numero dal precedente si ottiene:

$$(n'-i')\,m'_{i'} - \sum_{j'}(j'-i')k'_{i'j'} - \sum_{l'}(l'-i')\,h'_{i'l'}$$

Questo è dunque il numero dei piani tangenti alla superficie φ', passanti per il punto dato O' e aventi i loro punti di contatto sulla curva $C'_{i'}$.

Quindi considerando tutte le curve $C'_{i'}$ si trova:

« L'ordine μ della Iacobiana J è anche dato dalla formula:

$$\mu = \sum_{i'}(n'-i')\,m'_{i'} - \sum_{i'j'}(j'-i')\,k'_{i'j'} - \sum_{i'l'}(l'-i')\,h'_{i'l'}$$

« dove è $j' \geq i'$ ».

6. Dal confronto di questa formula con quella ottenuta alla fine del n° 4 la quale dà pure l'ordine μ della Iacobiana J e poi scambiando le veci dei due spazi Σ e Σ', si conclude:

« I numeri caratteristici degli elementi fondamentali dei « due spazi Σ e Σ' e gli ordini n ed n' della superficie trasfor- « manti φ e φ' sono legati fra loro dalle due relazioni seguenti:

$$6\,(2n-1)\sum_{i}(3i+1)\,m_i = 6\,n'\sum_{i'}(n'-i')\,m'_{i'} + \sum_{i'j'}(j'-i')\,k_{i'j'} + \sum_{i'l'}(l'-2i')\,h'_{i'l'}$$

$$6\,(2n'-1) - \sum_{i'}(3i'+1)\,m'_{i'} = 6n - \sum_{i}(n-i)\,m_i + \sum_{ij}(j-i)\,k_{ij} + \sum_{il}(l-2i)\,h_{il}$$

E queste sono le relazioni che si ottengono con la considerazione degli ordini delle Iacobiane J e J'.

7. Come si è già osservato in principio, a queste stesse relazioni si può ancora pervenire con un altro metodo, che consiste nell'eguagliare la classe di una superficie φ, o φ', dello spazio Σ, o Σ', al numero delle superficie φ' o φ, di un fascio contenuto nel sistema omaloidico $|\varphi'|$ o $|\varphi|$, che riescono tangenti ad un piano dello spazio Σ' o Σ.

A tale oggetto è necessario innanzi tutto ricordare alcune formule, alle quali debbono sodisfare i numeri caratteristici relativi alla superficie φ, stabilite dal Noether nel §. IV della Memoria citata nel precedente n° 4.

La prima di tali formule, che esprime la *equivalenza* degli elementi fondamentali di Σ per la superficie φ, è la seguente:

$$(11)\qquad n^3 - 1 = \sum_{i} i^2\left[(3n-2i)\,m_i - i r_i\right] - \sum_{ij} i^2(3j-i)\,k_{ij} + \sum_{l} l^3 - \sum_{il} i^2(3l-2i)\,h_{il}$$

Da questa e dalle altre due, che è inutile qui riportare, di cui l'una dà la *postulazione* per una superficie φ degli anzidetti elementi fondamentali, e l'altra esprime che il *genere aritmetico* della stessa φ è *nullo*, si deduce:

$$(12)\quad 2(n^2-1)=\sum_i i[(n+i)m_i-\frac{1}{2}ir_i]-\sum_{ij} k_{ij}+\sum_{il} l^2-\sum_{il} il\,h_{il}$$

$$(13)\quad 11(n-1)=\sum_i i(5m_i-\frac{1}{2}r_i)-\sum_{ij} i\,k_{ij}+\sum_l 2\,l-\sum_{il} 2\,i\,h_{il}$$

Inoltre si ricordi ancora che la classe di una superficie qualunque avente le medesime singolarità di una superficie φ, è data dalla espressione (*)

$$n^3-2n^2+n-\{\sum_i i^2[(3n-2i)m_i-ir_i]-\sum_{ij} i^2(3j-i)k_{ij}+\sum_l l^3-\sum_{il} i^2(3l-2i)h_{il}\}$$
$$-2\{\sum_i i[(n+i)m_i-\frac{1}{2}ir_i]-\sum_{ij} ij\,k_{ij}+\sum_l l^2-\sum_{il} il\,h_{il}\}$$
$$-2\sum_i i^2 m_i+\sum_i(n-2i)m_i-\sum_{ij}(j-i)k_{ij}-\sum_l l+\sum_{il}(2i-l)h_{il}$$

In particolare, se la superficie che si considera è una superficie φ, fra i suoi numeri caratteristici hanno luogo le relazioni (11) e (12); e in virtù di queste, la espressione della sua classe diventa:

$$2n^2+n-3-2\sum_i i^2 m_i+\sum_i(n-2i)m_i-\sum_{ij}(j-i)k_{ij}-\sum_l l-\sum_{il}(l-2i)\,h_{il}$$

ossia, tenendo presente la formula (7'):

$$(14)\quad 2n'+n-3+\sum_i(n-2i)m_i-\sum_{ij}(j-i)k_{ij}-\sum_l l-\sum_{il}(l-2i)\,h_{il}$$

Così non resta che determinare il numero delle superficie φ' di un fascio, contenuto nel sistema $|\varphi'|$, che riescono tangenti ad un piano arbitrario w' dello spazio Σ', il quale numero è evidentemente eguale a quello dei punti doppi del fascio formato dalle curve d' intersezione del piano ω' con le superficie φ' del fascio considerato. Questo ultimo numero poi è stato già calcolato nel n° 3 per lo spazio Σ; quindi quello richiesto viene somministrato dalla formula che si ricava dalla (3') ivi data, mediante un opportuno scambio di notazioni. In tal modo si trova che l' anzidetto numero è il seguente:

$$[3(n'-1)^2-\sum_{i'}(i'-1)(3i'+1)m'_{i'}]-[\sum_l N'_l(n'-N'_l)-\sum_{li'} I'_{li'}(i'-I'_{li'})m'_{i'}]$$

(*) Questa espressione della classe di una superficie differisce sola nella forma da quella data dal Noether in una nota alla Memoria: *Zur Theorie des eindeutegen Entsprechens algebraischer Gebilde.* Mathematische Annalen, Band VIII.

ossia:

$$3(n'^2 - \sum_{i'} i'^2 m'_{i'}) - 6n' + 3 + 2\sum_{i'} i' m'_{i'} + \sum_{i'} m'_{i'} - \sum_{l} (n' N'_l - \sum_{i'} i' I'_{li'}) + \sum_{l} (N'^2_l - \sum_{i'} I'^2_{li'} m'_{i'})$$

o infine, per le formule analoghe alle (6), (7′) e (8):

$$3n - 6n' + 3 + \sum_{i'} (2i' + 1) m'_{i'} - \sum_{l} l$$

Ora eguagliando questo numero a quello dato dalla formula (14), si ottiene la relazione:

$$8n' - 6 - \sum_{i'} (2i' + 1) m'_{i'} = 2n - \sum_{i} (n - 2i) m_i + \sum_{ij} (j - i) k_{ij} + \sum_{il} (l - 2i) h_{il}$$

che sommata membro a membro con l'altra:

$$4n' - \sum_{i'} i' m'_{i'} = 4n - \sum_{i} i\, m_i$$

che si deduce subito dalla (9), somministra la seguente:

$$6(2n' - 1) - \sum_{i'} (3i' + 1) m'_{i'} = 6n - \sum_{i} (n - i) m_i + \sum_{ij} (j - i) k_{ij} + \sum_{il} (l - 2i) h_{il}$$

la quale è identica alla seconda delle due dimostrate nel n° 6.

8. Alle relazioni del Noether ricordate nel n° precedente, se ne può aggiungere un'altra, con la sua analoga, che si ottiene considerando l'invariante Ω di Castelnuovo-Enriques di una superficie φ o φ'.

Questo invariante calcolato per una superficie qualunque che abbia le medesime singolarità di una φ è dato dalla formula (*).

$$\{ n^3 - \sum_{i} [i^2 (3n - 2i) m_i - i r_i] + \sum_{ij} i^2 (3j - i) k_{ij} - \sum_{l} l^3 + \sum_{il} i^2 (3l - 2i) h_{il} \}$$

$$- 8 \{ n^2 - \frac{1}{2} \sum_{i} [i(n + i) m_i - \frac{1}{2} i^2 r_i] + \frac{1}{2} \sum_{ij} i j k_{ij} - \frac{1}{2} \sum_{l} l^2 + \frac{1}{2} \sum_{il} i l h_{il} \}$$

$$+ \{ 11 n - \sum_{i} i (5 m_i \frac{1}{2} r_i) + \sum_{ij} i k_{ij} - \sum_{l} 2 l + \sum_{il} 2 i h_{il} \}$$

$$+ 5n - \sum_{i} [(n + i) m_i - \frac{1}{2} i r_i] + \sum_{ij} j k_{ij} - \sum_{l} 2l + \sum_{il} l h_{il} + s + 1$$

dove s rappresenta il numero dei punti fondamentali semplici dello spazio Σ.

(*) Questa formula trovasi, sotto un aspetto diverso, nella Memoria di Noether citata nel n. 7.

In particolare, se la superficie considerata è una superficie φ, fra i suoi caratteri hanno luogo le relazioni (11), (12) e (13); e in virtù di queste, la espressione del suo invariante Ω diventa:

$$5\,n - \sum_i [(n+i)m_i \ \frac{1}{2}\, i\, r_i] + \sum_{ij} j\, k_{ij} - \sum_l 2\,l + \sum_{il} l\, h_{il} + s + 5$$

La superficie φ, rappresentabile punto per punto sul piano ω' che le corrisponde in Σ', contiene $\sum_{i'} m'_{i'}$ curve eccezionali, corrispondenti ai punti d' incontro dello stesso piano ω' con tutte le curve fondamentali $C'_{i'}$, ed s punti semplici che si trasformano in altrettante curve eccezionali. Perciò il suo invariante Ω è anche dato dalla formula:

$$10 - \sum_{i'} m'_{i'} + s$$

Eguagliando le due espressioni di Ω così trovate, si ottiene la relazione richiesta:

$$\sum_{i'} m'_{i'} = \sum_i [(n+i)m_i - \frac{1}{2}\, i r_i] - \sum_{ij} j\, k_{ij} + \sum_l 2l - \sum_{il} l\, h_{il} - 5\,(n-1)$$

E in modo analogo si ha:

$$\sum_i m_i = \sum_{i'} [(n'+i')m'_{i'} - \frac{1}{2}\, i' r'_{i'}] - \sum_{i'j'} j' k'_{i'j'} + \sum_{l'} 2l' - \sum_{i'l'} l' h'_{i'l'} - 5(n'-1)$$

9. Dalle due relazioni precedenti, sottraendole membro a membro e tenendo conto della (9), si ricava l'altra:

$$n - \sum_i n\, m_i - \sum_i m_i + \frac{1}{2} \sum_i i\, r_i + \sum_{ij} j k_{ij} - \sum_l 2l + \sum_{il} l\, h_{il}$$

$$= n' - \sum_{i'} n' m'_{i'} - \sum_{i'} m'_{i'} + \frac{1}{2} \sum_{i'} i' r'_{i'} + \sum_{i'j'} j' k'_{i'j'} - \sum_{l'} 2l' + \sum_{i'l'} l' h'_{i'l'}$$

Inoltre, dalle due relazioni dimostrate nel n.° 6, sommandole, dopo avere scambiato fra loro ambo i membri della seconda si riduce:

$$18n - \sum_i n\, m_i - \sum_i m_i - 2 \sum_i i\, m_i + \sum_{ij} (j-i)\, k_{ij} + \sum_{il} (l-2i)\, h_{il}$$

$$= 18n' - \sum_{i'} n' m'_{i'} - \sum_{i'} m'_{i'} - 2 \sum_{i'} i' m'_{i'} + \sum_{i'j'} (j'-i')\, k_{i'j'} + \sum_{i'l'} (l'-2i') h'_{i'l'}$$

Quindi sottraendo da questa la precedente, si ottiene:

$$17n - 2\sum_i i m_i - \frac{1}{2}\sum_i i r_i - \sum_i i k_{ij} + 2\sum_l l - 2\sum_{il} i h_{il}$$

$$= 17n' - 2\sum_{i'} i' m'_{i'} - \frac{1}{2}\sum_{i'} i' r'_{i'} - \sum_{i'} i' k'_{i'j'} + 2\sum_{l'} l' - 2\sum_{i'l'} i' h'_{i'l'}$$

Infine, moltiplicando per 4 ambo i membri di questa eguaglianza e dalla risultante sottraendo la seguente:

$$17.4n - 17\sum_i i m_i = 17.4n' - 17\sum_{i'} i' m'_{i'}$$

che si deduce subito dalla (9), si conclude:

« Fra i caratteri degli elementi fondamentali dei due spazi « Σ e Σ' ha luogo la relazione:

$$9\sum_i i m_i - 2\sum_i i r_i - 4\sum_{ij} i k_{ij} + 8\sum_l l - 8\sum_{il} i h_{il}$$

$$= 9\sum_{i'} i' m'_{i'} - 2\sum_{i'} i' r'_{i'} - 4\sum_{i'j'} i' k'_{i'j'} + 8\sum_{l'} l' - 8\sum_{i'l'} i' h'_{i'l'} \text{ ».}$$

Questa relazione, alla quale si può anche pervenire, combinando opportunamente fra loro e con la (9), la (13) e la sua analoga, è da riguardarsi come la corrispondente di quella nota:

$$\sum_l l = \sum_{l'} l'$$

che ha luogo fra i gradi di moltiplicità l ed l' dei punti fondamentali di due piani in corrispondenza birazionale, per le curve costituenti le reti omaloidiche dei piani stessi.

Roma, novembre 1912.

GRECO-LAT. *PHLEBOTOMU* — E SUOI CONTINUATORI GERMANICI E ROMANZI FRANC. *FLAMME*

Nota di ALESSANDRO SEPULCRI

(Adunanza del 3 dicembre 1914)

La parola ha avuto nel medio evo una grandissima fortuna; infatti ne troviamo le tracce in quasi tutta l'Europa centrale ed occidentale. Le correnti che servirono a diffonderla sono principalmente due: una letteraria, l'altra scientifica.

La voce è adoperata in un passo dei *Dialoghi* di papa Gregorio Magno (1), un libro che rispecchia tanta parte dell'anima medievale e che perciò ha avuto una diffusione enorme; di là è passata nei glossari, fece quindi il suo ingresso nei conventi e nelle scuole; ma non poteva avere, per questo tramite, che una vita puramente letteraria.

L'altra corrente, assai più importante, è quella che segue la via percorsa dai testi latini di medicina e di mulomedicina (2); per questo mezzo la parola è penetrata nella pratica quotidiana dell'arte, fu quindi portata facilmente a contatto della vita, ed acquistò così un'impronta schiettamente popolare.

Nei glossari e nei codici più antichi (VII-VIII sec.), ove la voce, come dissi, entrò per via letteraria, troviamo che ha già assunto una veste volgare: e ciò significa che nel momento in cui il trapasso avvenne, la corrente popolare aveva già fatto da tempo molta strada.

---

(1) S. GREGORII MAGNI, *Opera*, Parisiis, 1705, vol. I, col. 168 B.

(2) In essi si tocca sempre della *phlebotomia*, qualche volta anche con una trattazione diffusa. V. in proposito J. L. PAGEL, *Neue litterarische Beiträge zur mittelalterlischen Medizin*, Berlin, G. Reimer, 1896, p. 53.

Si può affermare che la storia di questo vocabolo sia, sotto un certo rispetto, la storia stessa di una pratica antica e diffusa, tanto che il gettar qualche luce sulle sue vicende, servirà a rischiarare nel tempo stesso una pagina di storia della coltura.

Pigliamo le mosse dal periodo classico per notare che il greco usava *φλεβοτόμος* nel senso di ' salasso ' e di ' colui che pratica il salasso ' e *φλεβοτόμον* nel senso di ' lancetta per salassare '; il latino ha *phlebotomus* nel doppio significato di ' salasso ' e di ' lancetta '; manca dunque del neutro. Invece nel tardo latino prevale quasi esclusivamente la forma neutra *flebotomum*, e solo col valore di ' lancetta '; dei diversi sensi, nei continuatori vive soltanto quest' ultimo.

Le forme mediolatine che ci son conservate sono numerose, e alcune degne di nota: lo Schuchardt (*Vok.*, III, 234) cita *fleotomum*, *fletomum*, *fledomum*, senza indicarcene la fonte; sono però sicuramente le voci tramandateci dai glossari, che ci vengono segnalate anche dal Meyer-Lübke; risalgono, *fledomum* all' VIII-IX secolo (Gloss. leidense, in *Cod. Voss. lat.* 4°, 69); *fletomum* al X (*Cod. Vat.* 1260) (1).

A queste testimonianze, abbastanza vetuste, siamo in grado di aggiungerne altre due più antiche: *fledomum* in un manoscritto ambrosiano del sec. VIII (*B 159 sup.*, c. 20) di provenienza bobbiese, e *fleodomum*, in un codice sangallese del sec. VII (*N. 213*, c. 13), importante perchè non si legge nè nelle glosse, nè altrove. Aggiungiamo che una buona messe di altre forme mediolatine è raccolta nel glossario latino-germanico del Diefenbach (s. v. *flebotomum* e *flebotomare*); indichiamo qui *flebotemare*, *flebotimare*, *flebetomare*, *flebotanus* *flevothanus*, oltre a quelle citate dallo Schuchardt.

Come apparirà dal nostro esame, le basi mediolatine da cui discendono le voci germaniche e romanze sono parecchie;

(1) v. *Corpus Gloss. Latin.*, III, 599, 3; IV, 423, 19, e W. Meyer-Lübke, *Zu den lateinischen Glossen*, in *Wiener Studien*, a. 1913, XXV, p. 99; cfr. anche P. Klogger, *Das leidener Glossar.* I: *Text der Handschrift*, in *Programm des kgl. humanistischen Gymnasium St. Stephani in Augsburg*, Augsburg, 1911, p. 78.

e ciò significa che sono irradiate da luoghi diversi, e in tempi diversi; tali centri di irradiazione devono naturalmente far capo a corti, scuole, conventi, dove la scienza medica era coltivata e tenuta in onore.

Il Meyer-Lübke si mostra invece preoccupato di risalire ad un'unica forma volgarlatina, e così spiega l'evoluzione della parola: « Das griech. *β*, gesprochen *w*, geht in dem labiale Vocale auf, aus *fleotomum* wird, da *eo* kein lateinische Diphthong ist, *fletomum*, woraus über *fledomus*, afr. *fliemes*, nfr. *flamme* ». Ora quest'argomentazione passa sopra a una difficoltà non lieve, come fu già rilevato dal Salvioni (1); non tien conto che *ó* di *fleótomum* è accentato. Per spiegare il dileguo di quest' *ó* bisogna dunque supporre sia avvenuta una trasposizione d'accento; due quindi sono le spiegazioni che ci si affacciano: *flètomu* può essere il deverbale di *fletomare*, e quindi la ragione dell'accorciamento della base è da ricercare in un arizotonico *flebotomáre*; così può essere chiarita la base del cal. *jètamu* e del sic. *cittimari*, come suppose il Salvioni (l. c.); oppure tale accorciamento sarà da attribuire all'accentuazione germanica sulla prima sillaba, e in tal modo sarà da spiegare la base *flètoma* da cui discendono come vedremo l'aingl., e fors'anche le parole germaniche.

Quanto poi a *fleotomu* (e *fleodomu*), esso si stacca nettamente dai due *fletomu* a cui abbiamo accennato, e costituisce un'altra base a sè, come dimostreremo. Dato il fatto che lo troviamo diffuso largamente nel campo germanico, come vedremo meglio più innanzi, può darsi debba essere considerato esso pure come una base latino-germanica, e noi propendiamo per quest'opinione; ma nulla vieta di ritenere che *flebotomu* sia diventato *fleotomu* e *fleodomu* già in territorio latino.

Ciò premesso, passiamo a indagare i riflessi che la voce ebbe nelle varie lingue, raggruppandoli a seconda dei territori linguistici.

ant. ingl. *flytme*, *flitme*; ant. alto ted. *fliotima*, *fliodima*, *fliodema*; *flietuma*, *flietima*, *flietema*; *fliedma*; med. alto ted. *vlieteme*, *vlieme*, *vliete* ecc.; mod. alto ted. *fliete*, *flede*, *fliesse*; dan. *flitte*; fiamm. *vliem*, *vlimne*, *vlymne*; ol. *vlijm*; vall. *flime*; ant. franc. *flieme* [*flamme*], ingl. *fleam.*; prov. *fleeme*, spagn. *fleme*; tosc. *fiotano*; calabr. *jètamu*, con cui va il sicil. *cittimari*, testè rintracciato dal

(1) *Romania*, to. XXXIX, p. 450 sg.

Salvioni (*Romania*, to. 43, p. 383); un *fletumu* si legge quattro volte nel volgarizzamento della Mascalcia di Lorenzo Rusio, come rilevo da una dissertazione di laurea manoscritta del sig. Mario Sala.

Da questo specchio appare a prima vista un fatto degno di rilievo, di cui si dovrà tenere il debito conto nella discussione, la grande estensione che la parola ebbe nel dominio germanico; si deve aggiungere che la voce in forma latina è disseminata in un numero notevole di codici, pure germanici.

L'ant. ingl. *flitme* (è scritto *flytme*, ma *y* è un semplice segno grafico per *i*) deriva, attraverso a *flītumae*, da lat. *flētoma*; di esso fu largamente trattato (1).

Alla medesima base il Kluge e gli altri germanisti fanno risalire tutte le altre voci germaniche; il Pogatscher distingue più precisamente due serie di continuatori, quelli che fanno capo a *fletoma* (aingl. *flytme*, aated. *flietima*, mated. *vlieten* ecc.), e quelli che si connettono a *fledomum* (aated. *fliedima*, mated. *vliedeme* ecc.). E aated. *fliotima fliodema*, *fliodima* come dovranno essere spiegate? In parole straniere si ha talvolta *io* allato a *ie*; così *bioza* accanto a *biez*, *pieza* (lat. *bēta*), *ziogal* acc. a *ziagal*, *ziegel* (lat. *tegula*) ecc. (2).

Ma noi dubitiamo che questa spiegazione sia la vera, e trovandoci dinnanzi la parola medio latina *fleotomu*, *fleodomu*, in numerosi codici tedeschi, siamo tratti a pensare che questa sia la base di *fliotima*, *fliodema* ecc. Infatti, il dittongo *eo* della prima sillaba della base, viene nell'aated. a incontrarsi coi numerosi *eo*, derivanti da germ. *eu*, e seguendo la medesima vicenda di questi, passa poi ad *io* (3). Si sarà dunque

(1) *Litteraturblatt f. germ. u. rom. Philol.*, a. 1887, p. 114; WRIGHT-WÜLKER, *Anglosaxon and Old English Vocabularies*, 1884, 400, 11; A. POGATSCHER, *Zur Lautlehre der griechischen, lateinischen und romanischen Lehnworte im Altenglischen*, Strassburg, 1888, § 129; PAUL'S Grundriss, I, 310; K. LUICK, *Zu den lateinischen Lehnwörtern im Altenglischen*, in *Archiv f. das Studium der neueren Sprachen und Litteraturen*, a. LXV, 1911. vol. CXXVI, p. 39.

(2) SINGER, *Zum Althochd. Vokalismus*, in Paul und Braune, *Beiträge*, XI (1876) p. 393.

(3) v. W. BRAUNE, *Althochdeutsche Gramm.* 2ª ed.. Halle, 1891, § 17. c. Si noti: perchè germ. *eu* divenisse *eo* occorreva seguisse una dentale, e nella sillaba seguente una delle vocali *a*, *e*, *o*; non sarà superfluo avvertire che queste condizioni esistono anche nel vocabolo che studiamo; ma qui non sono necessarie, perchè la parola entra nel dominio aated. già con *eo*.

avuto: med. lat. *fleotomum* (o anche *fleotoma*) > aat. *fleotumu*, *fliotuma;* poi *fliotima*, > *fliotema* > *fliotma;* e parallelamente med. lat. *fleodomum* (o *fleodoma*) > aat. *flioduma* ecc.

Facciamo un altro passo innanzi: da aated. *io*, si passa verso la fine del X secolo ad *ie* (1), e quest'*ie* viene dunque a confondersi con l'*ie* che deriva da *ia* < *ea* < *ē*. La base da noi proposta può dunque valere anche per le altre forme aated. e med. a ted. giacchè da *fliotima* si arriva naturalmente a *flietima*, *vlieteme*, *vlieten*, *fliete* ecc. Ha quindi essa pure il vantaggio di spiegare tutte le voci germaniche, ad eccezione dell'ant. ingl. che risale a *flētoma*.

E questa spiegazione troverebbe una singolare conferma nell'origine delle rispettive forme medio-latine: la forma accorciata infatti (*fletomum*) si trova in territorio inglese e cioè nel glossario leidense, che, come dimostra il Traube (*N. Arch.*, XXVI, p. 234 e 237), deriva da un glossario insulare, in un glossario oxoniense (Diefenbach), e nel cod. Ambros. *B. 159 sup.*, che, come abbiamo accennato, è di provenienza bobbiese; la forma *fleotomum* e *fleodomum* è data invece da codici di origine germanica.

Contro la nostra ipotesi può sorgere un'obbiezione, in apparenza gravissima: *fleotomum* potrebbe essere il rivestimento latino dell'aated.; e se ciò fosse cadrebbero tutte le nostre congetture. Ammettiamo per un momento che l'obbiezione sia fondata, e che si debba partire dalla base con *ē*. Nell'aated. *ē* si mantiene inalterato nel sec. VIII, poi diventa *ea*, che nel IX sec. si muta in *ia*, *ie* (*io*) (2). Ora la più antica testimonianza di lat. *fleodomum* è anteriore a quest' epoca; essa è data dal codice sangall. n. 213, del VII secolo: non può essere quindi una forma ricostruita sull' aated., che a quest' epoca sarebbe stato ancora *fletuma*. Ma un'altra prova, e, crediamo, conclusiva, che *fleotomu* deve essere considerato come base delle voci germaniche, avremo esaminando l'afranc. *flieme*.

La dichiarazione di questa parola presenta pure un arduo problema che nessuno ha finora affrontato decisamente (3).

---

(1) v. W. Braune, l. c., cfr. § 33 e 36 c.

(2) Braume, op. cit., § 35.

(3) Ricordiamo qui che il Regnaud (*Dictionn. étymolog. de la langue allemande*, Paris, 1904, s. v. *Fliete*) riconnette la voce mod. alto ted. allo svevo *flieder*, *flieden* ' lancetta ', e sta bene; ma erra evidentemente quando vede in dette forme le stesse che anglos. *flān*, donde island. *fleinn* ' punta ' ' dardo '; e peggio fa poi quando le congiunge con

Il Claussen parte da un volgarlat. *flebotoma* (1), ma non ci spiega per quale via da questa base si possa arrivare a *flieme*; le difficoltà da risolvere sono due: il cambiamento di *ó* in *é* (e per spiegarlo si può pensare a un *flebétomu* deverbale di *flebetomare*), e la perdita di *v* da *b*. Per spiegare quest'ultima il Gröber ricorre al raffronto del franc. *ta-on* < lat. *tabanus* (correggi *tabonem*) (2), e ne deduce che il dileguo è avvenuto in Francia, e che perciò anche l'aated. *fliodema* deve considerarsi come una forma antica francese di transizione (3). Non solo la deduzione è falsa, ma se prestito vi fu, deve trattarsi di prestito tedesco fatto all'ant. francese; da *fliodema* si poteva infatti giungere a *flieme* come da aated. *spioz* (germ. **spiuta*) ' asta ', si arriva a afr. *espiet*, *espieut* (franco *speut*) ' spiedo ' (4); e il prestito nel caso nostro deriverebbe non attraverso il franco, come in altri casi, ma direttamente dall'aated. perchè *-e* dell'afr. postula un *-a*.

Ma possiamo riconnettere anche *flieme* direttamente a lat. *fleodoma*. Noi sappiamo che lat. *ęo* (bisillabo) diede al franco *eu*, e all'afr. *ie*; accanto a un lat. *Thęodoricu* avremo franco **Theudoric*, afr. *Tierri* (5): dunque da lat. *flęodoma* (dove *eo* è bisillabo) s'è avuto afr. *flieme;* per la caduta della postonica si veda franc. *plane* < lat. *plat(a)nu* (6).

Ci sembra, come abbiamo già avvertito, che la base da noi proposta per le voci germaniche riceva qui una nuova e definitiva conferma.

---

med. basso ted. *flitze*, *flitsche*: queste ultime provengono dal franc. *flèche* ' freccia ' (*flèche* a sua volta deriva dalla stessa rad. germ. da cui med. basso ted. *fleke*, *flicke*, medio fiamm. *flieke*); l'ags. *flān* (*flā*) e l'isl. *fleinn* si riconnettono alla radice germanica **fli* (v. Falk-Torp, *Norwegisch-dänisches etymol. Wörterbuch*, s. v. *flen* e *flitsbue*). Che *Fliete* si ricolleghi a *flietuma* è dimostrato dalle forme intermedie *fliedeme*, *fliedem*, *fleiten*, *flête* del med. alto tedesco. Qualche luce in proposito può recare un med. lat. *flebotus* che trovo nel *Glossarium mediae et infimae latinitatis regni Ungariae*, del Bartal, *s. v.*

(1) Claussen, *Die griechische Wörter im Französischen*, in *Romanische Forschungen*, XV, p. 796.

(2) W. Meyer-Lübke, *REW.*, 8507, 3.

(3) *ALLG.*, IV, 435.

(4) Bruckner, *Zeitschr. f. rom. Philol.*, XXIV, 68; Meyer-Lübke, *REW.*, 8163, Bartoli, *Dalm.*, I, 250.

(5) v. Schwan-Behrens, *Gramm.*², I, p. 34, dove troverai altri esempi.

(6) v. Schwan-Behrens, *Gramm.* I, § 120.

Vogliamo accennare anche ad un'altra spiegazione che si presenta a tutta prima molto verosimile: *flieme* potrebbe derivare da un lat. *flĕdoma;* per *ĕ* si osservi il calabr. *jetamu* che parte sicuramente da *ĕ*. Ma l'afr. appare troppo legato alle voci germaniche, e quanto abbiamo già detto esclude che questa spiegazione sia la vera.

Ci resterebbe da trattare di fr. *flamme*, ma la parola non ha nulla a che fare con *flebotomum*, e ne parliamo a parte.

Il prov. *flecme*, masch., richiede una base **flegdomu-*, e ciò fu ben visto dai compilatori del *Dictionn. général*, (s. v. *flamme*); senonchè essi fanno dipendere dalla stessa base anche le forme francesi e germaniche, e in questo sbagliano, come ha rivelato il Salvioni (l. c.), e come risulta da quanto abbiamo detto fin qui.

Che *flegdomu-* sia la base della voce provenzale sarebbe provato anche da un *flegbotomare* che si legge proprio in uno statuto di Avignone, ed è citato dal Du Cange (s. v. *flebotomare*); si tratterebbe dunque di una falsa ricostruzione dotta penetrata nell'uso comune della lingua; ma si può dubitare anche che *flegbotomare* sia il rivestimento latino della parola volgare.

Lo spagn. *fleme*, masch., deriva, per il genere e per ragioni fonetiche (cfr. sp. *llama* < *flamma*) dalla voce provenzale (Gröber, loc. cit.).

Nel toscano troviamo *fiotano* che risale verosimilmente alla forma latina; veggasi la dichiarazione che ne dà il Caix (1), avvertendo che già nel medio latino, come abbiamo visto più sopra, si trova qualche forma coll'uscita *-anus*.

Infine, a *flĕtomu* si riconnettono il cal. *jètamu*, (cfr. cal. *jume* < lat. *flumen*), il sic. *cittimari* 'flebotomare' (2), e il *fletumu*, della Mascalcia di Rusio, più sopra accennati.

***

Dobbiamo ora parlare del franc. *flamme* 'lancetta per salassare', che presenta un problema quanto mai arduo a risolvere. E correggiamo anzitutto un errore che è comunemente ripetuto: Tutti i dizionari danno *flieme* come forma di francese antico, e *flamme* come forma moderna; invece anche

(1) Caix, *Studi di etimologia italiana e romanza*, 81.

(2) *Romania*, l. c., e to. XLIII, p. 383.

flamme risale all'antico francese. Veramente il Godefroy non lo registra sotto la voce; purtuttavia, se non *flamme*, *flamer* e *flamette* sono documentati tra il 1300 e il 1400 (1); più innanzi vedremo che *flamme* in veste latina si legge anche nel sec. XIII, e anzi risale più addietro.

Quanto all'etimologia, in generale si fa derivare tanto *flamme* quanto *flieme* da *flebotomu-*, senz'altra spiegazione; solo il Dictionnaire général afferma che *flamme* viene da *flieme* per etimologia popolare; la cosa a primo aspetto non appare impossibile, tanto più che accanto a *flieme* esistevano le voci arizotoniche *fliemer*, *flimer*, dalle quali il passaggio a *flamer*, donde si sarebbe cavato *flamme*, era più facile.

Ma abbiamo detto che *flamme* è antico, e questa è una difficoltà non indifferente; tutto anzi ci induce a pensare che le due voci abbiano avuto vita indipendente, e che risalgano quindi a due basi diverse. Ma lasciando anche da un lato l'ostacolo dell'età, resterebbe pur sempre da vedere in qual modo per etimologia popolare si poteva passare da *flieme* 'bistori' a *flamme* 'fiamma'. Una spiegazione basata sull'etimologia popolare infatti, quando non abbia tutti i gradi dell'evidenza, deve essere chiarita; ad ogni modo ad essa si dovrà ricorrere solo quando non si possa dare di un fenomeno altra soluzione.

Vediamo dunque se non è possibile giungere ad una conclusione per altra via.

Si potrebbe far discendere la voce francese dalla base *fledoma*, donde *fledme* > *fleme* > *flame*, spiegando quest'ultima grafia coll'equisonanza di *e* ed *a* fr. davanti a nasale; senonchè anche qui ci si para subito innanzi una seria obbiezione; la spiegazione infatti potrebbe valere solo nel caso che *flamme* fosse posteriore all'epoca in cui $\acute{e} + nas. = \grave{a}$, e cioè alla prima metà del secolo XI (Brunot, I, 157); invece la parola s'incontra, come abbiamo già avvertito, in epoca più antica; infatti cinque codici del secolo IX, e due del X,

---

(1) v. GODEFROY, s. v. *fliemer*: vi si cita un *flammer* da un documento del 1400: 'Survint une apostume.... laquelle il fit fendre et *flammer* a un barbier'; è citato anche dal Du Cange, s. v. *flammeriari*; v. poi GODEFROY s. v. *flamete*, dove son citati parecchi esempi, e fra gli altri uno di H. De Mondeville, chirurgo del sec. XIV: 'Instrument tranchant, si comme rasoir ou *flammete*'; l'esempio è citato anche dal Littré.

contenenti le *Abavus Glossae* ci danno la glossa *flammea* 'lancea' (1).

Ora, è possibile staccare questo *flammea* che significa 'lancia' dal *flamme* di cui discorriamo, che vale 'bistori' e cioè 'piccola lancia'? (2). Evidentemente si tratta della medesima parola, e allora non può derivare da *flédoma*.

Occorre dunque mutar rotta un'altra volta. Il *flammea* 'lancea' dei glossari ci richiama al pensiero la *framea*, che fin dal tempo di Tacito era l'*hasta* dei germani; la parola visse in tutto l'alto medio evo. Può essere che *flammea* sia alterazione di *framea*?

Dal punto di vista fonetico tale mutamento è forse inspiegabile; si potrebbe pensare che il vocabolo, nella sua espansione geografica, fosse venuto a trovarsi in un territorio nel quale il trapasso *fr* > *fl* era possibile, e la nuova forma, fissatasi in tal modo, fosse penetrata nel dominio francese: ma ogni ricerca condotta su questo terreno trova ad ogni passo aspre difficoltà; tracce del mutamento esistono in territorio germanico ed anche nell'antico francese, ma sono scarse ed infide, e non possono prestarsi ad alcuna sicura conclusione.

Non ci resta dunque che vedere se il trapasso di cui discorriamo non sia avvenuto per una causa psicologica, e cioè per etimologia popolare. Noi poniamo dunque il quesito: I due concetti di 'lancia' e di 'fiamma' possono essersi confusi?

E qui ci soccorre in buon punto la testimonianza di una parola germanica, la quale reca le tracce precise di entrambi i concetti surriferiti: germ. **brand* (da *brennen* 'bruciare') si-

(1) *Corp. Gloss. Lat.*, IV, 343,39. Altri due esempi troviamo in due glossari del sec. XIII: uno reca *flammea* 'lancea'; l'altro *flammea* 'virgitas (correggi 'virginitas' e cfr. in proposito *Corp. Gloss.*, IV, 77,30, 237,50 ecc.) vel *lancea*'; sono entrambi citati dal Du Cange (s. v. *flammeriari*); questi due nuovi esempi ci tolgono ogni sospetto che nel *flammea* delle *Abavus glossae* si possa vedere un errore.

(2) cfr. fr. *lancette*, che significa pure 'bistori'; questa voce si trova anche in forma latina: *Lanceola*... gallice *flieme* (Du Cange, l. c.; Godefroy, s. v. *flieme*; è tratto da un documento del 1352): un trapasso ideologico simile a questo si ha nella radice germanica *schnipp*- donde *schnippen*, *schnippeln* e *schneppel*, che significa 'bistori da salasso' e 'coltello': *schnippum* si trova sovente negli Statuti italiani con questo significato (v. Bertoni, *L'elemento germanico nella lingua italiana*, Genova, A. F. Formiggini, 1914, p. 223-224).

gnifica appunto 'fiamma', 'incendio' e 'spada' donde fr. *brant*, *bran*, *branc*, ital. *brando*, prov. *bran*; fr., prov., it. *brandire*, asp. port. *brandir* 'impugnare', ecc. (1); e nel medesimo campo germanico: anglos. *brand* 'tizzone' e 'spada', isl. *brandr* 'tizzone' e 'lama della spada' nl. *brant* 'incendio' e 'spada'.

Non mancano poi altri dati, che si possono mandare insieme con questo di *brand*; si osservi che il lat. *titio* 'carbone acceso' diede allo spagnuolo *tizon* 'tizzone' e 'spada', accanto a *Tizona* 'la spada del Cid' che divenne femminile sull' analogia di *Colada*, altra famosa spada del Cid. (2). E ancora aated. *strâla*, mated. *strâle*, *strâl*, anglos. *strǣl*, abulg. e russo *strěla* 'freccia'; ted. mod. *Strahl* 'raggio di sole'; il vocabolo col primo significato passò nell' it. *strale* 'freccia'. È a un dipresso la stessa vicenda che si nota pel latino *sagitta* 'freccia' che passa nel dominio italiano anche col significato di 'fulmine' (3).

Strahl poi ricorda l'alem. *Geisli* 'sferza' e 'raggio di sole', i lat. *flagrare* 'ardere' e *flagrum*, *flagellum* 'sferza'.

Anche nei gerghi troviamo tracce del fenomeno, nella germania *centella* (propriamente 'scintilla', 'lampo') significa 'spada' e il *funke* ted. si rinviene nel rotwelsch, in un composto, *grassfunkel*, nel significato di 'falce', 'quasi (dice l'Ascoli) scintilla all' erba' (4).

Naturalmente l' evoluzione ideale in queste parole ha le sue radici nel linguaggio metaforico; spiegare come la metafora si sia formata è superfluo; ne troviamo tracce copiosissime naturalmente nella poesia, e ci sarebbe troppo facile raccoglierne una messe abbondante; ma ci limitiamo a trascegliere qualche esempio dalla Bibbia, il libro poetico per eccellenza. La lancia di Giobbe vi è detta *fiamma* (*Job.*, 39, 26); la spada vi è spesso paragonata alla 'fiamma che brilla'; le stelle sono le 'frecce di Dio'; *lahat*, è 'splendore' o 'fiamma della lancia'.

(1) MORITZ GOLDSCHMIDT, *Germanisches Kriegswesen im spiegel der rom. Lehnwörter*, in *Festgabe für W. Foerster*, Halle, 1912, p. 56; MEYER-LÜBKE, *REW.*, 1273.

(2) v. *Cantar de mio Cid* por R. Menéndez Pidal, II, Madrid, 1911, p. 662 sgg. e 867; cfr. DIEZ, *EW.*, I, 81, s. v. *brando*.

(3) v. GÖHRI KARL, *Die Ausdrücke für Blitz und Donner im Galloromanischen*, in *Revue de Dialectologie romane*, to. IV, 1912, p. 160.

(4) G. I. ASCOLI, *Studi critici*, Gorizia, Tipografia Paternolli, 1861, p. 142.

ed è tradotta *φλόξ* dai Settanta, *ferrum* dalla Vulgata (*Jud.*, III, 22), (1).

E mi si consenta inoltre di citare il gr. *τὰ βέλη* detto dei raggi del sole, che richiama il lat. *sol verberat*, e più i danteschi *saetta* 'raggio di sole', e *saettare* o *ferire*, detto pure dei raggi; gli *armorum fulgores* di Tacito che ricorda il manzoniano 'lampo dei manipoli' ecc.

Dunque il trapasso di cui parliamo *framea* > *flammea* è possibile; e un'altra parola ha subito la stessa vicenda fonetica, e porta nella questione un dato che oserei dire decisivo: il germ. *froberga* 'protezione del Signore' diventa nell'afr. *froberge*, *floberge*, e nel fr. mod. *flamberge*, da cui l'italiano *fiamberga* 'spada' (2).

A completare la nostra indagine esaminiamo ora brevemente se nell'ordine semasiologico vi è tra le due forme la necessaria corrispondenza, se cioè i significati attribuiti a *framea* e a *flammea* coincidono.

Al tempo di Tacito la *framea* è l'*hasta* dei germani: « *hastas*, vel ipsorum vocabulo *frameas* gerunt, angusto et brevi ferro... » e soggiunge che con esso i guerrieri combattono 'vel comminus vel eminus' (3); dunque era un'arma che si

(1) Per altri esempi v. Vigouroux, *Dictionn. de la Bible*, s. v. *flèche*, *épée* ecc.

(2) v. Godefroy, s. v. *froberge*, *floberge*; e *Dictionn. génér.* s. v. *flamberge*: 'la forme plus ancienne est *froberge* altérée depuis en *flamberge* par étymologie populaire sous l'influence de *flambe*, *flamber*'. È la nostra spiegazione, ma buttata là senza prove. Cade così l'interpretazione che fu accolta dal Goldschmidt (l. c., p. 57) e, sembra anche dal Meyer-Lübke (*REW.*, 3527) che fa derivare *froberge* e *floberge* dal germ. *froberga*, e *flamberge* da fr. *flanc* e ted. *bergen*. Si tratta invece della medesima parola! Il mated. *flamberg* è evidentemente un prestito francese. Noto qui che *flamberge* è passato anche nell'argot per 'spada'; l'argot ha inoltre, collo stesso significato, *flambe*, (v. G. I. Ascoli, op. cit., p. 120 e 142); a questo proposito il *Dictionn. génér.* scrive: « Le mot a appartenu *d'abord* à l'argot ou jargon »; pare dunque intenda che *flamberge* deve la sua forma più recente a influenza dell'argot. Mi sembra più naturale ritenere che l'argot abbia tolto a prestito la parola al linguaggio cavalleresco (e questa è, se non erro, l'opinione dell'Ascoli), e che *flambe* sia dunque cavato da *flamberge*. Si veda in proposito l'espressione gergale *soldat de la petite flambe* o anche *soldat de la petite épée* 'tagliaborse', che è tolta dal linguaggio militare. Da ultimo avverto che *flambe* è detta in senso figurato anche la spada dell'arcangelo S. Michele ondulata a modo di fiamma (*Dict. génér.*).

(3) *De origine et situ Germanorum*, c. 6.

poteva anche scagliare. Gellio (10, 25, 2) pone le *frameae* tra le armi da scagliare; le testimonianze degli altri scrittori latini concordano con quella di Tacito; la parola venne anche a significare 'gladius' in autori cristiani e nelle glosse, ma conservò sempre anche il senso primitivo di *hasta* (1).

L'*hasta*, come ognuno sa, è il termine generico con cui dai latini si indicava ogni sorta di lancia; *lancea* era un termine più specifico; di *lancea* erano armate specialmente le legioni straniere, donde si avevano in Gallia la legione chiamata dei *lancearii Sabarienses*, in Germania la *legio comitiensis* chiamata dei *lancearii Honoriani* e *Gallicani*, ecc. (2); Diodoro Siculo ci informa poi che i Galli προβάλλονται δὲ λόγχας ἃς ἐκεῖνοι λαγχίας καλοῦσι. Inoltre si sa che la *lancea* era un'arma a largo ferro e lungo manico; (l'*hasta* dei Germani, come vedemmo, era 'angustum et breve ferrum'). Mettiamo insieme tutti questi dati, e ci spiegheremo facilmente perchè la *flammea*, più recente, che è detta 'longissima et acutissima' (*Corp. Gloss.* V, 10; V, 634, 43), fosse spiegata piuttosto col nome di 'lancea' che con quello di 'hasta'. Del resto anche la *framea* è detta in una glossa 'lancea' (*Corp. Gloss.*, 634, 43).

Cosicchè neppure nell'ordine semantico nulla vi è che contrasti coll'identificazione da noi stabilita; ci sembra quindi si possa dedurre con tutta sicurezza che il *flammea* dei glossari altro non è che il *framea* dei testi latini; è la forma, modificata per etimologia popolare, della più antica parola latina.

Si può dunque affermare che in territorio francese in epoca certamente antica si ebbe un *flamme* (lat. *flammea*) col significato di 'lancia', da cui derivò *flammette* 'bistori'; si confrontino le voci perfettamente parallele *lance* (lat. *lancea*) 'lancia', e *lancette* (latinamente *lanceola*) 'bistori'; e forse non è un puro caso che la forma sotto cui ci si presenta primamente la parola che significa 'bistori' è il diminutivo *flammette*.

Ora viene naturale domandare da qual parte sia pervenuto alla Francia questo vocabolo; dal germanico, dal latino, o da

(1) Müllenhoff, in *Anzeiger der Zeitschrift f. deutsches Altertums*, VII, 216; Bertoni, *L'elemento germanico nella lingua italiana*, Genova, A. F. Formiggini, 1914, p. 6 e 120.

(2) v. Darenberg e Saglio, *Dictionn. des Antiquités*, s. v. *lancearius*.

qualche altro territorio linguistico? Un esame attento delle glosse getta ancora qualche luce sulla questione; infatti troviamo due passi che hanno per noi un'importanza grandissima: '*framea* gladius versatilis sive *lancea Armorecanorum* (leggi *Armoricorum*)' '(*Corp. Gloss.*, V, 634, 43); e nelle glosse di Placido: *framea* (leggi *frameae*) aste longissime sunt, *quibus etiam nunc Armorici uldentes* (leggi *utentes*) hoc nomen tribuit (leggi tribuunt)' (*ib.*, V, 10).

Qui pertanto si afferma che la *framea* è la lancia degli Armorici; ma non basta; nel secondo passo, Placido, nel ricopiare la glossa, aggiunge una notizia storica contemporanea del più alto interesse: ci informa che gli Armorici, al suo tempo (V-VI secolo), usavano ancora le *frameae* e le chiamavano con quel nome.

Dunque è nel bretone che la parola e la cosa sono passate già nel primo medio evo; dobbiamo quindi ripigliare le mosse di qui, e vedere se in questa lingua sia rimasta traccia di tale uso: lat. *framea* avrebbe dato al bretone antico e medio *fraim* al moderno *frem*; e ammettendo che il mutamento *fr* > *fl* fosse qui avvenuto, *flammea* sarebbe diventato rispettivamente *flaim*, *flem*: (cfr. *braich*, *brech* da lat. *brachium*, e per l'*a* finale *flamm* da lat. *flamma*); orbene, nel bret. mod. abbiamo *flem* col significato di 'pungiglione', e una numerosa serie di derivati, *flemma* 'pungere', *flemmad* 'colpo di p.', *flemmer* 'colui che punge', *flemmerez* 'azione di pungere' ecc.;

Non è ancora la prova che ci occorre; ma continuando l'indagine abbiamo potuto rintracciare nel medio bretone la parola, certamente rarissima, che ci fu conservata da un medico filologo del sec. XVI: *flaim* 'lancetta da salassare' (1). Si potrebbe pensare che si tratti di un prestito francese; ma fr. *flamme* avrebbe dato al bret. *flamm*.

---

(1) È riportata da Le Pelletier (*Dictionn. de la langue bretonne*, Paris, 1732), che la toglie dal dizionario bretone-latino di John Davies, (*Antiquae linguae britannicae dictionnarium duplex*, etc., London, 1632); questo dizionario nel primo volume reca: *flaim* 'phlebotomus', e nel secondo: *Phlebotomum, i*, 'flaim, i ollwing gwael': c'est à dire (spiega il Le Pelletier) 'pointe pour tirer du sang'. Noto che il Davies usò fra altri anche di materiali abbondanti raccolti da un medico del Cinquecento, Th. William, e ciò spiega come ci sia stata tramandata una parola tecnica, che gli altri dizionari, sembra, non raccolgono. Per più ampi ragguagli v. TOURNIER, *Esquisse d'une histoire des études celtiques*, Liège, 1905, p. 119-122.

Ora può *flemm* 'pungiglione' essere il continuatore di *flaim* 'lancetta'? Così nell'ordine fonetico come in quello semasiologico, nessuna difficoltà si può opporre a tale identificazione; ma noi possiamo anche offrirne la prova sicura. Nel bretone esiste un'altra parola *broud* 'carbone acceso' 'fiamma' (anche in *flaim* i parlanti dovevano sentire una parentela con *flamm*) e 'pungiglione': essa ha dunque i due significati di *flamm* e di *flem*. Sembra, è vero, che *broud* 'carbone acceso' e *broud* 'pungiglione' facciano capo a due radici differenti (1); ma questo fatto può aver valore per i dotti; per i parlanti si trattava di due voci omeotrope, sentite come un'identica parola; e quindi è fuor di dubbio che possono avere influito sull'evoluzione semantica di *flem*. E così resta superata anche quest'ultima piccola difficoltà.

Possiamo ora dunque così conchiudere: La *framea*, l''hasta' degli antichi Germani, era nel VI secolo la lancia degli Armorici; presto la parola si alterò in *flammea* per etimologia popolare; in glossari del IX secolo troviamo la forma già fissata, come abbiamo veduto. Sotto questa stessa forma modificata la voce si trova anche in Francia, e tanto nel bretone (*flaim*) quanto nell' ant. franc. (*flamme*, *flammette*) venne a significare 'lancetta per salassare' nel francese si passò prima da *flamme* 'lancia' a *flammette* 'bistori'; poi il senso del diminutivo fu esteso anche a *flamme*.

Forse le due parole, bretone e francese, sono indipendenti, e risalgono ciascuna a mlat. *flammea*, ed è l'ipotesi più verosimile; fors'anche la francese è un prestito bretone; in questo caso *flaim* diventò *flamme* sotto una lieve spinta di etimologia popolare.

Aggiungiamo infine che dal francese *flamme* derivano l'ingl. *fleam* e il piem. *fiama* 'bistori'; l'ital. *fiamma*, termine tecnico usato dai medici fino ai nostri giorni, è un francesismo abbastanza antico (2).

---

(1) v. Holger Pedersen. *Vergleichende Grammatik der keltischen Sprachen*, I vol., Göttingen. 1909, p. 113 e 115.

(2) v. Tommaseo-Bellini, s. v.; v. ancora Lanzillotti Buonsanti e Pini, *Dizionario tecnico di termini antichi e moderni delle scienze mediche e veterinarie*, Milano, Fr. Vallardi, 1875, s. v. *flebotomo*: 'È una *fiamma*, per salassare i cavalli'; s. v. *fiamma*, dopo aver dato i termini francese, inglese, tedesco ecc., si soggiunge: 'così detta dal nome del suo inventore'!!! Ricordiamo infine che in italiano, a indicare 'bistori' visse anche la voce *saetta*, chiamata così dalla sua forma, quasi 'sagitta'. (v. Tommaso-Bellini, s. v.).

Abbiamo così fissata una nuova base latino-germanica, *flammea* (< *framea*) che reclama il suo posto nel dizionario latino-romanzo; essa, come abbiamo visto, ha dei continuatori nel campo neolatino e nel campo celtico. Vien fatto di domandarci se non abbia lasciato alcuna traccia nel suo paese d'origine. Nell' aated. troviamo un *brâme* 'spino' 'pungiglione' ecc., a cui s' adatta benissimo la base *framea*; questa etimologia non si trova accolta nei lessici tedeschi; evidentemente il significato di *brâme* costituisce una, sebbene lieve, difficoltà, da noi già superata da quel che abbiamo detto del bret. *flaim flem*, dove pure si passa dal significato di 'lancia' a quello di 'pungiglione'. Aggiungiamo qui un altro esempio calzante; l'isl. *fleinn* ha esso pure il doppio valore di 'asta' e di 'aculeo'.

SUL PRETESO AGNOSTICISMO
DEI PRESOCRATICI

Nota del prof. CESARE RANZOLI

(Adunanza del 3 dicembre 1914)

Quando una dottrina riesce a suscitare qualche interesse nel mondo speculativo, accade sempre che apologisti e detrattori si diano a scrutare il passato per fabbricarle l'albero genealogico. Gli intendimenti, com'è naturale, sono opposti.

Per gli uni la ricerca storica deve dimostrare che la nuova dottrina poggia sopra i fondamenti più solidi e vetusti, per gli altri che s'identifica in tutto con errori antichi e già condannati. Ma così gli uni come gli altri, mancando della serena obbiettività dello storico, sono condotti solitamente a vedere identità o somiglianza dove c'è soltanto una lontana analogia; a confondere gli antecedenti logici e cronologici d'una idea con l'idea stessa, dimenticando che anche le dottrine, come gli eventi storici, non possono nascere se non quando siansi maturate ad una ad una le condizioni ideali necessarie. In tal modo la storia della filosofia diventa per essi un campo di facili esercitazioni, e lo scorrono in lungo e in largo con la più invidiabile sicurezza. I più modesti si fermano alle due Critiche o arrivano al Rinascimento. Gli altri risalgono a Platone e ad Aristotele, quando non si spingono fino ai presocratici o addirittura alle antiche filosofie orientali.

Ciò è accaduto anche all'agnosticismo; una dottrina che si prestava mirabilmente a simili esercitazioni, sia per la grande indeterminatezza dei suoi contorni, sia per il fermento d'odj e di amori da essa suscitati nei dominj della filosofia, della religione, della scienza e della politica.

Il Flint, che sull'argomento ha scritto l'opera sino ad oggi più compiuta, afferma non solo che l'agnosticismo *is older than*

Christianity or than any European nation, and has followed a course just as real and traceable as that of a religion or a kingdom (1), ma lo ritrova già nelle antichissime filosofie della China, dell' Egitto, della Persia e dell 'India; tantochè divide la storia dell'agnosticismo in tre grandi periodi: orientale, classico, moderno. Altri, come George Lucas non comincia che dalle scuole filosofiche indiane, constatando come *so far as the selfamness of intelligence, sensation, matter is concerned, the Agnostic has made no advance on the ancient Hindu* (2).

Per quanto riguarda le filosofie orientali, non intendiamo controllare codeste affermazioni. Esamineremo invece qual fondamento possa avere la designazione di agnostiche attribuita da codesti autori — e da altri che verremo citando — alle dottrine di alcuni presocratici; e precisamente di quelli che, come Senofane, Parmenide, Eraclito, Empedocle, Democrito, Protagora, sembrano giustificare in qualche modo la designazione e la ricevono con maggior frequenza.

Il concetto della limitazione delle conoscenze umane appare molto presto nella storia del pensiero greco. Già nei frammenti dei primi filosofi (3) s'incontrano non di rado espressioni di sconforto per l' ignoranza alla quale l' uomo sembra condannato, per i confini ristretti entro i quali il sapere umano è racchiuso; e sebbene non sia da attribuire alcun valore filosofico alle cosmologie di Esiodo, di Ferecide, di Epimenide, di Acusilao ecc. — strettamente congiunte alla religione e per-

(1) *Agnosticism*, Edinburgh and London, 1909, p. 77.

(2) *Agnosticism and religion*, Baltimore, 1895, p. 19.

(3) Per questi mi son servito del *Philosophorum graecorum fragmenta* G. A. Mullach, Parigi, 1867-75; e delle storie della filosofia dello Zeller, *Die Philosophie der Griechen*, II. ed. del 1876; del Gomperz, *Les penseurs de la Grece*, Losanna, 1904; del Ritter e Preller, *Historia philosophiae graecae et romanae ex fontium locis contexta* (curata dal Teichmüller), Gothae, 1875; B. Muenz, *Die Keime der Erkenntnisstheorie in der vorsophistischen Periode der griechischen Philosophie*, Vienna 1880; del Natorp, *Forschungen zur Geschichte des Erkenntnissproblem im Alterthum: Protagoras, Demokrit, Epikur und die Skepsis*, Berlino, 1884; del Freytag *Die Entwicklung der griechischen Erkenntnisstheorie bis Aristoteles*, Halle, 1905.

vase dal concetto del miracoloso — è tuttavia degno di nota come in esse, che preparano la riflessione successiva intorno ai problemi cosmologici, il principio di tutti gli esseri e di tutti i fenomeni sia posto in qualche cosa d'inesplicabile, di incomprensibile, da cui ogni altra cosa e fenomeno è fatto uscire mediante un'analogia (generazione) tolta dall'esperienza più comune: in Esiodo è il Caos che sta all'origine delle cose, e da esse si generano l'Erebo e la Notte; in Ferecide è Zeus che produce il mondo con la potenza incomprensibile di un dio; in Acusilao è ancora il Caos che esiste da principio e genera due esseri, uno femminile e uno maschile, la Notte e l'Erebo.

Ad ogni modo qui ci troviamo nel dominio dell'imaginazione. La riflessione scientifica sulle ragioni ultime dei fenomeni, sull'origine e il principio di tutte le cose non comincia che più tardi, con le scuole ionica, pitagorica ed eleatica: ed in esse troviamo i primi accenni intorno al fatto del conoscere e ai suoi limiti. Così Alcmeone, medico crotonese e seguace della filosofia pitagorica, quantunque affermi la parentela intellettuale dell'uomo con ciò che è eterno, attribuisce alla sola divinità il potere di conoscere quello che si nasconde sotto le apparenze sensibili: l'uomo non può che congetturarlo *(τεκμαίρεσθαι)*. Ecfante, discepolo di Pitagora e di Democrito, considera gli elementi primitivi dei numeri (atomi) come invisibili, e quindi come inconoscibile l'essenza delle cose.

Con la scuola eleatica s'inizia quella distinzione tra il sensibile e il razionale, che doveva assumere più tardi tanta importanza sia per la teoria della conoscenza che per la metafisica. Il problema che la travaglia, e che sembra farla oscillare tra l'agnosticismo e lo scetticismo, è appunto quello dei rapporti tra il sensibile ed il reale: se questo è uno e immutabile, come può derivarne il variabile ed il molteplice offerto dall'esperienza sensibile? Senofane, il fondatore della scuola, pare consideri talora come inesplicabile il rapporto del sensibile col reale, mentre altre volte par riserbare la verità alla sola conoscenza razionale (1). Ma in realtà egli è convinto che la certezza assoluta è irraggiungibile, che non si può mai avere la perfetta sicurezza di conoscere il vero, cosicchè egli stesso presenta sempre le proprie idee come verosimili: *καὶ τὸ μὲν οὖν σαφὲς οὔτις ἀνὴρ γένετ' οὐδέ τις ἔσθαι εἰδὼς 'αμφὶ Θεῶν τε καὶ ἅσσα*

(1) Fr. 14.

λέγω περὶ πάντων· εἰ γὰρ καὶ τὰ μάλιστα τύχοι τετελεσμένον εἰπών, αὐτὸς ὅμως οὐκ οἶδε· δόκος δ' ἐπὶ πᾶσι τέτυκται. Nessun uomo, dice Senofane, ha mai raggiunto nè potrà raggiungere mai una completa certezza intorno agli dèi e a quello che si può dire in una sola parola il Tutto; e dato pure che alcuno riuscisse a scoprire la verità, egli non se ne accorgerebbe, poichè su tutte le cose è distesa l'apparenza. Concetto, questo, veramente importante, e che, considerato in sè stesso, sembrerebbe quasi accennare ad una interpretazione fenomenistica del problema della conoscenza. Alcuni storici della filosofia credettero infatti di riconoscere nel filosofo di Colofone « una coscienza perfettamente sobria e chiara dei limiti della conoscenza umana » (1); per altri la sua dottrina è senz'altro agnostica (2); per altri ancora è una forma di « no systematic skepticism » (3). Noi vedremo tra breve come queste interpretazioni estendano in modo illegittimo la reale portata delle dottrine di Senofane.

In Parmenide e in Melisso l'opposizione tra le due forme di conoscenza è affermata in modo ancora più reciso. Secondo essi, la concezione esatta delle cose non può ottenersi che astraendo dalla molteplicità e dalla mutabilità delle apparenze sensibili, per cogliere quel sostrato semplice ed immutabile che è il solo vero e reale; soltanto la conoscenza intellettuale o astratta conduce alla verità, e soltanto alla ragione spetta di giudicare. Per questo Parmenide esorta a non avere alcuna fiducia nei sensi che sono la causa di tutti i nostri errori, e ad affidarci soltanto alla ragione (4). Melisso, il contemporaneo di Protagora, nella sua prosa chiara e vivace è ancor più esplicito di Parmenide nel condannare la testimonianza dei sensi. In un lungo brano — dopo avere osservato che se noi vediamo e conosciamo in una maniera vera « ogni cosa dovrebbe essere come da principio era apparsa, e non trasformarsi e cambiare di natura ma essere sempre ciò che essa realmente è » (εἶναι χρὴ ἕκαστον τοιοῦτον, οἷόν περ τὸ πρῶτον ἔδοξεν ἡμῖν, καὶ μὴ μεταπίπτειν μηδὲ γίνεσθαι ἑτεροῖον, ἀλλ' αἰεὶ εἶναι ἕκαστον οἷόν περ ἔστιν), laddove invece tutto si trasforma e tra ciò che una cosa era e ciò che essa è vi ha tanta differenza come tra due oggetti

(1) Gomperz, *Op. cit.*, I, 177.
(2) G. I. Lucas, *Op. cit.*, p. 19.
(3) Lewes, *History of Philosophy*, New York, 1866, vol. I, p. 46.
(4) V. 33 e segg.; anche i v. 52 e segg.

senza relazione tra loro — egli viene alla conclusione che, dunque, « noi non vediamo nè conosciamo *ciò che è* realmente » (*ὥστε συμβαίνει μήτε ὁρῆν μήτε τὰ ἐόντα γινώσκειν*, (1).

Questa sfiducia nei dati della conoscenza sensibile è implicita anche nella dottrina di Zenone, la cui dialettica fornì in buona parte le armi alla critica posteriore dei sofisti. I suoi celebri argomenti contro la pluralità e il movimento, intorno ai quali si sono affaticati i più grandi pensatori da Aristotele a Hegel, convergono tutti nel concludere alla razionale insussistenza di ciò che di più costante e irrefutabile sembra esservi nell'esperienza sensibile « essi mostrano almeno, dice un agnostico moderno, che la possibilità del movimento, quantunque certa come fatto, non può essere concepita come possibile, in quanto involge una contraddizione » (2).

Ma quale significato dobbiamo attribuire a queste primitive dottrine sul valore e sui limiti della conoscenza? Senza soffermarci agli accenni di Alcmeone o di Ecfante, troppo imprecisi ed in parte contradditorj (3), noi non possiamo che considerare illegittimo l'appellativo di agnostica attribuito da alcuni autori alla dottrina eleatica (4). Anzitutto, se essa considera come illusoria la testimonianza dei sensi, accorda però tanta fiducia al potere della ragione, da crederla capace di farci penetrare nell'essenza stessa della realtà; quell'essenza della realtà che l'agnosticismo, in tutte le sue forme, dichiara assolutamente inconoscibile. Parmenide giunge persino a sopprimere ogni differenza fra soggetto pensante e oggetto pensato, enunciando espressamente quell'identità eterna del pensiero con l'essere, che costituisce la formula tradizionale del gnosticismo: « il pensiero è la stessa cosa dell'essere; poichè senza l'essere, sul quale si posa, non puoi trovare il pensiero; il pensiero è identico all'oggetto del pensiero (*ταυτὸν δ'ἐστὶ νοεῖν τε καὶ οὕνεκέν ἐστι*

---

(1) Fr. 17.

(2) W. Hamilton, *Lectures on metaphysics*, Edinburgo, 1859, vol. II, p. 373.

(3) Zeller *Op. cit.* vol., I, p. 453 segg.; 459. Va notato però che in questi ultimi anni i meriti di Alcmeone furono rivendicati dal Gomperz *Op. cit.* I, p. 249, che lo considera come il primo che abbia concepita la subbiettività della sensazione, e dal Diels (*Gorgias und Empedokles* pag. 11) che ne fa l'ispiratore diretto di Empedocle per quanto si riferisce alla teoria della visione.

(4) Oltre il Lucas, già citato, cfr. anche il Flint, *Op. cit.*, p. 83.

νόημα) (1). Questa fiducia nella conoscenza razionale non è condivisa da Senofane; tantochè, come vedemmo, alcuni storici della filosofia, basandosi sui suoi lamenti intorno all'incertezza e alla limitazione del sapere umano, lo rappresentano come uno scettico. Ma, osserva lo Zeller « non si deve confondere codesta riserva del filosofo con una teoria scettica, per quanto tale riserva parta certamente da una disposizione al dubbio; poichè se qui è affermata l'incertezza della scienza, essa non è una conclusione ricavata dallo studio generale della nostra facoltà di conoscere, ma è semplicemente un risultato dell'esperienza personale del filosofo » (2).

I concetti degli eleatici sul valore della conoscenza, non risultano infatti da un'analisi psicologica dei poteri umani di conoscere, della quale non si sentiva ancora tutta la necessità, ma sono una conseguenza diretta della loro dottrina metafisica sulla natura dell'essere; la quale si trovava così lontana dall'opinione comune e in così aperto contrasto con l'apparenza sensibile, da non poter essere altrimenti giustificata che negando all'apparenza stessa qualsiasi valore (3). Ciò è tanto vero che nelle ulteriori deduzioni i filosofi eleatici non s'accorgono nemmeno di contraddire apertamente ai loro concetti gnoseologici. Senofane, ad esempio, non ha alcun dubbio sulla verità delle proprie dottrine teologiche e fisiche, e Parmenide fa derivare tanto il pensiero che la percezione dalla stessa fonte, la mescolanza delle sostanze nel corpo umano (4).

---

(1) V. 94 e segg.

(2) *Op. cit.*, p. 504.

(3) « Essi contrappongono la verità all'opinione, — dice il Windelband — ciò che spesso vuol dir soltanto che la loro dottrina è vera, e le opinioni degli altri false. Questo solo per loro è certo: che la loro intuizione personale deve esser attribuita alla riflessione, laddove la gran massa degli uomini persistono nell'illusione del senso ». *Storia della filosofia*, trad. it., Sandron, vol. I, p. 73.

(4) Verso 146 e segg. Aristotele lo pone infatti tra coloro che hanno identificato il pensiero e la sensibilità, *Metaph.*, IV, 5, 1009 b, 12, 21. Osserva anche il Freytag che la sfiducia di Parmenide nella conoscenza sensibile non discende da un esame dei processi percettivi, ma dall'analisi degli oggetti stessi della conoscenza scientifica o filosofica, che, non essendo legittimati dalla percezione, non potevano essere fondati che sul pensiero puro, *auf dem Verstande, dem reinen Denken. Op. cit.*, p. 12-13. Cfr. G. Grote, *Aristotle*, Londra, 1872, vol. II, p. 311.

Le stesse considerazioni si possono fare riguardo ad Eraclito. Egli pure considera come ingannevoli i dati offerti dal senso e si lamenta di non trovare in alcuna parte la vera conoscenza; egli pure si mostra sfiduciato davanti all'immensità dell'ignoto che circonda l'uomo, e si accontenta di fare come il cercatore d'oro che trova poco con fatica molta, *χρυσόν οἱ διζήμενοι γῆν πολλὴν ὀρύσσουσι καὶ εὑρίσκουσιν ὀλίγον* (1). Ma egli pure, come gli Eleatici, non è condotto a tali affermazioni da un qualsiasi esame intorno alle condizioni prime di conoscere, ma soltanto dalla sua personale esperienza e dalla necessità di mantenersi fedele ad una dottrina, che si scostava tanto dalla testimonianza dei sensi da costringerlo a togliere a questa ogni valore; egli pure è così lontano da dubbi scettici e da tendenze agnostiche, da ammettere come possibile all'uomo di liberarsi dalle apparenze illusorie della sensibilità e di penetrare mediante la propria attività intellettuale nell'essenza eterna delle cose (2).

Maggiore importanza per l'oggetto della nostra ricerca hanno invece i concetti che, intorno al meccanismo e all'estensione della conoscenza umana, si trovano nei frammenti di Empedocle e di Democrito; importanza non rilevata affatto da quanti si occuparono sino ad ora dell'origine dell'agnosticismo.

Il filosofo di Girgenti, sviluppando un'idea già espressa da Parmenide, spiega la conoscenza sia sensibile che razionale mediante una somiglianza tra gli elementi del nostro corpo e gli elementi delle cose. Perchè si abbia la sensazione, le particelle minutissime e invisibili emananti dagli oggetti devono entrare in contatto con le parti simili degli organi di senso, contatto che può avvenire sia col trasportarsi delle molecole negli organi stessi attraverso i pori, come avviene per l'olfatto e il gusto, sia inversamente come per la vista: quindi « mediante la terra noi vediamo la terra, con l'acqua l'acqua, con l'etere il divino etere, col fuoco il fuoco distruttore, con l'amore l'amore, con l'odio l'odio funesto » (3). Con analogo processo avviene la conoscenza razionale, quantunque essa sia posta dal

(1) Fr. 19; Zeller, *Op. cit.* I, p. 654 e 570.

(2) Natorp, *Op. cit.* p. 104-107.

(3) Versi 321 e segg.

nostro filosofo al di sopra di quella sensibile: ogni cosa è dotata della facoltà di pensare, e noi pensiamo ogni elemento mediante l'elemento simile esistente nelle cose, compiendosi tale mescolanza degli elementi in ogni parte del nostro corpo, ma di preferenza nel sangue del cuore.

Da questa dottrina, che per quanto rozza e fantastica costituisce un notevole tentativo di spiegazione del meccanismo del conoscere, si ricava immediatamente una conseguenza molto importante: che cioè soltanto quelle cose potranno divenire oggetto di cognizione, i cui effluvi corrispondano esattamente per forma e per grandezza ai pori dei nostri organi di senso, oppure quelle le cui emanazioni corrispondano agli effluvi emananti dagli organi stessi; le altre, che tale corrispondenza non presentino, ne rimarrano escluse e quindi saranno inconoscibili.

Ed è specialmente dalla teoria della visione, a cui Empedocle diede maggior sviluppo, che tale conclusione sembra balzar fuori più chiaramente (1). L'occhio è composto quasi interamente nel suo interno di acqua e di fuoco, contenuti e protetti tra le finissime membrane della cornea: allorchè gli effluvi ignei o acquei emessi dai corpi s'accostano all'occhio, escono dai fori di questo, per l'alterazione degli elementi simili, e s'avanzano loro incontro le particelle corrispondenti: il contatto degli uni con gli altri, che avviene fuori dell'occhio ma vicino alla sua superficie, produce la sensazione visiva. Ora, il fuoco contenuto negli occhi servendo alla percezione delle sostanze chiare, l'acqua alla percezione delle oscure, e trovandosi le due sostanze in quantità maggiore o minore negli occhi dei diversi soggetti, ne risulteranno in questi dei modi differenti di visione; non solo, ma siccome i pori delle membrane, che rivestono le sostanze della pupilla, non lasciano passare se non quelli tra gli effluvi che ai fori stessi corrispondono, ne consegue che la nostra conoscenza visiva del mondo esterno è sottomessa al realizzarsi di tali condizioni, oltre le quali si dovrà ammettere l'esistenza di un mondo di cose o di fenomeni per loro natura inaccessibili alla conoscenza stessa.

Dai frammenti rimasti non sembra che Empedocle abbia ricavato esplicitamente questa conclusione dalla sua dottrina, nè forse è fuor di luogo ricordare qui la profonda osser-

(1) Questa teoria è riassunta con molta precisione dal Gomperz, *Op. cit.* I, p. 249 e segg.

vazione del Batteux: « non si ha mai il diritto di prestare agli antichi le conseguenze dei loro principj o i principj delle loro conseguenze ». È certo però che a tale conclusione, partendo dalle stesse premesse, giungerà di lì a poco un altro grande filosofo, Democrito d'Abdera; e che la dottrina del filosofo agrigentino, considerata nel suo tessuto logico, presenta per la prima volta il concetto di una possibile irreducibilità delle condizioni obbiettive dell'essere alle condizioni soggettive del conoscere. A tale concetto, che poteva schiudergli innanzi agli occhi della mente la visione spenceriana di plaghe dell'essere precluse per sempre alla conoscenza nostra, di un mare infinito per il quale, diceva il Littré, non abbiamo nè barca nè vela, sono forse da riferirsi i noti versi, in cui deplora con accento di tanto sconforto la ristrettezza dei limiti entro i quali è rachiuso il sapere umano:

στε. νωποὶ μὲν γὰρ παλάμαι κατὰ γυῖα κέχυνται·
πολλὰ δὲ δείλ' ἔμπαια, τά τ' αμβλύνουσι μερίμνας.
παῦρον δε ζωῆς ἀβίου μέρος ἀθρήσαντες
ὠκυμόροι καπνοῖο δίκην αρθέντες ἀπέπταν,
αὐτὸ μόνον πεισθέντες, ὅτῳ προσέκυρσεν ἕκαστος
παντόσ' ἐλαυνόμενος, τὸ δ' ὅλον μάψ εὔχεται εὑρεῖν·
οὕτως οὔτ' ἐπιδερκτὰ τάδ' ἀνδράσιν οὔτ' ἐπακουστὰ
οὔτε νόῳ περιληπτά. σὺ δ' οὖν, ἐπεὶ ὧδ' ἐλιάσθης,
πεύσεαι οὐ πλέον ἠὲ βροτείη μῆτις ὄρωρεν.

Interpretato largamente, questo frammento, ch'è uno dei più chiari rimastici, esprime in sostanza i seguenti concetti: assai ristretti sono i mezzi di conoscenza che i nostri organi posseggono, e per di più molte miserie vengono a troncare le nostre assidue riflessioni; dopo una breve e dolorosa esistenza alzati a guisa di fumo siam portati via dal destino, d'una cosa sola persuasi: che l'uomo può arrivare ad un qualsiasi grado di sapere, può spingere le proprie indagini in qualsiasi direzione, ma non riuscirà mai ad esaurire la conoscenza del tutto; vi sono per tal modo delle cose inaccessibili sia alla nostra esperienza sensibile, sia alla nostra conoscenza razionale; tu dunque, essendo soggetto a tale disgraziata necessità, non potrai mai oltrepassare i limiti che all'umano intelletto sono inerenti.

Ma la conseguenza, contenuta nel principio generale che il simile può agire soltanto sul simile, e che la percezione di ogni cosa avviene per mezzo della parte del nostro corpo ad

essa affine, noi la troviamo espressa in modo esplicito in Democrito, che quel principio aveva accettato da Parmenide e da Empedocle. Asserisce infatti Stobeo che « Democrito insegnava esservi una sproporzione tra il sentito e il sensibile, e che la maggior parte delle cose percepibili ci restano affatto sconosciute per la mancanza di ogni relazioue tra esse e i nostri sensi » (*Δημόκριτος πλείους μὲν εἶναι τὰς αἰσθήσεις τῶν αἰσθητῶν, τῷ δὲ μὴ ἀναλογίζειν τὰ αἰσθητὰ τῷ πλήθει λανθάνειν*) (1). Plutarco attribuisce a Democrito un' altra conseguenza della dottrina della relatività della sensazione, che cioè altri esseri diversamente costituiti, compresi gli animali, potessero avere dei sensi che mancano all' uomo (2).

Nè meno significative appaiono le riflessioni piene di sconforto, che anche a Democrito, come già a Senofane, a Parmenide e a Empedocle, sono suggerite dalla insufficienza dei mezzi umani di conoscere, dalle barriere che circondano tutt' intorno i ristretti dominj della scienza. Democrito non è scettico, nè dimostra alcuna tendenza allo scetticismo: lo prova non solo la sua opposizione vivace alla sofistica di Protagora e l' attestazione degli stessi scettici posteriori (3), ma più ancora il fatto d'aver costruito su basi razionali un sistema scientifico e filosofico, sulla verità del quale non prova alcun dubbio, come non ha nessun dubbio intorno al valore assoluto della proposizione su cui il sistema s' appoggia, che cioè non esistono se non atomi e vuoto (4). I suoi lamenti sulla ristret-

---

(1) Nel *Florilegium*, IV, 233, ed. Mein. Questa interpretazione del brano di Stobeo credo la più soddisfacente, accordandosi essa con la dottrina del filosofo d' Abdera.

(2) È questo il senso che anche lo Zeller attribuisce al passo curioso di Plutarco, *Plac.* IV, 10, 3: *Δημόκριτος, πλείους εἶναι αἰσθήσεις περὶ τὰ ἄλογα ζῷα καὶ περὶ τοὺς θεοὺς καὶ σοφούς*,

(3) Zeller, *Op. cit.*, p. 752, n. 3; Natorp, *Op. cit.*, p. 42-55 e segg.

(4) Il Natorp considera per ciò il sistema democriteo come razionalistico, quantunque in senso diverso da quello eleatico: « Hiernach ist man doch genöthigt, das Fundament der atomistichen Ansicht als ein *rationales* zu bezeichnen.... Das « Wahre », die Realität, liegt auch den Atomisten keineswegs in den Erscheinungen der Sinne, sondern in Begriffen des Verstandes; nur nicht in solchen, welche, wie die eleatischen, die Erscheinung einfach und schlechtin negiren, sondern auf sie allerdings eine nothwendige Beziehung haben und ihre Bewährung allein darin finden, dass sie die Erscheinungen erklären, ein Verständniss derselben eröffnen.... Das ganze eigenthümliche Verdienst des Atomismus liegt in dieser grundsätzlichen Klarstellung desjenigen Verhältnisses von Begriff und Sinneserscheinung ». *Op. cit.*, p. 171.

tezza del sapere umano sembrano quindi avere un carattere più agnostico che scettico, in quanto non si riferiscono alla impossibilità di cogliere il vero (negli atomi e nel vuoto il pensiero coglie anzi la vera essenza delle cose), ma alla impossibilità, inerente alla stessa natura umana, di raggiungere una conoscenza completa del tutto, di diradare il buio immenso che ci attornia. Quand'egli esclama: « la verità abita nel profondo; nulla percepiamo di certo intorno a nessuna cosa, ma su tutto si forma l'opinione secondo il giudizio preponderante (*οὐδὲν ἴδμεν περὶ οὐδενός, ἀλλ' ἐπιρρυσμίη, ἑκάστοισιν ἡ δόξις*); la realtà è inaccessibile agli uomini, conoscere qual sia ciascuna cosa è impresa ben difficile » (*ἐτεῇ οἷον ἕκαστο', γινώσκειν, ἐν ἀπόρῳ ἐστίν*) (1); noi dobbiamo accogliere queste espressioni come riferentisi non già alla credenza nel mondo dei corpi, e nemmeno all'ipotesi intorno agli atomi, al vuoto e alle proprietà fondamentali della materia, bensì alla imprecisione e alla insufficienza dei nostri stromenti conoscitivi, che ci vietano di squarciare il velo dell'universo. « Il filosofo — osserva il Gomperz — si poneva costantemente questo problema: quali processi reali sfuggenti alla percezione diretta possiamo noi supporre dietro i fenomeni che si impongono ai nostri sensi? Quali movimenti materiali dobbiamo noi presupporre per spiegare i fenomeni senza far violenza alle energie naturali conosciute o alle proprietà delle cose? E questi problemi che assediavano lo spirito dell'abderitano, portato di preferenza allo studio dei fatti particolari, gli facevano sentire costantemente l'insufficienza delle sue risorse interne ed esterne, e gli strappavano codesto lamento senza posa rinnovato, che prova con forza uguale la sua insaziabile sete di conoscere e la critica vigilante che esercitava su sè stesso » (2).

Così possiamo spiegarci la distinzione che Democrito, nei brani riportati incompletamente da Sesto, stabilisce tra le due forme di conoscenza, la chiara e l'oscura: « Vi sono due specie di intelligenza, una *vera e l'altra dubbia* (*ἡ μεν γνησίη ἡ δὲ σκοτίη*); alla *dubbia* appartengono tutte queste cose: la vista, l'udito, l'olfatto, il gusto, il tatto; la *vera* poi è separata da questa ». Essa comincia « quando la *dubbia* non può più nè vedere, nè udire, nè odorare, nè gustare, nè percepire col tatto le cose perchè esse divengono troppo sottili ». Che De-

(1) Sesto Empirico. *adv. Math.*, VII, 135 e seg.

(2) *Op. cit.*, I, 381-2.

mocrito avesse fiducia nella conoscenza vera, cioè nella conoscenza razionale, non v' ha dubbio, e Sesto ricollega il primo brano al secondo con queste parole: *εἶτα προκρίνων τῆς σκοτίης τὴν γνησίην ἐπιφέρει λέγων* ecc. (1).

Però, dopo aver rilevato diligentemente nelle dottrine di Empedocle e di Democrito tutto ciò che poteva in qualche modo giustificare la loro assegnazione alla categoria delle dottrine agnostiche, dobbiamo ora aggiungere che, considerate nella loro portata reale e nello spirito che le anima, nulla legittima una tale assegnazione (2).

Così Empedocle come Democrito sono dogmatici, perchè non dubitano della possibilità di cogliere la vera natura delle cose, che credono anzi di aver fissata nelle loro dottrine. Ma, come questa certezza non vien loro da una critica precedente volta a dimostrare la reale efficacia delle nostre capacità conoscitive, così i loro lamenti sulla ristrettezza del sapere non risultano da alcun esame sulle condizioni della conoscenza, dal quale l' irriducibilità d' una parte del reale al conoscere balzi fuori necessariamente. Risultano invece, come in Eraclito e negli Eleatici, dalla stridente antitesi esistente tra l' apparenza sensibile, l'esperienza costante e comune, e le loro dottrine; dalla difficoltà dei concetti che esse presuppongono o

---

(1) *Adv. Math.*, VIII, 138. Il Freytag rileva giustamente come alla distinzione posta da Democrito tra qualità soggettive e oggettive (primarie e secondarie) si ricolleghi il principio che la verità e la realtà, anzichè irraggiungibili, si possono cogliere soltanto per mezzo dell' intelletto: « Andere Gedanken mussten hier ergänzend, entscheidend eingreifen, um das System des Atomismus zu schaffen, Gedanken allgemeiner Art, welche sich auf den Unterschied von subjektivem Meinen und objektivem Erkennen.... richten. Und das Prinzip dieser Gedanken ist der Satz, dass nur dem Verstand, nicht aber den Sinnen das wahrhaft Seiende und die wahre Erkenntnis zugänglich sind ». *Op. cit.*, p. 9-11.

(2) Anche per il Fraser Democrito è agnostico, non per aver posto dei limiti alla conoscenza umana, ma per aver negato l' esistenza della divinità, come conseguenza della sua concezione materialistica dell' universo, A. Campbell Fraser, *Philosophy of theism*, Londra. 1889, pagine 43-44. Il Lucas, accogliendo invece l' erronea esposizione delle dottrine democritee fatta da Aristotele, conclude senz' altro che « then must Democritus be reputed among the Greeks as the parent and founder of existing Agnosticism ». *Op. cit.*, p. 24. Vedasi la critica dell' interpretazione aristotelica in Natorp, *Op. cit.*, p. 172-178.

escludono, specialmente dei concetti di divenire, di perire e di mutamento qualitativo in Empedocle, dei concetti di pieno e di vuoto in Democrito, della causa del movimento primordiale, della identità e immutabilità degli atomi in rapporto alla varietà e al cangiamento delle cose derivate. Nè dovette esservi estraneo un senso indefinibile di disagio, derivante dalla coscienza oscura dell'enorme sproporzione esistente tra la vastità delle teorie, l'universalità delle spiegazioni e l'esiguità dei dati conoscitivi sui quali esse si reggevano. È un sentimento che tutti i filosofi naturalisti, per quanto dogmatici, devono aver provato, e in misura tanto maggiore quanto più limpida era in essi, come in Democrito, la coscienza dell'onestà scientifica (1) e più vivo il desiderio di estendere l'osservazione e la spiegazione ai singoli fenomeni, anche ai più minuti. Quante volte, davanti alla impossibilità di ridurre ai proprj principj i nuovi dati che l'osservazione assidua gli veniva offrendo, il pensatore d'Abdera non dovè provar vivo il senso di tale sproporzione, se egli diceva, come riferisce Dionigi (2) che avrebbe preferito una sola scoperta scientifica a tutto l'impero di Persia!

Col sorgere della sofistica, i vaghi lamenti dei filosofi anteriori sui limiti ristretti del sapere umano e sull'incertezza della conoscenza sensibile, si trasformano in un universale scetticismo, che esclude la possibilità così della scienza come della filosofia. Dobbiamo dunque escludere *a priori* qualunque punto di contatto tra codesta dottrina e l'agnosticismo, pur riconoscendo l'efficacia indiretta che essa, col far convergere il pensiero umano dalla investigazione della realtà esterna allo studio di sè stesso, doveva esercitare sulla impostazione del problema dei limiti della conoscenza.

Ma ben diverso è in proposito il giudizio di alcuni moderni storici della filosofia greca. Esagerando il movimento di reazione iniziato dall'Hegel e dall'Hermann contro le antiche accuse onde la sofistica era oggetto, essi non solo ne esaltano oltre misura il valore intrinseco e l'importanza storica, ma cercano anche di scolpare i due capi della scuola dalla

(1) Per la quale è stato, a torto, rimproverato dal Ritter, *Op. cit*, p. 601.

(2) Riportato dallo Zeller, *Op. cit.*, p. 830, n. 8.

taccia di scetticismo. Secondo il Grote, il Gomperz e il Laas, per non citare che i più recenti, Protagora e Gorgia non negarono il valore totale della conoscenza, ma soltanto la possibilità di sorpassare i limiti dell'esperienza sensibile e di raggiungere il reale in sè stesso; dalla vanità dei tentativi fatti dai loro predecessori per risolvere il problema dell' universo, essi derivarono la conclusione che nelle nostre facoltà stanno ad un tempo le condizioni e i limiti insorpassabili di ogni conoscenza; quindi anzichè scettici si devono considerare quali agnostici, e precursori diretti del relativismo kantiano.

La questione è molto complessa, e un esame anche rapido ci porterebbe oltre i limiti impostici in questa nota. Toccheremo quindi solamente quello che è, o ci sembra essere, il vero nocciolo del problema.

Com'è noto, dei numerosi scritti protagorei non rimangono che assai scarsi frammenti, il più importante dei quali, che si trovava in principio del libro *Intorno alla verità*, esprime la sentenza che *l' uomo è la misura di tutte le cose, sia di quelle che sono per quanto riguarda il conoscere come sono, sia di quelle che non sono per quanto riguarda il sapere come non sono* (*πάντων χρημάτων μέτρον ἄνθρωπον εἶναι, τῶν μὲν ὄντων ὡς ἔστι, τῶν δὲ μὴ ὄντων ὡς οὐκ ἔστιν*) (1). È noto pure come tutto il valore filosofico dell' aforisma dipende dall'estensione che si attribuisce al concetto di « uomo »; se codesta estensione si assume come massima, la proposizione ha un significato generico, abbracciando *tutti gli uomini in quanto tali;* se invece si assume come minima ha significato individuale e si riferisce a *ciascun uomo per sè stesso.* Col primo — l'uomo è la misura di tutte le cose — ci troviamo innanzi ad una dottrina relativistica che, escludendo la possibilità della conoscenza all' infuori e indipendentemente dalle speciali

(1) Riportato nel *Teeteto*, 152, e da Diogene Laerzio, IX, 51. L'interpretazione che io dò a questo passo concorda, per quanto meno letterale, con quello dello Zeller: « der Mensch ist dass Mass aller Dinge, des Seienden für sein Sein, des Nichtseienden für sein Nichtsein », *Op. cit.*, I, p. 982, n. 1; ma più ancora con la versione francese che il Boutroux, precisando meglio il senso del *für*, ha dato nella sua trad. dell'opera dello Zeller: « l'homme est la mesure de toutes choses, de celles qui sont, pour ce qui est de savoir comment elles sont, et de celles qui ne sont pas, pour ce qui est de savoir comment elles ne sont pas », vol. II, p. 498, Parigi 1882. Quanto al titolo preciso dell'opera protagorea cfr. Natorp, *Op. cit.*, p. 58-62.

condizioni umane (facoltà di conoscere), non nega la possibilità di raggiungere il vero, e quindi la legittimità della scienza, ma lo pone come relativo e limitato al realizzarsi delle condizioni stesse. Il secondo — ciascun uomo è misura di tutte le cose — è invece l'espressione del più assoluto soggettivismo, ossia dello scetticismo, in quanto, riducendo il vero ad una mutevole apparenza individuale, abolisce effettivamente sia la verità che la conoscenza e la scienza.

L'interpretazione individualistica fu sino ad ora accolta dalla maggior parte degli storici della filosofia, come quella che naturalmente si accorda con la dottrina complessiva di Protagora e con l'indirizzo generale della sofistica. Ma contro di essa sono sorti in questi ultimi tempi il Peipers, il Laas e sovratutto Teodoro Gomperz, che, fondandosi in parte sopra l'esame dei frammenti protagorei, in parte sopra una critica del *Teeteto* platonico, ha creduto di poter dimostrare rigorosamente la legittimità dell'interpretazione generica (1). Secondo il Gomperz, se il sofista d'Abdera avesse voluto fare dell'individuo la misura di tutte le cose, avrebbe dovuto riferirsi o all'esistenza o alle proprietà delle cose: ma la prima ipotesi non s'accorda coi fatti, in quanto essa farebbe di Protagora un fenomenista al pari di Antistene, laddove altri frammenti ci mostrano che egli credeva alla realtà obbiettiva del mondo

(1) Il Grote, tornando sulla questione nel suo *Aristotle*, Londra, 1872, vol. II, p. 148-49, riafferma quanto aveva già sostenuto nel *Plato and the other comp. of Sokrates*, vol. II, p. 325-363, che cioè il concetto protagoreo « is nothing more than a clear and general declaration of the principle of universal relativity »; esso esprime in forma teorica il fatto d'evidenza immediata che « belief and affirmation have no meaning except in relation to some believer, real or supposed... *ossia che* object and subject are inseparably implicated ». Il Laas, nelle sue ultime ricerche sopra Protagora, sostenne l'interpretazione generica dell'*ἄνθρωπον* in Vierteljahrsschrift für wissensch. Philosophie, VIII, 479 e segg. Del Gomperz, *Op. cit.*, I, 477 e segg. Per il Laas il sofista d'Abdera si deve considerare addirittura come il fondatore del metodo sperimentale e il padre del positivismo: vedasi ad es. a p. 188-189 vol. I dell'*Idealismus und Positivismus*, Berlino, 1879-84: « Wenn irgend ein Einzelner, so muss Protagoras als der Vater *des Positivismus* betrachten werden; er kann es wenigstens gewiss in demselben Sinne, wie Platon als der Vater des Idealismus gilt » ecc. Un buon riassunto della dibattuta questione, corredato di ricche note bibliografiche, ha dato A. Levi, *Contributo ad una interpretazione del pensiero di Protagora*, Venezia, 1906.

esteriore testimoniata dai sensi, e sosteneva che la scienza deve fondarsi esclusivamante sul metodo sperimentale, cioè sulla percezione sensibile; la seconda urta anzitutto colla grammatica, sia perchè attribuisce il significato di *come* alla particella ὡς, la quale invece vale grammaticalmente *che* (di quelle che sono, *che* esse sono, di quelle che non sono, *che* esse non sono), sia perchè il membro della frase negativa non ha alcun senso ragionevole tradotto col *come* (di quelle che non sono, *come* esse non sono) essendo assurdo parlare di qualità di ciò che non esiste; di più non è ammissibile che Protagora iniziasse il suo libro proclamando un verità così subordinata e speciale, come quella del variare delle percezioni sensibili da individuo a individuo. Dunque la proposizione homo-mensura ha valore generico, significa che l'uomo o la natura umana è la sola misura dell'esistenza delle cose, e implica questo pensiero accessorio: noi uomini non possiamo superare i limiti della nostra natura; la verità, per quanto ci è accessibile, deve trovarsi entro questi limiti; rigettare la testimonianza delle nostre facoltà percettive è rinunciare nello stesso tempo all'unica fonte della conoscenza e all'unico criterio della verità.

Notiamo subito che l'ultimo argomento contro la seconda ipotesi, oltre al fondarsi sull'arbitraria assunzione che la prima frase d'ogni libro debba necessariamente esprimerne il concetto fondamentale, non è che un circolo vizioso, in quanto presuppone quel non scetticismo di Protagora che doveva invece dimostrare. Infatti, il variare individuale delle percezioni sensibili poteva essere considerato da Protagora come una verità d'ordine particolare e subordinato, solo nel caso ch'egli non fosse scettico; ma se scettico era realmente, essa doveva invece assumere a' suoi occhi tutto il valore di un argomento fondamentale. Nè più solide sembrano le due obbiezioni grammaticali contro la stessa ipotesi. Perchè esse fossero veramente conchiusive, occorreva dimostrare che l'ὡς non può avere altro valore se non quello di *che* (= ὅτι); ma poichè tutti i trattatisti sono concordi nell'attribuire alla particella entrambi i significati (1), e poichè il membro della frase negativa conserva

(1) Il Christ, *Geschichte d. griech. Litteratur*, München, 1898, pagina 417, avverte che l'ὡς va tradotto con *dass* non con *wie*, senza spiegarne le ragioni ma traendone questa conseguenza: « Dadurch gelangte er (*Protagora*) zu einen ausgesprägte sensualistischen Skeptizismus, wonach es nichts Fester und Bleilendes, weder in den Dingen

il suo senso anche coll'uso del *come*, così la prova grammaticale non raggiunge il suo scopo.

Nella inderminatezza della particella in discorso a noi pare anzi di scorgere un'altra prova del significato scettico del frammento protagoreo; il quale non intende riferirsi specificamente nè alle proprietà nè alla realtà obbiettiva delle cose, ma al contenuto complessivo della nostra conoscenza, che è la misura di tutto. L'antropometrismo — il Gomperz sembra averlo scordato — erigendo ad assoluto il dato d'ogni singola coscienza individuale, non fa distinzione tra proprietà ed esistenza indipendente delle cose; il suo carattere proprio, per il quale si differenzia profondamente così dal relativismo come dall'idealismo soggettivo o gnoseologico, consiste appunto nel limitarsi a constatare che d'ogni cosa è misura l'io dell'individuo, *πάντων χρημάτων μέτρον ἄνθρωπος*.

Con ciò cade anche l'altro corno del dilemma nel quale, secondo il Gomperz, si troverebbero stretti i seguaci dell'interpretazione tradizionale. Protagora non è fenomenista agnostico, ma scettico, perciò lungi dallo spingersi oltre i confini della propria coscienza per negare dogmaticamente l'essere obbiettivo, rimane racchiuso nella constatazione del valore assoluto della coscienza stessa, ossia del soggetto empirico. Egli insomma conserva rispetto al problema metafisico la stessa attitudine mentale assunta davanti al problema teologico e al problema scientifico. « Per quanto riguarda gli dei, io non so nè se essi sono, nè se non sono; poichè molte cose impediscono di saperlo, sovratutto l'oscurità della questione e la brevità della vita umana » (*περὶ μὲν θεῶν οὐκ ἔχω εἰδέναι οὐθ' ὡς εἰσὶν οὐθ' ὡς οὐκ εἰσίν. πολλὰ γὰρ τὰ κωλύοντα εἰδέναι, ἥ τε ἀδηλότης καὶ βραχὺς ὢν ὁ βίος τοῦ ἀνθρώπου*) (1). L'importanza di questo prezioso frammento, sul cui significato non è possibile alcun dubbio, sta appunto nel provarci che lo scetticismo penetrava tutta la coscienza filosofica di Protagora, così da estendersi

---

noch im Wissen gibt, und wonach wir nur sagen können, wie die Dinge uns jedesmal zu sein scheinen, nicht was sie immer und was sie an sich sind. Da er auf solche Weise eine objektive Wesenheit der Dinge leugnete, so war ihm der Mensch zum Mass der Dinge in seinen positiven wie negativen Aussagen ». Come vedremo fra breve, la negazione della realtà obbiettiva delle cose è propria dell'idealismo gnoseologico non dello scetticismo.

(1) Riportata da Diogene Laerzio, IX, 51.

a tutti i suoi oggetti; chè se qui esso non si richiama all'argomento gnoseologico, ma alla brevità della vita e all'oscurità della questione, ciò si deve attribuire unicamente alla particolarità del problema, richiedente una particolare dimostrazione (1). Tanto vero che rispetto al problema scientifico il sofista d'Abdera espone il proprio scetticismo sotto una forma ancora diversa, giustificandolo con la soggettività della sensazione: « non esiste scienza valida per tutti, ma soltanto sensazione » (οὐκ ἄλλο τί ἐστιν ἐπιστήμη, ἢ αἴσθησις) (2). Il che equivale a dire che non può esservi una scienza obbiettiva universale, poichè non vi è altra cosa che la sensazione, e la sensazione è un fatto soggettivo, individuale.

E alla soggettività assoluta della sensazione Protagora doveva infine essere condotto da tutta la tradizione filosofica del suo paese. È noto che gli atomisti, dalla cui scuola probabil-

---

(1) Secondo il Gomperz se Protagora fosse stato realmente scettico in luogo di richiamarsi all'oscurità della questione e alla brevità della vita, avrebbe dovuto dichiarare che gli dei esistono per quelli che credono in essi, non esistono per quelli che non credono (I, 483-84). Ma la vera importanza del frammento non sta nella seconda parte, che riguarda le prove, bensì nella prima, che esprime innegabilmente una sospensione scettica. Ed è naturale che per giustificare tale attitudine Protagora dovesse ricorrere ad argomenti diversi da quelli gnoseologici, non essendo gli dei oggetto di conoscenza sensibile, diretta. Lo prova il fatto che anche gli altri sofisti, Trasimaco, Crizia, Prodico giustificavano la loro attitudine in faccia alle divinità popolari con argomenti ricavati dalla storia, dalla diversità delle religioni, dall'ignoranza degli uomini primitivi ecc., non mai dalla soggettività della sensazione.

(2) *Teeteto* 151, e 160 d. Platone dichiara espressamente di aver dato alla proposizione *τρόπον τινὰ ἄλλον*; ma, come osserva lo Zeller (I, 983, n. 1) non è questa una ragione sufficiente per negare di Protagora il fondo della teoria che Platone mette nella sua bocca; come non si può accettare, perchè inconciliabile con tutte le testimonianze pervenuteci intorno a Protagora, l'interpretazione secondo la quale essa esprimerebbe che vi è una scienza, e che questa coincide con la sensazione. Cfr. anche Natorp, *Op. cit.*. p. 14 e segg,, ove mostra come a Platone siano invece da attribuirsi le deduzioni: « Folgerung Platons ist, dass *αἴσθησις = ἐπιστήμη* sei; auch der Satz welcher die Volgerung vermittelt, die Gleichung nämlich von *φαίνεσθαι* und *αἰσθάνεσθαι* (pass.), könnte noch ihm angehören; das Uebrige (von *φησὶ γάρ που* bis *ναί*) gibt Platon unbedingt als Lehre des Protagoras; es muss ebenso, dem genauen Wortsinn, ich sage nicht, auch dem Ausdruck nach, in seinem Buche gestanden haben »; p. 15.

mente uscì Protagora, abderita, concordavano con Anassagora, con Empedocle e con le scuole mediche del tempo, nel considerare la sensazione come un fatto risultante dal doppio movimento della cosa sentita e dell'organo di senso (1). Ora, è evidente che se la sensazione è il prodotto di due moti che s'incontrano, viene ad essere un fenomeno nuovo rispetto ad entrambi: determinata dalla cosa sensibile e dal soggetto senziente, è però diversa dall'una e dall'altro come l'ombra di un albero proiettata dal sole sul terreno è differente dal sole e dal terreno. Protagora non fece che portare agli estremi limiti questa veduta Egli insegnò che in ogni movimento bilaterale si forma una dupliclità: nell'uomo l'*αἴσθησις*, la sensazione, è relativamente alla cosa l'*αἰσθητόν*, il contenuto della sensazione, cosicchè la sensazione è il sapere pienamente adeguato al sentito, ma non il sapere della cosa (2). Nessuna sensazione conosce la cosa. Solo si può dire che ogni sensazione è vera, perchè nel momento in cui essa si produce, si produce anche rispetto alla cosa il contenuto in essa rappresentato come *αἰσθητόν*. L'uomo insomma non conosce le cose come sono, ma le conosce come sono per lui, *e solo per lui*, nel momento della sensazione: in questo momento esse sono per lui quali egli se le rappresenta.

La nostra ricerca ha avuto risultati puramente negativi; ma non si riduce a una semplice questione di nomenclatura filosofica. Prescindendo dai nomi, e giovandoci di lunghe indagini già compiute sull'argomento (3) noi possiamo riaffermare che il concetto di una realtà trascendente in modo assoluto i poteri della conoscenza umana, suppone quel maturo sviluppo del problema gnoseologico, che è raggiunto soltanto ai tempi nostri.

Mentre, com'è noto, nella filosofia antica e dell'età di mezzo esso non esiste quale problema a sè, ma quale parte di altri problemi, metafisici, etici, religiosi, ai quali si considera subordinato, con l'iniziarsi della filosofia moderna si impone non

(1) HESER, *Lehrbuch d. Geschichte d. Medizin* Jena 1875, vol. I.

(2) WINDELBAND, *Op. cit.*, vol. I, p. 112-13.

(3) C. RANZOLI, *L'agnosticismo, i suoi significati e le sue forme* in *Linguaggio dei filosofi*, Padova, 1911, p. 105-154; Id. *L'agnosticismo nella filosofia religiosa*, Padova, 1912.

solo come oggetto distinto di ricerca, ma diviene a poco a poco il centro stesso intorno a cui tutto il pensiero filosofico si muove. Questo spostamento di direzione dell'indagine filosofica non poteva a sua volta determinarsi se non in seguito al maturare d'una serie di fattori storici, psicologici e scientifici, che coincidono appunto col dischiudersi dell'età moderna. Bisognava che lo stimolo del dubbio, liberando le menti dal giogo delle dottrine tradizionali e del principio d'autorità, spingesse i filosofi a cercare un fondamento più saldo al sapere umano. Il senso psicologico, l'attitudine all'esame interiore, già preparato, in certo senso, dal misticismo medievale, doveva affinarsi e svolgersi libero da ogni arcigna sorveglianza religiosa, così da rendere sempre più profonda quella conoscenza dello spirito e delle sue leggi, che soltanto l'introspezione può dare. Ed era infine necessario che il sapere scientifico raggiungesse un certo grado di sviluppo, e si offrissero all'attenzione dei pensatori i primi meravigliosi risultati dell'indagine sperimentale: ciò doveva far sentire tutta l'importanza di un esame preliminare, volto a stabilire l'efficacia degli strumenti conoscitivi e il valore dei supremi principj scientifici.

L'azione di questi fattori è lenta e varia, anche per l'introdursi fra essi di altri elementi, non ultimo dei quali la personalità stessa dei filosofi. Perciò il problema della conoscenza non assume dal principio la sua posizione perfetta, nè poteva assumerla per la legge stessa dell'evoluzione del pensiero; procede per gradi, atteggiandosi diversamente nei diversi indirizzi e nei periodi successivi. Così mentre l'indirizzo sperimentale, che fa capo a Galileo e a Bacone, si rivolge specialmente a rinnovare i metodi e a porre su solide basi l'esperienza scientifica; la corrente razionalistica, iniziata da Descartes, si propone specialmente di far l'analisi dello spirito e delle sue cognizioni, di cercare il supremo principio razionale dal quale si svolgono e sul quale si fondano; e la corrente critica, che comprende Locke e Hume, si volge specialmente a determinare la genesi e i limiti delle conoscenze umane. Il genio di Kant, abbracciando nella Critica le tre tendenze e facendone gli aspetti diversi di un problema solo, sistemò per primo le basi sulle quali dovrà erigersi ogni futura costruzione gnoseologica.

Nella teoria generale della conoscenza si possono distinguere due ordini principali di problemi. I primi riguardano l'origine logica, il valore e la portata obbiettiva dei metodi delle singole scienze, dei loro principj, delle loro ipotesi, dei loro risultati; i secondi invece si riferiscono alle origini psico-

logiche delle nostre stesse facoltà di conoscere, alla loro particolare natura, ai loro supposti limiti. Lo studio dei primi costituisce l'epistemologia (*Wissenschaftslehre*, *Epistemology*), lo studio dei secondi la gnoseologia propriamente detta (*Erkenntnisslehre*, *Gnosiology*). Entrambe si esercitano sullo stesso fatto fondamentale e corrispondono ad un'unica esigenza dello spirito umano; ma mentre l'epistemologia considera la conoscenza in dettaglio e *a posteriori*, nella diversità delle scienze e degli oggetti piuttosto che nella unità dello spirito, la gnoseologia è invece l'analisi riflessa della stessa facoltà di conoscere, studiata in generale ed *a priori* con metodo logico analogo a quello adoperato da Kant (1).

I problemi che la gnoseologia cerca di risolvere si possono ridurre a quattro, che riguardano l'origine delle conoscenze umane, la loro validità, i loro limiti, la natura dei loro oggetti. Ciascuno di essi si ricollega a tutti gli altri e la soluzione dell'uno segue e determina quella degli altri. Ma considerandoli distintamente si possono esporre così: Le nostre conoscenze sono originate e costituite unicamente dalle sensazioni? o dalla sensazione e dalla riflessione miste insieme? o da principj supremi che fanno parte della natura stessa della nostra ragione e servono a illuminare l'esperienza? o risultano infine d'una materia fornita dai sensi e di forme universali e necessarie date dall'intelletto? Le nostre conoscenze sono rappresentative di un reale esterno, che esiste e funziona indipendentemente da esse, oppure esauriscono in sè medesime tutto il reale, che si risolve per tal modo nella conoscenza che ne abbiamo? Le nostre conoscenze ci dànno il reale quale esiste fuori di noi? le leggi delle cose sono anche le leggi del nostro pensiero, oppure tra pensiero e cosa non esiste che un semplice rapporto di analogia? o non possiamo in nessun modo giungere alla verità perchè i sensi ci ingannano e la ragione è condannata a irretirsi in eterne contraddizioni? Finalmente: data l'esistenza di un reale, qualunque sia la sua costituzione, possono le nostre

---

(1) Questa distinzione della teoria della conoscenza in epistemologia e gnoseologia a me pare la migliore, allo stato attuale della questione, e la proposi anche al *Vocabulaire philosophique* (v. l'articolo *Gnoséologie*) che la « Società francese di filosofia » vien pubblicando sotto la direzione del Lalande. Esiste però in proposito qualche disparità di vedute tra i filosofi contemporanei, dovuta in buona parte alle differenze della relativa terminologia.

attività conoscitive, qualunque sia la loro origine e la loro natura, coglierlo in tutte le sue funzioni e in tutti i suoi aspetti, o alcuno di essi trascende le umane capacità di conoscere? In altre parole, esistono regioni dell'essere affatto inaccessibili alla nostra conoscenza, cosicchè il dominio di questa rimanga limitato ad una sfera di quello?

Se si risponde affermativamente a quest'ultima domanda, ci troviamo in pieno agnosticismo. Il quale adunque: *a)* importa una duplice posizione, cioè l'affermazione d'un reale e la negazione della sua conoscibilità; *b)* presuppone in ogni caso una soluzione realistica del problema della conoscenza; *c)* è dottrina ad un tempo gnoseologica ed epistemologica, perchè risulta tanto da una valutazione delle nostre facoltà di conoscere quanto da una determinazione della portata dei concetti adoperati dal pensiero scientifico nella interpretazione del mondo; *d)* non può essere formulato come dottrina filosofica che quando gnoseologia, epistemologia e sapere scientifico abbiano raggiunto un determinato grado di sviluppo.

OTTOBRE 1914

TEMPO MEDIO CIVILE DI MILANO

Giorni del mese	Alt. barom. ridotta a 0° C				Temperatura centigrada						Quantità della pioggia neve fusa e nebbia condensata
	9h	15h	21h	Media	9h	15h	21h	Mass.	Min.	Media mass.min. 9h 21h	
	mm	mm	mm	mm	o	o	o	o	o	o	mm
1	757.4	755.1	754.9	755.8	+13.8	+20.6	+15.8	+21.0	+ 8.8	+14.8	—
2	52.0	50.1	50.4	50.8	14.6	20.8	16.6	21.9	9.5	15.7	—
3	53.3	53.1	54.8	53.7	13.6	20.2	15.5	20.3	9.8	14.8	—
4	54.6	51.7	50.1	52.1	14.4	18.9	15.2	19.9	10.9	15.1	—
5	50.7	50.4	51.0	50.7	13.4	21.0	14.4	21.1	8.8	14.4	—
6	749.6	747.0	747.5	748.1	+13.0	+18.8	+14.0	+19.0	+ 9.2	+13.8	—
7	48.5	47.2	50.8	48.8	11.8	19.2	13.4	19.5	7.3	13.0	—
8	53.8	53.5	54.3	53.9	12.8	15.0	11.8	15.6	9.3	12.4	—
9	53.6	51.6	51.3	52.2	12.2	15.8	11.4	16.0	9.2	12.2	—
10	46.7	43.8	43.5	44.7	11.4	17.9	15.3	18.0	7.4	13.0	—
11	746.1	746.4	747.8	746.8	+ 9.9	+11.8	+ 9.6	+11.5	+ 8.5	+ 9.9	0.6
12	49.2	48.6	51.0	49.6	9.4	14.4	9.7	14.7	5.6	9.8	—
13	51.7	50.5	51.6	51.3	8.4	15.4	10.6	15.5	3.8	9.6	—
14	51.3	50.7	51.7	51.2	9.6	15.8	11.4	16.0	5.5	10.6	—
15	53.4	53.9	54.8	54.0	10.4	11.7	10.6	11.9	8.8	10.4	6.1
16	753.6	751.9	751.8	752.4	+11.2	+12.2	+12.2	+12.4	+ 9.1	+11.2	56.3
17	48.7	48.2	48.6	48.5	12.9	13.7	13.4	13.7	9.2	12.3	39.5
18	48.4	47.9	49.1	48.5	12.9	15.4	13.0	15.5	11.3	13.2	10.5
19	50.1	49.6	50.6	50.1	11.2	15.6	12.6	16.0	3.4	12.3	4.5
20	51.1	49.7	49.4	51.1	12.1	14.4	12.4	14.4	10.2	12.3	1.5
21	747.3	745.8	747.0	746.7	+10.9	+16.8	+12.4	+16.9	+ 7.8	+12.0	0.4
22	49.0	48.4	49.1	48.8	10.6	16.8	12.8	17.2	6.9	11.9	—
23	50.1	48.9	49.2	49.4	11.2	16.4	13.8	16.6	8.3	12.5	—
24	49.5	48.8	49.6	49.3	12.7	16.4	14.0	17.0	10.8	13.6	—
25	50.7	50.3	52.2	51.1	13.1	18.0	13.4	18.1	11.3	14.0	—
26	750.3	748.4	747.9	748.9	+12.5	+15.8	+12.8	+15.9	+10.3	+12.9	—
27	46.5	44.7	44.8	45.3	11.3	13.5	9.8	13.5	8.8	10.8	—
28	43.5	41.1	37.8	40.8	10.8	12.4	11.6	12.4	8.3	10.8	18.9
29	32.5	34.2	37.7	34.8	10.1	12.8	11.0	13.4	8.8	10.8	47.5
30	38.0	38.4	38.5	38.3	12.4	13.1	13.2	13.4	9.3	12.1	35.3
31	37.1	38.2	38.5	37.9	+13.8	+13.4	+10.8	+14.3	+ 9.6	+12.1	27.7
M	748.98	748.00	748.62	748.53	+11.88	+15.93	+12.73	+16.21	+ 8.77	+12.40	248.8

			mm						
Altezza	barom.	mass.	757.4	g. 1	Temperatura	mass.	+ 21°.9	g.	2
"	"	min.	732.5	" 29	"	min.	+ 3°.8	"	13
"	"	media	748.53		"	media	+ 12°.40		

Nebbia il giorno 3, 4, 5, 14, 20, 21, 22, 23, 24, 26, 27, 28

I numeri segnati con asterisco nella colonna delle precipitazioni indicano neve fusa, o nebbia condensata, o brina, o rugiada disciolte.

OTTOBRE 1914

TEMPO MEDIO CIVILE DI MILANO

Giorni del mese	Tensione del vapor acqueo in millimetri				Umidità relativa in centesime parti				Nubulosità relat. in decimi			Provenienza del vento			Velocità media del vento in chilom. all'ora
	9h	15h	21h	M. corr 9.15.21	9h	15h	21h	M. corr 9.15.21.	9h	15h	21h	9h	15h	21h	
	mm	mm	mm	mm											
1	7.8	7.4	8.4	7.7	67	41	63	59.5	0	1	5	SW	W	N	3
2	7.6	8.9	11.2	9.0	65	49	79	66.8	6	1	1	CALMA	W	W	3
3	9.5	10.7	10.2	10.0	82	61	78	76.2	8	9	0	SE	SE	E	5
4	10.2	10.2	11.2	10.3	83	63	87	80.2	10	4	8	CALMA	SW	W	3
5	10.1	8.9	8.5	9.1	88	49	70	71.5	10	3	7	SE	SE	E	7
6	6.9	7.1	7.7	7.0	61	44	65	59.2	1	1	0	E	SW	SE	4
7	7.2	7.9	8.3	7.6	70	48	73	66.2	2	0	2	CALMA	E	E	5
8	6.5	6.0	6.0	6.1	59	48	58	57.5	10	10	10	E	E	NE	8
9	5.8	6.6	7.1	6.3	55	50	71	61.1	10	1	3	CALMA	W	N	3
10	7.4	8.3	9.0	8.1	73	54	69	67.8	7	1	10	CALMA	W	W	4
11	7.2	5.7	5.4	6.0	79	57	60	67.5	10	10	10	SE	NE	E	11
12	4.6	5.6	5.9	5.2	52	46	65	56.5	0	0	2	SE	E	E	3
13	5.8	6.2	6.9	6.2	70	47	72	65.2	0	2	8	CALMA	CALMA	N	2
14	6.6	6.9	7.5	6.8	74	52	73	68.6	3	9	8	CALMA	SE	CALMA	2
15	7.9	9.1	8.8	8.5	83	89	92	90.2	10	10	10	NE	NE	NW	6
16	9.4	9.9	10.1	9.6	95	94	95	96.9	10	10	10	N	CALMA	E	4
17	10.8	11.0	11.2	10.9	98	94	98	98.9	10	10	10	N	E	E	5
18	10.6	11.1	10.1	10.4	95	85	91	92.5	10	9	7	SW	CALMA	NE	2
19	8.4	10.9	9.6	9.5	85	83	88	87.5	9	10	10	NE	SE	S	3
20	9.6	10.1	9.7	9.6	92	82	90	90.2	10	10	10	SW	CALMA	SW	2
21	8.6	9.1	9.1	8.8	89	64	84	80.9	4	3	4	SW	W	N	4
22	8.1	9.1	9.0	8.6	84	64	81	78.2	3	3	4	S	SW	W	—
23	8.8	8.7	9.4	8.9	89	62	80	78.9	10	7	10	NE	CALMA	N	—
24	9.2	10.0	10.0	9.5	83	72	84	81.6	10	10	9	E	CALMA	SW	1
25	9.9	10.3	10.1	10.0	88	67	88	82.9	3	8	6	NE	CALMA	E	1
26	9.6	10.3	9.7	9.8	89	77	88	86.6	10	10	8	CALMA	CALMA	W	0
27	9.5	9.4	8.1	8.9	95	82	89	90.6	10	8	5	CALMA	SW	N	2
28	9.2	10.0	9.7	9.4	95	93	95	96.2	10	10	10	NE	NE	NE	4
29	8.6	9.5	8.3	8.7	94	86	85	90.2	10	7	10	S	E	E	9
30	9.3	10.0	10.3	9.8	87	90	91	91.2	10	10	10	SE	SE	E	24
31	11.2	10.0	8.4	9.7	95	87	87	91.6	10	10	10	SE	N	NE	11
M	8.45	8.87	8.87	8.58	81.10	67.10	80.29	78.35	7.3	6.4	7.0				4.5

Ten. del vap. mass. 11.2 g. 4, 17, 31
" " " min. 4.6 " 12
" " " media 8.58
Umid. mass. 98 % g. 17
" min. 41 % " 1
" media 78.35 %

Proporzione dei venti nel mese

N	NE	E	SE	S	SW	W	NW	CALMA
9	12	18	12	3	10	10	1	18

Media nebulosità relativa del mese
6,9

NOVEMBRE 1914

Giorno	Lago Maggiore	Lago di Lugano	Lago di Como			Lago d' Iseo	Lago di Garda
	Porto di Angera M. 193.50* 12^h	Ponte Tresa M. 272.10* 12^h	Como, Porto M. 197.521* 12^h	Lecco Malpensata M. 197.103* 12^h	Lecco Ponte Visconteo M. 197.427* 12^h	Ponte a Sarnico M. 185.147* 12^h	Salò M. 64.55* 12^h
1	+ 1.90	+ 1.48	+ 1.40	+ 1.41	+ 1.14	+ 0.90	+ 0.84
2	+ 1.93	+ 1.57	+ 1.51	+ 1.53	+ 1.25	+ 1.04	+ 0.88
3	+ 1.85	+ 1.60	+ 1.51	+ 1.53	+ 1.25	+ 1.10	+ 0.90
4	+ 1.82	+ 1.56	+ 1.45	+ 1.48	+ 1.21	+ 1.08	+ 0.92
5	+ 1.79	+ 1.52	+ 1.42	+ 1.46	+ 1.19	+ 0.92	+ 0.92
6	+ 1.76	+ 1.51	+ 1.38	+ 1.45	+ 1.18	+ 0.80	+ 0.92
7	+ 1.65	+ 1.48	+ 1.34	+ 1.41	+ 1.15	+ 0.74	+ 0.92
8	+ 1.55	+ 1.42	+ 1.30	+ 1.36	+ 1.10	+ 0.65	+ 0.93
9	+ 1.45	+ 1.37	+ 1.25	+ 1.29	+ 1.03	+ 0.60	+ 0.94
10	+ 1.32	+ 1.30	+ 1.19	+ 1.22	+ 0.97	+ 0.55	+ 0.93
11	+ 1.20	+ 1.25	+ 1.12	+ 1.17	+ 0.92	+ 0.50	+ 0.93
12	+ 1.11	+ 1.20	+ 1.05	+ 1.09	+ 0.84	+ 0.50	+ 0.92
13	+ 1.00	+ 1.15	+ 0.98	+ 1.01	+ 0.77	+ 0.48	+ 0.92
14	+ 0.90	+ 1.10	+ 0.91	+ 0.96	+ 0.72	+ 0.45	+ 0.91
15	+ 0.85	+ 1.05	+ 0.85	+ 0.90	+ 0.67	+ 0.45	+ 0.91
16	+ 0.72	+ 0.99	+ 0.79	+ 0.85	+ 0.63	+ 0.43	+ 0.90
17	+ 0.67	+ 0.94	+ 0.73	+ 0.80	+ 0.58	+ 0.28	+ 0.88
18	+ 0.59	+ 0.90	+ 0.67	+ 0.75	+ 0.53	+ 0.25	+ 0.87
19	+ 0.51	+ 0.86	+ 0.61	+ 0.70	+ 0.48	+ 0.23	agitato
20	+ 0.48	+ 0.82	+ 0.55	+ 0.65	+ 0.43	+ 0.18	+ 0.85
21	+ 0.42	+ 0.79	+ 0.49	+ 0.60	+ 0.39	+ 0.19	+ 0.84
22	+ 0.36	+ 0.75	+ 0.45	+ 0.55	+ 0.34	+ 0.20	+ 0.82
23	+ 0.30	+ 0.72	+ 0.44	+ 0.51	+ 0.31	+ 0.22	+ 0.81
24	+ 0.26	+ 0.69	+ 0.40	+ 0.47	+ 0.27	+ 0.24	+ 0.81
25	+ 0.21	+ 0.66	+ 0.38	+ 0.44	+ 0.24	+ 0.25	+ 0.81
26	+ 0.19	+ 0.64	+ 0.35	+ 0.41	+ 0.22	+ 0.20	+ 0.81
27	+ 0.15	+ 0.62	+ 0.32	+ 0.39	+ 0.20	+ 0.17	+ 0.80
28	+ 0.10	+ 0.59	+ 0.29	+ 0.37	+ 0.18	+ 0.15	+ 0.80
29	+ 0.08	+ 0.57	+ 0.26	+ 0.34	+ 0.16	+ 0.14	+ 0.80
30	+ 0.05	+ 0.54	+ 0.23	+ 0.31	+ 0.13	+ 0.12	+ 0.79

(*) Quota dello zero dell' idrometro sul livello del mare.

Adunanza del 17 Dicembre 1914

PRESIDENZA DEL PROF. SEN. GIOVANNI CELORIA

VICE-PRESIDENTE

Sono presenti i MM. EE.: Briosi, Brugnatelli, Buzzati, Celoria, Colombo, Gabba L. sen., Gobbi, Gorini, Gorra, Jorini, Jung, Mangiagalli, Marcacci, Menozzi, Murani, Novati, Paladini, Sabbadini, Salvioni C., Taramelli, Zuccante.

E i SS. CC.: Antony, Arnò, Baroni, Bonfante, Capasso, Fantoli, Gabba L. jun., Grassi, Jona, Livini, Martorelli, Pascal C., Villa, Zunini.

Giustificano la loro assenza i MM. EE. E. Vidari, per motivi di salute, Del Giudice, presidente, e Scherillo, per doveri d'ufficio.

L'adunanza è aperta alle ore 13.45.

Il segretario, M. E. prof. Zuccante, legge il verbale della precedente adunanza. Il verbale è approvato. Lo stesso segretario dà comunicazione delle pubblicazioni giunte in omaggio all'Istituto. Esse sono, per la Classe di lettere e scienze morali e storiche, le seguenti:

Barker E., Davis, Fletcher, Hassall, Wickham Legg, Morgan. Perchè la Gran Brettagna combatte. Oxford, 1914.

Giulini A. Un'audace falsificazione del Bianchini. Milano, 1914.

Libro bianco tedesco. Documenti sui preliminari della guerra. Roma, 1914.

Ramsay Muir. Britain's case against Germany. Manchester, 1914.

Studi economico-giuridici pubblicati per cura della Facoltà di giurisprudenza della r. Università di Cagliari. Anno VI, 1914.

E, per la Classe di scienze matematiche e naturali, le seguenti:

De Pretto O. Sopra una grande forza tellurica trascurata. Roma, 1914.

Guye A. Rapport sur l'unification des abréviations bibliographiques dans les mémoires de chimie. Genève, 1914.

Relazione della giuria del concorso a premi per impianti elettrici nelle aziende agrarie, svoltosi nel 1912-13, e bandito dalla Società agraria di Lombardia. Crema, 1914.

Il presidente dà comunicazione delle lettere dei MM. EE. Del Giudice, Murani e Zuccante, che ringraziano, il primo, della nomina a vice-presidente per il biennio 1915-1916; il secondo, della nomina a segretario della Classe di scienze matematiche e naturali per il quadriennio 1915-1918; il terzo, del conferimento della pensione accademica. Dà anche comunicazione d'una lettera del S. C. Michele Rajna, che, incaricato dalla Presidenza, insieme col S. C. Uberto Pestalozza, a rappresentare l'Istituto ai funerali del compianto membro onorario senatore Visconti Venosta, in Valtellina, rende conto di tale rappresentanza. Annuncia poi la nomina dei conservatori della biblioteca nelle persone dei MM. EE. Gobbi e Salvioni, per la Classe di lettere e scienze morali e storiche, e dei MM. EE. Jorini e Taramelli per la Classe di scienze matematiche e naturali. In ultimo commemora il M. E., recentemente defunto, prof. Tito Vignoli, colle seguenti parole:

« Dacchè abbiamo iniziate le nostre riunioni ordinarie, dobbiamo malauguratamente, ad ogni adunanza, rimpiangere la perdita di qualche illustre collega. Ed anche oggi io devo ricordare al corpo accademico il professore Dr. Tito Vignoli, socio corrispondente dal 4 febbraio del 1869, membro effettivo dal 27 novembre 1884, mancato ai vivi, dopo lunga e dolorosa malattia, il giorno 5 del corrente dicembre, quando pochi mesi gli mancavano a compiere 87 anni di età.

Di lui altri più tardi dovrà in quest'aula dire degnamente, nè io fare lo potrei senza un lungo discorso del quale non sarebbe ora il momento opportuno.

Dovrei seguire via via il Vignoli nella lunga, e operosa, e onorata sua vita, seguirlo nelle opere sue molteplici e lodevoli di ispettore per anni parecchi delle scuole municipali milanesi, di consigliere autorevole in molte e benefiche istituzioni cittadine, di presidente benemerito del Circolo filologico, di direttore per ben 18 anni del Museo civico di storia naturale. Dovrei ricordarlo sulla cattedra come insegnante di antropologia e psicologia, nonchè come conferenziere. Dovrei passare in rassegna le manifestazioni del pensiero suo quale pubblicista, quale scrittore di note numerose, 30 se non erro, presentate a questo Istituto, del quale fu ognora fra i membri più assidui, quale autore di non pochi libri pregevolissimi.

Ma stretto dai limiti del tempo e del dover mio d'ufficio, basta che io qui ne rimpianga con affetto e cordoglio di amico la perdita irreparabile, e che di lui dica che caratterische sue furono la vasta coltura, la versatilità e la genialità originale della mente, l'animo buono, sereno, portato da impulso spontaneo alla tolleranza, al disinteresse, all'altruismo.

Conversatore arguto, affascinante, di modi eletti e squisitamente cortesi, senza volerlo, riusciva a cattivarsi l'affetto di chi aveva la ventura di avvicinarlo.

Parlatore facile, distinto e per la profondità del pensiero, e per la forma eletta di cui lo rivestiva, e per la purezza della lingua pronunziata col bell'accento suo nativo di toscano, fu in ogni occasione lodatissimo da quanti lo conobbero, o l'ascoltarono.

Pur troppo non gli mancarono, o furono a lui risparmiate, amarezze pungenti, nè egli ebbe tutte quelle soddisfazioni delle quali era degno, nè il merito suo fu sempre con equità apprezzato.

Ebbe però l'ineffabile conforto della pubblica estimazione, e di questa furono prova indubbia i suoi funerali riusciti solenni, le di lui necrologie pubblicate dai più diffusi periodici senza distinzione di parte, i discorsi autorevoli pronunziati sulla sua bara. Possa la di lui memoria sopravvivere a lungo e onorata! ecco il voto che io faccio a nome anche dell'Istituto ».

Presenta per l'inserzione nei *Rendiconti* la sua V^a^ nota: *Sulle origini dell'epopea francese* il M. E. prof. Egidio Gorra.

Indi l'Istituto si raccoglie in adunanza privata per la lettura e la discussione delle relazioni sui concorsi scaduti.

Sul concorso al premio dell'Istituto che aveva per tema: « Il pensiero e l'arte degli scrittori francesi d'avanti e dopo la rivoluzione, negli scrittori italiani degli ultimi decenni del secolo XVIII e dei primi del secolo XIX », legge la relazione il S. C. prof. Pascal, in luogo del relatore, M. E. prof. Scherillo, assente. La Commissione era composta del Membro non residente prof. Vidari e dei due nominati, proff. Pascal e Scherillo. La Commissione propone che il premio, di lire 1200, sia conferito alla memoria col motto: « Se il mondo sapesse il cor ch'egli ebbe ». L'Istituto approva. Apertasi la sceda, risulta autore della memoria il prof. *Ettore Rota* di Como.

Segue la relazione sul concorso della fondazione Brambilla, per: « Un premio a chi avrà inventato o introdotto in Lombardia qualche nuova macchina, o qualsiasi processo industriale

o altro miglioramento, da cui la popolazione ottenga un vantaggio reale e provato ». La Commissione era composta dei MM. EE proff. Gabba Luigi, senior, e Jorini e dei SS. CC. professori Baroni, Carrara, Jona, relatore. I concorrenti erano quindici. Le proposte della Commissione sono: Premio di 1° grado di lire 1000 e medaglia d'oro alla ditta *Ceretti & Tanfani* di Milano, per avere introdotto in Italia l'industria della costruzione d'impianti per trasporti meccanici ed aerei di materiali e di persone; premio di 2° grado di lire 300 e medaglia d'oro alle seguenti ditte: *Società anonima L. Giannoni & C.*, di Milano, per avere sviluppato in Lombardia la fabbricazione di articoli casalinghi fini in metallo, per mensa, caffè, toilette ecc.; *Marazza L. & C.*, di Milano, per avere introdotto e sviluppato in Lombardia la fabbricazione dei vassoi metallici nichelati o dipinti, scatole e cartelli réclame in metallo, ed articoli casalinghi a buon mercato; *Radaelli R.*, di Milano, per la fabbricazione di apparecchi per illuminazione a gaz, a luce elettrica e ad acetilene; di contatori da gaz, scaldabagni e stufe a gaz; *Officine elettrochimiche dott. Rossi*, di Legnano, per avere introdotto in Lombardia la fabbricazione di una lega metallica denominata Elianite, atta a fare condutture ed apparecchi resistenti ai liquidi ed ai vapori corrosivi, a temperatura elevata; assegno d'incoraggiamento di lire 200 al signor *Giulio Verzegnassi*, di Orio Litta, per avere introdotto in Lombardia la lavorazione delle pietre dei diamanti per le industrie. L'Istituto approva tutte le proposte.

Sul concorso alla borsa di studio della fondazione Vittorio Emanuele II presso la Cassa di risparmio delle provincie lombarde, che aveva per oggetto, quest'anno, la storia e la filologia, riferisce, in nome della Commissione giudicatrice composta dei MM. EE. professori Novati, Sabbadini, Zuccante e dei SS. CC. professori Capasso e Pestalozza, il relatore prof. Novati. Cinque erano i concorrenti. La Commissione propone che la borsa di lire 3000 sia conferita al dott. *Federico Barbieri* di Bergamo. L'Istituto approva.

Seguono le relazioni sui concorsi ai premi della fondazione Cagnola.

Sul concorso avente per tema: « Progressi e stato attuale della telegrafia e telefonia senza fili » riferisce, a nome della Commissione giudicatrice, composta del M. E. prof. Murani e dei SS. CC. professori Grassi e Jona, il relatore prof. Murani. C'era un solo concorrente, con una memoria contrassegnata dal motto « Laboravi fidenter ». La Commissione propone che

a tal memoria venga assegnato il premio consistente in lire 2500 e in una medaglia d'oro del valore di lire 500. L'Istituto approva. Aperta la scheda suggellata, risulta autore della memoria il prof. dott. *Giuseppe Vanni*, direttore del Laboratorio nel R. Istituto militare radiotelegrafico in Roma.

Del concorso avente per tema: « Una scoperta ben provata sulla cura della pellagra » ha giudicato una Commissione composta dei MM. EE. professori Forlanini, Marcacci e Sala. Riferisce, in luogo del relatore prof. Forlanini, assente, il prof. Marcacci. La Commissione propone che venga conferito un assegno d' incoraggiamento di lire 1500 all' unico concorrente, prof. *Aldo Perroncito* dell' Università di Pavia, per il suo lavoro a stampa « Eziologia della pellagra ». L'Istituto approva. Al concorso avente per tema « La natura dei miasmi e contagi » si presentarono tre concorrenti. La Commissione giudicatrice composta dei MM. EE. proff. Golgi e Gorini e del S. C. prof. Bordoni-Uffreduzi — relatore Bordoni-Uffreduzi — propone che sia conferito un assegno d' incoraggiamento di L. 150 al prof. *Guido Volpino* di Torino, per i suoi lavori stampati sulla eziologia della rabbia canina, sul vaccino e sul vaiuolo. L'Istituto approva. Al concorso avente per tema: « Sul modo d'impedire la contraffazione d' uno scritto », si presentò un solo concorrente. La Commissione giudicatrice composta dai MM. EE. prof. Gabba Luigi, senior, mons. Ratti e del S. C. prof. Carrara — relatore Carrara — propone che non sia assegnato il premio. L'Istituto approva.

All' ultimo concorso di fondazione Cagnola avente per tema: « Sulla direzione dei palloni volanti (dirigibili) » non si presentò alcun concorrente.

Sul concorso al premio di fondazione Fossati, avente per tema: « Illustrare con ricerche originali un fatto di anatomia macro o microscopica del sistema nervoso », a cui si presentarono quattro concorrenti, la Commissione giudicatrice composta dei MM. EE. professori Golgi e Marcacci e del S. C. prof. Morselli, non avendo potuto ultimare ancora i suoi lavori, si riserva di presentare la relazione entro il prossimo gennaio 1915.

Il concorso al premio di fondazione Kramer aveva per tema « Della influenza dei boschi sul regime delle acque superficiali e di sottosuolo. Raccogliere le notizie di fatto sia antiche che moderne relative alla questione e riprenderne la trattazione, con particolare riguardo all' Italia ». La Commissione era composta dei MM. EE. professori Colombo, Jorini, Murani, Paladini e dei SS. CC. professori Jona e Fantoli — relatore

Fantoli. — Due erano i concorrenti. La Commissione propone che sia conferito il premio di lire 4000 all'autore della memoria col motto « Valgami il lungo studio e il grande amore ». L'Istituto approva. Aperta la scheda, risulta autore della memoria l'ing. *Mario Giandotti*, direttore del R. Ufficio idrografico in Parma.

Sul concorso, di fondazione Zanetti, al « premio di lire 1000 a quello fra i farmacisti italiani che raggiungerà un intento qualunque che venga giudicato utile al progresso della farmacia e della chimica medica » riferisce, a nome della Commissione giudicatrice, composta del M. E. prof. Gabba Luigi, senior, e dei SS. CC. professori Antony e Bonardi, il relatore Antony. La Commissione propone che il premio sia assegnato all'unico concorrente, dott. *Domenico Ganassini*, libero docente presso l'Università di Pavia e assistente presso l'Istituto di fisiologia della stessa Università. L'Istituto approva.

Al concorso al premio di fondazione Pizzamiglio, col tema: « L'amministrazione dei Comuni rurali dell'alta Italia (valle del Po e catena delle Alpi) nell'antichità e nel medio evo », non s'è presentato alcun concorrente.

Al concorso al premio di fondazione Tullo Massarani avente per tema: « Il risorgimento della storiografia in Milano nella seconda metà del secolo XVIII » s'è presentato un solo concorrente. La Commissione giudicatrice composta dei MM. EE. prof. Novati, mons. Ratti, e del S. C. prof. Capasso, relatore Capasso, propone che il premio non sia conferito. L'Istituto approva.

Al premio della fondazione Ernesto De Angeli, sul tema « Invenzioni, studi e disposizioni aventi per iscopo la sicurezza e l'igiene degli operai nelle industrie » si presentarono cinque concorrenti. La Commissione giudicatrice composta dai MM. EE. professori Jorini e Murani e del S. C. prof. Baroni, relatore, propone che sia conferito un assegno d'incoraggiamento di lire 1000 all'ingegnere *Alberico Bulfoni*, ispettore dell'Associazione degli industriali d'Italia per prevenire gli infortuni sul lavoro, per la sua memoria a stampa: « L'industria tipo-litografica nei rapporti della sicurezza e dell'igiene ». L'Istituto approva.

Segue nell'ordine del giorno la scelta dei temi per i nuovi concorsi. Si apre la discussione in proposito. Per il concorso al premio dell'Istituto (Classe di lettere e scienze morali e storiche) viene scelto il tema: « Le dottrine sensistiche nel ducato e alla corte di Parma nel secolo XVIII ». Per il concorso al premio di fondazione Cagnola (chimica) viene scelto

il tema: « Esposizione critica ordinata e sistematica delle combinazioni chimiche fra metalli, ponendo in evidenza i loro caratteri peculiari e illustrando con un contributo sperimentale qualche caso interessante o mal noto ». Per il concorso al premio Fossati, il tema: « Quali aiuti le ricerche sull'anatomia del sistema nervoso, allo stato presente, hanno fornito alle nostre conoscenze fisiologiche ». Per il concorso al premio Ferrini, il tema: « Le origini e la struttura primitiva della *vindicatio* ».

Verrebbe ancora, nell'ordine del giorno, il conferimento d'una pensione accademica nella Classe di lettere e scienze morali e storiche; ma, poichè non è presente tal numero di Membri pensionati da render valida la votazione, si rimanda il conferimento della pensione a una delle prossime adunanze.

L'adunanza è sciolta alle ore 16.

Il Presidente
G. CELORIA

Il Segretario
G. ZUCCANTE

SULLE ORIGINI DELL' EPOPEA FRANCESE

Nota V[a] ed ultima del M. E. prof. Egidio Gorra

(Adunanza del 17 dicembre 1914)

E come devonsi intendere i rapporti fra *storia* ed *epopea?* Qui pure il contrasto fra le due dottrine si presenta a primo aspetto inconciliabile. La nuova dottrina, massime nella espressione datale dal Bédier, è molto esplicita e recisa: un nome proprio, la menzione di un avvenimento storico, o creduto tale, che alcuno sussurra al trovero o che questi legge in qualche cronaca o testo di altra natura, sono la scintilla che ne accende l'estro e dà vita al poema. Il trovero non pecca mai di soverchia curiosità. Egli non si dà cura di leggere qualche altra pagina della sua cronaca, di ricercarvi o farvi ricercare qualche notizia più ampia e più precisa; nè d'altra parte il suo informatore o consocio vuol scomodarsi a fornirgli quei maggiori elementi che potrebbero accrescere autorità al racconto. Un nome, un ricordo, un dono votivo, una tomba, una reliquia o la visione del luogo ove l'azione si svolse, bastano, quando si aggiunga quel grande incentivo che è la speranza di un profitto materiale. Il trovero sa lavorare di fantasia e mettere insieme tutto un poema, tutto un romanzo eroico od eroicomico. Insomma egli si comporta, al dire del Bédier, come uno scrittore moderno, il quale scriva, dietro compenso, un presunto romanzo storico, in cui la storia sia solamente il pretesto all'opera sua.

Si badi però che la nuova dottrina non vuol negare con ciò il « carattere » storico dell'epopea francese. Essa invece lo intende in modo diverso dal consueto; lo accentua, lo approfondisce, ma nel senso che considera l'epopea come uno specchio fedele del sentimento, dello spirito, delle aspirazioni, degli ideali dell'età che l'ha prodotta, cioè dei secoli duodecimo e decimoterzo. E mentre la prima dottrina coll'andare alla ricerca dell'elemento storico, coll'affannosa caccia ai per-

sonaggi, agli avvenimenti storici che possano identificarsi coi personaggi e gli avvenimenti epici, compie assai spesso un' indagine del tutto esteriore, la seconda dottrina vuol meglio spiegare l' anima dell' epopea in relazione coll' anima dell' età grandiosa che ce l' ha tramandata.

Orbene: rifacciamoci al primo punto e consideriamo. Se le canzoni di gesta sono o vorrebbero far credere di essere romanzi storici; se in realtà sono storici « il meno possibile »; se i personaggi storici vi sono assai scarsi, e se la storia spesso altro in essi non è se non « un chiodo ai quali i poeti appendono il loro quadro », e perciò molti poemi epici non sono che « romanzi di avventura »; io domando: perchè la loro indifferenza è altrettanto grande quanto la loro ignoranza, anche quando essi si interessano ad un fatto storico molto particolare, o attingono ad una storia locale, o narrano leggende fortemente « localizzate »? Se l' elemento storico è di origine dotta, di origine « livresque »; se fu desunto al momento opportuno da testi, o fornito da persone colte e interessate che attingevano ai testi, perchè non è esso più abbondante, più esatto? Non avrebbe una maggiore abbondanza, una più oculata esattezza accresciuta autorità al racconto? La povertà e la inesattezza dell' elemento storico non si spiegano forse meglio con la dottrina evoluzionista, colla teoria dell' « alterazione fatale della storia per opera della leggenda »? Non si comprende meglio come la verità si alteri e si trasformi per opera di una secolare trasmissione attraverso parecchie generazioni? (1).

Quanto al secondo punto, io non vedo come i seguaci della prima dottrina possano trovare ragioni di dissenso. Una concezione non esclude l' altra. Ogni opera d' arte rispecchia di necessità il suo tempo, e i poemi francesi dei secoli duodecimo e decimoterzo devono inevitabilmente essere l' eco dello spirito e delle tendenze dei tempi che li produssero. E perciò innegabile è il torto di quegli « evoluzionisti » i quali considerano la grande fioritura letteraria della nuova età come la lenta e graduale trasformazione, avvenuta senza scosse e senza bruschi trapassi, di forme anteriori. Essi hanno troppo spesso dimenticato il grandioso e profondo rivolgimento in tutte le forme del pensiero e dell' attività umana avveratosi col secolo undecimo.

Perciò, per un certo rispetto, io mi accordo più con la nuova che con la vecchia dottrina. Io penso che se per « storia »

(1) A queste domande risponderò, secondo il mio modo di vedere, qui appresso.

si debba intendere riproduzione esatta del fatto storico, più esteriore che interiore, storia e poesia non sono mai andate d'accordo, perchè non possono e non devono andare d'accordo. La fedeltà della concezione poetica alla realtà « obbiettiva » suol essere tanto maggiore quanto minore è il pregio dell'opera d'arte. E l'una suol crescere a pregiudizio dell'altra. Perciò le cronache versificate, per quanto esattissime, non sono poesia. Anch'io penso che un nome, un ricordo, una impressione, una visione fugace bastino all'ispirazione e all'anima di un artista; e che gli « storicisti » eccedano ogni misura quando pretendono di trovar sempre una perfetta corrispondenza fra la narrazione, la descrizione, la concezione del poeta e la realtà storica. Chi per poco abbia seguìto lo sforzo penoso di non pochi eruditi messisi alla caccia di sempre nuove identificazioni storiche, se può aver ammirato la loro pazienza, la loro ingegnosità o anche i loro acrobatismi, certo il più sovente deve essere rimasto incredulo. Del resto quale è quell'erudito che accetti le identificazioni proposte da altri? E chi non pensa melanconicamente alle fatiche indarno spese da coloro che, per addurre altro esempio, pretesero di ritrovare nella *Vita Nuova* di Dante una perfetta corrispondenza fra il racconto fantastico e la realtà obbiettiva? Aberrazioni di critici che ignorano o dimenticano le leggi fondamentali che reggono e guidano le creazioni dell'arte.

Il vero altro non è se non il primo eccitamento da cui l'artista prende le mosse per rendere ed esprimere sensazioni autentiche ed impressioni personali; l'immaginazione, la fantasia illuminano il vero, sostituendo ad esso un altro vero. Un giorno disse Goethe ad Eckermann: « Nel campo della « poesia non si hanno troppo a studiare le derivazioni e le « corrispondenze colla realtà. Vogliono sapere, per esempio, in « quale città del Reno si svolge l'azione del mio *Ermanno e* « *Dorotea;* come se non fosse meglio che ciascun lettore im- « maginasse la città che più gli piace » (1).

Perciò una conclusione mi sembra derivare da quanto precede, ed è che veramente si devono considerare le canzoni di gesta come romanzi, come opere di invenzione in cui la storia occupa di necessità un'assai piccola parte; ma per una ragione che non è quella addotta dagli evoluzionisti e neppure quella messa innanzi dai loro avversarî.

---

(1) G. P. Eckermann, *Colloqui col Goethe*, trad. ital. di E. Donadoni. Vol. I. Bari, 1912, pag. 197.

***

E qui io vorrei aprire una parentesi, che, oso sperare, non sarà giudicata nè inutile nè inopportuna. Nel ricercare le origini di narrazioni favolose con fondamento storico, e nello studiare il modo di alterazione della verità storica, mi domando se non sarà permesso di raffigurarci, anche nel medio evo, un procedimento non molto diverso da quello che possiamo documentare in età a noi più vicine. Poichè anche in tempi in cui la critica può meglio esercitare l' ufficio suo e in cui gli avvenimenti si svolgono nella piena luce della storia, noi assistiamo al formarsi di leggende che, per la contenenza e la significazione che sono loro proprie o che loro sono attribuite, suscitano un interesse che si fa sempre più vivo e più generale, massime quando abbiano la fortuna di ispirare qualche vero poeta. Chiarimenti per un'indagine di questa natura mi sembra offra, ad esempio, un libro recente e pregevole, il quale studia appunto la formazione di una leggenda « moderna », se non recentissima. In questo libro non è difficile spigolare elementi e fatti non inutili forse alla nostra questione. Intendo parlare della leggenda di Don Carlos, infante di Spagna, la quale si venne formando e svolgendo in modo che si può oggi facilmente seguire nelle sue diverse fasi (2).

Quando nel gennaio del 1568 il giovane principe fu chiuso nella torre dell' Alcazar, fu un gran sussurrare dentro e fuori la corte. Erano quelle « le prime voci di una delle più belle « ed austere leggende che la fantasia abbia mai tratto dal do- « lore umano ». Il Principe era morto per indigestione, poichè era voracissimo; ma ambasciatori e cortigiani diffusero i più strani racconti; e quando la corte di lui « fu sciolta e i gen- « tiluomini sostituiti da altri personaggi della corte, molti di « essi si rifugiarono presso Caterina (de' Medici), che si com- « piacque di ascoltare da loro il racconto del dramma e si « fece poi banditrice d' ogni sorta di narrazioni leggendarie e « di bizzarre novelle ». Ai *racconti orali* presto si aggiunsero i *racconti scritti*. L' influsso *livresque* sullo sviluppo della leggenda ci è documentato dalle *Relazioni*, dai *Ragguagli* che furono letti avidamente, e dei quali alcuno conseguì una par-

---

(1) Ezio Levi, *Storia poetica di Don Carlos*. Pavia, 1914; cfr. cap. III, pag. 59 sgg.

ticolare fortuna, anche fuori di Spagna. Il sospetto che il Principe fosse morto di veleno si fece sempre più forte, e ognor più si diffuse la leggenda della condanna a morte o dell'assassinio di Don Carlos. Si aggiunse poi un avvenimento politico che alla leggenda stessa diede un colorito nuovo e un significato più vasto. Scoppiò la rivoluzione nei Paesi Bassi e « naturalmente i fiamminghi subito credettero di trovare nel « Principe, finito in un modo così cupo e misterioso, una vit- « tima delle idee per le quali essi combattevano, e della li- « bertà. Nei dolori di Don Carlos i ribelli videro allora quasi « simboleggiati e riuniti i dolori loro propri, nella tragica « storia di lui riconobbero tratti ed episodi di altre infinite « storie di quegli anni sanguinosi; e da quell'*elaborazione* « *fantastica e sentimentale* la figura del Principe uscì profon- « damente mutata e idealizzata. Lo schiaffeggiatore dei corti- « giani fu trasformato in un generoso odiatore di tiranni, « fors'anche in un eretico, e nella morte di lui si scorse un « tenebroso delitto di Filippo II, dove in realtà non era che « una formidabile scorpacciata di pernici pasticciate.

« La leggenda si avvolse e si aggrovigliò come un'edera « intorno allo stelo della storia e tutto lo ricoprì col suo fo- « gliame fittissimo ». Un'apologia fu pubblicata, la quale denunciò i delitti della Corte di Spagna, e le accuse furon ribadite in un *poemetto* francese, in cui « il rimatore traduce per « la prima volta in un'accusa chiara e precisa quel sospetto « che Filippo abbia fatto avvelenare il figliuolo, quel dubbio « che già si è visto balenare nelle lettere scritte dall'Italia nel « 1568. Don Carlos è rappresentato come un giovane impe- « tuoso, pieno di ardimento e di generosità, che sfida le bieche « figure dei cortigiani spagnuoli. Costoro decidono di perderlo « e si giovano della pietà del Re; per mezzo della confessione « costringono il padre sciagurato a scagliare contro il figlio « *les fouldroyans arrêts de l'Inquisition*. Invano il giovane « « crie et brave ouvertement »; lo si accusa di rapporti ille- « citi con Bergheu et Montigny e di amare la matrigna, Isa- « bella. Filippo, *sotte beste*, beve quelle colossali fandonie e « fa avvelenare il Principe. La regina, che è buona e affet- « tuosa, è esacerbata da quel delitto, e piange disperatamente; « da quel pianto il Re si convince sempre più della verità di « quelle accuse di incesto e fa avvelenare Isabella mediante « un « breuvage » del suo droghiere privato ». Poscia molti dei particolari narrati nell'*Apologia* e nel poemetto « sono « raccolti nell'ampia e diffusa narrazione del « caso tragico »

« di Don Carlos, che fa parte dell' *Histoire générale d' Espagne* « di Luigi de Mayerne Turquet, edita le prima volta a Parigi « nel 1586 ».

È un vero e proprio « romanzo questo racconto contenuto « nelle pagine dell' *Histoire d' Espagne*, ed architettato non « senza abilità da uno scrittore più fantasioso che onesto ». Ma ciò che ha per noi grande importanza è un altro fatto che dobbiamo rilevare. Giustamente nota il Levi che « a noi pare, « più che strano, stupefacente, che *alla distanza di soli* « *vent' anni da quei fatti*, quando alcuni dei personaggi erano « ancor vivi, si potessero schiccherare tante fandonie, con « così sicura sfacciataggine ». Poichè « il Mayerne ha cofuso « fatti, tempi, uomini e circostanze disparate ». Per esempio, « il personaggio ucciso misteriosamente per le vie di Madrid « per incarico del Re, non è già il Marchese di Poza, ma il « Segretario Escobedo, e non si tratta di un fatto del 1568, « ma del 1577. Tutta l' Europa ne parlò; e non si capisce « come *undici anni dopo* ne fosse così stravolta la memoria ». Ma il più curioso si è che il protagonista di questa storia si compiaceva della lettura delle avventure fantastiche che gli scrittori gli attribuivano. « Quando Brantôme era a Madrid « (1564), sentì parlare di un *libro* contenente tutte le avven- « ture, pazzie, stravaganze, stranezze e stramberie del Principe, « il quale ben lungi dall'adontarsene, ne era tutto compiaciuto « ed orgoglioso e passava le sue giornate assorto nella lettura « di quelle pagine folli e pittoresche ».

E a colorire e ad alimentare la leggenda si aggiunse anche la parola di uno dei personaggi più noti della Corte spagnuola: di quell' Antonio Perez che fu senza dubbio una delle figure più caratteristiche della Spagna del cinquecento: uomo di molto ingegno, conoscitore di parecchie lingue, eloquente, astuto, amante del lusso e dei piaceri, che ora raggiunse il sommo degli onori ed ora potè a mala pena sfuggire al capestro, e che « nei crocchi eleganti, come un Casanova del « Seicento, amava raccontare le drammatiche vicende della « sua fuga, quelle dei suoi amori e delle sue gelosie e coloriva « fantasticamente chi sa quali romanzi intorno agli avveni- « menti della Corte di Spagna ».

Per queste ragioni mi sembra che a buon diritto si possa affermare non solamente, come fa il Levi « che il mito non si « è spento nel Medio Evo e che la poesia ha la sua fioritura « perenne come l'annuale rinnovarsi della primavera »; e che « accanto alle storie poetiche di Carlomagno, di Attila e di

« Maometto, noi potremo collocare la storia poetica di Don « Carlos, di Maria Stuarda, del Cid, di Guglielmo Tell »; ma altresì che lo studio delle leggende più recenti può, almeno in alcuni casi, guidarci a intendere la formazione delle leggende epiche in genere, e in ispecie le medievali.

Prevedo la facile obbiezione che noi dobbiamo guardarci dagli anacronismi, e al Bédier fu appunto rimproverato la tendenza di attribuire al medio evo abitudini e procedimenti proprî all' età moderna, ma io domando come possano ad es. meglio spiegarsi la leggenda del Cid e le sue deviazioni dalla storia quando si pensi che il protagonista morto nel 1099, divenne eroe di un poema, in buona parte favoloso, pochi decenni dopo. Questo almeno dimostra che non occorre l' opera dei secoli a produrre « l' alterazione fatale della storia per opera della leggenda »; che pochi anni bastano ad alterare, a sconvolgere, a rovesciare la verità dei fatti; che siffatte alterazioni possono essere opera sopratutto di circoli di Corte, di letterati, di cronisti; che il così detto « popolo » può non avervi nessuna partecipazione diretta; che anche senza ammettere l'esistenza di più o meno numerosi canti, o epico-lirici, o epici che dir si vogliano, possiamo spiegarci la formazione e la trasmissione delle leggende; che il voler pretendere una troppo esatta o anche approssimativa corrispondenza tra la leggenda e la verità storica è pretesa ingiustificata; che l'azione « livresque » sulla formazione e la propagazione delle leggende può essere grandissima; e infine che i veri poeti in sparse narrazioni o in aride cronache possono benissimo trovare elementi bastevoli alle loro concezioni e pervenire a « dar vita e polpe alle ossa dei sepolcri ». I veri poeti sono capaci di questo e di altro. Perciò quando l' Astronomo Limosino tace i nomi dei caduti a Roncisvalle « quia vulgata sunt », noi non siamo di necessità indotti ad ammettere l' esistenza di canti nei quali i caduti fossero celebrati. Nei circoli di Corte e memorie e tradizioni e nuove invenzioni e fantasiose avventure poterono formarsi e mantenersi non diversamente dal modo che possiamo documentare in tempi da noi meno remoti.

Origini « antiche e popolari » dell' epopea francese? Rispondono il Becker e il Bédier: Origini antiche, no; anzi recenti. Origini popolari nel senso romantico, no; ma in altro

senso, sì. I romantici e buona parte dei positivisti considerano le canzoni di gesta come opere impersonali, nate da una lenta e graduale trasformazione attraverso i tempi: l'epos, nacque, crebbe, prosperò e poscia deperì e alla fine si spense come un essere organico. Tale concezione si considera oggi dai più come inammissibile. La nuova dottrina vuole, al contrario, attribuire la più grande importanza all'opera individuale dell'artista, del *poeta*, il quale sovra pochi elementi sa costruire tutto il suo poema, senza che a formarlo abbia necessariamente concorso l'opera dei secoli. Tuttavia questo poeta non si strania dal popolo, se per popolo si deve intendere tutta la folla di coloro che sulle vie dei pellegrinaggi, nei santuari, nelle chiese, sulle fiere, sui mercati, si raccoglievano intorno al trovero: in tal senso la poesia epica potrebbe esser detta « popolare ».

Le due concezioni stanno innegabilmente in aperto contrasto, e coinvolgono problemi che ancora attendono una soluzione. Che cosa è veramente la « poesia popolare »? Quali rapporti possono in realtà intercedere o sono interceduti, fra « poesia di popolo » e « poesia di arte »? La poesia di popolo precede sempre (si intende nelle età primitive) alla poesia d'arte? E se sì, è questa una derivazione o una continuazione o una trasformazione, che dir si voglia, di quella? Oppure, come nelle età progredite, così anche nelle primitive, fra poesia di popolo e poesia di arte si apre un abisso, che nulla vale a colmare, anche nel caso questa non rifugga dal derivare da quella elementi e ispirazioni? E, infine, è il popolo capace (nel modo in cui intendono i romantici e gli evoluzionisti) di creare il « poema epico »?

A queste domande non mi è consentito di tentare qui una risposta. Mi limiterò a dire, riferendomi all'ultima, che io mi accordo interamente col Comparetti là dove, dopo avere studiato la poesia epica dei Finni, scrive: « Che cosa sia, che cosa « dia, che cosa possa dare la poesia popolare finchè è pura- « mente tale, ormai lo sappiamo. Poema creato dal popolo « non esiste, non può aspettarsi » (1). E anche convengo con un altro insigne critico e pensatore, G. Fraccaroli, quando confuta un'opinione di L. Erhardt sulla formazione dei poemi omerici e dell'epos in generale (2). A dir vero io farei anche

(1) D. COMPARETTI, *Il Kalevala*, in *Atti e Memorie dell'Accademia dei Lincei*, Roma, 1891.

(2) G. FRACCAROLI, *L'irrazionale nella letteratura*, Torino, 1903, p. 256 e segg.

maggiori riserve ch' egli non faccia, ma io pure penso che pur ammettendo che sulla formazione artistica possa influire lo spirito della nazione, tuttavia soltanto l' elaborazione individuale può dar vita all' opera d'arte, che meriti veramente tal nome. E io pure penso che altra cosa è la poesia che può interessare il popolo ed essere gustata dal popolo, e altra cosa è la poesia del popolo „. Questo può cantare qualche avvenimento contemporaneo, ma in modo affatto rudimentale, tenendosi entro una „ ben ristretta cerchia di concetti, quale l'esposizione semplice del fatto, le lodi generiche, oltre quelle del caso particolare, le lamentazioni e le invocazioni „. Ma anche in questo caso i canti, più spesso che all' improvvisazione, si devono all' opera particolare di qualche „ verseggiatore „ da strapazzo. Ed io pure sono persuaso che „ poesia del popolo che celebri avvenimenti lontani non è che un'ipotesi di qualche critico „; e che „ l' attività del popolo è tutt' al più un' attitività di adattamento, e non è creazione; è negativa più che positiva. Essa elimina ciò che non risponde al sentimento universale, lavora di selezione, ma sempre sui prodotti dei singoli „. E quindi non vi ha poesia che sia composta collettivamente dalla specie; e un „ poema „ che meriti veramente tal nome non è opera di un' attività „ che deliberatamente coordina, combina, amplifica e raccorda dei pezzi preparati, ma di una ispirazione, di una intuizione che ricrea e riscalda la materia in una forma sostanzialmente nuova ed originale „.

Perciò, nella tesi generale, io mi trovo d' accordo col Becker e soprattutto col Bédier, quando egli nel fare la storia delle dottrine dei romantici intorno alle origini e alla formazione delle epopee, antiche e moderne, ne fa una critica, che per molti rispetti, mi sembra demolitrice. Troppo si è almanaccato intorno alla così detta poesia „ popolare „; intorno alle leggende „ popolari „; alle tradizioni „ popolari „; ai miti, alle credenze „ popolari „; É questo un concetto che ha traviato gran parte dell' opera critica degli ultimi tempi; e quindi io penso che molte ricostruzioni critiche che parevano poggiare su basi granitiche sono destinate a rovinare dalle fondamenta.

Ma non per ciò intendo di accettare la nuova dottrina, quando essa alle origini „ popolari „ vuol sostituire le origini „ monastiche „ o „ chiesastiche „ dell'epopea francese. Vera-

mente il Bédier direbbe: « monastico-giullaresche » o « chiesastico-giullaresche », poichè tali origini vuol ricondurre all' azione consociata dei monaci coi giullari; ma la prima spinta sarebbe pur sempre provenuta dal clero, tanto che il B. giunge alla conclusione ultima che, come la Chiesa fu la culla dei « Misteri », così fu anche « le berceau des chansons de geste ». Perciò, se è vero che egli nei due ultimi volumi è venuto attenuando le troppo recise affermazioni contenute nei due primi, è altresì innegabile che la conclusione finale a cui giunge rivela che il suo intimo pensiero non è punto mutato. Ed è questa, se non erro, la parte più debole della sua argomentazione, poichè forse qui la esagerazione ha rovinato il sistema.

Della tesi del Bédier, in questa sua parte, una confutazione che mi sembra quanto mai persuasiva ha fatto il Rajna (1), il quale ha giustamente osservato come entri qui di mezzo « ciò che potrebbe chiamarsi la concezione materialistica dell' epopea francese ». A proposito di quanto il Bédier scrive intorno alla tomba di Isoré e allo sfruttamento monastico egli trova « molto curioso questo rappresentarsi un antico « ospizio di pellegrini, destinato certo — situato com'era fuori « della città eppur prossimo ad essa — ad accoglier gente a « corto di mezzi, come una specie di grande albergo svizzero « a cui la società proprietaria s' affanni ad accrescere le at- « trattive e la voga ». Aggiunge il Rajna come fosse cosa ben nota che le leggende epiche si dovettero propagare con particolare facilità lungo le strade battute, e soprattutto lungo le strade dei pellegrini. Perciò il nuovo nella trattazione del Bédier consiste nel volere molto più intimo quel rapporto che già era stato da altri supposto.

Osserva il Rajna che « al veder convertiti gli « eccle- « siastici in semplici sfruttatori del sentimento religioso « egli sarebbe ben disposto, se la cosa risultasse dimostrata. « Ma di ben altro genere che epica era la letteratura che « chiese ed ecclesiastici avevano interesse a promuovere e che « difatti incontestabilmente promossero ». In complesso « la « partecipazione è attiva, molto più che passiva; si appro- « fitta di ciò che viene ad essere dato dal di fuori, piuttosto « che offrire ad altri ». Secondo il Bédier e il Becker, senza il Guglielmo monaco noi non avremmo in nessun modo l'eroe.

(1) In *Studi medievali*, diretto da Fr. Novati e R. Renier, vol. III, pag. 385 e sgg.

Invece sarà da ritenere che « nel Guglielmo epico si sia ve-
« duto il Guglielmo santo solo per effetto di una identifica-
« zione tardiva ».

E su questo medesimo argomento ha, più recentemente, insistito, pure con buone ragioni, G. Huet (1). Anch'egli osserva che ciò che più ci sorprende è il fatto che i giullari, componendo i loro poemi a scopo religioso e sulle indicazioni che loro forniva il clero, non trattavano argomenti che dovevano più davvicino interessare i pellegrini, sibbene argomenti, per così dire, collaterali. Se per esempio i pellegrini, si recano in Borgogna per venerare a Vézelay il corpo di Maria Maddalena, ecco che loro si racconta non già la storia della santa, ma quella di un guerriero del nono secolo, Girardo da Rossiglione. Si crede di poter rispondere che vi erano in questo paese delle ragioni speciali per interessarsi a questo personaggio. Ma, giustamente obbietta l'Huet, il fatto è costante. Ai devoti che visitano la chiesa di S. Géri non si recita la storia del santo, sibbene quella di Raoul de Cambai. E i visitatori di Saint Riquier intendono narrare non la storia del santo illustre Angilberto (che forse era storia in parte epica), ma quella del miscredente Gormond e del rinnegato Isembart. A Stavelot, i giullari consultano la vita di Santo Agilolfo, ma tralasciano tutto quanto lo riguarda per trascegliere alcuni nomi proprî sui quali costruiscono la storia del cavaliere-brigante Basin, e di un altro cavaliere-brigante, Rinaldo da Montalbano. La canzone di gesta, osserva l'Huet, è essenzialmente guerriera; essa tratta di guerre, di battaglie, e anche di brigantaggio; nella ipotesi di un'origine chiesastica e devota di questi racconti, tal fatto riesce difficile a spiegarsi. Esso invece si chiarisce quando si ammetta che i giullari hanno semplicemente adattato ai bisogni di un pubblico nuovo — quello dei pellegrini — un genere di poesia che già esisteva e aveva origini affatto diverse. « Certo vi è nell' epopea un elemento religioso: le apparizioni degli angeli, i miracoli, ecc. ma esso è tolto alle vite dei Santi, ai racconti biblici, che erano noti a tutti. Il Bédier vuol perfino dimostrare che la figura di Carlomagno è, nelle canzoni di gesta, di origine « clericale ». « I « clercs »
« glorificando il grande imperatore come l' ideale del principe
« a un tempo guerriero e religioso, come il campione infati-

(1) G. Huet, recensione all'opera del Bédier (vol. III e IV) in *Le Moyen âge*, nov.-déc., 1913, p. 427 sgg.

« cabile della Cristianità, avrebbero creato il personaggio cen-
« trale dell'epopea francese; e i giullari, alla loro volta, avreb-
« bero ricevuto questa figura di re-sacerdote, in certa guisa,
« già formata, dalle mani degli ecclesiastici ».

Certo, bene osserva l'Huet, vi è un elemento « clericale » o, meglio, religioso, nel Carlomagno epico, ma come spiegare la figura incoerente, eppure sì viva, talora eroica, talora grottesca, che ci offre l'epopea? La rapidità con la quale questo re-sacerdote sarebbe divenuto un personaggio assurdamente violento, stizzoso, burlesco non può a meno di sorprenderci. E come spiegare i poemi in cui l'imperatore è tenuto in iscacco dai suoi baroni ribelli? Si pensi che Uggeri il Danese è personaggio assai antico e noto all'autore del Roland. Le spiegazioni che di tal fatto hanno voluto dare il Becker e il Bédier non persuadono. Si rifletta che delle tre sedi: Aix la Chapelle, Saint-Denis e Laon, questa non è menzionata come posseditrice di reliquie, eppure i giullari la conoscono assai bene, il che induce a pensare che essi conoscevano tradizioni risalenti al tempo in cui i Carolingi avevan fatto di Laon la capitale. E così anche per questa via l'Huet giunge alla medesima conclusione, che cioè è da ritenere che dell'epopea esistette *almeno una* fase anteriore a quella a noi pervenuta, e quindi anche a quella descritta dal Becker e dal Bédier.

Ben si avvede il Bédier che qui sta il nodo della questione, e perciò egli si industria di dimostrare che l'influsso chiesastico è primitivo, originario, non tardivo. Dobbiamo ammettere, scrive egli (IV, 85-86), che S. Riquier non sia divenuto se non tardi il patrono celeste della leggenda; che i monaci di Vézelay non abbiano avuto nessuna parte nella formazione della leggenda di Girardo di Rossiglione, la quale sarebbe in origine interamente « secolare » e popolare; e che il medesimo debba ripetersi delle leggende di Ybert de Ribemont, di Rinaldo da Montalbano, di Uggeri il Danese? Si badi, al contrario, dice il critico, all'intima parentela che unisce queste leggende. È sempre la storia di un orgoglioso o di un ribelle, il quale pecca per *dismisura*. « La *desmesure* s'empare de lui et l'af-
« fole, jusqu'au jour où enfin Dieu le courbe sous sa main ».
Noi abbiamo dinanzi grandi leggende di orgoglio e di penitenza:
« qu'on en supprime les dénoûments, c'est leur beauté que
« l'on supprime. Additions postiches de moines, va-t-on répé-

« tant: qu'on leur trouve donc d'autres dénoûments qui vail-
« lent ceux-là. Il faudra d'ailleurs les inventer, car, aussi
« haut que nos textes remontent, ce sont ces dénoûments là
« qu'ils nous donnent ».

Ma qui io mi domando: Questo concetto che il Bédier considera come fondamentale, è di origine esclusivamente chiesastico; o non è invece comune al pensiero e alle letterature tanto antiche quanto moderne? Esso è dominante tanto nella letteratura greca, come nella latina, oltrechè nelle letterature cristiane; e fu concetto cardinale nell'etica di corte della Francia meridionale e quindi anche nella lirica trovadorica, che il Bédier non vorrà certo ricondurre ad origine chiesastica, o, comunque, religiosa (1).

Altro « motivo » ispiratore, fondamentale dell'epopea, è il sentimento « patriottico », l'amore alla « dolce Francia ». Il Flach ha ben veduta e ben posta la questione (2). La grandezza dei personaggi dell'epopea non sta tanto nei caratteri individuali, quanto nei loro tratti « ereditarii » e « collettivi ». Non ve n'è uno che si creda migliore de' suoi fratelli; non uno che meni vanto del proprio valore. La gloria è del lignaggio, « et chacun d'eux s'enourgueillit à contempler dans toutes les « autres, comme en des miroirs, sa propre image multipliée ». E già nel terzo volume della sua opera sull'*Origine de l'ancienne France* (pag. 135) il Flach aveva messo in rilievo che « l'hi-« stoire politique du X^e^ au XII^e^ siècle tient en majeure partie « dans l'histoire des lignages. Rien ne justifie mieux le cadre « familial, *lignager*, où nos vieux poètes épiques ont placé leurs « héros. C'est la geste, c'est la grande famille qu'ils ont « chanté ». Ed è questo un concetto fondamentale che fu interamente trascurato dal Becker e dal Bédier.

Perciò risorge spontaneo il sospetto che l'epopea sia nata primamente fra la classe guerriera, e più precisamente alla Corte dei signori feudali, e sia perciò nelle sue prime origini aristocratica, feudale, dinastica. L'importanza delle Corti fu messa in luce da molti critici (3), e quale e quanta considerazione meriti l'influsso delle Case principesche sulle origini dell'epopea apparirà ancora meglio quando si farà più sereno

---

(1) Cfr. sull'argomento Ed. Wechssler, *Das Culturproblem des Minnesangs*, I, Halle, 1909, p: 44 e seg. ecc.

(2) J. Flach, in *Journal des Savants*, 1909, p. 29 sgg.

(3) Cfr. P. Rajna, *Le origini dell'epopea francese*, p. 16, e *Storia ed Epopea*, Firenze 1909, p. 19 sgg.

e più giusto giudizio della così detta « poesia popolare ». La tendenza di ricondurre tutta o quasi la poesia volgare del medio evo a origini popolari dovrà pur cessare o perdere di vigore un giorno; e allora si ritornerà con maggior senso di verità, io penso, all'opinione delle origini « aristocratiche » di non pochi generi letterari che ancor son detti « popolari ». Allora si intenderà che alle Corti essi trovarono gli elementi e l'alimento, l'occasione e il clima per nascere e prosperare. E allora si dovrà ancora una volta riconoscere che il popolo (e quale *popolo*?) ha, senza misura assai più ricevuto di quanto non abbia dato.

Ma, obbietta il Bédier, se le canzoni di gesta furono composte principalmente per la « classe guerriera »; se erano rivolte massime al mondo signorile, come si spiega il fatto che non mai, in nessuna canzone di gesta dell'età migliore occorre la menzione di qualche alto Signore che abbia protetto il il poeta, incoraggiata la sua impresa, a somiglianza di quanto leggiamo nei romanzi « cortesi » di Chrétien de Troye ad esempio? « Pourquoi les jongleurs de geste, s'ils s'adressent de « préférence à un public aristocratique, n'ont ils jamais employé « ce genre de flatterie, comme depuis le temps de Pindare, qui « aurait consisté à rattacher à la lignée de Renaut de Mont- « auban, ou de Girard de Roussillon, ou d'Ogier, telle ou telle « des familles illustres du XII^e^ et du XIII^e^ siècle? ». E se l'autore della *Chevalerie Ogier* sembra aver avuto un Mecenate, questi fu un abate dell'ordine di San Benedetto.

Certo l'obbiezione è grave. Ma, anzitutto, lo stesso Bédier deve riconoscere che qualche accenno a Signori nei poemi non manca (1). Inoltre egli muove a sè stesso un'obbiezione di molto peso. Poichè, se possediamo documenti « chiesastici », in pari tempo è evidente che a risolvere certe questioni di origini occorrerebbe possedere anche documenti di carattere « laico », emananti dai castelli e dalle corti medievali. Ma di siffatti documenti noi non ne possediamo neppure uno: « il faut « se rappeler que, si nous non possédons du moins quelques « documents d'églises, nous n'en avons pas un seul qui émane « des châteaux. Or ce souci de leur origines qui préoccupe les « moines dans leurs cloîtres, était-il chose étrangère aux fa- « milles seigneuriales »?.

Orbene, qui la mancanza di siffatti documenti non potrebbe provenire da un grande naufragio in cui essi siano andati interamente perduti? E una ulteriore indagine, qualche più

(1) Op. cit., vol. III p. 176 177. Cfr. anche E. Wechssler in *Jahresbericht* del Vollmöller, V, II, 386.

accurata ricerca non potrebbe esumare testimonianze ancora sepolte? Ad ogni modo, anche allo stato presente degli studi, permane sempre il dubbio che la fase studiata dal Bédier rappresenti un adattamento monastico di leggende e tradizioni più antiche, guerresche e cavalleresche. E perciò si comprende come ancora sembri ai più che soltanto la vita feudale e cavalleresca può spiegare il contenuto e il carattere delle canzoni di gesta. Se lo spirito guerresco e religioso che animò le Crociate indusse a trasformare alcuni guerrieri in santi, certo però sotto la tonaca luccica sempre l'armatura del soldato (1). E forse il Bédier ha altresì scordata una considerazione di ordine generale, che cioè i generi letterari del medio evo si trasformarono facilmente di profani in religiosi: la lirica amorosa di Provenza divenne lirica religiosa in onore della Vergine; il romanzo brettone d'amore si continuò nel romanzo mistico del Saint Graal. Nessuna meraviglia quindi che, auspice la Cronaca di Turpino, l'epica, nazionale e dinastica in origine, sia stata a poco a poco attratta dalla Chiesa nella propria orbita.

Si consideri inoltre che le leggende epiche sorsero e fermentarono colà dove veramente si combatterono grandi battaglie, colà dove sorgevano i castelli di quei signori e nobili, che senza dubbio parteciparono alle guerre. Si ricordi che la vita signorile e feudale del secolo undecimo fu fastosa e amante di passatempi intellettuali, come ci dimostra la lirica provenzale, la quale nella sua essenza è cortigiana e aristocratica.

Forse a chiarire il problema giova il supporre che il poeta, l'autore delle canzoni di gesta, fu probabilmente, non rade volte, ad un tempo uomo di corte e uomo di chiesa. Al quale proposito sembra a me che abbiano notevole importanza le recenti indagini di W. Tavernier, le quali tendono a dimostrare che autore della Chanson de Roland fu probabilmente quel « Turaldus, capellanus regis » che visse alla Corte di Guglielmo il Rosso d'Inghilterra († 1100) (2).

---

(1) Cfr. Rajna, in *Studi medievali*, III, p. 388 sgg.

(2) Cfr. W. Tavernier, in *Zeitschrift für romanische Philologie*, 1914, p. 99 sgg. Quanto alla forma *Turaldus* invece di *Turoldus* si veda quanto scrive il T. stesso. L'ipotesi del poeta di corte che era « chierico » o anche ecclesiastico (cappellano) mi sembra chiarire non pochi problemi. Il poeta, dovendo essere interprete dei sentimenti del suo principe e dei baroni, ne esprimeva gli ideali guerreschi. Ma la sua condizione di ecclesiastico lo induceva in pari tempo a dare notevole rilievo al sentimento religioso e alle aspirazioni chiesastiche. Di qui forse

***

Volendo concludere, dirò quali sembrano a me essere i risultati positivi e negativi, che possono derivarsi dalla precedente, per quanto breve, disamina.

L'opinione che ammette l'esistenza di una ricca fioritura di poesia epica anteriore di parecchi secoli al mille, svolgentesi per lenta e progressiva evoluzione di età in età, di generazione in generazione, pare ormai insostenibile. Tuttavia a tale concezione romantica ed evoluzionistica, non è senz'altro da sostituire quella della creazione spontanea, quantunque il secolo undecimo abbia segnato un grande rinnovamento, anzi una vera e propria rivoluzione nella storia del pensiero e dell'attività umana, nelle sue molteplici forme. Poichè una certa attività letteraria, anteriore a questo secolo, non può ragionevolmente negarsi. Ma anch'io penso che fra essa e la susseguente si apra un abisso.

E in questa fase pre-letteraria se qualche azione è da attribuire ad elementi tradizionali, pochissima importanza è, a mio avviso, da ascrivere a una vera e propria poesia di popolo. Dalla quale soltanto, secondo la dottrina romantica ed evoluzionista, sarebbero derivati i principali generi letterari del medio evo. Io penso invece che le origini si devono creare non fra il volgo, ma fra le persone colte, e massime alle corti dei principi e dei signori. Quivi si elaborarono le opere letterarie che hanno vero e proprio intendimento artistico. Elementi tradizionali e popolareschi o giullareschi penetrarono senza dubbio

---

quel particolare carattere eroico-religioso delle canzoni di gesta, il quale oltre che dalla tendenza generale degli spiriti del tempo, può derivare anche dalla particolare condizione del poeta e del suo ambiente. Il quale poeta era indubbiamente, anche a mio avviso, persona colta. E perciò consento col Flach quando scrive: « Les vrais auteurs et inventeurs « des chansons de geste ne peuvent avoir été que des hommes instruits, « des clercs, qu'ils aient ou non manié l'épeé avant de faire résonner « la vieille ou de noircir le parchemin. On ne me persuadera jamais que « l'auteur de la *Chanson de Roland*, du *Charroi de Nimes*, ait été « un ignorant, un homme du peuple. Clerc il connaît le latin, il a « pu lire sinon les vies locales des saints, du moins les chroniques les « plus répandues, surtout se servir des chronologies qui faisaient presque « office d'almanachs. Ce clerc, en outre, a été en relations suivies, « régulières, avec des couvents et il est allé y chercher — sans « cesse, il nous le dit — sa documentation » (*Journal des Savants*, l. c.).

in queste prime manifestazioni artistiche, ma la temperie in cui queste sorsero e prosperarono non è quella in cui nasce e inaridisce e riappare, come povera e magra vegetazione, la effimera e rudimentale poesia di popolo, finchè è veramente tale.

Cade quindi la teoria dei canti epico-lirici o interamente epici, contemporanei o di poco posteriori agli avvenimenti in essi realmente o presumibilmente celebrati; e perciò vacilla la teoria delle origini germaniche dell'epopea: quando l'una e l'altra non si vogliano ricondurre entro modestissimi confini. Quindi l'opinione che sia esistita tutta una ricca, anzi ricchissima letteratura (o epica o lirica) anteriore al secolo undecimo è da rifiutarsi. E parimente io giudico erronea l'opinione dei romantici e degli evoluzionisti, secondo la quale questa ricchissima produzione poetica, in ispecie epica, si è venuta svolgendo attraverso i secoli senza scosse, sino ad assumere quella forma che ci è stata tramandata dai manoscritti. E consento pienamente con quegli storici i quali dividono il medio evo in due grandi età, di cui la più gloriosa, per molti rispetti, incomincia col secolo undecimo. Le manifestazioni artistiche anteriori a questa età non dovettero essere se non i primi esperimenti, e il più sovente poveri e rozzi tentativi, che solo raramente avranno conseguito altezza di pregio artistico.

Ed io non saprei come meglio esprimere il mio concetto e il mio pensiero che valendomi di un esempio o di un'analogia che mi pare assai appropriata. La storia dell'architettura romanza ci documenta che nel secolo decimo si costruivano per lo più rozzamente in legno i castelli dei signori feudali. Ma nel secolo seguente vediamo come a un tratto torreggiare i poderosi castelli in pietra. Mentre quei primi castelli non avevano che un'esistenza molto precaria come quelli che presto distrutti, presto rinascevano dalle loro ceneri; i secondi al contrario parevano costruiti per sfidare i secoli (1). E il fenomeno si avverò non soltanto nell'architettura; poichè una profonda differenza separa, ad esempio, la feudalità del primo periodo storico da quella del successivo. Scrive J. Flach che « pré« caire, bénéfice, fief furent tout d'abord des costructions « hâtives, élevées au jour le jour, sans cesse détruites ou « démoulies et refaites avec des matériaux sommaires, abritant « tout au plus une, deux ou trois générations » (2).

---

(1) Quanto la storia di questi castelli si colleghi con la storia dell'epopea ha mostrato il Longnon (*Romania*, 1909, p. 223 sgg.).

(2) E il Flach continua: « Elles sont de bois; au XII° siècle elles « seront de granit, et dureront alors jusqu'à la Révolution, qui les

Io credo che sia un errore storico fondamentale l'immaginare il sorgere dei monumenti e dei generi letterari nelle nuove favelle romanze molto tempo prima del secolo undecimo. Alle nuove creazioni occorsero particolari condizioni di spirito e di coltura, e queste si avverarono solo in piccola parte intorno al mille, e, compiutamente, durante il duodecimo secolo. I documenti letterari che sono a noi pervenuti non ci danno la fase originaria, la quale forse non perverremo mai a discoprire o a ricostruire, ma che non può tuttavia essere troppo anteriore a quella superstite. Perciò io termino queste mie Note con le stesse parole con le quali, tre anni or sono, chiudevo le mie « Letture » sulla poesia amorosa di Provenza, e poscia il mio saggio intorno ad alcuni problemi di origini: « Uno studio si impone avanti a tutti gli altri, lo studio del meraviglioso fermento di vita che agitò le menti e gli animi nell'undecimo e nel duodecimo secolo, fermento che per ragioni varie e complesse svegliò dal torpore e dal sonno medioevale le regioni di Francia prima dell' altre, e che dalla Francia si irradiò tutto intorno nell'Europa occidentale, ridestando dovunque energie assopite e fecondando germi rimasti fino allora latenti ed inerti » (1).

« jettera à bas, le jour même où elle s'attaquera aux églises romanes « ou gothiques. Ce n'est point à dire qu' il n'y ait eu dès le X[e] siècle « des tentatives isolés d'institutions durables, aussi bien qu'on éleva « dès alors quelques maisons de pierre, mais faute d'avoir mesuré exa- « ctement leur importance et leur portée, l'origine de nos institutions « a été éclairée d' une lumière artificielle ». Perciò il Flach si propose di far rivivere nell'opera sua la società dei secoli decimo e undecimo, di questa età « che fu la tomba della monarchia franca e la culla della monarchia francese » J. Flach, *Les origines de l'ancienne France*, vol. III, Paris, 1904, p. 5 sgg.). E G. Monod, a sua volta, definisce questa stessa epoca, come « la plus importante peut-être de notre histoire, puisqu'elle contient le secret de nos origines nationales, et malhereusement aussi la plus obscure » (*Revue historique*, juillet-août, 1885, pag. 241).

(1) Ho condotto queste mie « Note » sulla prima edizione dell'opera del Bèdier, della quale si viene ora pubblicando, però senza mutamenti sostanziali, una seconda edizione. Aggiungo che la più parte delle idee propugnate dal Becker e dal Bédier trova esatto riscontro in quanto da molti studiosi dei poemi omerici si vieno sostenendo da parecchi anni. Qui mi limiterò a ricordare la già citata opera del Fraccaroli, il libro di M. Bréal *Pour mieux connaître Homère*, Paris (1909); l'opera di G. Finsler *Homer*, 1908 e quella di E. Drerup, *Omero*, trad. ital., Bergamo 1910.

RELAZIONI SUI CONCORSI A PREMI

CONCORSO AL PREMIO ORDINARIO DELL'ISTITUTO (1914)

(*Commissari:* M. E. Scherillo, *relatore*, M. L. Vidari G., S. C. Pascal C.).

Al concorso al premio dell'Istituto, scaduto il 1° dello scorso aprile, sul tema: « Il pensiero e l'arte degli scrittori francesi d'avanti e dopo la Rivoluzione, negli scrittori italiani degli ultimi decennii del secolo XVIII e dei primi del secolo XIX », sono state presentate due sole Memorie; l'una col motto « Tra il Po e il monte e la marina e il Reno », l'altra « Se il mondo sapesse il cor ch'egli ebbe ». Sono pregevoli entrambe, ma in misura e per ragioni molto diverse.

Il manoscritto *Tra il Po* .... è costituito per una quarta parte da un indice analitico dei nomi citati e da un minuzioso ma non compiuto e non sempre esattissimo indice bibliografico. In esso accade di veder ricordati nella sola prima edizione, in giornali o in riviste, articoli che poi, ritoccati o completati, furono dai loro autori accolti in volume. E di natura essenzialmente bibliografica si può asserire che sia altresì tutto il lavoro, che rimane quasi sempre fuori del soggetto, sull'uscio, senza mai ardire di penetrarvi e d'investirlo. È una monografia costruita coi soli giudizi e coi soli fatti espressi o raccolti da altri. L'autore limita l'opera sua a esporre, con mano leggiera e in forma disinvolta e spesso attraente, ciò ch'è stato già detto, senza il più delle volte fornire la prova o dare un indizio ch'ei si sia dato pensiero di interrogare direttamente le opere dei pensatori e dei poeti dei quali discorre per bocca altrui. L'unica volta che approfondisce alquanto la ricerca è nel confronto tra il Montesquieu e il Beccaria. Il pregio di questa Memoria consiste appunto nella esposizione, molto sommaria, degli studi compiuti fin qui intorno al suo argomento; e il difetto, assai grave, consiste nella nessuna sua originalità. Nulla vi è di personale, nemmeno il tentativo d'uno sforzo d'aggiungere un fatto, o un'idea, o un'osservazione nuova al

patrimonio già acquisito dei fatti, o delle idee e delle osservazioni messe in campo o ventilate da altri. E ancora: l'autore lascia del tutto fuori della sua trattazione il Manzoni e il Leopardi, quasi che il tema li escludesse.

Ben altrimenti cospicuo è il secondo manoscrittto, che ha per motto *Se il mondo sapesse.....* È il frutto d'un ingegno colto e maturo. L'autore vi si rivela, fin dalle prime pagine, un pensatore e un critico, e un profondo conoscitore del soggetto. Si capisce subito ch'egli si è reso, per informazione diretta, conto dei sistemi e delle dottrine che espone; e dà prova di conoscere a fondo le opere di cui parla, e le più notevoli opere od opuscoli che ne hanno fin qui trattato. L'esposizione, sempre calda ed efficace, è nutrita d'un pensiero critico sicuro e personale. Il tema vi è investito senza esitazioni; e, com'è naturale, si dà una prevalente importanza allo svolgimento del pensiero filosofico, di cui sono una derivazione e quasi un'applicazione le teorie artistiche, in quel periodo fortunoso d'avanti e dopo la Rivoluzione. Forse alcuni aspetti delle personalità artistiche degli scrittori non sono messi in tutta la luce che si potrebbe desiderare; ma a ogni modo questo poderoso e ponderoso lavoro illumina egregiamente e determina quei rapporti così fecondi tra il pensiero e l'arte degli scrittori francesi quali Voltaire e Rousseau, Montesquieu e Diderot, e gli scrittori nostri, da Pietro Verri al Filangieri e al Beccaria, dall'Alfieri al Parini e al Manzoni. La trattazione è molto densa, ed è divisa in quattro capitoli: I) « Per quali vie penetra in Italia il pensiero francese del sec. XVIII », indagine assai notevole e persuasiva; II) « La Società del *Caffè* nelle sue relazioni coll'enciclopedismo francese », ricerca analitica, che esaurisce il soggetto; III) « Il problema estetico e le dottrine di Francia », considerazioni che hanno pregio di novità; IV) « Razionalismo e storicismo », ov'è con molta ampiezza discussa e dimostrata una tesi affatto personale e perspicua dell'autore. È aggiunto da ultimo un capitolo di « conclusione », intitolato « Il pensiero e l'arte », che tuttavia comporterebbe un più ampio svolgimento.

La Commissione è unanime nel giudicare che la Memoria contrassegnata dal motto « Se il mondo sapesse il cor ch'egli ebbe », sia senz'alcun dubbio degna dal premio dell'Istituto.

Letta ed approvata nell'adunanza del 17 dicembre 1914.

Aperta la scheda portante il motto: Se il mondo sapesse il cor ch'egli ebbe..., *si trovò che autore della Memoria premiata è il prof.* Ettore Rota *di Como; e a lui venne conferito il premio di L. 1200.*

CONCORSI AI PREMI DELLA FONDAZIONE CAGNOLA

a) **Sulla telegrafia e telefonia senza fili.**

(*Commissari*: M. E. MURANI, *relatore*, SS. CC. GRASSI, JONA).

Il premio della fondazione Cagnola nel 1914 spettava alla fisica. Il tema messo a concorso è il seguente: « Progressi e stato attuale della telegrafia e telefonia senza fili » L'argomento è di grande attualità, e quanto altro mai attraente; a trattarlo degnamente però si richiedeva, oltre a una seria coltura generale di elettrotecnica, una speciale conoscenza della questione. Inoltre l'indole de' concorsi di fondazione Cagnola esige che i lavori presentati non consistano in semplici compilazioni, ma che, in alcuna loro parte almeno, contengano vedute e ricerche originali, che portino un qualche nuovo contributo alla materia trattata. All'uopo era necessario che l'A. della memoria potesse disporre di mezzi di ricerca adatti, perocchè in tal genere di studi non basta immaginare apparecchi e dispositivi nuovi di trasmissione e di ricevimento, ma fa d'uopo sapere come essi si comportino all'atto pratico; e nel caso nostro, a far lavoro veramente utile, bisognava poter disporre di una stazione di radiotelegrafia. — Non bisogna inoltre tacere un'altra difficoltà che si presentava a chi avesse voluto prendere parte al concorso, la quale consiste in questo, che, mentre vi sono libri non pochi che trattano della radiotelegrafia come essa era pochi anni fà, scarseggiano invece notizie sicure intorno ai progressi compiuti ultimamente da questa meravigliosa invenzione di Guglielmo Marconi; solamente se ne può avere qualche ragguaglio da alcune riviste tecniche, ma sono cenni fugaci e non sempre rispondenti a verità; oppure bisogna ricorrere ai brevetti delle Compagnie che eserciscono impianti radiotelegrafici, ma i brevetti sono avari nel dare i particolari delle invenzioni, dai quali bene spesso dipende il risultato finale. Da tutto questo si comprende come non fosse facile di trattare bene, compiutamente la questione.

Ora al concorso è stata presentata una sola memoria, contrassegnata dal motto « *laboravi fidenter* ». Dalla lettura del lavoro si rileva subito che nel suo Autore concorrono molti dei buoni requisiti a cui or ora si è accennato; si vede difatti che gli sono familiari i principî della elettrotecnica e i mo-

derni sistemi di radiotelegrafia e di radiotelefonia, e che egli dispone di mezzi idonei a nuove prove, a nuove ricerche sull'importante materia; e si rileva pure che egli non conosce i sistemi di radiotelegrafia soltanto per averne letto le descrizioni sui libri, ma vi vive in mezzo e ne conosce bene i particolari pratici.

Lo svolgimento ha spiccato carattere teorico, scientifico; l'A. considera l'argomento più che altro dal punto di vista della fisica; ed è naturale che sia così, perchè il concorso è su argomento di detta scienza non solo, ma ciò che più importa conoscere sono le delicate e difficili questioni connesse con i circuiti nei quali si verificano rapidissime oscillazioni elettromagnetiche, il carattere di queste, la loro emissione e propagazione nello spazio, il modo di rivelarle ecc. ecc. Così si spiega ch'egli si sia poco intrattenuto sulle applicazioni alle comunicazioni commerciali e guerresche, sui mari e sulle terre.

Il lavoro è diviso, com'era naturale, in due parti: la radiotelegrafia e la radiotelefonia; molti dispositivi e apparecchi sono comuni ai due mezzi di comunicazione. — Nella 1.ª l'A. espone la teoria degli oscillatori di varie specie, le moderne vedute intorno alla propagazione delle onde elettromagnetiche, e tratta in modo particolare la questione fondamentale della produzione e radiazione di onde pure secondo il principio del Wien. Parlando delle onde lunghe generalmente usate nella radiotelegrafia, discute e descrive i mezzi escogitati per poterle dirigere, si occupa della produzione di onde persistenti descrivendone i relativi generatori; al quale riguardo non tralascia di descrivere anche il metodo ingegnoso imaginato dal sig. Goldschmied per ottenere direttamente da alternatori le oscillazioni elettriche di alta frequenza che occorrono. — Di poi, descritti gli apparecchi che forniscono le onde aventi le qualità volute, il discorso si avvia naturalmente alla descrizione, alla teoria, al modo di comportarsi de' vari detector o rivelatori di dette onde, che l'A. passa in diligente rassegna, da quello magnetico del Marconi agli altri detti a gas ionizzato, fra i quali il più interessante è l'*audion*; nè manca di dar conto di esperienze proprie dirette a stabilir bene la teoria di questi ultimi ricevitori. La parte della radiotelegrafia si chiude con alcune osservazioni generali sul rendimento, ossia sulla utilizzazione dell'energia negli impianti radiotelegrafici; e in una breve appendice sono esposti alcuni pochi metodi per la misura delle quantità che più interessano.

Data così, per sommi capi, un'idea della materia che costi-

tuisce la 1ª parte del lavoro, si può aggiungere che essa è trattata con ordine e precisione; vero però è anche questo, che nell'esposizione si notano delle ineguaglianze, lo svolgimento essendo un po' prolisso in alcuni punti, in altri invece troppo breve, in modo da lasciare insoddisfatto il bisogno di una maggiore delucidazione: così pure si nota qualche lacuna, essendo omessa la descrizione di altri sistemi sperimentati; forse l'A. avrà inteso di rendere più spedito il suo discorso, occupandosi soltanto de' sistemi effettivamente usati nella pratica. Si sa, criticare è più facile che fare, ma si vuol anche notare che l'A. non accenna neppure alle *antenne o aerei di fortuna,* come alberi, aste di parafulmini, condutture elettriche.

La 2ª parte della memoria concerne la radiotelefonia, come si è detto. Essa è divisa in due capitoli, ed ha un carattere più spiccatamente monografico. Nel 1° capo, chiarite le particolari difficoltà fisiche che si oppongono alla soluzione pratica del problema, mette in evidenza la necessità di particolari oscillatori atti a produrre onde persistenti; e di questi egli descrive l'oscillatore del Poulsen e l'altro del Moretti, che hanno come carattere comune il raffreddamento dell'elettrodo positivo. Il 2° cap. è destinato alla descrizione de' microfoni atti a far variare la corrente di antenna, e capaci di sopportare, senza alterarsi, una corrente piuttosto intensa. Sono essi i microfoni idraulici, quelli cioè a getto liquido, e il merito di averli sperimentati per il primo nella radiotelefonia spetta al prof. Majorana; con essi si ottengono radiazioni elettromagnetiche che variano secondo la modulazione dei suoni da trasmettere. La maggior difficoltà della radiotelefonia stava appunto nel trovare microfoni come quelli ora detti.

L'A. descrive uno di tali microfoni da lui ideato, e dà l'interessante ragguaglio di trasmissioni radiotelefoniche col mezzo del suo microfono e con l'oscillatore Moretti, riuscite perfettamente a grandissime distanze; il che certo torna a molto suo onore. E con questo esso termina il suo lavoro, ma non sarebbe stato male che vi avesse aggiunto qualche notizia su le esperienze fatte da altri.

Tali, in succinto, i pregi e i difetti della memoria « *laboravi fidenter* »; quelli però superano certamente questi, e d'altra parte le mende potranno sparire quando si stamperà il lavoro: è accaduto quasi sempre così delle memorie presentate al concorso Cagnola. La nostra letteratura scientifica inoltre manca di un libro che tratti l'interessante argomento del concorso, e quindi sarà bene che la memoria « *laboravi fidenter* »

venga pubblicata, e che al suo Autore sia concesso il premio di L. 2500 e la medaglia d'oro di L. 500. Questo, illustri Colleghi, è l'avviso concorde della Commissione da Voi eletta.

Letta ed approvata nell'adunanza 17 dicembre 1914.

Aperta la scheda portante il motto: « Laboravi fidenter », si trovò che autore della Memoria premiata è il Prof. Dott. Giuseppe Vanni, *direttore del Laboratorio nel R. Istituto militare radiotelegrafico in Roma, a cui venne conferito il premio di L. 2500 e la medaglia d'oro di L. 500.*

b) Una scoperta ben provata sulla cura della pellagra.

(*Commissari:* MM. EE. Marcacci, Sala, Forlanini, *relatore.*)

Al concorso per il premio Cagnola di quest'anno, avente per tema « *Una scoperta ben provata sulla cura della pellagra* » si è presentato un solo concorrente, il prof. Aldo Perroncito dell'Università di Pavia, con un opuscolo stampato di 48 pagine dal titolo « Eziologia della pellagra ».

Di questo lavoro, che è una relazione al Congresso della Società italiana dei patologi, tenuto a Pisa nel 1913, non è possibile riferire succintamente il contenuto, perchè è esso stesso il denso riassunto di una materia molto vasta. La Commissione deve perciò limitarsi ad esprimere il giudizio che essa ne porta.

La pubblicazione del prof. Perroncito è una ottima rivista critica, nel significato più ampio e più elevato dell'espressione. Non soltanto essa riepiloga le vicende attraversate in più di un secolo, da quando cioè è nata, dalla questione veramente *vexata* e tuttora insoluta della natura e delle cause della pellagra — e lo fa sempre con quelli che sono i pregi fondamentali di questa sorta di esposizioni, ordine e chiarezza, senza lacuna e conservando la giusta proporzione dei singoli argomenti secondo l'importanza loro; non solo discute ciascuna delle molte e disparate dottrine che si susseguirono, con criterio critico, spesso acuto, sempre equo e temperato; — ma interviene anche nella discussione di esse almeno per le ultime e più importanti, con ricerche ed osservazioni personali di controllo, impartendo così al lavoro critico il carattere di un vero contributo originale. Tali sono, ad esempio, le ricerche riguardanti il « *bacillo di Tizzoni* » ancora oggi controverso, quelle sull'agente paras

sitario affermato dal Sambon e quelle sulla presenza nella cute dei pellagrosi di uova di vermi (filariasi) secondo la dottrina sostenuta dall'Alessandrini.

Il lavoro adunque del prof. Perroncito, considerato in se stesso, senza riferimento al premio al quale concorre, è un'opera veramente pregevole e doppiamente utile; utile come ricapitolazione lucida e completa della intera quistione della pellagra per coloro che, pur essendo nel campo della medicina, non possono dedicarsi in modo speciale all'argomento, ed utile pel contributo originale, per quanto negativo, ch'esso apporta alla definizione di una importante quistione, da tanto tempo studiata e dibattuta, eppure ancora insoluta.

Però, espresso questo giudizio, la Commissione deve dichiararsi spiacente di non trovare fra il tema del concorso ed il contenuto del lavoro quella corrispondenza che le permetta di proporre all'Istituto che il premio Cagnola di quest'anno sia aggiudicato al prof. Perroncito. Oltrecchè il lavoro non ci apporta nessuna vera scoperta in argomento, esso tratta della « Eziologia della pellagra » e non, come vuole il tema del concorso della « *Terapia della pellagra* ».

Si è però chiesto la Commissione se dati i pregi reali e notevoli del lavoro, ed in considerazione del ragguardevole impiego di tempo e di danaro che le ricerche originali del prof. Perroncito hanno richiesto, non convenga riconoscerne il valore accordandogli un assegno a titolo di incoraggiamento.

Ed alla domanda la Commissione ha risposto alla unanimità dei suoi componenti in senso affermativo; a ciò determinata da due considerazioni.

La prima, che lo studio della pellagra è dei più ardui, tanto che dopo più di un secolo esso non ha ancora apportato i frutti tanto cercati e desiderati da scienziati e da filantropi. Non è fuor di luogo ricordare qui che da lungo tempo il premio Cagnola per la pellagra non potè essere assegnato dall'Istituto e può perciò entrare nei fini della fondazione del premio l'incoraggiare ed aiutare con assegni coloro che, come il prof. Perroncito, dimostrano di sapere utilmente condurre delle ricerche originali in questo difficile campo.

La seconda considerazione è, che l'Istituto ha già più di una volta accordato per questo stesso premio degli assegni a titolo di incoraggiamento, per lavori riguardanti la eziologia e non la terapia della pellagra, nel riflesso che una terapia razionale deve basarsi sulla conoscenza della eziologia -- e che

ogni contributo allo studio di questa è anche contributo alla terapia.

Per questi motivi la Commissione propone che al prof. Aldo Perroncitò, concorrente al premio Cagnola della pellagra per il 1914, sia accordato, a titolo di incoraggiamento, un assegno di L. 1500.

Letta ed approvata nell'adunanza 17 dicembre 1914.

Fu conferito un assegno d'incoraggiamento di L. 1500 al prof. ALDO PERRONCITO *della R. Università di Pavia.*

c) Una scoperta ben provata sulla natura dei miasmi e contagi.

(*Commissari:* MM. EE. GOLGI, GORINI, S. C. BORDONI-UFFREDUZI, *relatore*).

Al concorso pel premio Cagnola « *per una scoperta ben provata sulla natura dei miasmi e contagi* » si son presentati quest'anno tre concorrenti.

Di questi uno non può essere preso in considerazione perchè ha presentato una memoria manoscritta, la quale non fa che riassumere, e molto incompletamente, la storia clinica ed epidemiologica di alcune malattie infettive.

Gli altri due presentano invece memorie a stampa su argomenti che riguardano il tema messo a concorso e sono, il prof. Ernesto Bertarelli e il prof. Guido Volpino.

Il prof. Bertarelli ha presentato due lavori *sull'eziologia del tracoma*, in collaborazione col dott. Cecchetto, una nota riassuntiva sua personale sullo stesso argomento e una breve nota sulla filtrabilità del virus tracomatoso.

Di questi lavori la sola parte originale è la dimostrazione, data dal Bertarelli, che il virus del tracoma appartiene alla categoria dei cosidetti virus filtrabili. Il che rappresenta certamente un contributo interessante alla conoscenza delle proprietà di quel virus, ma non tale da rivestire il carattere di una scoperta sulla natura del virus, e quindi da meritare il premio messo a concorso.

Il prof. Volpino presenta una serie di lavori sperimentali, che possono dividersi in tre gruppi:

Quelli del 1° gruppo riguardano l'eziologia della rabbia canina e più precisamente la struttura dei corpi scoperti da Negri e dimostrati specifici dell'infezione, nei quali il Volpino

segnala la presenza di granuli, che egli ritiene costituiscano la vera forma parassitaria del virus.

Il 2° gruppo dei suoi lavori si riferisce ad osservazioni analoghe fatte sui corpi di Guarneri del vaccino e del vaiolo, nei quali ha osservato, allo stato fresco, la presenza di granuli finissimi, dotati di mobilità assai vivace, (già osservati nei preparati colorati da Gorini e da altri) e che egli ritiene costituiscano l'elemento specifico del vaccino-vaiolo.

Si tratta di osservazioni certamente importanti, ma non si può, allo stato attuale delle nostre conoscenze, affermare con sicurezza che esse rappresentino la scoperta dell'elemento parassitario, come vorrebbe Volpino, nè per la rabbia, nè pel vaccino-vaiolo.

Il 3° gruppo dei lavori presentati dal prof. Volpino riguarda la sifilide, e in questi si trova un elemento originale, personale, costituito dal metodo cosidetto « fotografico » per la colorazione della spirochete pallida nei tessuti, ideato da Volpino, che rappresenta realmente un contributo importante per lo studio e per la ricerca di quel microparassita.

Va ricordato infine un lavoro sulla trasmissione della *Leishmania infantum*, ottenuta da Volpino mediante innesto corneale sul coniglio.

A titolo di riconoscimento per la notevole importanza del metodo di ricerca della spirochete pallida nei tessuti e di incoraggiamento ad uno studioso che assiduamente lavora nel campo scientifico, la Commissione propone venga assegnato al prof. Volpino la somma di L. 1500.

Letta ed approvata nell'adunanza del 17 dicembre 1914.

Fu conferito un assegno d'incoraggiamento di L. 1500 al prof. GUIDO VOLPINO *dell' Università di Torino.*

d) Sul modo di impedire la contraffazione degli scritti.

(*Commissari*: MM. EE. GABBA L., RATTI, S. C. CARRARA *relatore*).

Il tema del programma di concorso riguarda *una scoperta ben provata per impedire la contraffazione di uno scritto.* Si presenta un solo concorrente con un lavoro distinto col motto: *Vitam impendere vero.*

Secondo l'autore del lavoro, per impedire la contraffazione di uno scritto, basterà adattare sotto al foglio sul quale si vuol

vergare lo scritto, un altro foglio di carta leggera spalmata sulle due facce con inchiostro da stampa e usarlo ancora un po' umido, come un comune foglio copiativo. Si ottiene così sul rovescio del foglio scritto e, volendo, anche sopra un altro sottoposto, l'impronta fedele e la copia esatta dello scritto. Questa impronta viene naturalmente tracciata con inchiostro da stampa e coincide perfettamente con lo scritto vergato sul diritto del foglio in inchiostro di china o altro simile.

Secondo il concorrente essendo l'inchiostro a stampa indistruttibile e coincidendo sulle facce opposte i segni dello scritto, questi non potranno essere nè cancellati nè raschiati senza lasciare tracce evidenti.

A parte l'asserzione gratuita dell'indistruttibilità dell'inchiostro da stampa, la proposta fatta si ridurrebbe a raddoppiare le difficoltà di una cancellatura, estendendola al rovescio del foglio impiegato. Ora, se si ammette che gli ordinari metodi della chimica legale riescano insufficienti a svelare la contraffazione sul resto del foglio, non si vede come potranno essere efficaci sul verso.

La proposta del concorrente aumenterà le probabilità di scoprire una falsificazione avvenuta, ma nulla prova che possa riuscire ad impedirla a chi conosca il processo e abbia conoscenze e attitudini per farlo.

La Commissione perciò non può prendere in considerazione per un premio Cagnola il lavoro presentato.

Ancora una volta il tema del programma di concorso si mostra inadatto ad una pratica risoluzione e si rende sempre più evidente la necessità, già propugnata anche da precedenti Commissioni esaminatrici, di una revisione del testo del tema per meglio armonizzarlo con lo spirito che informava le disposizioni dal munifico testatore.

Letta ed approvata nell'adunanza del 17 dicembre 1914.
Non fu conferito il premio.

CONCORSO AL PREMIO DELLA FONDAZIONE BRAMBILLA

(*Commissari*: MM. EE. Gabba L., Jorini, SS. CC. Baroni, Carrara, Jona *relatore*).

Sono ormai 73 anni (dal 31 gennaio 1861) che l'ing. G. F. Brambilla, mancato poi ai vivi nel 1862, nominava depositario ed amministratore di tutta la sua sostanza il R. Istituto

Lombardo di scienze e lettere affinchè i frutti di essa fossero destinati ad un premio annuale, da conferirsi « a chi avrà « inventato od introdotto in Lombardia qualche nuova mac- « china o qualsiasi processo industriale od altro migliora- « mento da cui la popolazione ottenga un vantaggio reale e « provato ». Preoccupazione singolare per quei tempi, in cui la Lombardia era un paese quasi esclusivamente agricolo, e nulla poteva far sospettare il grande avvenire industriale che le si preparava; nulla, fuorchè il sentimento di quel mutuo appoggio, di quella dipendenza reciproca dell'industria e dell'agricoltura, che appare già negli scritti degli economisti lombardi della prima metà del secolo scorso. Se il Brambilla potesse rivivere un istante fra noi e vedere come sia ambito il suo premio, il gran numero di concorrenti che ad esso aspirano, la varietà di essi, dal piccolo industriale che vi cerca un aiuto materiale, un incoraggiamento a proseguire su una via spesso assai difficile; all'industriale già forte, che desidera una ricompensa morale, una pubblica attestazione dei risultati conseguiti; se potesse vedere industrie ormai vecchie e fiorentissime, premiate trenta o quarant'anni fa, che hanno oggi migliaia di operai e fanno affari per diecine di milioni all'anno, e che tuttora si fregiano e si gloriano del premio allora conseguito, ne avrebbe gran motivo di compiacimento!

Fu il suo un vero istinto di precursore; non solo nel divinare l'avvenire dell'industria lombarda, ma in quel volere affidare ad un Istituto di pura scienza, come il nostro, l'assegnazione di un premio prettamente industriale; intuendo così lo stretto legame che sempre più viene avvincendo l'industria alla scienza, alla scienza che si può bene dire oggi essere la forza elettromotrice dell'industria.

Ogni anno si presenta a questo concorso un gran numero di concorrenti; ogni anno si evolve e si chiude una maglia di più di quella grande rete di industrie che dovrà coprire un giorno l'Italia e costituire un insieme solido, armonico e stabile che si possa denominare industria italiana.

Ma in questo anno il concorso Brambilla ci pare assumere un nuovo più ampio significato. Esso vuole affermare il bisogno di emanciparci progressivamente dall'estero per tanti prodotti che possono bene fabbricarsi anche da noi; emancipazione mostratasi tanto più necessaria oggi, mentre un mostruoso ciclone di barbarie, ingigantito e fatto più atroce dalla scienza, si è scatenato sull'Europa e sul mondo, rendendoci difficile od impossibile procurarci alcuni prodotti, anche di prima ne-

cessità, che importiamo normalmente dall'estero e rimandandoci nello stesso tempo in patria centinaia di migliaia di lavoratori, che non avrebbero bisogno di emigrare, se la nostra industria fosse più sviluppata.

Viene così messa in più viva luce la fallacia di certe teorie liberiste; le quali, presupponendo una fratellanza universale, una pace perpetua ben lontana dalla realtà, vorrebbero distoglierci da certe produzioni che esse ritengono non naturali al nostro paese, perchè mal potrebbero reggersi, senza protezione, al confronto della produzione estera.

Ragionamento codesto troppo semplicista ed unilaterale; poichè pure prescindendo dalla possibilità di cataclismi, come l'attuale, non riflette che le industrie non possono vivere a sè, isolate una dall'altra; che non possono prosperare se non si portano un mutuo appoggio; se ogni industria non trova vicino, in paese, le industrie parallele che le offrano il macchinario, la forza motrice, i prodotti complementari occorrenti alla elaborazione di oggetti più complessi; che affinino l'operaio, che fondino scuole, che sviluppino la coltura tecnica, che creino insomma l'ambiente, l'atmosfera industriale.

Talchè anche la fabbricazione in paese di armi ed apparecchi di difesa e di offesa, dato pure si credesse, come eccezione, di potercela riservare, sarà sempre scarsa, stentata, meno efficace, finchè non sorgeranno in paese le mille altre industrie che le sono necessario complemento.

Il numero, il valore e la varietà dei concorenti a questo premio rende assai gradito di partecipare ai lavori della Commissione aggiudicatrice. Si ha così modo di vedere davvicino il meraviglioso fiorire dell'industria lombarda, che è parte cospicua dell'industria italiana.

Ma, d'altro lato, questa stessa abbondanza e varietà di concorrenti rende assai arduo il lavoro della Commissione; combattuta spesso fra il desiderio e quasi il dovere di premiare tanti valorosi e l'obbligo che ha di non suddividere troppo il premio Brambilla, per necessità morali e materiali.

La Commissione sente profondamente il rammarico di dover escludere dal premio vari concorrenti seri; ai quali sia di conforto il pensiero che il loro valore è stato degnamente apprezzato e non viene affatto diminuito se, per necessità di cose, sono stati oggi posposti ad altri concorrenti.

Questa osservazione vale specialmente per quei piccoli industriali, spesso usciti da modeste file di lavoratori, che, con miracoli di pazienza, di tenacia, di attività, di laboriosità, di

sagacia, di saggia economia, hanno saputo impiantare un'industria, piccola sì, al confronto di quelle di altri concorrenti, ma meritevole pur sempre di lode; e che solo per la grande quantità di forti concorrenti, la Commissione dovette escludere dal premio.

Dobbiamo così chiudere questo breve esordio col ripetere l'augurio che venga presto un altro mecenate ad istituire un nuovo premio per le industrie piccole, modeste, che pure hanno il loro diritto e la loro ragione di essere, ed adempiono ad una vera funzione sociale; ma che qui, nel concorso Brambilla, non possono sempre riuscire vittoriose, perchè messe nell'ombra dal numero e dalla mole dei concorrenti più sviluppati.

I concorrenti al premio Brambilla erano quest'anno quindici; uno si è ritirato dal concorso; diamo qui un elenco dei rimasti, nell'ordine in cui si sono presentati; e li passeremo successivamente in breve rassegna, nello stesso ordine.

1. Verzegnassi Giulio, Orio Litta — Lavorazione pietre e diamanti per industrie.
2. Mazza Giuseppe, Milano, Via B. Luini N. 9 — Apparecchi portatili per essicazione bozzoli.
3. Spada Carlo, Milano, Via Alessandria N. 1 — Candela Spada per automobili, biciclette, autoscafi.
4. Invernizzi Riccardo, Milano, Via Farini N. 54 — Elevatore d'acqua Simplex.
5. L. Marazza & C., S. Cristoforo, Via Varesinetta N. 65 — Lavorazione metalli, incisioni, cromolitografia, cartelli, vassoi ecc.
6. Bonaiti Rocco, Castello sopra Lecco — Applicazione di reticolati e tessuti di filo di ferro.
7. Officine Elettrochimiche Rossi, Legnano — Elianite, lega metallica resistente agli acidi.
8. Società Anonima L. Giannoni & C., Milano, Via Melzo, 7 — Oggetti ferro, zinco, ottone, rame, alluminio, alpaca, per mensa, caffè, *toilette* ecc.
9. Piloni Giovanni Federico & Giorgio F.lli, Società Anonima Fonderia acciaio e ghisa della Bonacina, Castello sopra Lecco — Fonderia acciaio e ghisa.
10. F.lli Orsenigo, Milano, Via Solferino N. 25, con stabilimento a Figino Serenza (Como) e Lovero — Chioderia da costruzione.
11. Ceretti & Tanfani, Milano, Bovisa — Costruzioni meccaniche, impianti per trasporti persone e materiali, ferrovie aeree.

12. Officine Giuseppe Arcari, Milano, Lambrate -- Costruzione ed impianti forni elettrici da pane e prodotti alimentari.
13. R. Radaelli, Milano, Via V. Colonna N. 2 — Apparecchi illuminazione elettrici ed a gaz, macchine da caffè e scalda acqua.
14. Wührer Cesare, Bovisa — Tranciatura legname e seghe.

VERZEGNASSI GIULIO - Orio Litta

Lavorazione pietre e diamanti per industrie.

Lavora zaffiri, rubini, granate, agate ecc. per istrumenti di precisione; come voltmetri, ampermetri, bussole, cronometri, fonografi, grammofoni, apparati telegrafici, tassametri ecc.; inoltre punte per pinzette, cuscinetti per bilancie ecc.

Ha importato in parte l'industria dall'estero; in parte l'ha migliorata con perfezionamenti continui, in parecchi anni di esercizio. Giovine sedicenne, il Verzegnassi apprese questa lavorazione in Isvizzera, ove rimase due anni; in seguito a proposte di un industriale inglese fu poi in Inghilterra; ove, dopo un anno, lo vediamo direttore tecnico.

Rimase in Inghilterra cinque o sei anni; finchè, sentendosi ormai provetto nel mestiere, forte anche di esperienza tecnica e commerciale, la nostalgia dell'Italia ebbe il sopravvento e ritornò qui ad impiantare nel suo paesello la sua piccola industria.

Esordì (nel novembre 1907) con un paio di macchinette a pedale, non essendovi ancora allora la distribuzione di forza elettrica, l'uso delle quali insegnò a ragazze di campagna, abituate a mestieri più rudi e grossi, che non la lavorazione delicata di minute pietre dure. Ora ha forza elettrica, venti macchine, venticinque operai, fornisce le principali case italiane come la Filotecnica, la C. G. S. già Olivetti & C.; la Società Ing. Beltrami; la Siry Chamon & C.; la Società Brunt, le Officine Galileo di Firenze; e parecchi clienti ha anche all'estero, come la British Thomson Houston di Rugby, l'Osservatorio astronomico di Greenwich, Mess.rs J. Bedington & Sons di Birmingham, T. G. Woods & Sons di Londra, la C.ie pour la fabrication des Compteurs di Parigi, ecc.

Fra i particolari interessanti si può citare una macchinetta di sua invenzione per lucidare gli zaffiri dei fonografi; ne lu-

cida 500 in mezz'ora, mentre la lavorazione a mano, prima praticata, richiedeva 10 minuti per ogni pietra.

Inoltre la fabbricazione di cilindretti di zaffiro, lunghi 1 centimetro, del diametro di circa 1 m/m, con un forellino di circa 7/100 di m/m di diametro lungo l'asse, che una ditta inglese richiese al Verzegnassi per farne la punta inalterabile di penne stilografiche, dopo averli inutilmente ricercati in altre officine.

Il Verzegnassi ha anche immaginato un utensile di zaffiro per tornire piccoli pezzi di acciaio temprato, lavorazione che si faceva solo sinora con mole a smeriglio.

La Commissione è stata assai favorevolmente impressionata della visita fatta alla piccola officina di Orio Litta, officina modesta, ma montata con cura e diretta con amore, essa riconosce le difficoltà vinte dal Verzegnassi nell'impiantare una industria di questo genere in un piccolo paese, fra popolazioni esclusivamente agricole, non abituate certo a simili delicatezze di lavoro; riconosce pure il vantaggio d'ordine generale che una officina anche piccola, di un prodotto così singolare, può arrecare a quel piccolo paese; è un piccolo faro, un centro di irradiazione di idee e di concetti nuovi.

La modestia della impresa, specialmente considerata di fronte al numero ed alla importanza degli altri concorrenti, non permette alla Commissione di proporla per un premio Brambilla; ma, a titolo di incoraggiamento, propone le venga conferito un assegno di lire duecento.

Mazza Giuseppe - Milano.

Apparecchi portatili per essicazione dei bozzoli.

Il sig. Giuseppe Mazza concorre al premio Brambilla di quest'anno per avere inventato un nuovo apparecchio portatile per l'essicazione dei bozzoli; applicabile anche ai cereali.

Questo apparecchio è costituito da un gruppo di autoclavi, da una caldaia a termosifone elettrico e da un motore e un compressore d'aria.

L'aria viene scaldata attraverso il termosifone costituito da una serie di resistenze elettriche in metallo, regolando la temperatura in modo che questa non superi i 60/80° C. Essa vien compressa nel primo autoclave contenente circa 150 Kg. di bozzoli, fino alla pressione di 1 $^1/_2$ atmosfere. Regolando il

rubinetto di scarico si fa in modo che questa pressione resti costante malgrado la produzione di vapore risultante dalla essicazione dei bozzoli contenuti. Lo scarico immette in un secondo e da questo in un terzo e quarto autoclave eguali. L'aria calda circola così in tutti gli autoclavi e, quando esce dall'ultimo, il primo autoclave ha i bozzoli essicati. Si toglie allora la comunicazione fra il termosifone e il 1° autoclave e lo si adatta direttamente al secondo, continuando l'operazione di asciugamento, mentre i bozzoli secchi vengono levati dal 1° autoclave e sostituiti con altri freschi. Il 1° autoclave allora viene posto ultimo della serie e il lavoro si prosegue ininterrotto.

L'operazione procede così rapida e senza eccessivo disperdimento di calore. Pare che con questo apparecchio si possa ottenere l'essicamento completo in 5 ore, mentre con i metodi ordinari occorrono 12 e fino 24 ore.

L'apparecchio inventato dal sig. Mazza è indubbiamente razionale e ingegnoso. Montato su carri può essere trasportato e utilizzato facilmente in località diverse, con reali vantaggi per i produttori di bozzoli; i quali potranno così conservare il loro prodotto per venderlo a tempo più opportuno, senza esservi obbligati dalla urgenza di un facile deterioramento prodotto dalla nascita delle farfalle.

Il problema del costo di simile essicamento in confronto a quello attualmente in uso, non potè dalla Commissione essere preso in esame, per mancanza di elementi di giudizio.

Certamente è questo un punto che andrebbe chiarito, per potere avere un'idea dell'avvenire dell'invenzione del sig. Mazza. Converrà perciò attendere a pronunciarsi che l'invenzione si estenda e venga applicata più che non sia attualmente.

Fino ad oggi l'apparecchio venne introdotto dalla filanda dei signori Poredi & Cadibò in Piemonte, e nello Stabilimento bacologico di Trento.

Come si vede siamo appena agli inizi; in Lombardia, salvo il campione che la Commissione ha visto funzionare presso lo Stabilimento di stagionatura delle sete di Milano e che ora è stato acquistato dallo Stabitimento di Trento sopracitato, non si è ancora visto introdotto da alcuno.

Perciò la Commissione, pure riconoscendo il merito dell'invenzione del sig. Mazza, ed augurandogli il migliore successo, non può proporlo per un premio Brambilla.

SPADA CARLO - Milano.

Candele Spada, con pulitura, per motori di automobili, autoscafi, motocicli, aeroplani, dirigibili ecc.

Nelle candele adoperate ordinariamente per l'accensione di tali motori a scoppio avviene talora che le punte, fra cui scoccano le scintille, si ricoprano di incrostazioni; od anche, in causa di lubrificazione eccessiva, tali punte si sporcano; la scintilla non scocca, alcuni cilindri non lavorano più ed il funzionamento del motore diventa irregolare.

Occorre allora fermare il motore, togliere la candela, pulirla o sostituirla con altra di riserva; operazione fastidiosa e non scevra di inconvenienti.

Ad eliminare questo pericolo, riscontrato molte volte dallo Spada, nella sua precedente carriera di *chaffeur*, egli ha inventato una candela che si pulisce facilmente, senza levarla dal posto, e col motore in moto. Basta premere un piccolo bottone, e girarlo nel tempo stesso, perchè il gambo a punta conica coassiale colla candela, che forma l'elettrodo centrale della candela, venga a fregare contro le punte dell'altro elettrodo, ripulendo così ogni incrostazione.

L'apparecchio Spada permette inoltre di verificare la scintilla e controllare il funzionamento dei cilindri.

Una invenzione di questo genere, se è utile nei motori di automobili, motoscafi e simili, lo è anche più nei dirigibili; e diventa di grande importanza se applicata ai motori di aeroplani, nei quali una *panne* può provocare un disastro e il motore è inaccessibile durante il volo.

Lo Spada conservando il principio della sua candela, ha perciò ideato uno speciale dispositivo per motori di aviazione con un comando a distanza; il pilota stando al suo posto, non ha che a tirare una catenella per pulire la candela.

Le candele Spada sono già entrate nell'uso.

Vennero adoperate con esito soddisfacente dallo Stabilimento di esperienze e costruzioni aeronautiche del Genio Militare di Roma, dal 12° Reggimento bersaglieri, dal 9° e dal 10° Battaglione Ciclisti, dalla Anonima Lombarda, fabbrica di automobili di Milano; dallo Autogarage Coppa e Rabozzi di Milano, dalla Casa di S. M. la Regina Madre e da vari privati.

La Commissione nella visita fatta alla Officina Spada ha potuto anche rendersi conto della cura e precisione portata in ogni particolare costruttivo. Essa dà la debita lode allo

Spada per la sua invenzione e per la iniziativa e tenacia colla quale cerca di diffonderla, ma riterrebbe per ora prematuro di premiarlo con un premio Brambilla.

INVERNIZZI RICCARDO - Milano.

Concorre al premio Brambilla per il suo elevatore d'acqua, denominato « Simplex ».

La Ditta Invernizzi è già conosciuta ed apprezzata quale costruttrice di pompe d'ogni genere a mano ed a motore, per pigiatrici centrifughe, torchi, filtri, ecc. ad uso delle industrie agricole.

Qui concorre solo per questo elevatore d'acqua, recente invenzione della Ditta. Esso consiste essenzialmente in una specie di cinghia verticale senza fine, formata con rete metallica di speciale fabbricazione, la quale superiormente si avvolge sopra un tamburo girevole, mosso a mano od a motore, ed inferiormente pesca nel pozzo o nella vasca da cui si vuole estrarre l'acqua, passando sotto un sistema di cilindri di ottone.

Messa in moto, la cinghia, mantenuta tesata e verticale, trascina con sè l'acqua, che abbandona poi nel tamburo superiore, per effetto della forza centrifuga.

Elevatori simili a trascinamento di liquido vennero già inventati ed applicati in diversi modi; il concetto perciò non è nuovo. La novità, secondo l'inventore, consisterebbe nella speciale rete metallica, di un metallo inalterabile al contatto del liquido che deve sollevare (per l'acqua adopera filo di ferro zincato) e la cui maglia opportunamente conformata e fitta, può trascinare e mantenere aderente grande quantità di liquido.

A seconda delle dimensioni la portata di questo elevatore può essere da 3 a 300 metri cubi all'ora; ed innalzare l'acqua anche da 50 metri di profondità.

L'Invernizzi ha montato elevatori di questo tipo in diverse aziende agricole e ne ha fornito anche al nostro esercito.

La Commissione assistette nello Stabilimento Invernizzi a prove pratiche di questo elevatore, e potè constatare così la bontà e la praticità della macchina, ma ciò non ostante non crede di potere proporre questa Ditta per un premio Brambilla.

L. MARAZZA & C. - Milano, S. Cristoforo.

Lavorazione di metalli, incisioni, cartelli *rèclame*, vassoi ecc.

Questo stabilimento, fondato circa 40 anni fà con una diecina di operai, occupa ora un'area di oltre 10000 mq. e dà lavoro a 150 persone.

In origine fabbricava placche metalliche per letti in ferro, articolo allora importato completamente dalla Germania. La fabbricazione venne estesa in seguito ai vassoi verniciati e dipinti e dopo a quelli incisi ad imitazione alluminio e nichelati; articoli di basso prezzo malgrado la loro buona apparenza, che fanno concorrenza ai prodotti similari importati dalla Germania e dall' Inghilterra.

Nel 1907 un importante ampliamento venne dedicato alla fabbricazione di scatole metalliche e cartelli *réclame* in metallo. Inoltre venne iniziata la fabbricazione di articoli casalinghi, come casseruole, cestini per frutta, barattoli, sottocoppe ecc.; sempre rimanendo nell' articolo a basso prezzo, adatto per le case più modeste, pur essendo sostanzialmente buono e di buon aspetto.

Nella sua visita la Commissione notò l' importanza dello Stabilimento, riccamente fornito di macchinario ed attrezzi da lavoro; trancie, torchi, agraffatrici, laminatoi per incisioni, moderni impianti di litografia, di galvanoplastica, di verniciatura a spruzzo, che abolisce completamente quella a pennello.

La Ditta oltre ad un largo mercato in Italia ha una buona esportazione in Argentina, nel Brasile, nell'Equatore, in Francia, Egitto e Tunisia.

La Commissione, ravvisando in essa le caratteristiche richieste, la propone per un premio Brambilla di 2° grado.

BONAITI ROCCO - Castello sopra Lecco.

Reticolati di filo di ferro.

È uno Stabilimento importante per la fabbricazione di reticolati di filo di ferro zincato, di fili zincati spinosi e di tele di filo di ferro.

Concorre per la introduzione della nuova fabbricazione di reticolati a maglie intrecciate e zincate.

Il reticolato comune è fatto con una maglia semplicemente connessa; ed è perciò debole.

Il Bonaiti ha introdotto ora la fabbricazione del reticolato a maglia intrecciata, assai più robusta. Si adopera filo di ferro comune, che viene zincato dopo la confezione del reticolato.

La Commissione ha visitato con piacere ed interesse lo Stabilimento del Bonaiti e, pure apprezzando la bontà della sua produzione, non crede però di poter proporlo per un premio.

Officine Elettrochimiche Dott. Rossi - Legnano.

La Ditta Officine Elettrochimiche dott. Rossi di Legnano è già stata premiata dal nostro Istituto nel 1911 per il suo grandioso impianto per la fabbricazione dell'acido nitrico dall'azoto atmosferico.

Quest'anno essa concorre al premio Brambilla per avere introdotto in Lombardia la fabbricazione di una lega metallica resistente agli acidi, da essa denominata Elianite e costituita da una lega ferrosilicio.

Il problema del materiale da usarsi per i recipienti, le condutture e in genere per tutti gli apparecchi che sono a contatto con liquidi o vapori corrosivi a tempera elevata, ha una grande importanza per molte industrie. Spesso si lamenta la mancanza di un materiale adatto a questi scopi e si incontrano difficoltà e spese non indifferenti per ovviare a questo inconveniente; basterà ricordare che, per molto tempo, la concentrazione dell'acido solforico richiese apparecchi di platino, i quali avevano tal prezzo da rappresentare un'ingente immobilizzazione di capitale.

Attorno a questo problema, da tempo si fanno studi e ricerche attivissime, ma la difficoltà sta appunto nel trovar riunito in un unico materiale, oltre alla resistenza all'azione chimica, molte altre proprietà; quali: una buona conduttività termica, una limitata fragilità, una certa facilità di lavorazione e sopratutto un prezzo di costo accessibile.

Fra le varie proposte, in questi ultimi anni, l'attenzione dei tecnici è stata rivolta alle leghe ferro silicio. Queste sono tanto meno attaccabili dagli acidi ossigenati quanto più alto è il loro tenore in silicio; ma la facilità maggiore di lavorazione ha fatto preferire le leghe ad un tenore del 15 % circa di silicio.

Le leghe di ferrosilicio si preparano da oltre una decina d'anni, trattano al forno elettrico della silice con carbone in presenza di ghisa fusa; è un prodotto largamente usato nelle fonderie d'acciaio come scolorificante.

Da principio si producevano tipi a basso titolo 15-20 % ma poi, perfezionati i metodi di separazione si usarono leghe al 50-75 % e si ottennero anche di quelle al 95-97 % di silicio.

Sembra che l'idea di usare leghe di ferrosilicio come materiale per la costruzione di apparecchi resistente agli acidi, dati da circa quattro anni e che il primo brevetto del genere sia stato preso da un italiano (Gualtierotti) nel marzo 1911,

ma non è a notizia della Commissione che da questa proposta sia sorta fra noi un'industria che la sfruttasse.

Invece all'estero, specie in Germania, in Inghilterra, in America, sorsero Ditte che si specializzarono nella costruzione di apparecchi con leghe ferro-silicio a circa 12-15 %; nelle quali si rinvennero talvolta tracce di altri metalli affini al ferro, ma che si dovevano considerare indifferenti allo scopo.

Sono note queste leghe sotto i nomi commerciali di Toutiron, Ironak, Duriron, ecc.

La lega ferro-silicio preparata dalla Ditta concorrente è appunto una lega al 15 % circa, del tipo delle precedenti.

Nè si deve credere che la preparazione e la fusione in getti della lega di ferro-silicio sia un'operazione facile, alla quale un comune fonditore di ghisa sarebbe arrivato senza difficoltà. Tutt'altro, senza un'esperienza lunga, senza una serie di ricerche e di prove ripetute, non si sarebbero ottenute masse omogenee e getti utilizzabili.

Basterà ricordare, ad esempio, una notevole difficoltà provocata dalla proprietà del silicio di spostare il carbonio dalle sue leghe col ferro, separandolo durante il raffreddamento in cristalli di grafite, per dimostrare come sia facile che nei getti possano rimanere inclusi dei cristalli di grafite, formando cavità, che li rendono spesso difettosi e talvolta inutilizzabili.

Inoltre queste leghe subiscono durante il raffreddamento una notevole contrazione di volume e sono noti gli inconvenienti che questa proprietà arreca anche nei casi ordinari.

Così fu soltanto dopo un perseverante lavoro che la Ditta concorrente potè eliminare tutte le difficoltà e giungere ai buoni risultati attuali.

La Commissione ha visto in funzione presso la Ditta un grande apparecchio riscaldato a vapore per la distillazione dell'acido nitrico a pressione ridotta, costruito con questo materiale ed ha potuto osservare il buon funzionamento; ha visto in lavorazione numerosi pezzi di apparecchi, capsule, condutture ecc., ed ha constatato che diverse Ditte italiane si servono di questo prodotto per le loro industrie.

Perciò è venuto nella convinzione che realmente, per opera della Ditta Officine Elettrochimiche dott. Rossi di Legnano, si è introdotto in Italia la lavorazione di un prodotto utile alle industrie chimiche, della quale si era prima tributari all'estero e ritiene che la Ditta stessa sia meritevole di un premio Brambilla di 2° grado.

L. Giannoni & C. - Milano.

Fabbrica argenterie ed articoli casalinghi.

Gli oggetti nichelati in alpaca, argentati o dorati per tavola, per caffè, per *toilette*, erano fino a qualche anno fa da noi quasi esclusivamente di importazione tedesca.

Il Giannoni si propose di creare a Milano un'industria che potesse combattere vittoriosamente e soppiantare l'articolo tedesco; il quale in questi oggetti, ove la fantasia e l'arte hanno parte notevole, risentiva spesso delle caratteristiche della razza germanica, così diverse dalle nostre.

In pochi anni il Giannoni diede corpo a questa sua idea e riescì a impiantare un'industria promettente; ma questo stesso risultato favorevole dimostrò la necessità di più larghi mezzi per ottenere completamente lo scopo prefisso; ed il Giannoni diede allora vita alla Società Anonima L. Giannoni & C. che rilevò l'azienda già impiantata dal Giannoni per ricostruirla su basi più larghe, aumentando il capitale, il fabbricato, il macchinario, che conta oggi circa un centinaio di macchine lavoratrici, azionati da una quarantina di motori elettrici.

Occupa ora 130 operai, e numeroso personale tecnico e viaggiante, ha un capitale versato di 550000 aumentabile ad 1000000.

Il macchinario ricchissimo in macchine per stirare le lamiere, trancie, presse; impianti galvanici e fonderia, permette la produzione di qualsiasi oggetto di metallo per la mensa, il caffè e la *toilette*, in ferro, zinco, ottone, rame, alluminio, alpaca, nichel, verniciato, stagnato, nichelato, argentato, dorato; e la Commissione ha notato con piacere nella sua visita allo stabilimento, che l'igiene vi è scrupolosamente rispettata, e favorita con impianti speciali per l'assorbimento della polvere, per dispersioni di vapori, di gaz nocivi, di acidi ecc.

Il catalogo della Ditta attesta la varietà e l'eleganza della sua produzione. Sono dozzine e dozzine di articoli diversi come alzate da tavola, bicchieri di metallo, *bouilloires* da thè, caffettiere, caraffe, coppe, posaterie, macchine per bibite, saliere, oliere, theiere, vassoi, zuccheriere, servizi per *toilette*, ecc. che si sono imposti sul nostro mercato; talchè alcuni grandi empori italiani conosciutissimi, vendono direttamente con un loro catalogo, che non è altro che la copia del catalogo Giannoni.

La produzione principale della Ditta consiste appunto in

tali articoli casalinghi; ma il suo impianto di macchine lavoratrici in fatto di torchi per lastre *repoussè*, permette di assumere occasionalmente altri generi di lavori; e per esempio coperchi per ampermetri e voltmetri e bossoli per cariche da fucile.

La Commissione ha riportato un' ottima impressione dalla visita fatta a questo stabilimento ed è lieta di poterlo proporre per un premio Brambilla di 2° grado.

Piloni Giovanni, Federico & Giorgio Frat., Società Anonima, Fonderia Acciaio e Ghisa della Bonacina. — Castello sopra Lecco.

L' antica industria del ferro, che in molteplici sue manifestazioni prospera nel circondario di Lecco, è ereditaria nella famiglia Piloni, che fabbricava da gran tempo incudini di ferro fucinato.

Nel 1895 una casa francese cominciò l' importazione in Italia di incudini di acciaio fuso e temprato; assai migliori di apparenza, di minor costo, più resistenti di quelli di ferro; ed in breve tempo le fabbriche nostre di incudini di ferro, fra cui il Redaelli di Laorca ed il Baruffaldi di Lecco, e lo stesso Piloni, dovettero cessare la loro fabbricazione.

I fratelli Piloni non si rassegnarono però a tale destino; ed impresero coraggiosamente la fabbricazione delle incudini di acciaio; malgrado difficoltà finanziarie gravissime.

I loro sforzi ebbero sul principio esito negativo; ripresero in seguito colla collaborazione di un esperto fonditore, che aveva avuto modo di fare pratica da operaio in fabbriche inglesi, tedesche ed austriache; ma anche qui con magri risultati; talchè l' azienda versava in cattivissime condizioni finanziarie, quando nel 1907, dopo 12 anni di sacrifici e di prove, il problema tecnico della produzione era risolto.

Rinvigorita allora l'azienda con nuovi capitali, trasformandola nella Società Anonima Fonderia Acciaio e Ghisa della Bonacina, poterono finalmente produrre ottime incudini di acciaio, che sostengono brillantemente la concorrenza della fabbricazione francese, sia per la bontà del prodotto, sia per la modicità del prezzo.

È inutile dire che dopo l'affermazione vittoriosa della industria nazionale, la fabbricazione francese ridusse grandemente i suoi prezzi di vendita; ma la fonderia lecchese seppe far fronte a questo ribasso, d' altronde facilmente prevedibile,

e le sue incudini si fanno strada man mano sul mercato italiano, talchè gli operai da venti, come erano nel 1907, raggiungono la settantina, con salari da un minimo di L. 3.25 ad un massimo di L. 8 al giorno; la produzione è sempre in aumento ed i benefici lordi dell'azienda fecero più che raddoppiare nell'ultimo quinquennio.

La Società fabbrica anche morse parallele e comuni. Fornisce i maggiori consumatori italiani, fra cui lo Stato, Ansaldo ed altri cantieri, ed i maggiori rivenditori della penisola.

Spiace il vedere che, siccome molta gente fra noi volge ancora le sue preferenze alla industria straniera, le incudini della Bonacina debbano ancora girare il nostro mercato anonime, senza il marchio di fabbrica.

La Commissione augura e spera che la Bonacina arrivi ad affermarsi sempre più sul nostro mercato; cosicchè la sua marca di fabbrica, invece di nascondersi, abbia ad essere ricercata; e dà ampia lode ai fratelli Piloni per la loro tenacia, la loro operosità e per l'intelligenza dimostrata nel condurre a buon fine una lavorazione difficile, dolente che, di fronte agli altri concorrenti, non le sia possibile proporla per un premio Brambilla.

FRATELLI ORSENIGO — Figino Serena e Lovere.

Chioderia da costruzione.

La specialità per cui questa Ditta concorre è la produzione meccanica dei chiodi per costruzioni, e per la ferratura dei cavalli. Nei suoi stabilimenti di Figino e di Lovere, la materia prima, di esclusiva produzione nazionale, consistente in vergelle e nastri di ferro, mediante successive lavorazioni meccaniche, è trasformata nei tipi di chiodi anzidetti.

A distinte macchine operatrici sono adibite le funzioni del ritaglio delle vergelle, della battitura delle teste dei chiodi, della laminazione e affilamento delle punte. Per la fabbricazione dei chiodi per ferri da cavallo viene usato un nastro di ferro, avente un profilo speciale, sicchè dalle macchine se ne ricava, ad un tempo, due serie di chiodi.

L'industria esercitata da questa Ditta ha assunto un notevole sviluppo, ed i suoi prodotti, interamente assorbiti nel nostro paese, fanno una seria concorrenza all'industria straniera.

Solo con una eventuale restituzione dei dazî sui materiali

di ferro, le sarebbe possibile un commercio di esportazione e quindi un più razionale sfruttamento della sua potenzialità.

La Commissione, pur ravvisando nell'industria concorrente alcuni caratteri di novità di lavorazione, e l'utilità derivante e dal numero degli operai impiegati e dalla somma e qualità della produzione, non è di avviso, anche in confronto di altri concorrenti, che sia da accordarle un premio Brambilla.

Ceretti & Tanfani - Milano-Bovisa.

Costruzioni meccaniche; impianti per trasporti di persone e di materiali. Linee aeree ecc.

Questa Ditta ha esordito, su basi modeste, nel 1894, con un ufficio tecnico per impianti industriali in genere, e come rappresentante in Italia della Compagnia Elettrica Thury di Ginevra.

L'azienda, cresciuta man mano, anche in seguito al successo della ferrovia aerea, impiantata dalla Ditta stessa alla Esposizione milanese del 1894, riconfermato poi in quelle impiantate dalla stessa Ditta alla Esposizione di Ginevra del 1896 ed a quella di Torino del 1898, si andò in breve specializzando nell'industria, nuova per l'Italia, dei trasporti meccanici aerei, e particolarmente dapprima nelle ferrovie aeree.

La piccola officina costruita in corso Garibaldi, ove lavoravano una trentina di operai, fabbri e meccanici, passò quindi, nel 1902, in uno stabilimento più vasto in via Nino Bixio, con 100 operai e 25 impiegati; ed infine nel 1908 in uno stabilimento anche maggiore, alla Bovisa, ove sono attualmente occupati 50 impiegati e 250 operai.

La produzione della Ditta comprende i trasporti meccanici e le ferrovie aeree per materiali qualsiasi, come minerali, pietre, carboni, legnami, zuccheri, bietole, laterizi, cartonaggi, cementi, ecc.; impianti funicolari pel trasporto di persone, fra cui sono da citarsi la funicolare su rotaia di Capri, quelle di Montenero presso Livorno, del Sacro Monte, presso Varese, di S. Pellegrino, di Guntschnaberg presso Bolzano, di Bucarest per la Scuola Militare di Targovista, ecc.

Nel 1909 iniziò anche il trasporto aereo di persone su funi per l'alta montagna; esempio notevolissimo di questo genere è la costruzione fatta dalla Ditta della linea di Lana a. d. Etsch, presso Meran nel Tirolo; che fu la prima linea di questo tipo nel mondo, ed è ancora la più importante del Tirolo.

Lunga 2250 metri supera un dislivello di 1150 metri con vetture da 16 persone. Nel primo anno di esercizio (1912-1913) ha trasportato più di 60.000 persone.

Altra linea dello stesso genere, anche più importante, la Ditta ha in costruzione per salire da Chamonix alla Aiguille du Midi, nel gruppo del Monte Bianco; con vetture da 24 persone.

In questi ultimi anni la Ditta ha aggiunto un'altra specialità alle sue costruzioni, ossia la fabbricazione dei moderni apparecchi di sollevamento, a mano od elettrici, come grù a ponte, linee elettriche sospese, impianti trasbordatori e trasportatori. Un grande numero di brevetti difende le invenzioni originali della Ditta; alcuni dei quali vennero acquistati e utilizzati in fabbriche di oltre alpe.

Un rapido sguardo al libro d'oro della Ditta Ceretti & Tanfani mostra l'importanza degli impianti eseguiti. Vi troviamo citate le principali aziende italiane, sia private che pubbliche (Genio Militare, R. Marina, Ferrovie dello Stato, ecc.) ed una quantità di aziende straniere; in Francia, Spagna, Inghilterra e Colonie, Germania, Tunisia, Austria, Giappone, Turchia, Dalmazia, Svizzera, Portogallo, Russia, Repubblica Argentina, Egitto. Si può anzi dire che la Ditta lavora più per l'estero che per l'Italia; essendo da noi le applicazioni ancora scarse e ridotte essenzialmente a trasporti di materiali dalle miniere o dalle cave o trasporti interni negli stabilimenti.

Per montare questi vari impianti la Ditta ha costantemente parecchie decine di operai al lavoro fuori di Milano; attualmente ad esempio sono in corso di esecuzione due grandi impianti a Wolsk ed a Kuschwinski in Russia, due in Egitto, quattro in Francia, due presso Spalato in Dalmazia, uno nel Trentino, presso Lavis, uno a Chamonix, uno a St. Tomé (Colonia Portoghese) uno a Bucarest ed otto in Italia.

E per questi operai che vanno all'estero, la Ditta ha anche istituito nella sua officina una specie di scuola, ove, tra un viaggio e l'altro, gli operai vengono un poco istruiti sulla lingua del paese ove andranno a lavorare, specialmente in ciò che riguarda le prime necessità della vita e la nomenclatura delle macchine, materiali ed attrezzi che dovranno adoperare laggiù.

La Commissione ha riportato una impressione assai favorevole nella visita fatta alle Officine della Ditta alla Bovisa; la bontà del macchinario, la disposizione di esso, la disciplina, l'attività, l'ordine, la pulizia delle officine, sono tutto quanto di meglio si può desiderare.

Questa Ditta oltre al merito di avere creato da noi una

industria nuova e di averle dato un grande sviluppo, sicchè onora anche all'estero il nome dell'Italia, ha pur quello di avere fatto conoscere più intimamente alle industrie italiane il vantaggio di questo genere di trasporti, così preziosi ed applicabili si può dire, in ogni grande industria; e che venendo prima esclusivamente dall'estero erano dai più ignorati e guardati con una certa diffidenza.

Per queste ragioni la Commissione è unanime nel proporre che alla Ditta Ceretti & Tanfani sia assegnato il premio Brambilla di 1° grado, l'unico premio di primo grado che essa propone in questo anno.

OFFICINE GIUSEPPE ARCARI - Milano-Lambrate.

Costruzione e impianto di forni elettrici da pane e prodotti alimentari.

L'Officina per costruzioni in ferro di Giuseppe Arcari gode da tempo di un'ottima reputazione; essa ha aggiunto recentemente un riparto per la costruzione di forni elettrici da pane e prodotti alimentari, colla cooperazione dei sigg. ing. Benedetti e Navarrini; e concorre al premio Brambilla solo per questi forni.

La cottura del pane e dei prodotti alimentari, mediante il riscaldamento elettrico, si presenta assai seducente dal punto di vista dell'igiene e della pulizia; ed il problema che ha tentato più di un costruttore, ebbe talora soluzioni abbastanza felici rispetto alla bontà del prodotto, meno felici come rapidità di lavoro ed economia di spesa; questi scarsi risultati provenivano specialmente dal fatto che tali costruttori si erano ancora inspirati al classico ed antico forno da pane, appena modificato per introdurvi il riscaldamento elettrico.

Il forno Arcari è invece una costruzione affatto speciale, che rinnova il disegno antico in tutte le sue parti; è un forno piatto e basso, ad uno o due scompartimenti, capaci ciascuno di 40-45 Kg. di pane. Sopra la volta e sotto il suolo sono disposte delle resistenze metalliche, annegate in uno smalto; che servono al riscaldamento. Esse sono facilmente regolabili dall'esterno, in modo da potere agevolmente graduare il calore, indipendentemente per la platea e la volta.

Si ottiene così una cottura perfetta, con un consumo di energia elettrica abbastanza ridotto, talchè, quando l'energia si può avere a buon prezzo, la spesa di riscaldamento è abba-

stanza piccola, ed il sistema può diventare conveniente, anche da questo punto di vista, specialmente pei forni piccoli.

Il minore spazio occupato, la mobilità di questi forni elettrici e la loro indipendenza dal fabbricato, la loro pulizia che permette di montarli ovunque, la semplicità della loro manovra; e parecchi altri vantaggi d'ordine generale che è facile intuire, rendono l'applicazione dei forni elettrici assai promettente, quando si abbia a disposizione energia elettrica a buon mercato.

L'abolizione del lavoro notturno non è stata favorevole all'estendersi di questi forni, poichè nelle ore di notte era più facile avere energia elettrica a buon mercato; tuttavia la Ditta Arcari ha potuto già impiantare alcuni forni di questo tipo a Roma, a Genova, a Torino, a Milano e nel Sud America; ed altre applicazioni sono in vista.

Allo stato attuale delle cose la Commissione giudicherebbe però prematuro di proporre un premio Brambilla pel forno della Ditta Arcari, al quale augura d'altra parte il più completo successo.

R. Radaelli - Milano.

Apparecchi per gaz, luce elettrica, acetilene, contatori, scaldabagni, stufe a gaz, gazogeni per acetilene, ecc.

Nel 1902 il sig. Radaelli rilevò l'azienda che il sig. V. Pavesi aveva fondato in Milano per la fabbricazione di lampadari ed apparecchi per illuminazione a gaz ed a luce elettrica; e diede man mano un ampio sviluppo a tale industria, aggregando ad essa nuovi reparti affini; talchè dai 40 operai occupati dalla Ditta Pavesi, in una officina di circa 1000 mq. di superficie, arrivò ad averne oggi 250 a 300 in una officina di circa 4000 mq.

In questi articoli, ove l'arte industriale ha una parte assai notevole, la concorrenza straniera era vivissima, sopratutto quella francese, poichè l'arte decorativa era ritenuta da molti quasi una specialità francese, a un dipresso come l'arte della moda femminile. Tuttavia il Radaelli, dopo essersi creato, coll'aiuto di valenti artisti, una buona collezione di modelli, pervenne a vincere la concorrenza straniera, non solo in Italia, ma anche all'estero, dove i suoi prodotti sono assai ricercati; talchè assai più della metà della produzione della Ditta trova ora collocamento all'estero, nelle due Americhe, in Russia, in Olanda, ecc.

Una visita alle officine Radaelli ci dà ragione di questi successi. Un gran magazzino di modelli, di buon disegno e finemente lavorati, che, composti insieme con intelletto d'arte, vengono a costituire bellissimi lampadari, o candelabri o mensole di tutte le dimensioni, di tutti gli stili, talora fusi e cesellati come oggetti d'arte talora più semplici, per adattarsi alle borse più modeste, ma sempre armoniosi di linee; officine meccaniche spaziose, aerate, luminose, igieniche, ove i diversi pezzi di fusione, lavorati e collegati insieme, prendono la forma definitiva; laboratori di rifinimento, ove l'oggetto già composto viene ripulito e portato ai laboratori galvanici od a quelli di verniciatura a pennello, ad immersione od a spruzzo, dai quali l'oggetto esce colla sua sontuosa veste definitiva, di un magnifico effetto per uniformità di tinta e intonazione dei colori; tutto è curato con grande studio; in modo da fornire un prodotto che non lasci nulla a desiderare come bellezza, pure non sorpassando il costo di oggetti consimili, meno belli e meno buoni di fabbriche estere.

L'arte di presentare bene questi apparecchi che, anche nei tipi più semplici, devono sempre rispondere ad un certo effetto decorativo, è di primissima importanza; ed il Radaelli ha dato perciò, con molta ragione, grande sviluppo alla verniciatura, installando, primo in Europa, dei bagni a vernice chiara ed a colore oro, i quali con una semplice immersione degli oggetti di bronzo o di ottone, dànno una vernice, che essicata, è di un bellissimo effetto, duratura e resistente alla lavatura ed alla strofinatura.

La Ditta deve tuttora ritirare dall'estero le cristallerie che le occorrono a completare i suoi apparecchi; dalla Boemia, Lorena, Sassonia, Francia, Austria. È questo un esempio dell'intreccio che hanno fra loro le varie industrie; in un periodo di crisi come l'attuale, la difficoltà di procurarsi alcuni prodotti complementari può inceppare fortemente una industria anche grandiosa.

Oltre a questi apparecchi per illuminazione, la Ditta Radaelli fabbrica misuratori per gaz, gazogeni, apparecchi di riscaldamento dell'acqua per bagni, per cucine e per impianti industriali. Seimila misuratori a gaz e milletrecento scaldabagni escono ogni anno da quelle officine; ed il suo scaldabagno « Cosmos » è così apprezzato anche all'estero, che il nome « Cosmos » è diventato, in alcuni paesi dell'America latina, come un sinonimo di scaldabagno.

Un grande successo ha anche ottenuto la macchina « Ra-

pido » per produrre il caffè in bevanda, successo che va estendendosi in Francia, Germania, Spagna, Inghilterra e rispettive colonie.

La Ditta Radaelli ha una fonderia sua speciale, non solo pel getto dei bronzi ed ottoni occorrenti per i suoi lampadari; ma anche per la riproduzione in bronzo di lavori d'arte, come statue, figurine, animali, ecc.; questa fonderia lavora pure a fornire getti ad altre industrie, fra le quali, i Cantieri Ansaldo, la Acciaieria Milanese ed anche la R. Marina.

Una buona organizzazione commerciale, in Italia ed all'estero, assicura il collocamento dei prodotti delle Officine Radaelli; essa è sussidiata da una ricca serie di cataloghi in fototipia e in litografia, che permettono di farsi una chiara idea della ricchezza e della varietà della produzione; alcuni di essi in francese, inglese, tedesco e spagnuolo per la esportazione.

La Commissione ha avuto la più favorevole impressione dalla visita fatta allo stabilimento Radaelli ed è lieta di poterlo proporre per un premio Brambilla di 2° grado.

Cesare Wührer - Bovisa.

Tranciatura legname e seghe.

È un'industria assai interessante quella che il Wührer ha introdotto in Italia, nel 1899, colle macchine per ottenere le impiallacciature dei legnami. Vi sono macchine per la tranciatura sul piano dei legnami; altre per la tranciatura a spessori; altre per la tranciatura circolare, ed infine le seghe a refendino per la segatura di precisione a piccolissimi spessori.

Le fabbriche di mobili che prima si servivano esclusivamente all'estero, specie in Francia ed in Germania, trovarono così in paese questo materiale di larga applicazione; e, dato il grande sviluppo che la fabbricazione dei mobili ha in Lombardia, l'industria del Wührer ha una importanza anche indiretta, come fornitrice secondaria di altri fabbricanti.

I prodotti della Ditta Wührer hanno raggiunto la perfezione di quelli esteri; e sono riusciti a vincerne la concorrenza in Italia, quantunque le condizioni locali non siano vantaggiose; data la lontananza dai paesi d'importazione dei legnami greggi e le tariffe nostre di trasporto assai elevate.

La Ditta Wührer lavora legnami di gran pregio; mogano, acero, legno di rosa, palissandro, legno di ferro, che vengono dai più lontani paesi; ed inoltre essenze nostrane come pero,

rovere ecc. Lavora per proprio conto ed anche per conto di terzi, italiani o stranieri, che le forniscono i tronchi da tranciare e rivendono poi essi direttamente le impiallacciature ai fabbricanti di mobili.

La Ditta seppe sempre mantenersi alla pari della migliore produzione degli altri paesi, introducendo in tempo ogni sorta di perfezionamenti. Fra gli ultimi indicheremo le macchine francesi per la tranciatura circolare dei tronchi, che, seguendo la forma cilindrica del tronco, permettono di ottenere fogli di lunghezze eccezionali, ed alti sino a tre metri; e la macchina recentissima, di origine tedesca, che permette la tranciatura sul piano sino a metri 3.30 di altezza, con ispessori variabili da un mezzo millimetro sino a 10 millimetri.

Queste macchine servono anche a fornire i fabbricanti, di legnami incrociati o compensati; consistenti nell'agglomeramento di parecchi spessori di legno incrociati; in modo da ottenere mobili di minimo peso, di grande resistenza e di poco costo. Questi spessori erano, sino a poco fa, di importazione francese e tedesca.

Le seghe di precisione installate dal Wührer permettono di ottenere legnami segati con grande precisione, nello spessore da 1 a 3 millimetri, per pannelli da ebanisteria e carrozzeria.

Completano l'impianto vasti essicatoi ad aria libera e ad aria calda pel legname; macchine affilatrici delle seghe e delle lame da trancia; stufe per l'evaporazione del legno, ecc.

La Ditta prepara anche il legno per la confezione delle scatole per sigari, facendone esportazione in Isvizzera e nell'Argentina. Importante poi è la preparazione dei separatori di legno, tranciato molto sottile e chimicamente preparato, adoperati negli accumulatori elettrici di cui fornisce fabbriche italiane, svizzere e germaniche.

È dunque un'industria importante quella del Wührer e che per contraccolpo favorisce anche altre fiorenti industrie nostrane; ma la Commissione, pure riconoscendone i molti meriti, è dolente di non poterla proporre per un premio, in confronto di altri concorrenti.

Riassumendo: la Commissione propone che il premio Bambilla pel 1914 sia così ripartito:

Premio di primo grado, medaglia d'oro e lire 1000.

CERETTI & TANFANI — Milano (Bovisa)

per avere introdotto in Italia l'industria della costruzione di

impianti per trasporti meccanici ed aerei di materiali e di persone.

Premio di secondo grado, medaglia d' oro e lire 300.

SOCIETÀ ANONIMA L. GIANNONI & C. — Milano

per avere sviluppato in Lombardia la fabbricazione di articoli casalinghi fini in metallo, per mensa, caffè, *toilette*, ecc.

MARAZZA G. & C. — Milano

per avere introdotto e sviluppato in Lombardia la fabbricazione di vassoi metallici nichelati o dipinti, scatole e cartelli *réclame* in metallo, ed articoli casalinghi a buon mercato.

R. RADAELLI — Milano

per la fabbricazione di apparecchi per illuminazione a gaz, a luce elettrica e ad acetilene; di contatori da gaz, scaldabagni e stufe a gaz.

OFFICINE ELETTRICHE DOTT. ROSSI — Legnano

per avere introdotto in Lombardia la fabbricazione di una lega metallica da essa denominata Elianite, atta a fare condutture ed apparecchi resistenti ai liquidi ed ai vapori corrosivi, a temperatura elevata.

Assegno di incoraggiamento di lire 200.

VERZEGNASSI GIULIO — Orio Litta

per avere introdotto in Lombardia la lavorazione delle pietre e dei diamanti per le industrie.

Letta ed approvata nell' adunanza del 17 dicembre 1914. Furono conferiti le medaglie e i premi come sopra esposti.

CONCORSO AL PREMIO DI FONDAZIONE KRAMER

(*Commissari*: MM. EE. COLOMBO, JORINI, MURANI, PALADINI, SS. CC. JONA, FANTOLI *relatore*).

Il tema proposto intorno all'influenza dei boschi sul regime delle acque superficiali e di sottosuolo era certamente inteso ad escludere la congerie innumerevole delle opinioni e

delle divagazioni astratte in argomento, per ottenere invece una cernita coscienziosa e guidata da buon criterio idrologico in ordine ai fatti, onde tentarne l'aggruppamento critico.

Era poi desiderata una applicazione concreta riguardante il nostro Paese.

La prima memoria col motto « Ave Caesar » si trattiene a lungo sull' esame dei rapporti tra la vegetazione ed i fenomeni atmosferici o attinenti al suolo, permeabilità, igroscopicità, capillarità ecc.: ma tra le molte citazioni ve ne sono parecchie che si potevano utilmente omettere, altre che denotano un impiego superficiale ed indiretto delle fonti informative, altre che appaiono certamente inesatte.

Atteso il numero e la complessità dei fattori che influiscono nei rapporti tra la foresta ed il regime idrografico superficiale o freatico, gli studi anche preziosi su l'uno o l'altro dei fattori singoli, non concedono una sintesi che delinei da sola, od almeno abbozzi, i rapporti di quantità tra causa ed effetto: rapporti relativi ma non mai assoluti, appunto per il variabile peso dei fattori stessi nella bilancia idrologica che interessa. É per questo che lo studioso, dopo un sobrio esame delle risultanze più sicure sui singoli fattori, doveva intendere alla ricerca delle manifestazioni sintetiche o sperimentali.

L'A. riconosce bensì, per quanto verso il termine del suo scritto, che il dibattito tra le opinioni più o meno discordi non si può risolvere che per mezzo sperimentale, e giustamente indica col Mathieu che tali esperimenti per essere decisamente conclusivi dovrebbero riflettere il regime idrometrico nel medesimo bacino prima coperto da foreste, poi denudato, ed a parità delle altre condizioni. Ma su questo argomento — che è invero quello vitale nello studio proposto — non porge in sostanza che una citazione indiretta e sommaria. Alludesi ad ad uno studio dei sigg.ri Hall e Maxwell (1910) per diversi fiumi degli Stati Uniti, le cui conclusioni del resto vennero giustamente confutate per sostanziale vizio nella indagine comparativa da W. L. Moore, Capo del Weather Bureau degli Stati Uniti.

Pure riconoscendo dunque nella memoria in esame la buona volontà del tentativo e l'efficacia di alcune pagine, la Commissione giudica che essa non soddisfa bastevolmente sia nella condotta come nel contenuto.

La seconda memoria col motto « Vagliami il lungo studio e'l grande amore » è più giustamente ed efficacemente intesa

all'indole idrologica del tema e ha sull'altra una notevole prevalenza di merito.

La prima parte espone un esame soddisfacente dell'influenza dei boschi sul clima e specialmente sulla pioggia: tale parte, introduttiva e necessaria, è contenuta entro convenienti limiti.

La parte seconda entra nell'argomento specifico del tema ed in un primo capitolo riassume con criterio diligente i dati di fatto che sono a cognizione dell' A.

I resoconti di studi speciali, preziosi, riguardano però generalmente l'analisi di alcuni fattori delle relazioni indagate. Appaiono invece due sole citazioni di risultanze *sperimentali sintetiche* sopra bacini imbriferi, oltre ad una terza che riguarda la valle del Po: inerente la prima a due torrenti della Francia nello studio del Vallés (1857) e la seconda a due minuscoli bacini svizzeri, delle quali sperienze pure si aveva già la conoscenza di massima. I due confronti approdano a conclusioni opposte circa l'azione della foresta sul regime di deflusso; onde l'autore indica nel capitolo II, con alcune osservazioni acute, come tali paragoni su aree imbrifere diverse ritenute in apparenza omogenee, salvo che nel grado di ricchezza forestale, possono indurre facilmente in errore. Il detto capitolo II delinea anche un indirizzo di ricerche intese ad ovviare al difetto di omogeneità nel confronto su aree imbrifere diverse; non si rileva però nettamente il concetto già accennato: i risultati veramente inattaccabili non si possono dedurre che dallo studio di un stesso bacino in condizione diversa di dominio forestale e colle garanzie del caso circa gli indici idrometrici e climatici.

Al riguardo, se lo svolgimento della memoria in esame è in generale curato e sempre coscienzioso, devesi constatare una non lieve deficienza nella raccolta dei risultati di sintesi diretta, appunto nei rapporti tra foresta e regime idrometrico, nella parte cioè che è propriamente quella intima e specifica del tema. Non appare spiegabile ad esempio come siano sfuggiti al richiamo ed all'analisi alcuni importanti lavori presentati al X Congresso Internazionale di Navigazione, seguito a Milano nel 1905.

Ivi, il Lauda, dirigente l' Ufficio Idrografico austriaco, illustrava minutamente il confronto idrometrico di due bacini sperimentali con assai diversa densità forestale. Il confronto, accurato, e più sviluppato e concludente che nei due casi sopra citati, è bensì suscettibile di quelle stesse riserve che l' A. della

memoria in esame espose nel capitolo II. Ma la conoscenza della monografia del Lauda doveva far risalire ai fascicoli speciali di quell'Ufficio Idrografico, specialmente al IV, copioso studio sulla piena del Danubio del 1899, dove il Lauda con un esame minuto delle piene danubiane da tempi remoti in poi, reca fatti e deduzioni notevoli nell'apprezzamento della questione presente.

Così la memoria di H. Keller, dirigente l'Ufficio Idrografico prussiano, dava una sintesi delle vedute risultanti dagli studi sui fiumi dell'Europa Centrale e Settentrionale: onde le conclusioni del Keller circa i rapporti tra bosco ed il regime fluviale devevano far ricercare le opere recenti ed importanti concernenti lo studio statistico di quei fiumi. Per consimile ragione poteva riescire di giovamento notevole lo scritto di E. Oppokov (XI Congresso Pietroburgo 1908) come risultato di indagini sui fiumi russi.

Ma il più vasto contributo di fatti e di notizie proprio in quella *sintesi sperimentale* riconosciuta di preminente e decisivo momento dalle stesse due memorie del Concorso, doveva esser dato dalla ricerca e dallo studio delle fonti americane. In questi ultimi anni la questione ha dato luogo negli Stati Uniti a dibattiti vivacissimi e non sempre spassionati, ma ha stimolato altresì la produzione di nn certo numero di documenti positivi, ben condotti nel riguardo idrometrico e climatico e quindi di alto valore informativo. Ivi parecchi grandiosi bacini fluviali hanno subìto in epoca recente o vicina o vicinissima, enormi variazioni nella estesa del manto di foresta: ivi dunque — dove i fatti sono grandi, rapidi, di ieri — si trovano materiali assai favorevoli e variati per una indagine critica e seria dei risultati sperimentali. Ad esempio, in un esame oggettivo guidato dalla preoccupazione costante circa la legittimità e la validità delle deduzioni, appaiono come assai notevoli diversi documenti tra i quali ricordansi: lo studio di E. Burr per il bacino del Merrinac (1910), lo studio di D. W. Mead per i fiumi del Wisconsin (1911), la memoria estesa di H. M. Chittenden e di altri tra i più distinti ingegneri degli Stati Uniti nelle Transactions A. S'. C. E (1909) le note di W. Moore (1910), di T. B. Roberts (1909 - 1913), di A. J. Henry (1913) per il bacino dell'Ohio e per il Mississippì, i Reports della National Waterways Commission (1912) Del resto non solamente in questa parte di sintesi idraulica, che è però quella davvero più concludente nel riguardo che interessa, ma anche nell'altra di analisi dei fattori idrofisici, lo studio delle fonti

americane poteva portare copia d'indicazioni preziose. Vi era insomma in esse un materiale ricco d'indagine storica ed idrometrica che non doveva essere dimenticato, perchè da solo costituisce, oggi almeno, notevole parte di quanto è noto circa il rapporto quantitativo, e su grande scala, tra foresta e regime fluviale.

Il capitolo 3°. contiene uno studio sul bacino del Lario in relazione al bosco: fatta riserva su alcuni punti della condotta, e su qualche svista nell'interpretazione dei segni che rende ambigua la conclusione, lo studio appare diligente ed è certo frutto di indagine laboriosa.

Concludendo, dall'esame complessivo di questa seconda memoria la Commissione ritiene che, nonostante le notate lacune nella informazione odierna sull'argomento, dessa rappresenti un contributo veramente utile per lo studio ulteriore della questione: si riconoscono altresì la cura e la diligenza recata dall'A. nello svolgimento del suo lavoro.

Onde la Commissione giudica di proporre all'Istituto che alla Memoria distinta col motto « Vagliami il luogo studio e 'l grande amore » sia conferito il premio del concorso Kramer.

Esprime poi il voto esplicito, già latente nei precedenti rilievi, che se la memoria verrà data alle stampe - com'è desiderabile - l'Autore abbia a sottoporre il lavoro ad una minuta revisione delle citazioni e dei computi, e sopratutto completi nel senso già indicato la notizia di altre deduzioni importanti di sintesi sperimentale.

Letta ed approvata nell'adunanza 17 dicembre 1914.

Aperta la scheda portante il motto: « Vagliami il lungo studio e 'l grande amore », si trovò che autore della Memoria premiata è l'ing. Mario Giandotti, *direttore del R. Ufficio* Idrografico del Po, in Parma.

CONCORSO
AL PREMIO TRIENNALE DI FONDAZIONE ZANETTI

(*Commissari:* M. E. Gabba L., SS. CC. Bonardi ed Antony *relatore*).

I termini del concorso sono i seguenti:

Il raggiungimento di un intento qualunque che venga giudicato utile al progresso della farmacia e della chimica medica.

Unico concorrente è il dott. Domenico Ganassini libero docente presso la R. Università di Pavia ed assistente presso l'Istituto di fisiologia di detta Università.

Egli presenta *sedici* note, delle quali quattordici a stampa e pubblicate in periodici diversi e *due* manoscritte.

Con riguardo alla indole dei soggetti studiati, dette note possono dividersi in tre gruppi:

Un *primo* gruppo d'indole analitica riflettente, principalmente, ricerche di *Chimica medica*, comprende le note seguenti:

a. Nuovo processo per la ricerca dell'ac. acetacetico nelle urine. (Bull. Soc. Med. di Pavia, VII 1911).

Con questa nota l'A. propone un nuovo metodo per la ricerca qualitativa di questa sostanza propria delle urine diabetiche, dopo aver passato in rassegna i metodi fino ad ora suggeriti e rilevatone le manchevolezze ed i difetti. Questo metodo si basa sulla reazione che ha luogo, in un mezzo neutro alcalino od anche leggermente acido fra l'ac. acetacetico ed il cloruro di diazo-benzolo, per la quale si formano composti *formazilici* di colore rosso-bruno che passa al violetto intenso, per azione di acidi minerali. Descrive con molta accuratezza le modalità di esecuzione, e discute le probabili reazioni chimiche che si succedono e che — a suo dire — offrono un mezzo semplice e rapido per questa ricerca.

b. Osservazioni e contributo alla ricerca dell'albumina nelle urine (*ivi*, XII 1911).

A questo quesito di tanta importanza clinica, l'A. porta un contributo analitico, proponendo una nuova modificazione alla nota prova di Heller, con la quale — mercè una preventiva acidificazione dell'urina con acido acetico — elimina gli acidi resinosi, l'acido urico, acidi e pigmenti biliari, e talvolta anche parte della pseudo-albumina. Dopo di che, in luogo dell'acido nitrico, o di questo con soluzione satura di solfato di magnesio, come propose Roberts, suggerisce lo impiego di una soluzione, satura a freddo, di nitrato potassico, che svela l'albumina mercè l'anello bianco formantesi nella zona di separazione dell'urina e del reattivo. Propone, anche, una modificazione alla reazione di Lecorchè e Talamon per la ricerca della pseudo-albumina, sostituendo all'acido nitrico il tartarico.

Per la ricerca, poi, dell'albumina patologica, in presenza di forti quantità di pseudo-albumine, ricorre al metodo del riscaldamento, ma aggiungendo prima, all'urina, un egual vo-

lume di sol. al 10 % di fosfato mono-sodico, col quale impedisce la precipitazione di fosfati terrosi, senza ricorrere allo impiego di acidi.

c. Un metodo di dosaggio dell' acido urico nelle urine. (Pensiero Medico N. 11, III 1913).

Per la determinazione quantitativa dell' acido urico, l'A. propone di tornare senz'altro all'antico metodo di Salkowsky-Ludwig, con la modificazione suggerita da E. W. Groves, la sostituzione, cioè, dell' ioduro potassico, al solfuro potassico pel trattamento del precipitato argentico-magnesiaco. L'A. poi suggerisce di dosare, nel filtrato, l'acido urico a mezzo di una soluzione $\frac{N}{10}$ d'iodio, dopo lieve alcalinizzazione con carbonato o borato sodico. Il termine della reazione è reso manifesto mercè l'aggiunta di alcune goccie di una soluzione al 0,1 % di carminio d' indaco, con che un leggero eccesso d' iodio fa volgere in verde-giallo il colore azzurro. L'A. non conforta questo processo con documenti analitici.

d. Un nuovo metodo per dosare separatamente l' acido urico ed i corpi purinici nelle urine. (*ivi* N. 15, IV 1913).

Allo scopo l'A. separa prima il residuo $PO^{4'''}$ dall' urina con acetato di uranile al 2 %. Ad una parte aliquota del filtrato aggiunge il reattivo di Salkowsky-Ludwig: poi, raccolto il precipitato e lavatolo fino a cessazione di alcalinità nell'acqua di lavaggio, lo tratta con una soluzione al 16,6 % di ioduro potassico e determina l' alcalinità del liquido filtrato con soluzione $\frac{N}{20}$ di acido solforico, indicatore: fenolftaleina. Al liquido incoloro, aggiunge un po' di bicarbonato potassico, poi qualche goccia della sol. di carminio d'indaco e dosa, separatamente, l'acido urico. Anche in questa nota l'A. non presenta documenti analitici.

e. Sulla ricerca qualitativa dell' acroleina. (Boll. Soc. Med. di Pavia, V 1912).

La ricerca dell' acroleina può riuscire di qualche importanza nelle indagini fisiologiche e biologiche, specialmente, pel riconoscimento de' gliceridi e l'A., ricordate le proposte di Rimini, Lewin e proprie al riguardo, suggerisce un nuovo metodo che consente di svelare traccie di quest' aldeide. Come reattivo impiega una sol. acetica di fenilidrazina con la quale

saggia il liquido in esame ottenendo, in presenza di acroleina formazione di fenil-pirazolina: ossidando, ora, con perclorato ed acido cloridrico, apparirà una intensa colorazione rosso-ametista. A detta dell'A. questa reazione non solo è sensibilissima, ma anche caratteristica e specifica della sola acroleina.

f. Nuove reazioni cromatiche di alcune materie albuminoidi. (manoscritta).

L'A. pone in evidenza la presenza di queste materie albuminoidi, con l'azione del nitro-prussiato sodico sulla sostanza coagulata col calore o con l'alcole, pel quale si può riconoscere il solfo solfidrico formatosi pel coagulo. Con questa reazione l'A. afferma possibile la differenziazione fra l'ovo-albumina e la siero-albumina, ed anche fra queste e l'albumina dello sperma e della materia cerebrale.

Un 2° Gruppo di Note è pur esso d'indole analitica ma con speciale riguardo alla chimica tossicologica ed alla medicina legale.

a. Contributo alla ricerca chimico-tossicologica del mercurio. (Boll. Soc. Med. di Pavia, VII 1914).

L'A. si riferisce ad un suo precedente studio sull'« azione di vapori mercuriali sulla lastra fotografica », che gli permise di riconoscere come una soluzioue di cloruro mercurico, emetta vapori atti ad impressionare una lastra sensibile. L'A. ne trasse un metodo sensibilissimo, il quale consiste nel sovrapporre alla soluzione mercuriale, appositamente ottenuta, un cartoncino spalmato di gelatina. Basta, dopo alcun tempo, bagnare la gelatina con soluzione di cloruro stannoso per porre in evidenza anche tracce, altrimenti inafferrabili, di mercurio.

A questo metodo un'altro ne fa seguire, ancor più sensibile, ricorrendo alla reazione già posta in precisa evidenza da Tarugi, ossia la formazione di una peluria visibilissima, su di una lastra o di un filo di alluminio che sia stato in contatto con tracce minime di un composto di mercurio, anche insolubile. L'A. afferma di essere riuscito così a sorprendere le tracce minime di cloruro mercurico che una comune compressa di sublimato, può lasciare sulle dita, o sulle labbra. Ognuno vede come questo processo, possa riuscire addirittura prezioso, specialmente a scopo diagnostico.

b. Sulla ricerca chimico-tossicologica della coniina e della nicotina (ivi, VII, 1912).

L'A. studiando i metodi già proposti da Rimini e da Gabutti pone in evidenza alcuni fatti contradditori, i quali attribuisce alla frequente presenza, nella coniina, della conicina scoperta da Wolffestein. e, nella nicotina, della nicotinina ed ossinicotina derivanti da un facile processo di ossidazione. Dimostrata, così, la incertezza sì dell'una che dell'altra reazione, l'A. conclude che, pure, può trarsene partito associandole; perchè l'ottenere resultato negativo con la reazione Gabutti e positivo con la Rimini può valere come carattere differenziale della nicotina dalla conina.

Le altre 6 note di questo gruppo, riguardano ulteriori studi sulla nuova reazione chimica del sangue, già proposta dall'A. e presentata pel precedente concorso di fondazione Zanetti.

Nella 1ª — « Nuove ricerche sulla mia reazione chimica del sangue » (« Pensiero medico », V, 1912) — discute le obiezioni mossegli da Fava e Veneri e da Bellussi, e con nuove esperienze, ne dimostra la insussistenza, tornando ad affermare la semplicità e specificità del suo metodo.

Nella 2ª — « A proposito delle ricerche del D. A. Bellussi sulla mia reazione chimica del sangue » (Archivio di Antropologia crim. ecc.. 191, V, 30, fasc. 3) — risponde a nuove obiezioni circa al fatto che anche sali di rame e di cobalto possano — come il sangue — dare resultato positivo con la sua reazione e di queste pure dimostra la insussistenza.

Nella 3ª — « Il comportamento di sali di rame di fronte al mio reattivo del sangue » (Boll. chim. farm., XII, V, 1913) — risponde ad analoghi appunti mossigli da Pazienti, e ad eliminare ogni dubbio al riguardo, suggerisce un metodo semplice per ovviare — se mai — al preteso inconveniente.

Nella 4ª — « Sulla ricerca chimica del sangue » (« Pensiero medico », II, 1914) — studia la nuova reazione proposta dal Baechi, riconoscendone la semplicità e rapidità, ma ne contesta la specificità in quanto i sali di ferro solubili, anche in traccie, e lo ioduro potassico presentano la stessa reazione onde il nuovo metodo non ha valore se non nel caso in cui si abbia resultato negativo.

Nella 5ª — « Ancora a proposito della mia reazione chimica del sangue » (Boll. chim. farm. 1914) — l'A. risponde ad altra del Bellussi, che insiste sulla incompatibilità dei sali di rame, affermandone nuovamente la insussistenza, tanto più che la modificazione da lui proposta al riguardo, elimina assolutamente ogni possibile confusione.

Nella 6ª, infine — « **La mia reazione chimica del sangue** applicata alla diagnosi specifica del sangue umano » (manoscritta) — l'A. asserisce che la differenza fra il sangue umano e quello di altri animali, può rendersi facilmente palese mercè la velocità della sua reazione, la quale, velocissima nel sangue umano, si effettua molto più lentamente in altro sangue. Operando, quindi, di confronto con liquidi contenenti sangue umano, se la reazione procede con eguale rapidità, ogni dubbio è impossibile. La importanza somma della identificazione del sangue umano, nelle indagini chimico-legali, fà degni di massima considerazione questi nuovi studi del dott. Ganassini.

Nel 3º gruppo – d'indole generale — sono accolte due memorie.

a) « Reazioni chimiche provocate dalla luce solare ». (Giornale di chim. farm. ecc., LXI, 10, 1912).

b) « Ancora sulla decomposizione dell'acido lattico alla luce solare ». (ivi, 12).

Questi due lavori, a dir vero, non rispondono ai precisi termini del concorso, il quale richiede il raggiungimento *di un intento qualunque che venga giudicato utile al progresso della farmacia e della chimica medica*, sebbene l'A. raggiunga resultati assai interessanti.

Questi i lavori presentati dal concorrente. La Commissione, dopo accurato esame, riconosce che la maggior parte di essi, risponde -- infatti — allo scopo indicato dal fondatore e ritiene possa essere aggiudicato il premio Zanetti al sig. dott. Domenico Ganassini.

Letta, ed approvata nell'adunanza 17 dicembre 1914. Fu conferito il premio di L. 1000 al Dott. DOMENICO GANASSINI *di Pavia.*

CONCORSO AL PREMIO DELLA FONDAZIONE TULLO MASSARANI

(*Commissari:* MM. EE. NOVATI, RATTI, S. C. CAPASSO *relatore).*

« Il risorgimento della storiografia in Milano nella seconda metà del sec. XVIII ».

Un solo lavoro è stato presentato a questo concorso, un manoscritto, segnato col motto: *Rex*.

L'indice e la partizione del lavoro attestano che l'A. aveva ben capito che cosa il tema richiedesse e quale procedimento fosse da seguire. Ma, e duole il dirlo, nella esecuzione egli si è dimostrato inferiore al compito, che si era assunto.

Certo, l'A. ha studiato l'argomento con amore e ha cercato di trattarlo convenientemente sin dove le sue forze glie lo consentivano. Ha visto subito che centro di quel movimento sono il Giulini e Pietro Verri, ai quali spetta il merito maggiore del risorgimento degli studi storici a Milano nel settecento. E sulle loro opere si è fermato a preferenza, studiandosi di chiarirne la efficacia e di assegnare a ciascuna di esse il posto vero, a cui hanno diritto. Egli è certo uno dei pochi, che abbiano effettivamente letto, per intero, i dodici pesanti volumi del Giulini. E ha ragione di lamentare che il merito di questo insigne storiografo milanese non sia stato sempre riconosciuto.

Ma, purtroppo, i difetti superano i pregi. L'argomento è trattato con tale superficialità da farci supporre nell'Autore un principiante piuttosto che un critico agguerrito dallo studio e capace di affrontare un tema così vasto e difficoltoso. I richiami bibliografici sono assolutamente insufficienti. La storiografia precedente è solo accennata e, in generale, di seconda mano. Di più e di meglio potevasi dire intorno all'efficacia della contro-rivoluzione religiosa sul risveglio degli studi storici a Milano, come delle relazioni del Muratori con le diverse classi sociali milanesi e dell'influenza sua su queste e, in generale, sul progresso della cultura. Del Giulini l'A. si è arrestato all'esame delle opere a stampa, dimenticando che delle manoscritte, ancora inedite, qualcuna è proprio finita, tal che potrebbe essere, senz'altro, pubblicata. Non poche contradizioni si notano nel capitolo sul Verri; del quale poi è assolutamente errata l'interpretazione del *diritto a scriver male.* Nè il Verri, nè gli altri, che la pensavano come lui, potevano, di proposito, voler scrivere male. Essi, anzi, curavano molto lo stile; ma desiderando raggiungere una notevole efficacia rappresentativa, sull'esempio dei grandi modelli stranieri, e specialmente dei francesi, odiavano il cruscheggiare e avevano un concetto diverso dell'arte: ecco tutto. È troppo poco quello che l'A. dice del Bugati. E scarsa è anche la messe, che dalle fonti raccoglie intorno all'ambrosianismo. Nè si può lodare la tendenza piuttosto accentuata alle sentenze dommatiche e ai giudizi non solo avventati, ma talvolta anche ingiusti e irriverenti, come quando, p. es., parlando di Scipione Maffei, adopera l'espres-

sione: *egregia gonfiatura*. Quasi che non fosse noto qual conto del Maffei facessero, per tacer d'altri, il suo gran rivale, L. A. Muratori, e quel *parcus laudator* di uomini e cose italiane, che fu Teodoro Mommsen. Anche la forma lascia a desiderare. Il linguaggio un po' gonfio, un po' artificioso nuoce alla chiarezza e alla precisione.

In conclusione, il lavoro rivela mancanza di larga preparazione, fretta e difetto di esecuzione; per cui, pur riconoscendone i pregi, la Commissione *non* crede di poterlo proporre per il premio della fondazione Massarani.

Letta ed approvata nell'adunanza del 17 dicembre 1911.
Non fu conferito il premio.

CONCORSO AL PREMIO
DELLA FONDAZIONE ERNESTO DE ANGELI
(1914)

(*Commissari:* MM. EE. Murani, Jorini, S. C. Baroni, *relatore*)

La fondazione costituita nel nome del compianto senatore Ernesto De Angeli, ed eretta in Ente Morale con decreto 23 febbraio 1911, ha lo scopo di assegnare un premio triennale perpetuo di L. 5000 — *per invenzioni, studi e disposizioni aventi per iscopo la sicurezza e l'igiene degli operai nelle industrie* — continuando così l'opera benefica del senatore Ernesto De Angeli, che, istituendo — l'Associazione fra gli Industriali d'Italia per la prevenzione degli infortuni sul lavoro —, aveva dato sicuro e vigoroso impulso allo studio ed all'applicazione di disposizioni per la protezione dei lavoratori.

È opportuno ricordare l'opera iniziata, e poi efficacemente aiutata dal senatore De Angeli, per dedurne norma, per definire che cosa si debba intendere per « sicurezza ed igiene degli operai » in una qualsiasi industria. La sicurezza deve essere estesa a tutte le operazioni che il lavoratore svolge in quella industria, a tutte le macchine ed apparecchi che egli deve avvicinare. L'igiene deve essere estesa alle norme e mezzi preventivi, per la difesa, da tutto quanto, per effetto dell'industria, può recar danno alla salute dell'operaio.

Così l'opera è completa, nel senso ad essa attribuito da chi è ricordato nel nome della fondazione, quando in ogni mac-

china, apparecchio, operazione di una industria, con una serie di disposizioni, di invenzioni, di norme, ogni pericolo di trauma, o di malattia, possa essere praticamente eliminato: l'esperienza deve inoltre provare che lo scopo prefisso fu raggiunto.

Soltanto ad un opera così dettagliata, seria e difficile, che richiede pratica dei dispositivi di prevenzione, conoscenza sicura delle operazioni e delle macchine di una prefissa industria, può essere consentito un premio di tanta importanza, quale è il premio De Angeli.

I concorrenti furono:

Arona Secondo di Novi Ligure, con un nuovo tipo di monta-cinghie a supporto fisso.

Fornari Gaudenzio di Milano, con un ponte a sbalzo per l'industria edile.

Ing. *Adorni Umberto* di Milano, con una valvola per le bombole di gas compressi.

Ing. *Alberico Bulfoni* di Milano, con uno studio sulla industria tipo-litografica, nei rapporti della sicurezza e dell'igiene.

Dott. *Giordano Alfonso*, con studi sull'anchilostoma negli operai delle miniere di zolfo.

L'Arona, il Fornari e l'Adorni non soddisfano certamente alle premesse di questa relazione. Infatti, gli apparecchi, che essi presentano, sono destinati a rendere meno pericoloso l'uso, di un solo organo o mezzo di lavoro; oppure difendono dai pericoli, che possono derivare, da una sola operazione manuale; e non hanno carattere di novità, poichè allo stesso scopo furono attuati molti dispositivi analoghi.

L'opera del dott. Alfonso Giordano non risultò essa pure meritevole di premio alla Commissione. L'intendimento che guida l'autore è lodevole. Egli però non fa che trattare la fisiologia e la patologia del minatore in genere, e di quella delle miniere di zolfo in specie, con elementi già noti, senza portare alcun contributo originale. Le nozioni ed i concetti svolti nel suo libro si trovano in tutti i comuni trattati d'igiene del lavoro. L'avere rinvenuto l'anchilostoma nei minatori delle zolfare di Sicilia non è speciale merito, essendo già noto che l'anchilostomiasi si verifica, in genere, in tutti i lavoratori delle cave e delle miniere.

L'ing. Alberico Bulfoni presenta uno studio assai diffuso e completo della industria tipo-litografica, la quale occupa, anche nella nostra città, gran numero di operai in stabilimenti di notevole importanza: premette una breve statistica degli infortuni verificatisi in tale industria, durante un periodo di dieci anni,

e delle loro cause, indi passa ad esaminare ciascuna macchina tipo-litografica, il suo modo di funzionare, i pericoli che presenta per l'operaio nello svolgersi di ciascuna operazione, ed i mezzi o dispositivi da applicarsi alle macchine per evitare l'infortunio: ogni dispositivo è illustrato da disegni che indicano il modo di applicazione e ne dimostrano l'efficacia.

Nella seconda parte (a cominciare dal §. XII°) tratta delle condizioni d'igiene, per quanto riguarda l'ampiezza dei locali di lavoro, la pulizia, l'illuminazione, la ventilazione: prescrive alcune norme generiche, ma non completa lo studio di dettaglio dell'argomento, sopratutto per quanto riguarda le caratteristiche cliniche degli addetti all'industria.

La Commissione, pur facendo ampia lode all'opera del Bulfoni, non ritiene, per lo scarso sviluppo della seconda parte, sia meritevole del premio, bensì di un'assegno d'incoraggiamento all'opera sua, che, nell'applicazione a numerose tipo-litografie, si rivelò veramente benefica per la sicurezza degli operai: e fissa tale assegno in L. 1000 (mille).

Letta ed approvata nell'adunanza 17 dicembre 1914.

Fu conferito un assegno d'incoraggiamento di L. 1000 al sig. ing. ALBERICO BULFONI *di Milano.*

CONCORSO ALLA BORSA DI STUDIO
DELLA FONDAZIONE AMALIA VISCONTI-TENCONI

(*Commissari:* M. E. MURANI, SS. CC. CARRARA, ZUNINI *relatore*).

La Commissione incaricata dell'esame dei titoli dei concorrenti alla borsa di studio Visconti-Tenconi, composta dei sigg. M. E. prof. Murani e SS. CC. prof. Carrara e prof. Zunini, riunitasi in una delle sale del R. Istituto Lombardo, ha constatato che i concorrenti erano due, e cioè:

1. Il sig. Mohrhoff Federico di Napoli;
2. Il sig. ing. Bajocchi Uberto Giuseppe di Roma. Ispettore nel R. Ufficio Speciale delle Ferrovie dello Stato.

Di questi il primo ha dichiarato di ritirarsi dal concorso.

Perciò la Commissione si è limitata ad esaminare i titoli del secondo concorrente ing. Bajocchi e dopo attento esame ha concluso che, date le speciali condizioni del concorrente, come impiegato dello Stato, non possa essergli conferita la

Borsa che per regolamento è destinata a chi intenda avviarsi agli studi in materia di elettricità industriale, preferibilmente per perfezionamento all'estero.

Letta ed approvata nell'adunanza del 14 maggio 1914. Non fu conferita la borsa.

DICEMBRE 1914

Giorno	Lago Maggiore	Lago di Lugano	Lago di Como			Lago d'Iseo	Lago di Garda
	Porto di Angera M. 193.50* 12h	Ponte Tresa M. 272.10* 12h	Como, Porto M. 197.521* 12h	Lecco Malpensata M. 197.403* 12h	Lecco Ponte Visconteo M. 197.427* 12h	Ponte a Sarnico M. 185.147* 12h	Salò M. 64.55* 12h
1	+ 0.02	+ 0.52	+ 0.21	+ 0.29	+ 0.11	+ 0.11	+ 0.78
2	— 0.01	+ 0.50	+ 0.19	+ 0.27	+ 0.09	+ 0.10	+ 0.78
3	— 0.02	+ 0.48	+ 0.17	+ 0.25	+ 0.07	+ 0.09	+ 0.77
4	— 0.05	+ 0.46	+ 0.14	+ 0.23	+ 0.06	+ 0.09	+ 0.77
5	— 0.08	+ 0.44	+ 0.12	+ 0.21	+ 0.04	+ 0.09	+ 0.78
6	— 0.10	+ 0.43	+ 0.10	+ 0.19	+ 0.03	+ 0.10	+ 0.77
7	— 0.12	+ 0.41	+ 0.08	+ 0.17	+ 0.01	+ 0.10	+ 0.77
8	— 0.15	+ 0.40	+ 0.07	+ 0.15	+ 0.00	+ 0.11	+ 0.75
9	— 0.13	+ 0.38	+ 0.06	+ 0.14	— 0.01	+ 0.10	+ 0.74
10	— 0.06	+ 0.44	+ 0.09	+ 0.20	+ 0.03	+ 0.10	+ 0.74
11	+ 0.08	+ 0.60	+ 0.23	+ 0.34	+ 0.15	+ 0.14	+ 0.74
12	+ 0.12	+ 0.62	+ 0.26	+ 0.35	+ 0.16	+ 0.24	+ 0.74
13	+ 0.11	+ 0.61	+ 0.27	+ 0.36	+ 0.17	+ 0.25	+ 0.74
14	+ 0.14	+ 0.65	+ 0.28	+ 0.36	+ 0.17	+ 0.30	+ 0.75
15	+ 0.19	+ 0.70	+ 0.30	+ 0.38	+ 0.18	+ 0.45	+ 0.77
16	+ 0.19	+ 0.71	+ 0.29	+ 0.39	+ 0.19	+ 0.48	+ 0.79
17	+ 0.19	+ 0.70	+ 0.28	+ 0.37	+ 0.17	+ 0.51	+ 0.78
18	+ 0.17	+ 0.70	+ 0.27	+ 0.36	+ 0.15	+ 0.51	+ 0.78
19	+ 0.16	+ 0.70	+ 0.26	+ 0.34	+ 0.14	+ 0.52	+ 0.77
20	+ 0.18	+ 0.69	+ 0.24	+ 0.32	+ 0.13	+ 0.49	+ 0.76
21	+ 0.12	+ 0.68	+ 0.26	+ 0.34	+ 0.14	+ 0.45	+ 0.78
22	+ 0.10	+ 0.67	+ 0.26	+ 0.32	+ 0.13	+ 0.44	+ 0.80
23	+ 0.08	+ 0.66	+ 0.23	+ 0.30	+ 0.12	+ 0.42	+ 0.78
24	+ 0.07	+ 0.64	+ 0.20	+ 0.29	+ 0.11	+ 0.40	+ 0.76
25	+ 0.06	+ 0.62	+ 0.18	+ 0.26	+ 0.08	+ 0.38	+ 0.77
26	+ 0.02	+ 0.61	+ 0.16	+ 0.24	+ 0.06	+ 0.39	+ 0.76
27	+ 0.00	+ 0.59	+ 0.14	+ 0.22	+ 0.05	+ 0.37	+ 0.76
28	— 0.01	+ 0.58	+ 0.12	+ 0.21	+ 0.04	+ 0.37	+ 0.76
29	— 0.01	+ 0.56	+ 0.11	+ 0.21	+ 0.04	+ 0.38	+ 0.75
30	— 0.03	+ 0.55	+ 0.10	+ 0.19	+ 0.03	+ 0.39	+ 0.76
31	— 0.06	+ 0.54	+ 0.09	+ 0.17	+ 0.01	+ 0.40	+ 0.76

(*) Quota dello zero dell'idrometro sul livello del mare.

NOVEMBRE 1914

TEMPO MEDIO CIVILE DI MILANO

Giorni del mese	Alt. barom. ridotta a 0° C				Temperatura centigrada						Quantità della pioggia neve fusa e nebbia condensata
	9h	15h	21h	Media	9h	15h	21h	Mass.	Min.	Media mass.min. 9h 21h	
	mm	mm	mm	mm	°	°	°	°	°	°	mm
1	740.4	741.2	743.8	741.8	+10.1	+14.4	+10.8	+14.5	+ 7.8	+10.8	7.8
2	47.4	47.8	49.0	48.1	11.2	12.6	11.2	12.6	7.9	10.7	1.4
3	50.0	49.4	49.5	49.6	11.6	13.1	12.6	13.1	9.8	11.8	1.2
4	45.8	44.3	44.3	44.8	12.3	14.8	13.0	15.4	10.8	12.9	3.8
5	43.8	43.4	43.8	43.7	12.7	14.0	13.4	14.0	11.2	12.8	11.0
6	744.7	744.8	745.8	745.1	+13.5	+15.8	+13.8	+16.6	+11.6	+13.9	1.7
7	47.8	47.6	49.5	48.3	12.1	15.7	13.4	15.7	9.7	12.7	—
8	51.7	51.5	53.1	52.1	11.4	15.2	11.7	15.3	9.3	11.9	—
9	55.4	54.9	55.6	55.3	9.2	12.5	10.6	12.6	8.1	10.1	0.5
10	56.6	54.9	55.1	55.5	8.8	11.9	8.8	12.1	6.4	9.1	0.4
11	754.5	751.9	750.1	752.1	+ 7.0	+ 8.7	+ 6.6	+ 9.0	+ 5.2	+ 6.9	0.3*
12	40.6	40.6	43.5	41.6	7.3	13.3	8.4	14.6	4.0	8.6	0.2*
13	44.5	43.5	43.0	43.7	9.9	12.5	8.0	12.5	4.8	8.8	—
14	37.3	35.0	36.5	36.2	6.7	7.1	5.2	7.4	3.7	5.7	0.5
15	43.5	43.7	43.8	43.7	4.1	10.4	6.0	10.5	+ 0.3	5.2	0.3*
16	739.6	737.8	738.3	738.6	+ 6.7	+ 8.2	+ 7.0	+ 8.6	+ 3.3	+ 6.4	—
17	39.5	39.8	42.2	40.5	4.2	13.7	7.8	13.7	+ 1.0	6.7	—
18	46.7	46.6	48.8	47.3	7.0	9.6	6.0	10.3	+ 5.4	7.2	—
19	50.0	47.7	48.4	48.7	3.5	7.0	2.4	7.0	+ 0.2	3.3	—
20	49.5	49.4	50.9	49.9	1.2	4.8	2.6	5.7	— 1.4	2.0	—
21	751.5	749.9	748.9	750.1	+ 1.1	+ 4.7	+ 3.4	+ 5.0	— 1.7	+ 2.0	—
22	44.6	42.7	42.8	43.4	3.1	4.1	3.6	4.7	+ 0.7	3.0	9.3
23	42.7	42.5	43.1	42.8	3.8	5.0	4.8	5.0	+ 2.2	3.9	6.6
24	43.3	43.2	44.6	43.7	4.8	7.5	5.3	7.6	+ 3.2	5.2	0.3*
25	45.0	43.3	44.4	44.2	5.5	5.8	5.0	6.9	+ 3.3	5.2	9.3
26	748.5	749.5	752.5	750.2	+ 3.9	+ 8.3	+ 4.6	+ 8.3	+ 1.4	+ 4.6	0.2*
27	55.0	54.1	54.8	54.6	4.4	5.7	+ 2.2	6.3	+ 1.7	+ 3.6	—
28	56.0	55.0	55.7	55.5	+ 0.3	4.3	+ 1.4	4.6	— 1.4	+ 1.2	0.2*
29	56.1	56.0	58.5	56.9	— 0.7	1.3	+ 0.0	1.3	— 2.6	— 0.5	0.2*
30	60.8	60.1	61.2	60.7	— 1.6	+ 0.6	— 0.2	+ 0.8	— 3.3	— 1.0	0.5*
M	747.76	747.07	748.05	747.63	+ 6.50	+ 9.42	+ 6.98	+ 9.72	+ 4.09	+ 6.82	55.4

			mm						
Altezza barom.	mass.		761.2	g. 30	Temperatura	mass.	+ 16°.6	g. 6
"	"	min.	735.0	" 14	"	min.	— 3°.3	" 30
"	"	media	747.63		"	media	+ 6°.82	

Nebbia il giorno 3. 5. 9. 10. 11. 12. 16. 22. 23. 24. 25. 27. 28. 29. 30

I numeri segnati con asterisco nella colonna delle precipitazioni indicano neve fusa, e nebbia condensata, o brina, o rugiada disciolte.

NOVEMBRE 1914

TEMPO MEDIO CIVILE DI MILANO

Giorni del mese	Tensione del vapor acqueo in millimetri 9h	15h	21h	M corr. 9.15.21.	Umidità relativa in centesime parti 9h	15h	21h	M corr. 9.15.21.	Nebulosità relat. in decimi 9h	15h	21h	Provenienza del vento 9h	15h	21h	Velocità media del vento in chilom. all'ora
	mm	mm	mm	mm											
1	8.1	8.1	8.2	8.0	88	67	85	81.6	2	1	4	NW	SW	N	3
2	8.2	8.8	9.4	8.7	83	81	95	87.9	10	9	10	NW	W	E	4
3	9.4	9.9	9.8	9.6	93	88	90	91.9	10	10	10	N	CALMA	N	2
4	9.6	10.9	10.4	10.2	90	87	93	91.6	10	10	10	N	W	W	3
5	10.6	10.8	10.9	10.6	95	91	95	95.3	10	10	10	NW	N	NE	1
6	10.9	10.9	11.0	10.8	94	82	93	91.3	10	9	10	NE	NE	N	1
7	9.1	10.2	9.9	9.6	87	77	86	84.9	3	4	10	NE	SE	E	3
8	8.7	9.7	9.1	9.0	86	75	89	84.9	3	3	3	E	CALMA	N	3
9	8.3	9.8	9.1	9.0	96	90	95	95.3	10	5	10	CALMA	CALMA	E	1
10	7.9	9.2	8.1	8.3	93	89	96	94.3	6	4	10	W	CALMA	CALMA	3
11	7.3	7.8	7.1	7.3	97	93	97	97.1	10	10	10	SW	CALMA	CALMA	3
12	7.1	1.7	3.1	3.9	93	14	37	49.4	3	1	0	CALMA	N	NW	12
13	3.0	3.9	5.2	3.9	33	36	64	45.7	0	2	9	NW	W	NE	11
14	5.2	5.4	5.2	5.2	71	71	78	74.7	9	9	0	E	N	W	6
15	5.2	5.9	5.7	5.5	85	63	80	77.4	1	2	2	CALMA	SE	NE	3
16	6.1	6.2	6.6	6.2	82	76	88	83.4	9	10	10	CALMA	N	NW	2
17	5.1	3.2	3.4	3.8	82	28	43	52.4	2	2	7	SW	N	N	6
18	5.3	2.4	1.4	2.9	71	27	20	40.7	8	8	7	W	N	N	10
19	2.4	2.1	2.3	2.2	41	28	42	38.4	2	1	1	CALMA	S	N	4
20	2.4	3.1	2.7	2.6	49	47	49	49.8	3	3	5	N	SW	N	5
21	3.2	3.4	3.9	3.4	65	53	66	62.5	9	10	10	N	CALMA	SW	4
22	3.9	5.1	5.2	4.6	67	83	88	80.5	10	10	10	CALMA	W	N	4
23	5.5	5.7	6.0	5.6	92	87	93	91.9	10	10	10	CALMA	CALMA	SW	2
24	5.9	6.1	5.7	5.8	92	79	86	86.9	9	9	10	NW	W	NW	4
25	5.9	5.8	5.9	5.8	88	85	90	88.9	10	10	10	CALMA	CALMA	N	3
26	5.3	6.2	5.5	5.6	88	75	87	84.5	0	0	1	N	S	NE	4
27	5.0	5.6	5.0	5.1	79	81	93	85.5	10	9	10	SE	SW	SW	3
28	4.5	5.6	4.7	4.8	96	90	93	94.2	10	10	10	W	SW	W	4
29	4.2	4.7	4.4	4.3	96	92	96	95.9	10	10	10	W	W	CALMA	2
30	3.9	4.5	4.4	4.3	96	94	96	96.5	10	10	10	W	W	N	3
M	6.24	6.42	6.31	6.22	82.3	71.0	80.1	79.18	7.0	6.7	7.6				4.0

Tens. del vap. mass. 11.0 g. 6
" " " min. 1.4 " 18
" " " media 6.22
Umid. mass. 97 % g. 11
" min. 14 % " 12
" media 79.18 %

Proporzione dei venti nel mese

N	NE	E	SE	S	SW	W	NW	CALMA
22	7	5	3	2	9	15	8	19

Media nebulosità relativa del mese
7,1

DICEMBRE 1914

TEMPO MEDIO CIVILE DI MILANO

Giorni del mese	Alt. barom. ridotta a 0° C				Temperatura centigrada						Quantità della pioggia neve fusa e nebbia condensata
	9h	15h	21h	Media	9h	15h	21h	Mass.	Min.	Media mass.min. 9h 21h	
	mm	mm	mm	mm	°	°	°	°	°	°	mm
1	761.3	760.3	761.0	760.9	+ 1.0	+ 4.8	+ 4.8	+ 5.0	— 2.1	+ 2.2	—
2	61.5	61.6	62.5	61.9	4.9	6.8	5.8	7.3	+ 3.2	5.3	—
3	61.1	59.1	59.8	60.0	5.6	7.4	6.8	7.6	4.7	6.2	—
4	60.3	57.6	56.1	58.0	5.6	7.2	6.2	7.0	2.8	5.4	2.2
5	53.3	51.8	50.5	51.8	4.9	6.2	6.2	6.3	4.3	5.4	1.5
6	747.3	747.8	750 0	748.4	+ 6.2	+ 7.9	+ 6.5	+ 7.9	+ 4.7	+ 6.3	3.6
7	54.8	54.6	56.1	55.2	6.0	6.9	5.7	7.0	2.2	5.2	0.3*
8	56.2	54.8	55.0	55.3	6.3	7.8	7.6	8.0	4.2	6.5	3.8
9	52.5	49.7	47.4	49.9	7.7	8.4	8.2	8.4	6.3	7.7	6.2
10	41.3	40.5	41.7	41.1	10.1	10.4	8.2	10.4	6.8	8.9	12.3
11	744.5	744.5	745.8	744.9	+ 6.6	+ 6.8	+ 4.9	+ 7.8	+ 4.8	+ 6.0	0.5
12	42.4	40.2	39.3	40.6	6.8	7.4	7.4	7.5	3.7	6.4	13.7
13	40.4	40.8	41.7	41.0	6.8	8.0	7.2	8.0	5.2	6.8	1.6
14	38.0	34.0	34.9	35.6	6.8	6.8	6.8	8.1	6.0	6.9	38.4
15	38.1	39.1	41.9	39.7	4.6	7.6	6.0	7.6	4.3	5.6	0.8
16	746.5	747.4	749.4	747.8	+ 2.2	+ 4.4	+ 4.4	+ 4.6	+ 0.4	+ 2.9	0.5*
17	53.0	53.0	54.7	53.6	1.4	2.4	0.8	2.6	— 0.6	1.1	0.4*
18	55.7	54.3	52.8	54.3	0.1	2.4	2.2	2.8	— 0.9	1.0	—
19	51.4	51.0	52.0	51.5	0.4	1.8	0.8	2.8	— 1.7	0.6	—
20	51.2	47.2	43.3	47.2	2.0	1.2	1.0	3.0	— 1.7	1.1	6.5
21	743.5	743.7	745.4	744.2	+ 0.3	+ 1.4	+ 1.4	+ 1.6	— 1.1	+ 0.6	12.5
22	47.0	45.6	44.4	45.7	+ 1.4	2.2	+ 0.4	2.5	— 1.2	+ 0.8	7.6
23	40.2	39.4	41.4	40.3	— 1.9	2.0	— 0.6	2.2	— 3.6	— 1.0	1.4
24	43.9	43.4	45.2	44.2	+ 1.3	3.3	+ 3.4	3.7	— 2.5	+ 1.5	4.0
25	48.8	50.6	54.2	51.2	+ 3.0	5.3	+ 4.8	5.4	+ 1.3	+ 3.6	12.2
26	758.0	757.0	757.1	757.4	+ 4.2	+ 8.0	+ 3.8	+ 8.0	+ 3.2	+ 4.8	0.6
27	54.8	52.9	52.3	53.3	1.5	2.2	0.6	3.4	— 0.8	1.2	0.6*
28	50.4	47.8	47.0	48.4	0.9	3.9	3.2	4.0	— 1.8	1.6	0.3*
29	45.8	45.0	46.4	45.7	3.6	4.4	2.6	4.5	+ 2.1	3.2	8.1
30	52.4	53.1	54.9	53.5	2.0	5.1	1.0	5.4	— 0.2	2.0	—
31	54.5	52.1	50.7	52.4	+ 1.9	+ 2.5	+ 2.4	+ 2.8	— 0.9	+ 1.5	0 3
M	750.00	749.03	749.51	749.51	+ 3.68	+ 5.25	+ 4.21	+ 5.59	+ 1.65	+ 3.78	139.9

		mm				
Altezza barom.	mass.	762.5	g. 2	Temperatura mass.	+ 10.4	g. 10
" "	min.	734.0	" 14	" min.	— 3.6	" 23
" "	media	749.51		" media	+ 3.78	

Nebbia il giorno 1, 2, 3, 4, 5, 6, 7, 8, 9, 11, 12, 14, 15, 16, 17, 18, 19, 20, 21, 22, 23, 24, 25, 26, 27, 28, 29, 30

Neve " 20, 21

I numuri segnati con asterisco nella colonna delle precipitazioni indicano neve fusa, o nebbia condensata, o brina, o rugiada disciolte.

DICEMBRE 1914

TEMPO MEDIO CIVILE DI MILANO

Giorni del mese	Tensione del vapor acqueo in millimetri 9h	15h	21h	M corr. 9.15.21.	Umidità relativa in centesime parti 9h	15h	21h	M corr. 9.15.21.	Nebulosità relat. in decimi 9h	15h	21h	Provenienza del vento 9h	15h	21h	Velocità media del vento in chilom. all'ora
	mm	mm	mm	mm											
1	4.6	5.6	5.8	5.3	94	87	90	91.4	9	9	10	W	SW	W	4
2	5.8	6.1	6.4	6.0	89	82	92	88.7	10	10	10	SW	SE	E	3
3	6.4	6.4	6.1	6.2	94	83	82	87.3	10	10	10	SW	NW	W	3
4	6.4	6.7	6.7	6.5	94	88	94	93.0	10	10	10	E	SE	W	3
5	6.0	6.4	6.7	6.3	92	91	94	93.3	10	10	10	SW	CALMA	N	3
6	6.7	6.7	6.0	6.4	94	84	82	87.7	10	4	2	SW	SW	W	5
7	6.9	6.8	6.5	6.6	97	91	95	95.3	10	10	10	CALMA	NW	E	3
8	6.8	7.5	7.6	7.2	95	94	97	96.3	10	10	10	NW	CALMA	CALMA	2
9	7.5	7.8	7.4	7.5	96	94	92	95.0	10	10	10	SE	E	E	6
10	8.6	8.9	7.5	8.3	94	95	92	94.7	10	10	10	E	E	N	11
11	6.9	7.0	6.2	6.6	94	94	95	95.1	10	10	10	SW	W	N	4
12	7.1	7.4	7.5	7.2	96	96	97	97.1	10	10	10	E	E	E	4
13	7.0	7.0	7.2	7.0	94	87	94	92.5	9	9	10	W	CALMA	S	6
14	7.0	7.0	7.1	7.0	94	94	96	95.5	10	10	10	N	N	N	6
15	6.2	6.9	6.6	6.5	97	89	94	94.1	10	0	2	NW	SW	NW	5
16	5.2	6.1	5.9	5.6	96	97	93	96.1	10	10	10	W	E	SE	3
17	4.9	5.1	4.7	4.9	96	93	96	95.8	10	10	10	SW	NW	NE	4
18	4.4	5.0	5.2	4.8	96	91	96	95.2	10	10	10	W	W	SW	2
19	4.6	4.8	4.7	4.6	96	93	96	95.8	10	10	10	W	W	E	3
20	4.9	4.8	4.7	4.8	93	96	96	95.8	10	10	10	CALMA	NE	NW	4
21	4.6	4.9	4.8	4.7	98	96	94	96.7	10	10	10	N	W	N	4
22	4.8	5.1	4.6	4.8	94	95	96	95.7	10	10	10	W	SW	NW	5
23	3.9	4.5	3.9	4.0	98	86	89	91.7	8	5	8	NW	W	NE	2
24	3.8	4.7	5.1	4.4	76	81	86	81.7	10	10	10	N	SE	N	5
25	5.3	6.0	6.0	5.7	93	91	93	93.0	10	10	10	NW	NW	N	4
26	5.9	6.4	5.6	5.9	95	79	93	89.7	10	2	5	W	W	NE	5
27	5.0	5.2	4.6	4.9	98	96	96	97.4	10	10	10	W	CALMA	SW	2
28	4.7	5.5	5.4	5.1	96	92	93	94.3	10	10	10	CALMA	SW	SW	3
29	5.7	5.7	5.1	5.5	95	90	93	93.4	10	10	3	E	SW	SW	6
30	4.8	5.8	4.6	5.0	91	87	92	90.7	3	1	10	CALMA	SE	N	4
31	4.0	4.2	4.5	4.2	77	77	82	79.4	9	10	10	E	E	N	4
M	5.69	6.06	5.83	5.79	93.61	89.97	92.58	92.88	9.6	8.7	9.0				4.1

Tens. del vap. mass. 8.9 g. 10
" " " min. 3.8 " 24
" " " media 5.79
Umid. mass. 98 % g. 21, 23, 27
" min. 76 % " 24
" media 92.88 %

Proporzione dei venti nel mese

N	NE	E	SE	S	SW	W	NW	CALMA
13	4	15	6	1	16	18	11	9

Media nebulosità relativa del mese
9,1

BULLETTINO BIBLIOGRAFICO

(GENNAIO-MARZO 1914) (*)

Bibliografia.

Archiginnasio (L'). Bologna, Anno 8, 1913, N. 5 e 6; Anno 10, 1914, N. 1.

Bollettino delle pubblicazioni italiane ricevute per diritto di stampa dalla Biblioteca nazionale centrale. Firenze, N. 157 e 159.

Library of Congress. Washington Meyer e Slade. Monetary question.

Atti accademici e riviste generali.

Abhandlungen der k. Gesellschaft der Wissenschaften. Göttingen, Cl. di lettere, Vol. 15, N. 2.

Abhandlungen der k. Leopoldinisch-Carolinischen Deutschen Akademie der Naturforscher. Halle, Vol. 98 e 99.

Abhandlungen der k. preussischen Akademie der Wissenschaften. Berlin. Cl. di lettere 1913, N. 8 e 9; Cl. di scienze 1914, N. 1.

Abhandlungen der naturforschenden Gesellschaft. Halle, Neue folge N. 2.

Annaes scientificos da Academia polytechnica do Porto. Coimbra Vol. 8, N. 4.

Annals of the New York Akademy of sciences. New York, Vol. 22, pp. 339-423.

Annuario della r. Accademia dei Lincei. Roma. 1914.

Annuario della Societa reale. Napoli. 1914.

Annuario de la real Academia de ciencias exactas, fisicas y naturales. Madrid, 1914.

Archives des sciences physiques et naturelles. Genève, Vol. 36, N. 11 e 12; Vol. 37, N. 1 e 2.

(*) Gli omaggi sono elencati di volta in volta nei processi verbali delle Adunanze e verranno raccolti in piccolo catalogo alla fine del volume.

Arkiv utgifvet af k. Svenska Vetenskapsakademien Stockholm. Botanica, Vol. 12 N. 3 e 4; Vol. 13, N. 1; Chimica, Vol. 4, N. 6; Vol. 5, N. 1 e 2; Matematica, Vol. 8, N. 3 e 4; Vol. 9, N. 1 e 2; Zoologia, Vol. 8, N. 1.

Årsbok (K. Svenska Vetenskaps-Akademiens). Stockholm, 1913.

Ateneo (L') veneto. Venezia. Anno 36, Vol. 2, N. 2 e 3.

Atti del r. Istituto veneto di scienze, lettere ed arti. Venezia, Vol. 72 N. 10; Vol. 73, N. 1 e 2.

Atti dell' Accademia Gioenia di scienze naturali. Catania, Serie 5, Vol. 6, 1913.

Atti dell' Accademia Pontaniana. Napoli, Vol. 43.

Atti dell' Accademia scientifica veneto-trentino-istriana. Padova, Serie 3, Vol. 6.

Atti dell' i. r. Accademia di scienze, lettere ed arti degli Agiati. Rovereto. Serie 4, Vol. 2.

Atti della pontificia Accademia romana dei Nuovi Lincei. Roma, Anno 67, 1913-14 N. 1.

Atti della r. Accademia dei Lincei. Roma, Vol. 22, sem. 2, N. 12; Vol. 23, sem. 1 N. 1-5.

Atti della r. Accademia delle scienze. Torino, Vol. 49. 1-6.

Atti della r. Accademia di archeologia, lettere e belle arti. Napoli, Nuova serie, Vol. 2.

Atti della r. Accademia di scienze fisiche e matematiche. Napoli, Serie 2, Vol. 15.

Atti della r. Accademia Peloritana. Messina, Vol. 24, N. 2; Vol. 25.

Atti della Società dei naturalisti e matematici. Modena, Serie 4, Vol. 15, 1913.

Atti e Memorie dell' Accademia di agricoltura, scienze, lettere, arti e commercio. Verona, Serie 4, Vol. 13 e appendice.

Atti e Memorie della r. Accademia di scienze, lettere ed arti. Padova, Vol. 29.

Boletin de la Academia nacional de ciencias en Córdoba. Buenos Aires, Vol. 19, N. 1.

Bollettino delle sedute dell'Accademia Gioenia di scienze naturali. Catania, novembre 1913.

Bulletin de l' Académie impériale des sciences. St.-Pétersbourg, 1914. N. 1-.5

Bulletin de l' Académie r. de Belgique. Bruxelles, 1913 Cl. di scienze N. 4-6; Cl. di lettere N. 4-6.

Bulletin de l' Académie r. des sciences et des lettres de Danemark. Kjöbenhavn, 1913, N. 6; 1914, N. 1.

Bulletin de la Société Vaudoise des sciences naturelles. Lausanne, Vol. 49, N. 181.

Bulletin mensuel de l'Académie des sciences et lettres. Montpellier, 1913, N. 8-12; 1914, N. 1-3.

Bulletin of the University of Illinois. Urbana, N. 61, 63, 65.

Circulars (John Hopkins University), Baltimore, 1913, N. 1-6, 8-10.

Collections (Smithsonian miscellaneous). Washington, Vol. 59, N. 19; Vol. 60; N. 30; Vol. 61, N. 2-5.

Comptes rendus de l'Académie des inscriptions et belles lettres Paris, Ottobre-novembre 1913.

Comptes rendus de l'Académie de sciences. Paris, Vol. 157, N. 26; Vol. 158, N. 1-10.

Conferenze e prolusioni. Roma, Anno 7, 1914, N. 1-6.

Handlingar (K. Svenska Vetenskapsakademiens). Stockholm, Vol. 50, N. 2-9.

Jaarboek van der k. Akademie van Wetenschappen. Amsterdam, 1912.

Jahrbuch der Hamburgischen Wissenschaftlichen Anstalten. Hamburg, Vol. 29, N. 3 e 7.

Journal (The American) of science. New Haven, Vol. 37, N. 217-219.

Journal (The) of the College of science, Imperial University. Tokio, Japan, Vol. 32, N. 11 e 12; Vol. 35, N. 1 e 4; Vol. 36, N. 1 e 2; Indice Vol. 1-25.

Journal of the r. microscopical Society. London, 1913, N. 6; 1914, N. 1.

Leopoldina; amtliches Organ der k. Leopoldino-Carolinischen deutschen Akademie der Naturforscher. Halle, N. 49.

Meddelanden från k. Vetenschapsakademiens Nobel Institut. Upsal, Vol. 2, N. 3 e 4.

Mémoires de l'Académie r. de Belgique. Bruxelles, In. 4, Serie 2, Vol. 6. N. 1.

Memoirs and proceedings of the Manchester literary and philosophical Society. Manchester. Vol. 57, N. 3.

Memoirs of the College of science and engineering Kyōto imperial University. Kyōto. Vol. 5, N. 9; Vol. 6, N. 1.

Memoirs of the national Academy of sciences. Washington, Vol. 11.

Memorias y revista de la Sociedad cientifica Antonio Alzate. Mexico, Vol. 32, N. 7 e 8; Vol. 33, N. 1-8.

Memorie della r. Accademia dei Lincei. Roma, Cl. di scienze, Serie 5, Vol. 9, N. 15-17.

Memorie scientifiche della Università imperiale. Kasan, (in russo) 1913, N. 12; 1914, N. 1 e 2.

Mitteilungen der naturforschenden Gesellschaft (Nebst dem Berichte). Halle, 1913, Vol. 3.

Nachrichten von der k. Gesellschaft der Wissenschaften. Göttingen, Cl. di scienze, 1913, N. 4; Cl. di lettere, 1913, N. 2.

Nature; a weekly illustrated journal of science. London, Vol. 92, numeri, 2305-13; Vol. 93, N. 2314-17.

Pagine istriane. Capodistria, Anno 11, 1913, N. 11 e 12.

Prix (Les) Nobel. Stockholm, 1912.

Proceedings of the Academy of natural sciences. Philadelphia, Vol. 65, N. 1.

Proceedings of the American Academy of arts and sciences. Boston, Vol. 48, N. 18-20; Vol. 49, N. 1 e 2.

Proceedings of the American philosophical Society. Philadelphia. Vol. 52 N. 208 e 209.

Proceedings of the Cambridge philosopical Society. Cambridge, Vol. 17, N. 4.

Proceedings of the r. Irish Academy. Dublin, Vol. 31, N. 64; Serie C. Vol. 32, N. 7-9.

Proceedings of the r. philosophical Society. Glasgow, Vol. 44.

Proceedings of the r. Society. London, Serie B, Vol. 87, N. 594, 595; Serie A, Vol. 89, N. 612-614.

Proceedings of the Section of sciences of the r. Akademy of sciences. Amsterdam, Vol. 15, N. 1 e 2.

Pubblicazioni dell' i. Accademia delle scienze. Cracovia, Sprawozd. z posz. w Szwecyi; *Szyjkowski* J. J. Rousseau; *Tretiak.* Zaleski, Vol. 2.

Pubblicazioni dell' Università. Kasan. (in lingua russa) 1912-13, 5 fasc.

Publications of the Carnegie Institution. Washington, In-4, N. 168; in-8 N. 177.

Publications of the University of California. Berkeley, Agricoltura Vol. 1, N. 4; Botanica Vol. 4, N. 16-18; Vol. 5 N. 3-5; Filosofia, Vol. 2, N. 5; Geologia. Vol. 7, N. 9-12; Matematica, Vol. 1, N. 3.

Rendiconti della r. Accademia dei Lincei. Roma, Cl. di lett. etc. Serie 5, Vol. 22, N. 7-10.

Rendiconto della r. Accademia di scienze fisiche e matematiche. Napoli, Serie 3. Vol. 19, N. 11 e 12.

Rendiconto delle tornate e dei lavori della Accademia di archeologia, lettere e belle arti. Napoli, Anno 27, 1913.

Reports (The science) of the Tôhoku imp. University. Sendai, Serie 1, Vol. 2, N. 3-5; Vol. 3, N. 1.

Revista da Sociedade scientifica. São Paulo, Vol. 7, novembre 1913.

Revista de la r. Accademia de ciencias exactas, fisicas y naturales. Madrid, Vol. 12, N. 1-4.

Rivista d' Italia. Roma, Anno 17, 1914, N. 1-3.

Rivista ligure di scienze, lettere ed arti. Genova, Anno 40, 1913, N. 6; Anno 41, 1914, N. 1.

Rocznik Akademii umiejetnosci. Krakow. (Annuario dell' Accademia delle scienze di Cracovia) 1912-13.

Rozprawy Akademii umiejetnosci (Memorie dell'Accademia delle scienze). Krakow. Filol. Serie 3, Vol. 6 e 7.

Séances et travaux de l'Académie des sciences morales et politiques. Paris. Vol. 81, N. 1 e 2.

Sitzungsberichte der k. Akademie der Wissenschaften. Wien, Cl. di scienze Vol. 122 (1) N. 3 e 5; (2) N. 5-7; (3) N. 4-7; Cl. di lettere Vol. 172, N. 2; Vol. 173, N. 6; Vol. 174, N. 3; Vol. 175, N. 1.

Sitzungsberichte der k. preussischen Akademie der Wissenschaften. Berlin, 1913, N. 41-53.

Sitzungsberichte herausgeg. vom Naturhist. Verein der preuss. Rheinlande und Westfalens. Bonn, 1913, N. 1.

Sprawozdanie z posiedzén Towarzystwa Naukowego Warszawskiego. Warszawa, Anno 6, 1913, N. 1-6.

Studies (J. H. University) in historical and political science. Baltimore, Serie 30, N. 3; Serie 31, N. 1 e 2.

Survey (Geological) of Canada. Ottawa, Victoria Memorial Museum Bull. N. 1.

Tesi di laurea dell'Università di Kiel. N. 281 degli anni 1909-12.

Tesi di laurea dell'Università di Strassburg. N. 100 del 1912-13.

Transactions of the Canadian Institute. Toronto, Vol. 10 parte 1, N. 23; Jear Book and A. Rep. 1912-13.

Transactions of the Connecticut Academy of arts and sciences. New Haven, Vol. 18 pp. 209-289.

Transactions (Philosophical) of the r. Society. London, serie A, Vol. 213, N. 505-509; serie B, Vol. 204, N. 309 e 310.

Transactions of the r. Society of literature. London, Vol. 32, N. 3.

Verhandelingen der k. Akademie van Wetenschappen. Amsterdam, Cl. di scienze, serie I, Vol. 11, N. 5 e 6; serie II, Vol. 17, N. 2-6; Cl. di lettere, Vol. 13, N. 2; Vol. 14, N. 1.

Verhandlungen der physicalisch-medicinischen Gesellschaft. Würzburg. Vol. 42, N. 1-6.

Verhandlungen des naturhistorischen Vereins der preussischen Rheinlande, Westfalens und des Reg.-Bezirks Osnabrück. Bonn, Anno 70, 1913, N. 1.

Verhandlungen des naturhistorisch-medicinischen Vereines. Heidelberg, Vol. 12, N. 4.

Verslagen en Medeelingen der k. Akademie van Wetenschappen. Amsterdam, Cl. di scienze, Vol. 21, N. 1 e 2; Cl. di lettere, Vol. 11.

Vierteljahrsschrift der naturforschenden Gesellschaft. Zürich. Anno, 58, 1913, N. 1 e 2.

Year-book of the r. Society. London, 1914.

Matematica.

Annalen (Mathematische). Leipzig, Vol. 74, N. 4; Vol. 75, N. 1.

Bulletin de la Société mathématique de France. Paris, Vol. 41, N. 3 e 4.
Bulletin of the American mathematical Society. Lancaster, Vol. 20, N. 4 e 6.
Journal de mathématiques pures et appliquées. Paris, Vol. 10, N. 1.
Journal für die reine und angewandte Mathematik. Berlin, Vol. 144, N. 1 e 2.
Journal (The Tôhoku mathematical) College of science, Tôhoku imp. University. Sendai, Vol. 4, N. 3 e 4.
Journal (American) of mathematics. Baltimore, Vol. 35, N. 1 e 2.
Journal (The quarterly) of pure and applied mathematics. London, Vol. 45, N. 1.
Periodico di matematica. Livorno, Anno 29, 1913, N. 2 e 3.
Proceedings of the London mathematical Society, London, Serie 2, Vol. 13, N. 2.
Rendiconti del Circolo matematico. Palermo, Vol. 37, N. 1 e 2.
Revista de la Sociedad matemàtica española. Madrid, Anno 3, 1913, N. 23 e 24.
Revue semestrielle des publications mathématiques. Amsterdam, Vol. 22, N. 1.
Supplemento al Periodico di matematica. Livorno, Anno 17, 1914, N. 2-4.

Scienze fisiche e chimiche.

Annalen der Physik. Leipzig, 1913, N. 15 e 16; 1914, N. 1-6.
Annales de chimie et de physique. Paris, Vol. 30, N. 12; 1914, Chim. Vol. 1, N. 1; Fisica Vol. 1, N. 1.
Annuario publicado pelo Observatorio. Rio de Janeiro, Anno 30, 1914.
Anuario del Observatorio. Madrid, 1914.
Beiblätter zu den Annalen der Physik. Leipzig, 1913, N. 24; 1914, N. 1-5.
Bollettino bimensuale della Società meteorologica italiana. Torino, Serie 3, Vol. 32, N. 7-9.
Bollettino della Società sismologica italiana. Roma, Vol. 17, N. 3 e 4.
Bollettino meteorologico e geodinamico dell'Osservatorio del r. Collegio Carlo Alberto. Moncalieri, Osserv. meteor. 1913, luglio-novembre; Osserv. sism. 1913, N. 8-12.
Bulletin mensuel de l'Observatoire météorologique de l'Université. Upsal, Observ. séismogr. 1906; Vol. 45, 1913.
Bulletin of the Kodaikanal Observatory. Madras, N. 25-27, 36.
Cimento (Il nuovo). Pisa, Settembre-novembre 1913.
Jahrbücher der k. k. Zentralanstalt für meteorologie und elektromagnetismus. Wien, Vol. 48.
Journal (American chemical). Baltimore, Vol. 48, N. 5 e 6; Vol. 49, N. 1-6.

Memorie della Società degli spettroscopisti italiani. Catania, gennaio-febbraio 1914.
Observations météorologiques suédoises. Stockholm, Vol. 54, 1912.
Publications de l' Observatoire central Nicolas. St.-Pétersbourg, Vol. 17, N. 3; Vol. 18, N. 6; Vol. 20 e Vol. 24.
Regenwaarnemingen in Nederlandsch-Indië. Batavia, 1910, N. 1.
Rendiconti della Società chimica italiana. Roma, Serie 2, Vol. 5. N. 13 e 14; Vol. 6, N. 1.

Scienze naturali.

Anales del Museo nacional. Buenos Aires, Vol. 24.
Atti della Società italiana di scienze naturali, e del Museo civico di storia naturale. Milano, Vol. 52, N. 2-4.
Bericht des naturwissenschaftlichen Vereins für Schwaben und Neuburg. Augsburg, N. 41.
Bollettino bimestrale del r. Comitato talassografico italiano. Venezia, Vol. 2, N. 7-20, 24 e 25; Vol. 3, N. 26.
Bollettino del r. Comitato geologico d' Italia. Roma, Vol. 44, N. 1.
Bollettino della Società zoologica italiana. Roma, Serie 3, Vol. 2, N. 5 e 6.
Bulletin de la Société imp. des naturalistes. Moscou, 1912.
Bulletins du Comité géologique. St.-Pétersbourg, Vol. 31, N. 3-8.
Bulletin from the Laboratories of natural history of the state University. Jowa, Vol. 6, N. 4.
Bulletin of the Un. St. geological Survey. Washington, N. 522, 527, 529, 530, 537.
Bulletin of the Un. St. national Museum. Washington, N. 71, 83.
Contributions from the United States national Herbarium. Washington, Vol. 16, N. 10, 11 e 13; Vol. 17, N. 4 e 5.
Erläuterungen zur agrogeologischen Spezialkarte der Länder der Ungarischen Krone. Budapest, Zone 24, Kol. 25; Zone 10-12, Kol. 29 e 30.
Glasnik Hrvatskoga Prirodoslovnoga Drustva. (Bollettino della Società croata di scienze naturali), Zágráb. Vol. 35, N. 4; Vol. 36, N. 1.
Journal (The quarterly) of the geological Society. London, Vol. 69, N. 276.
Mémoires du Comité géologique. St.-Pétersbourg, Nuova serie, N. 62 I e II. 72, 74, 76, 79, 86.
Memorie del r. Comitato talassografico italiano. Venezia, N. 27, 28, 30, 31, 34, 36.
Mitteilungen des naturwissenschaftlichen Vereins für Steiermark. Graz, Vol. 49.
Monographs series of the american Museum of natural history. New York, Vol. 1-3,

Notarisia (La nuova). Padova, Serie 25, gennaio 1914.

Papers (Professional) of the United States geological Survey. Washington, N. 79.

Proceedings of the United States national Museum. Washington, Vol. 43 e 45.

Rapport annuel de la Commission de géologique et d'hist. nat. de Canada. Ottawa, 1909; 1900, Vol. 13, estratto.

Report (Annual) of the Bureau of American Ethnology. Washington, Anno 28, 1906-07.

Specialkarte (Geologische) der Länder der Ungarischen Krone, mit Erläuterungen. Budapest, Zone 24, Kol. 25; Zone 10-12, Kol. 29 e 30.

Verhandlungen der k. k. Zoologisch-botanischen Gesellschaft. Wien, Vol. 63.

Medicina, anatomia, fisiologia, igiene e farmacia.

Annali di nevrologia. Napoli, Anno 31, 1913, N. 5.

Archiv für Anatomie und Physiologie. Leipzig, Fisiol. 1913, N. 5 e 6; Anat. 1913, suppl.

Attualità (L') medica. Milano, Anno 2, 1913, N. 12; Anno 3, 1914, N. 1-2.

Bollettino della Società medica. Parma, 1913, N. 7-10; 1914 N. 1 e 2.

Bulletin de l'Académie de médecine. Paris. Vol. 69, N. 30-40.

Bulletin de l'Académie r. de médicine de Belgique. Bruxelles, Serie 4, Vol. 27, N. 10 e 11.

Bullettino delle scienze mediche. Bologna, Serie 9, Vol. 1, N. 12; Vol. 2, N. 1 e 2.

Gazzetta medica lombarda. Milano, 1913, N. 52; 1914, N. 1-13.

Giornale della r. Accademia di medicina. Torino. 1913, N. 9-12.

Giornale della r. Società italiana d'igiene. Milano. Anno, 35, 1913, N. 12; Anno 36, 1914, N. 1 e 2.

Journal de pharmacie et de chimie. Paris, Serie 7, Vol. 9, N. 1-5.

Rivista di patologia nervosa e mentale. Firenze, Vol. 18, N. 12; Vol. 19, N. 1 e 2.

Rivista ospedaliera. Roma, Vol. 3, N. 24; Vol. 4, N. 1-5.

Rivista sperimentale di freniatria e medicina legale delle alienazioni mentali. Reggio nell'E. Vol. 39, N. 4.

Sperimentale (Lo); archivio di biologia normale e patologica. Firenze. Anno 68, N. 1.

Tommasi (Il); giornale di biologia e di medicina. Napoli, Anno 8, 1913. N. 34-36; Anno 9, 1914, N. 1-5.

Ingegneria.

Annales des mines. Paris, Serie 11, Vol. 4, N. 12; Vol. 5, N. 1 e 2,

Atti del Collegio degli ingegneri ed architetti. Milano, Anno 46, 1913, N. 12.
Atti della Associazione elettrotecnica italiana. Milano, Vol. 17, N. 23-24.
Bollettino del r. Magistrato alle acque. Venezia, 1913, N. 10-12.
Elettricista (L'). Roma, Serie 3, Vol. 3, N. 1-6.
Elettrotecnica (L'). Milano, Vol. 1, N. 1-6.
Minutes and proceedings of the Institution of civil engineers. London, Vol. 193.
Papers (Water supply and irrigation) of the Un. St. geolog. Survey. Washington, N. 292, 314, 315, 317.
Politecnico (Il). Milano, Serie 2, Vol. 5, N. 24; Vol. 6, N. 1-5.
Pubblicazioni del r. Magistrato alle acque. Venezia, N. 44, 45 e 60.
Rivista di artiglieria e genio. Roma, Novembre-dicembre 1913; Gennaio-febbraio 1914.
Veröffentlichungen der internationalen Commission für wissenschaftliche Luftschiffahrt. Strassburg, 1912, N. 1 e 2.

Agricoltura, industria e commercio.

Boletin del Ministerio de agricultura. Buenos Aires, Vol. 16, N. 4.
Bollettino di statistica agraria e commerciale dell'Istituto internazionale di agricoltura. Roma, 1914, N. 1-3.
Bollettino mensile dell'Ufficio di informazioni agrarie e di patologia vegetale dell'Istituto int. d'agricoltura. Roma, Anno 5, 1914, N. 1-3.
Bulletin of the agricultural experiment Station of the University of California. Sacramento, N. 231, 234-236.
Bulletin of the agricultural experiment Station of the University of Illinois. Urbana, N. 165, 168, 169.
Bullettino dell'agricoltura. Milano, 1914, N. 1-13.
List (Monthly) of publications of the Un. St. departement of agriculture. Washington, Novembre 1913; gennaio 1914.
Publications (Special) of the department of commerce and lavor coast and geodetic Survey. Washington, N. 13 e 14.
Rivista (La); periodico della r. Scuola di viticoltura ed enologia. Conegliano, 1914, N. 1-6.
Stazioni (Le) sperimentali agrarie. Modena, Vol. 47, N. 1 e 2.

Economia, sociologia e politica.

Bollettino dell'Ispettorato dell'industria e del lavoro del Ministero di agricoltura, industria e commercio. Roma, Vol. 4, N. 11 e 12.
Bollettino dell'Ufficio del lavoro del Ministero di agricoltura, industria e commercio. Roma, Vol. 20, N. 5 e 6; Nuova serie Vol. 2, N. 1-6.

Bollettino mensile delle istituzioni economiche e sociali dell'Istituto intern. d'agricoltura. Roma, Anno 5, 1914, N. 1-3.

Journal (The economic). London, Vol. 23, N. 92; Vol. 24, N. 93.

Pubblicazioni dell'Ufficio del lavoro del Ministero d'agricoltura, industria e commercio. Roma, Serie A, N. 19.

Rivista internazionale di scienze sociali e discipline ausiliarie. Roma, Vol. 64, N. 252-254.

Statistica delle elezioni. Roma, Elezioni generali politiche XXIV legislatura.

Giurisprudenza.

Circolo (Il) giuridico. Palermo, Vol. 44, N. 12; Vol. 45, N. 1 e 2.

Collectanea ex Archivo Collegii juridici. Krakow, Vol. 9.

Statistica giudiziaria penale. Roma, 1908-09.

Statistica.

Bollettino mensile dell'Ufficio di statistica del comune. Venezia, Novembre-dicembre 1913; gennaio 1914.

Bollettino statistico mensile della città. Milano, Novembre-dicembre 1913 e Riassunto; gennaio 1914.

Bulletin mensuel de statistique municipale de la ville. Buenos Aires, 1913, N. 10-12.

Rapport annuel de la Division amministrative de la ville. Bruxelles. 1912.

Statistica giudiziaria civile e commerciale e statistica notarile. Roma, 1908-09.

Geografia.

Bollettino della r. Società geografica italiana. Roma, Serie 5, Vol. 3, N. 1-3.

Globe (Le), journal géographique. Genève, Numero speciale del 17 Congresso.

Mitteilungen (Pet.) aus J. P. geographischer Anstalt, Gotha, Vol. 59, N. 12; Vol. 60, N. 1-3.

Mitteilungen des Vereins für Erdkunde Dresden. Vol. 2, N. 8.

Storia e biografica.

Archiv für österreichische Geschichte. Wien, Vol. 102, N. 2.

Archivio storico lombardo. Milano, Serie 4, N. 40.

Archivio storico per la Sicilia orientale. Catania, Anno 10, N. 3; Anno 11, N. 1.

Bollettino della Società pavese di storia patria. Pavia, Anno 13, 1913, N. 3 e 4.

Bullettino storico pistojese. Pistoja, Anno 15, 1913, N. 4.

Editionum Collegii historici Academiae litterarum cracoviensis. Krakow, N. 70, 71, 72.

Memorie storiche forogiuliesi. Udine, Anno 9, N. 2.

Periodico della Società storica per la provincia e antica diocesi. Como, N. 81-82.

Publications of the University Manchester. Historical Series, Vol. 19.

Rassegna storica del risorgimento; organo della Società naz. per la storia del risorgimento italiano. Città di Castello, Anno 1, 1914, N. 1.

Risorgimento (Il) italiano; rivista storica. Torino, Anno 6, 1913, N. 5 e 6 (continua sotto il titolo: Rassegna storica del risorgimento).

Archeologia, etnografia e antropologia.

Anzeiger für Schweizerische Altertumskunde. Zürich, Vol. 15, N. 4.

Atti della r. Accademia dei Lincei. Roma, Serie 5, Vol. 10, N. 5-7.

Bulletin of the Bureau of American Ethnology. Washington, N. 54.

Mémoires de la Société r. des antiquaires du Nord. Copenhague, 1913.

Mitteilungen der k. k. Zentral Kommission für Erforschung und Erhaltung der Kunst-und historischen Denkmalpflege. Wien, Vol. 12, N. 10 e 11.

Pubblicazioni dell'Institut d'estudis catalans. Barcelona, Anuari 1911-12.

Filologia.

Bulletin de dialectologie romane de la Société int. de dialectologie romane. Halle, Vol. 5, N. 3 e 4.

Journal (The American) of philology. Baltimore, Vol. 33, N. 4; Vol. 34 N. 1.

Materyaly i prace Komisyi jezykowej Akademii umiejtnosci. Krakowie, Vol. 6.

Mnemosyne. Bibliotheca philologica batava. Leiden, Vol. 42 N. 1 e 2.

Museum Maandblad voor Philologie en Geschiedenis. Leiden, Anno 21, 1914, N. 4-6.

Notes (Modern language). Baltimore, Vol. 27, N. 7 e 8; Vol. 28, N. 1-3, 5 e 6.

Revue de dialectologie romane, publiée par la Société int. de dialectologie romane. Halle, Vol. 5, N. 3 e 4.

Vocabolario degli Accademici della Crusca. Firenze, Vol. 11, N. 1.

Letteratura.

Biblioteka Pisarzów Polskich (Biblioteca di scrittori polacchi). Krakow. N. 61, 62. 65, 66.
Carmina praemio ornata vel laudata in certamine poetico Hoeufftiano. Amsterdam, Carrozzari R. Amaryllis.

Belle arti e numismatica.

Sprawozdania Komisyi do badania Historyi Sztuki w Polsce (Rapporto della Commissione per la ricerca della storia dell' arte in Polonia). Krakow. Vol. 9, N. 1 e 2.

Istruzione.

Annuaire de l' Université libre. Bruxelles, 1913-14.
Annuario della r. Università. Pisa, 1913-14.
Annuario della Scuola d' applicazione per gl' ingegneri della r. Università. Roma, 1913-14.
Annuario della Università commerciale Luigi Bocconi. Milano, 1912-13.
Bollettino ufficiale del Ministero dell' istruzione pubblica. Roma, 1913, N. 53, suppl. al N. 48 e indice I sem. 1913; 1914, N. 1-13.
Chronicle (The University). Berkeley, Vol. 14 indice; Vol. 15 N. 1 e 2.
Chronik der Universität zu Kiel, 1909-1913.
Minerva, Jahrbuch der gelehrten Wett. Strassburg, Anno 23, 1913-14,
Verzeichniss der Verlesungen and der k. Universität. Kiel, 1909. N. 3; 1910, N. 1; 1911, N. 3; 1912, N. 1 e 3; 1913, N. 1.

Religione.

Analecta bollandiana. Bruxelles. Vol. 33, N. 1.
Archivum franciscanum historicum. Firenze, Anno 7, 1914, N. 1.
Calendario del Santuario di Pompei. Valle di Pompei, 1914.
Litteraturzeitung (Theologische). Leipzig, Anno 38, 1913. N. 25 e 26.
Rosario (Il) e la Nuova Pompei. Valle di Pompei, Anno 51, 1914 N. 1.

BULLETTINO BIBLIOGRAFICO

(APRILE - GIUGNO 1914) (*)

Bibliografia.

Archiginnasio (L'). Bologna, Anno 9, 1914, N. 2.

Bollettino delle opere moderne straniere acquistate dalle Biblioteche pubbliche governative. Roma, 1913, N. 5762-8305.

Bollettino delle pubblicazioni italiane ricevute per diritto di stampa dalla Biblioteca nazionale centrale. Firenze, Indice 1913; 1914, N. 160-162.

Contributions (Bibliographical) from the Lloyd Library. Cincinnati, 1913 N. 11 e 12.

Library of Congress. Washington, Classification Class E-F America; Catal. of early books on music; Crittenden papers.

Atti accademici e riviste generali.

Abhandlungen der k. bayer. Akademie der Wissenschaften. München, Cl. di scienze Vol. 26, N. 7-10; Suppl-Band 2, N. 10; Suppl-Band 4, N. 3; Cl. di lettere, Vol. 26, N. 6; Festrede 15 nov. 1913.

Abhandlungen der k. Gesellschaft der Wissenschaften. Göttingen, Cl. di lettere, Vol. 15, N. 3.

Abhandlungen der k. preussischen Akademie der Wissenschaften. Berlin, Cl. di lettere 1913, N. 10; 1914, N. 1 e 2.

Abhandlungen der k. sächsischen Gesellschaft der Wissenschaften. Leipzig, Cl. di scienze, Vol. 33, N. 1 e 2; Cl. di lettere, Vol. 30, N. 2 e 3.

Acta et commentationes imp. Universitatis Jureviensis (olim Dorpatensis). Dorpat, Vol. 20, N. 1-12; Vol. 21, N. 1-6.

(*) Gli omaggi sono elencati di volta in volta nei processi verbali delle Adunanze e verranno raccolti in piccolo catalogo alla fine del volume.

Annaes scientificos da Academia polytechnica do Porto. Coimbra Vol. 9, N. 1 e 2.

Archives des sciences physiques et naturelles. Genève, Vol. 37, N. 3 e 4.

Archives néerlandaises des sciences exactes et naturelles. La Haye, Serie 3, B. Vol. 2, N. 1.

Årsbok (K. Svenska Vetenskaps-Akademiens). Stockholm, 1911.

Ateneo (L') veneto. Venezia, Anno 37, Vol. 1, N. 1 e 2.

Atti del r. Istituto d'incoraggiamento. Napoli, Serie 6, Vol. 65.

Atti del r. Istituto veneto di scienze, lettere ed arti. Venezia, Vol. 73, N. 3-6.

Atti della Fondazione Cagnola. Milano, Vol. 23.

Atti della pontificia Accademia romana dei Nuovi Lincei. Roma, Anno 67, 1913-14 N. 2 e 3.

Atti della r. Accademia dei Lincei. Rendiconti della classe di scienze fisiche, matematiche e naturali. Roma, Vol. 23, sem. 1°. N. 6-10.

Atti della r. Accademia delle scienze. Torino, Vol. 49. N. 7-10.

Atti e Memorie della r. Accademia Virgiliana. Mantova, Vol. 6, N. 1 e 2.

Berichte über die Verhandlungen der k. sächsischen Gesellschaft der Wissenschaften. Leipzig, Cl. di scienze Vol. 65, N. 4 e 5; Vol. 66, N. 1; Cl. di lettere, Vol. 65, N. 3.

Bijdragen tot de Taal-, Land- en Volkenkunde van Nederlandsch-Indië, 'S-Gravenhage, Vol. 69, N. 2 e 3.

Bollettino delle sedute dell'Accademia Gioenia di scienze naturali. Catania, 1914, N. 29-31.

Bulletin de l'Académie impériale des sciences. St.- Pétersbourg, 1914, N. 6-11.

Bulletin de l'Académie r. des sciences et des lettres de Danemark, (Oversigt). Kjöbenhavn, 1914, N. 2.

Bulletin de la Société Vaudoise des sciences naturelles. Lausanne, Vol. 50, N. 182.

Bulletin mensuel de l'Académie des sciences et lettres. Montpellier, 1914, N. 4 e 5.

Bulletin (Science) of the museum of the Brooklin Institute of arts and sciences, New York, Vol. 2, N. 1 e 2.

Bulletin of the University. Montana. N. 70, 74, 77, 78, 80, 81, 83, 84, 87, 88.

Bulletin of the University of Illinois. Urbana. N. 69.

Collections (Smithsonian miscellaneous). Washington, Vol. 57, N. 11 e 12; Vol. 60, N. 23 e ind.; Vol. 61, N. 1, 6-9, 11-14, 16, 17, 19, 20; Vol. 62, N. 1.

Commentari dell'Ateneo. Brescia, 1913, indice 1808-1907.

Comptes rendus de l'Académie des inscriptions et belles lettres. Paris, Dicembre 1913; gennaio-marzo 1914.

Comptes rendus de l'Académie de sciences. Paris. Vol. 158, N. 11-23, indice Vol. 155.

Conferenze e prolusioni. Roma, Anno 7, 1914, N. 7-12.

Denkschriften der k. Akademie der Wissenschaften. Wien, Cl. di scienze Vol. 82; Cl. di lettere Vol. 57, N. 2.

Giornale di scienze naturali ed economiche pubblicato per cura della Società di scienze naturali ed economiche. Palermo, Vol. 30.

Jahrbücher des Nassauischen Vereins für Naturkunde. Wiesbaden. Anno 66.

Journal (The American) of science. New Haven, Vol. 37, N. 220-222.

Journal (The) of the College of science, Imperial University. Tokio, Japan, Vol. 33, N. 2; Vol. 34, N. 2; Vol. 35, N. 2, 5 e 6; Vol. 36, N. 3 e 4.

Journal of the r. microscopical Society. London, 1914, N. 2 e 3.

Mémoires de l'Académie r. des sciences et des lettres de Danemark. Copenhague, Serie 7, Cl. di scienze Vol. 11, N. 2 e 3; Cl. di lettere, Vol. 2, N. 3.

Mémoires de la Société de physique et d'histoire naturelle. Genève, Vol. 38, N. 1.

Memoirs and proceedings of the Manchester literary and philosophical Society. Manchester, Vol. 58, N. 1.

Memoirs of the College of science and engineering Kyōto imperial University. Kyōto. Vol. 6, N. 2 e 3.

Memorias de la real Academia de ciencias exactas, fisicas y naturales. Madrid, Vol. 25.

Memorie della pontificia Accademia romana dei Nuovi Lincei. Roma, Vol. 31.

Memorie della r. Accademia dei Lincei. Roma, Cl. di scienze, Serie 5, Vol. 10, N. 1-5.

Memorie scientifiche della Università imperiale. Kasan, (in russo) 1914, N. 3-5.

Nachrichten von der k. Gesellschaft der Wissenschaften. Göttingen, Cl. di lettere, 1913, N. 3 e suppl.

Nature; a weekly illustrated journal of science. London. Vol. 93, numeri, 2318-2330.

Pagine istriane. Capodistria, Anno 11, 1913, N. 11 e 12; Anno 12, 1914 N. 1-4.

Proceedings of the Academy of natural sciences. Philadelphia. Vol. 65, N. 2.

Proceedings of the American Academy of arts and sciences. Boston, Vol. 48, N. 21; Vol. 49, N. 3-10.

Proceedings of the American philosophical Society. Philadelphia, Vol. 52 N. 210 e 211.

Proceedings of the California Academy of science. San Francisco, Vol. 2, pp. 1-202; Vol. 3, pp. 265-454; Vol. 4, pp. 1-13.

Proceedings of the Cambridge philosopical Society. Cambridge, Vol. 17, N. 5.

Proceedings (The economic) of the r. Dublin Society. Dublin, Vol. 2, N. 7.

Proceedings (The scientific) of the r. Dublin Society. Dublin, Vol. 14, N. 8-16.

Proceedings of the r. physical Society. Edinburgh, Vol. 19, N. 5.

Proceedings of the r. Society. Edinburgh, Vol. 33, N. 4; Vol. 34, N. 1.

Proceedings of the r. Society. London, Serie A, Vol. 90, N. 615-618; Serie B, Vol. 87, N. 596-599.

Pubblicazioni del r. Istituto di studi superiori pratici e di perfezionamento. Firenze, Sezione scienze fisiche e mat. N. 36.

Pubblicazioni dell'i. Accademia delle scienze. Cracovia, *Bujak F.* Materyaly do hist. m. Biecza.

Publications of the Carnegie Institution. Washington, In-8, N. 163; 167; 172; 178-180; 184; 186; 188; 190: in-4, N. 54 Vol. 3; 74, Vol. 7; 173 Vol. 1 e 2.

Rad Jugoslavenske Akademije znanosti i umjetnosti. Zagrab, Cl. mat.-fis. Vol. 200.

Rendiconti della r. Accademia dei Lincei. Roma, Cl. di lett. etc. Serie 5, Vol. 22, N. 11-12; Vol. 23, N. 1 e 2.

Rendiconto della r. Accademia di scienze fisiche e matematiche. Napoli, Serie 3. Vol. 20, N. 1-4.

Rendiconti e Memorie della r. Accademia di scienze, lettere ed arti degli Zelanti. Acireale, Serie 3, Vol. 8, 1912-13.

Report (Annual) of the Regents of the Smithsonian Institution. National Museum. Washington, 1912.

Reports (The science) of the Tôhoku imp. University. Sendai, Serie 1, Vol. 3, N. 2 e 3; serie 2 (geologia) Vol. 1 N. 4 e 5.

Revista de la r. Academia de ciencias exactas, fisicas y naturales. Madrid, Vol. 12, N. 5-7.

Rivista d'Italia. Roma, Anno 17, 1914, N. 4-6.

Rivista ligure di scienze, lettere ed arti. Genova, Anno 41, 1914, N. 2 e 3.

Séances et travaux de l'Académie des sciences morales et politiques. Paris. Vol. 81, N. 3-6.

Sitzungsberichte der k. Akademie der Wissenschaften. Wien, Cl. di scienze Vol. 122 (1) N. 6 e 7; (2_a) N. 8; (2_b) N. 6-8: (3) N. 8-10; Cl. di lettere Vol. 173, N. 1; Vol. 174, N. 2.

Sitzungsberichte der k. bayer. Akademie der Wissenschaften. München, Cl. di scienze 1913, N. 3; Cl. di lettere 1913, N. 9-11 e Schlussheft; 1914, N. 1.

Sitzungsberichte der k. preussischen Akademie der Wissenschaften. Berlin, 1914, N. 1-18.

Sitzungsberichte der physikalisch-medicinischen Gesellschaft. Würzburg, 1913, N. 1-9.

Sprawozdanie Komisyi fyziograficznej etc. (Rapporti della Commissione fisiografica dell' Accademia delle scienze). Krakow, Vol. 47.

Transactions of the Academy of sciences. St. Louis, Vol. 19, N. 11; Vol. 20, N. 1-7; Vol. 21 N. 1-4; Vol. 22, N. 1-3.

Transactions of the Cambridge philosophical Society. Cambridge, Vol. 22, N. 4.

Transactions of the Connecticut Academy of arts and sciences. New Haven. Vol. 18 pp. 291-345.

Transactions (Philosophical) of the r. Society. London, Serie A, Vol. 214. N. 510-513; serie B, Vol. 204, N. 311-313; Vol. 205, N. 314-316.

Matematica.

Acta mathematica. Stockholm, Vol. 37, N. 2 e 3.

Annalen (Mathematische). Leipzig, Vol. 75, N. 2 e 3.

Annali di matematica. Milano, Serie 3, Vol. 22, N. 3 e 4.

Bulletin de la Société mathématique de France. Paris, Vol. 42, N. 1.

Bulletin of the American mathematical Society. Lancaster, Vol. 20, N. 7-9.

Jahrbuch über die Fortschritte der Mathematik. Berlin, Vol. 42, N. 3.

Journal für die reine und angewandte Mathematik. Berlin, Vol. 144, N. 3 e 4.

Journal (The Tôhoku mathematical) College of science, Tôhoku imp. University. Sendai, Vol. 5, N. 1 e 2.

Journal (The quarterly) of pure and applied mathematics. London, Vol. 45, N. 2 e 3.

Opgaven (Wiskundige), met de oplossingen. Amsterdam, Vol. 11, N. 6.

Periodico di matematica. Livorno, Anno 29, 1914, N. 4.

Proceedings of the London mathematical Society, London, Serie 2, Vol. 13, N. 3 e 4.

Rendiconti del Circolo matematico. Palermo, Vol. 37, N. 3.

Revista de la Sociedad matemática española. Madrid, Anno 3, 1914, N. 25-28.

Supplemento ai Rendiconti del Circolo matematico. Palermo, Vol. 9, N. 1-4.

Supplemento al Periodico di matematica. Livorno, Anno 17, 1914, N. 5-6.

Scienze fisiche e chimiche.

Annalen der Physik. Leipzig, 1914, N. 7-13.

Annales de chimie. Paris, 1914, Vol. 1, N. 2-5.

Annales de l'Observatoire r. de Belgique. Bruxelles, Catalogo alfabetico dei libri ricevuti Vol. 3.

Annales de physique. Paris, 1914, Vol. 1, N. 2-5.

Annals of the Astrophysical Obsvervatory of the Smithsonian Institution. Washington, Vol. 3.

Annuaire de l'Observatoire royal de Belgique. Bruxelles, 1914.

Articoli generali del calendario ed effemeridi del sole e della luna per l'orizzonte di Milano. 1915.

Beiblätter zu den Annalen der Physik. Leipzig, 1914, N. 6-12.

Boletin mensual del Instituto nacional fisico-climatólogico. Montevideo. Vol. 10, N. 109-120; Vol. 11 N. 121-124.

Bollettino bimensuale della Società meteorologica italiana. Torino, Serie 3, Vol. 32, N. 10-12.

Bollettino meteorologico e geodinamico dell'Osservatorio del r. Collegio Carlo Alberto. Moncalieri, Osserv. meteor. dicembre 1913; gennaio-aprile 1914; Osserv. sism. 1913, N. 13-16; 1914, N. 1 e 2.

Bulletin of the imperial earthquake investigation Committee. Tokyo, Vol. 5, N. 1; Vol. 6, N. 2.

Cimento (Il nuovo). Pisa, Dicembre 1913.

Ergebnisse der meteorologischen Beobachtungen der Landesstationen in Bosnien-Hercegovina. Sarajevo, 1911, 1912.

Journal (American chemical). Baltimore, Indice Vol. 21-50.

Klimatographie von Österreich. Wien, N. 6.

Memorie della Società degli spettroscopisti italiani. Catania, Marzo-aprile 1914.

Pubblicazioni del r. Osservatorio di Brera. Milano, Serie 3, Vol. 5.

Rendiconti della Società chimica italiana. Roma, Serie 2, Vol. 6. N. 2-4.

Report of the superintendent of the United States naval Observatory. Washington, 1913, append. N. 2.

Scienze naturali.

Abhandlungen herausg. vom naturwissenschaftlichen Verein. Bremen, Vol. 22, N. 2; Vol. 23, N. 1.

Abhandlungen herausg. von der Senckenbergischen naturforsch. Gesellschaft, Vol. 31, N. 4; Vol. 34, N. 4; Vol. 35, N. 1.

Anales del Museo nacional de historia natural. Buenos Aires, Vol. 25.

Annales des sciences naturelles. Paris, Botanica Vol. 18, N. 5 e 6; Zoologia, Vol. 19, N. 2-6.

Atti della Società italiana di scienze naturali e del Museo civico di storia naturale. Milano, Vol. 53, N. 1.

Atti della Società toscana di scienze naturali. Pisa. Proc. Verb. Vol. 22, N. 5; Vol. 23, N. 1 e 2. Memorie Vol. 29.

Bericht der Senckenbergischen naturforschenden Gesellschaft. Frankfurt am Main, 1913, N. 1-4.

Berlese. Gli insetti, Vol. 2, N. 7 e 8.

Bulletin of the Un. St. geological Survey. Washington, N. 525, 526, 528, 532-535.

Contributions from the United States national Herbarium. Washington, Vol. 18, N. 2.

Guide book issued by the geological Survey of Canada, Department of mines. Ottawa, N. 1, parte 1 e 2; N. 2-5; N. 8, parte 1-3; N. 9-10.

Jahrbuch der k. - k. geologischen Reichsanstalt. Wien, Vol. 53, N. 3 e 4.

Journal of the Academy of natural sciences. Philadelphia, Serie 2, Vol. 16, N. 1.

Journal (The quarterly) of the geological Society. London, Vol. 70, N. 277.

Mémoire du Ministère des mines du Canada; Divis. de la Comm. géologique. Ottawa, N. 4 e N. 17-E; Bull. 1914. N. 1.

Mitteilungen (Geologische). Budapest, Vol. 43, N. 4-9.

Mitteilungen aus dem Jahrbuche der k. ungar. geologischen Reichsanstalt. Budapest, Vol. 21, N. 2 e 3.

Papers (Professional) of the United States geological Survey. Washington. N. 78, 80, 85 A.

Proceedings of the United States national Museum. Washington, Vol. 44.

Rapport annuel de la Commission de géologique et d'hist. nat. de Canada. Ottawa, 1911; N. 1065; 1008; 1088; 1328; Vol. 14 parte F.

Redia; giornale di entomologia. Firenze, Vol. 9, N. 2.

Sitzungsberichte und Abhandlungen der naturwissenschaftlichen Gesellschaft « Isis ». Dresden, 1913.

Survey (The University geological) of Kansas. Topeka, Bull. N. 1.

Undersökning (Sveriges geologiska). Stockholm, Serie Aa, N. 135, 138, 141, 146, 149 e tavole; Serie Ca, N. 8-11.

Verhandlungen der k. k. geologischen Reichsanstalt. Wien, 1913, N. 13-18; 1914, N. 1.

Verhandlungen des naturforschenden Vereines. Brünn, Vol. 51, 1912.

Medicina, anatomia, fisiologia, igiene e farmacia.

Annali dell'Istituto Maragliano. Genova, Vol. 7, N. 4.

Annali d'igiene sperimentale. Roma, Vol. 23, N. 4; Vol. 24, N. 1.

Annali di nevrologia. Napoli, Anno 31, 1913, N. 6.

Archiv für Anatomie und Physiologie. Leipzig, Anat. 1914, N. 1; Fisiol. 1914, N. 1 e 2.

Atti della Società lombarda di scienze mediche e biologiche. Milano, Vol. 3, N. 1 e 2.

Atti della Società per gli studi della malaria. Roma, Vol. 14.

Attualità (L') medica. Milano, Anno 3, 1914, N. 3-5.

Bollettino della r. Accademia medica. Genova, Anno 28, 1913, N. 5 e 6.

Bollettino della Società medica. Parma, 1914, N. 3-6.

Bulletin de l'Académie de médecine. Paris, Vol. 71, N. 10-22.

Bulletin de l'Académie r. de médicine de Belgique. Bruxelles, Serie 4, Vol. 28, N. 1-3.

Bullettino delle scienze mediche. Bologna, Serie 9, Vol. 2, 1914, N. 3-5.

Gazzetta medica lombarda. Milano, 1914, N. 14-26.

Giornale della r. Accademia di medicina. Torino, 1914, N. 1.

Giornale della r. Società italiana d'igiene. Milano, Anno, 36, 1914, N. 3 e 4.

Journal de l'anatomie et de la physiologie normales et pathologiques de l'homme et des animaux. Paris, Anno 50, 1914, N. 2 e 3.

Journal de pharmacie et de chimie. Paris, Serie 7, Vol. 9, N. 6-12.

Mémoires couronnés et autres Mémoires publiés par l'Académie r. de médecine de Belgique. Bruxelles, Vol. 21, N. 4.

Rivista di patologia nervosa e mentale. Firenze, Vol. 19, N. 3 e 4.

Rivista ospedaliera. Roma, Vol. 4, N. 6-10.

Rivista sperimentale di freniatria e medicina legale delle alienazioni mentali. Reggio nell'E. Vol. 40, N. 1.

Sperimentale (Lo): archivio di biologia normale e patologica. Firenze, Anno 68, N. 2.

Tommasi (Il); giornale di biologia e di medicina. Napoli, Anno 9, 1914, N. 6-14.

Ingegneria.

Annales des mines. Paris, Serie 11, Vol. 5, N. 3-5.

Atti del Collegio degli ingegneri ed architetti. Milano, Anno 47, 1914, N. 1-5.

Boletin del Cuerpo de ingenieros de minas del Perú. Lima, N. 80.

Bollettino del r. Magistrato alle acque. Venezia, 1914, N. 1 e 2.

Elettricista (L'). Roma, Serie 3, Vol. 3, N. 7-13.

Elettrotecnica (L'). Milano, Vol. 1, N. 7-15.

Minutes and proceedings of the Institution of civil engineers. London, Vol. 194.

Navigazione (La) aerea. Roma, Anno 3, 1914, N. 1-3.

Papers (Water supply and irrigation) of the Un. St. geolog. Survey. Washington, N. 305, 307, 308, 318.

Politecnico (Il). Milano, Serie 2, Vol. 6, N. 6-11.

Rivista di artiglieria e genio. Roma, Marzo-maggio 1914.

Veröffentlichungen der internationa'en Commission für wissenschaftliche Luftschiffahrt. Strassburg, 1912, N. 1-6.

Agricoltura, industria e commercio.

Atti della r. Accademia di agricoltura. Torino, Vol. 56.

Atti della r. Accademia economico-agraria dei georgofili. Firenze, Serie 5, Vol. 11, N. 1.

Boletin del Ministerio de agricultura. Buenos Aires, Vol. 16, N. 5 e 6; Vol. 17, N. 1 e 2.

Bollettino di statistica agraria e commerciale dell'Istituto internazionale di agricoltura. Roma. 1914, N. 4-6.

Bollettino mensile dell'Ufficio di informazioni agrarie e di patologia vegetale dell'Istituto int. d'agricoltura. Roma, Anno 5, 1914, N. 4-6; indice 1913.

Bullettino dell'agricoltura. Milano, 1914, N. 14-27.

List (Monthly) of publications of the Un. St. departement of agriculture. Washington, Febbraio-maggio 1914.

Notes (Mycological). Cincinnati, N. 38; Synopsis of the Genus Cladoderris.

Rivista (La); periodico della r. Scuola di viticoltura ed enologia. Conegliano, 1914, N. 7-12.

Stazioni (Le) sperimentali agrarie. Modena, Vol. 47, N. 3-6.

Economia, sociologia e politica.

Annuario del r. Istituto di scienze sociali « Cesare Alfieri ». Firenze, 1913-14.

Atti del Consiglio Provinciale. Milano, 1913.

Biblioteca dell'economista. Torino, serie 5, Vol. 3, N. 1 e 2; Vol. 15. N. 6 e 7; Vol. 20, N. 4.

Bollettino dell'Ispettorato dell'industria e del lavoro del Ministero di agricoltura, industria e commercio. Roma, Vol. 5, N. 1 e 2.

Bollettino dell'Ufficio del lavoro del Ministero di agricoltura, industria e commercio. Roma, Vol. 21, N. 1-3, Nuova Serie Vol. 2, N. 7-13.

Bollettino mensile delle istituzioni economiche e sociali dell'Istituto intern. d'agricoltura. Roma, Anno 5, 1914, N. 4-6.

Journal (The economic). London, Vol. 24, N. 94.

Pubblicazioni dell'Ufficio del lavoro del Ministero d'agricoltura, industria e commercio. Roma, Serie A, N. 20; Serie B, N. 43.

Rivista internazionale di scienze sociali e discipline ausiliarie. Roma. Vol. 64, N. 255-257.

Studies (University of Illinois) in the social sciences. Urbana, Vol. 2, N. 2-4.

Giurisprudenza.

Atti della Commissione di statistica e legislazione presso il Ministero di grazia, giustizia e dei culti. Roma, 1912-13.

Circolo (Il) giuridico. Palermo, Vol. 45, N. 3-5.

Rassegna universitaria catanese (ufficiale per gli Atti dell'Istituto di storia del diritto romano). Catania, Vol. 8, N. 3.

Statistica giudiziaria penale. Roma, Statistica della criminalità 1909.

Studi senesi nel Circolo giuridico della r. Università. Siena, Vol. 30, N. 1 e 2.

Statistica.

Annali di statistica. Roma, Serie 5, Vol. 7.

Annuaire statistique de la ville. Buenos Ayres, Anno 22, 1912.

Bollettino mensile dell'Ufficio di statistica del comune. Venezia, Febbraio-aprile 1914.

Bollettino statistico mensile della città. Milano, Febbraio-aprile 1914.

Bulletin mensuel de statistique municipale de la ville. Buenos Aires, 1914, N. 1-4.

Geografia.

Bollettino della r. Società geografica italiana. Roma, Serie 5. Vol. 3, N. 4-6.

Globe (Le), journal géographique. Genève, Vol. 53, N. 1 e 2.

Mitteilungen (Pet.) aus J. P. geographischer Anstalt, Gotha, Vol. 60, N. 4-6.

Storia e biografica.

Archiv für österreichische Geschichte. Wien, Vol. 104. N. 1.

Archivio storico per la Sicilia orientale. Catania, Anno 11, N. 2.

Archivum do dziejów literatury i oświaty w Polsche (Archivio per la storia della letteratura e della coltura in Polonia). Krakow, Vol. 13 e 14.

Bollettino della Società pavese di storia patria. Pavia, Anno 14, 1914, N. 1.

Bullettino storico pistojese. Pistoja, Anno 16, 1914, N. 1; indice annate 13-14.

Memorie storiche forogiuliesi. Udine, Anno 9, N. 3 e 4.

Rassegna storica del risorgimento; organo della Società naz. per la storia del risorgimento italiano. Città di Castello, Anno 1, 1914, N. 2.

Archeologia, etnografia e antropologia.

Annales de l'Académie r. d'archéologie de Belgique. Antwerpen, Serie 6, Vol. 5, N. 2 e 3.

Anthropologie (L'). Paris, Vol. 24, N. 6; Vol. 25, N. 1 e 2.

Anzeiger für Schweizerische Altertumskunde. Zürich, Vol. 16, N. 1.

Archeografo triestino. Trieste, Serie 3, Vol. 7, N. 2.

Atti della r. Accademia dei Lincei. Roma, Serie 5, Vol. 10, N. 8-12.

Bulletin de l'Académie r. d'archéologie de Belgique. Antwerpen, 1913, N. 1 e 2.

Bulletin of the Bureau of American Ethnology. Washington, N. 53.

Collection de monographies ethnographiques. Bruxelles, Vol. 1-10.

Materialy antropologiczno-archeologiczne i etnograficzne. Krakow. Vol. 13.

Filologia.

Atti della r. Accademia della crusca. Firenze, 1912-13.

Bulletin de dialectologie romane de la Société int. de dialectologie romane. Halle, Vol. 6, N. 1.

Mnemosyne. Bibliotheca philologica batava. Leiden, Vol. 42.

Museum Maandblad voor Philologie en Geschiedenis. Leiden, Anno 21, 1914, N. 7-9.

Istruzione.

Annuario della r. Università. Bologna, 1913-14.

Annuario della r. Università. Catania, 1913-14.

Annuario della r. Università. Padova, 1913-14.

Annuario della r. Università. Pavia, 1913-14.

Annuario della r. Università. Roma, 1913-14.

Bollettino ufficiale del Ministero dell'istruzione pubblica. Roma, 1914, N. 14-26; indice II semestre 1913.

Journal and proceedings of the royal Society of New South Wales. Sydney. Vol. 47, N. 2 e 3.

Programma del r. Istituto tecnico superiore. Milano, 1913-14.

Religione.

Analecta bollandiana. Bruxelles. Vol. 33, N. 2.

Archivum franciscanum historicum. Firenze, Anno 7, 1914, N. 2.

Rosario (Il) e la Nuova Pompei. Valle di Pompei, Anno 51, 1914, N. 2 e 3.

BULLETTINO BIBLIOGRAFICO

(LUGLIO - DICEMBRE 1914) (*)

Bibliografia.

Aanwinsten van der Bibliothek (Nederlansche Dierkundige Vereeniging). Amsterdam, 1912.

Archiginnasio (L'). Bologna, Anno 9, 1914, N. 3-5.

Bollettino delle pubblicazioni di recente acquisto della Biblioteca del Senato del Regno. Roma, Anno 9, 1913, N. 5-6.

Bollettino delle pubblicazioni italiane ricevute per diritto di stampa dalla Biblioteca nazionale centrale. Firenze, 1914, N. 163-168.

Contributions (Bibliographical) from the Lloyd Library. Cincinnati, 1913, N. 13 e 14.

Library of Congress. Washington. Report of the librarian of Congress, 1913: *Flagg*. American doctoral dissertations, 1912; Catalogue of opera librettos, printed before 1800, Vol. 1 e 2; List of references on federal control of commerce and corporations.

Atti accademici e riviste generali.

Abhandlungen der k. bayer. Akademie der Wissenschaften. München, Cl. di scienze Vol. 25, N. 8; Suppl. Bd. 2, N. 7; Cl. di lettere Vol. 26, N. 1 e 2; Festrede 18 nov. 1911.

Abhandlungen der k. Gesellschaft der Wissenschaften. Göttingen, Cl. di scienze, Vol. 10, N. 1; Cl. di lettere, Vol. 15, N. 4.

Abhandlungen der k. preussischen Akademie der Wissenschaften. Berlin, Cl. di scienze, 1914, N. 2; Cl. di lettere, 1914, N. 3-5.

Abhandlungen der k. sächsischen Gesellschaft der Wissenschaften. Leipzig, Cl. di lettere, Vol. 30, N. 4.

(*) Gli omaggi sono elencati di volta in volta nei processi verbali delle Adunanze e verranno raccolti in piccolo catalogo alla fine del volume.

Abhandlungen der naturforschenden Gesellschaft. Halle, Neue folge N. 3 e 4.

Acta Universitatis Lundensis. Lund. Serie nuova Vol. 9, N. 1 e 2.

Annales de la Faculté de droit et des lettres d'Aix. Marseille, Lettere Vol. 6, N. 1 e 2; Diritto Vol. 6, N. 1 e 2.

Annales de la Faculté des sciences. Marseille, Vol. 21, N. 1-3.

Annales de la Faculté des sciences de l'Université. Toulouse, Serie 3, Vol. 3 e 4.

Annales de la Société d'agriculture, sciences et industrie. Lyon, 1912.

Annales de l'Université, Grenoble, Vol. 25, N. 2 e 3; Vol. 26, N. 1 e 2.

Annals of the New York Akademy of sciences. New York, Vol. 23, pagg. 1-143; Vol. 24, pagg. 1-170.

Annuaire de l'Académie r. des sciences, des lettres et des beaux-arts de Belgique. Bruxelles, Anno 80, 1914.

Archives des sciences physiques et naturelles. Genève, Vol. 37, N. 5-10.

Archives néerlandaises des sciences exactes et naturelles. La Haye, Serie 3, A. Vol. 3, N. 3 e 4.

Ateneo (L') veneto. Venezia, Anno 37, Vol. 1, N. 3; Vol. 2, N. 1-3.

Atti del r. Istituto veneto di scienze, lettere ed arti. Venezia, Vol. 73, N. 7-10.

Atti dell'Accademia, Udine, Serie 4, Vol. 3, 1912-13.

Atti dell'i. r. Accademia di scienze, lettere ed arti degli Agiati. Rovereto. Serie 4, Vol. 1.

Atti della pontificia Accademia romana dei Nuovi Lincei. Roma, Anno 67, 1913-14 N. 4-7.

Atti della r. Accademia dei Lincei. Rendiconto adunanza solenne. Roma, 1914, Vol. 2.

Atti della r. Accademia dei Lincei. Rendiconti della classe di scienze fisiche, matematiche e naturali. Roma, Vol. 23, sem. 1°. N. 11 e 12; sem. 2°, N. 1-11.

Atti della r. Accademia delle scienze. Torino, Vol. 49. N. 11-15.

Atti della r. Accademia lucchese di scienze, lettere ed arti. Lucca, Vol. 34.

Atti della Società italiana per il progresso delle scienze. Roma, 1913, 7.ª riunione.

Atti e Memorie della r. Accademia Virgiliana. Mantova, Vol. 7, N. 1.

Bijdragen tot de Taal-, Land- en Volkenkunde van Nederlandsch-Indië, 'S-Gravenhage, Vol. 69, N. 4; Vol. 70, N. 1.

Boletin de la Academia nacional de ciencias en Córdoba. Buenos Aires. Vol. 19, N. 2-4.

Bollettino delle sedute dell'Accademia Gioenia di scienze naturali. Catania, 1914, N. 32.

Bulletin de l'Académie r. de Belgique. Bruxelles, Cl. di scienze, 1913, N. 7-12; 1914, N. 1-4; Cl. di lettere, 1913, N. 7-12; 1914, N. 1-4.

Bulletin de l' Académie r. des sciences et des lettres de Danemark, (Oversigt). Kjöbenhavn, 1914, N. 3 e 4.

Bulletin de la Société physico-mathématique. Kasan, Serie 2, Vol. 18, N. 3 e 4; Vol. 19, N. 1 e 2.

Bulletin de la Société scientifique et médicale de l' Ouest. Rennes, Vol. 22, N. 1-4.

Bulletin de la Société Vaudoise des sciences naturelles. Lausanne, Vol. 50, N. 183.

Bulletin mensuel de l' Académie des sciences et lettres. Montpellier, 1914, N. 6 e 7.

Bulletin of the University of Illinois. Urbana, N. 72, 73, 74.

Bulletin (Science) of the University of Kansas, Lawrence, Vol. 14, N. 16; Vol. 15, N. 2 e 9.

Circulars (John Hopkins University). Baltimore, 1913, N. 7-9.

Collections (Smithsonian miscellaneous). Washington, Vol. 57, N. 13; Vol. 61, N. 15, 18, 21-25; Vol. 62, N. 2; Vol. 63, N. 2-5; Vol. 64, N. 1.

Comptes rendus de l' Académie des inscriptions et belles lettres. Paris, Aprile-giugno 1914.

Comptes rendus de l'Académie des sciences. Paris, indice Vol. 156; Vol. 158, N. 24-26; Vol. 159, N. 1-22.

Conferenze e prolusioni. Roma, Anno 7, 1914, N. 13-24.

Forhandlinger i Widenskabs-Selskabet. Christiania, 1912.

Jahrbuch der Hamburgischen Wissenschaftlichen Anstalten. Hamburg, Vol. 30, Suppl. N. 1-11.

Journal and proceedings of the r. Society of New South Wales. Sydney, Vol. 48, N. 1.

Journal (The American) of science. New Haven, Vol. 38, N. 223-228.

Journal of the r. microscopical Society. London, 1914, N. 4-6.

Mémoires de l' Académie des sciences, belles lettres et arts. Lyon, Serie 3, Vol. 14.

Mémoires de l' Académie des sciences, inscriptions et belles lettres. Toulouse, Serie 11, Vol. 1.

Mémoires de l' Académie imperiale des sciences. Petersgrad, Cl. di scienze Vol. 26, N. 4; Vol. 28, N. 3; Vol. 29, N. 6; Vol. 31, N. 1-9; Vol. 32, N. 1; Cl. di lettere Vol. 12, N. 1.

Mémoires de l'Académie nationale des sciences, arts et belles lettres. Caen, 1912.

Mémoires de l'Académie r. de Belgique. Bruxelles, in -8, serie 2: Cl. di scienze, Vol. 3, N. 7 e 8; in -4 Vol. 6, N. 1;

Mémoires de l' Académie r. des sciences et des lettres de Danemark. Copenhague, Serie 7, Cl. di scienze Vol. 11, N. 4 e 5; Vol, 12, N. 1.

Mémoires de la Société de physique et d' histoire naturelle. Genève, Vol. 37, N. 4.

Memoirs and proceedings of the Manchester literary and philosophical Society. Manchester, Vol. 58, N. 2.

Memorias y revista de la Sociedad cientifica Antonio Alzate. Mexico, Vol. 32, N. 9 e 10; Vol. 33, N. 9 e 10.

Memorie della r. Accademia dei Lincei. Roma, Cl. di scienze, Serie 5, Vol. 10, N. 6-11.

Memorie della r. Accademia delle scienze. Torino, Serie 2, Vol. 64.

Memorie della r. Accademia delle scienze dell'Istituto. Bologna, Sez. scienze giuridiche Vol. 8; Sez. scienze storiche-filolofiche Vol. 8.

Memorie della r. Accademia di scienze, lettere ed arti. Modena, Serie 3, Vol. 11.

Memorie scientifiche della Università imperiale. Kasan, (in russo) 1914, N. 6.

Nachrichten von der k. Gesellschaft der Wissenschaften. Göttingen, Cl. di scienze 1914, N. 1-3; Cl. di lettere 1914, N. 1; Geschäftliche Mitteilungen 1914.

Nature; a weekly illustrated journal of science. London, Vol. 93, N. 2331-2347; Vol. 94, N. 2348-2356.

Preisschriften gekrönt und herausgegeben von der Fürstlich Jablonowski'schen Gesellschaft. Leipzig, Cl. di scienze N. 19.

Proceedings of the Academy of natural sciences. Philadelphia, Vol. 65, N. 3; Vol. 66, N. 1.

Proceedings of the American Academy of arts and sciences. Boston, Vol. 49, N. 11.

Proceedings of the American philosophical Society. Philadelphia, Vol. 52, N. 212.

Proceedings of the Cambridge philosopical Society. Cambridge, Vol. 17, N. 6; Vol. 18, N. 1.

Proceedings of the literary and philosophical Society. Liverpool, 1912-1914, N. 63.

Proceedings of the r. Irish Academy. Dublin, Vol. 31, N. 9, 47; Vol. 32; Serie B, N. 3; Serie C, N. 11.

Proceedings of the r. physical Society. Edinburgh, Vol. 19, N. 6.

Proceedings of the r. Society. Edinburgh, Vol. 34, N. 2.

Proceedings of the r. Society. London, Serie A, Vol. 90, N. 619-622; Vol. 91, N. 623; Serie B, Vol. 88, N. 600-602.

Procès-verbaux des séances de la Société des sciences physiques et naturelles. Bordeaux, 1912-13.

Pubblicazioni del r. Istituto di studi superiori pratici e di perfezionamento. Firenze, Sezione scienze fisiche e mat. N. 26 e 32.

Pubblicazioni dell'Università. Kasan (in lingua russa). N. 10 pubblicazioni.

Publications of the Carnegie Institution. Washington, In-8, N. 182; 187, 194, 195; in -4, N. 200.

Publications of the University of California. Berkeley. Agricoltura Vol. 1, N. 5: Vol. 2, N. 1; Archeologia ed etnografia Vol. 10, N. 5; Botanica Vol. 4, N. 19; Fisiologia Vol. 4, N. 18; Geologia Vol. 7, N. 13-25; Vol. 8, N. 1 e 2; Patologia Vol. 2, N. 11-14.

Rendiconti della r. Accademia dei Lincei. Roma, Cl. di lett. etc. Serie 5, Vol. 23, N. 3-6.

Rendiconto della r. Accademia di scienze fisiche e matematiche. Napoli, Serie 3. Vol. 20, N. 5 e 6.

Rendiconto delle sessioni della r. Accademia delle scienze dell'Istituto. Bologna, Cl. di lettere, serie 1, Vol. 7, 1913-14.

Rendiconto delle tornate e dei lavori dell'Accademia di scienze morali e politiche. (Società Reale di Napoli), Anno 52, 1913.

Report (Annual) of the Regents of the Smithsonian Institution. National Museum. Washington, 1913.

Report of the r. Society of literature and list of fellows. London, 1914.

Report of the Trustees of the public library, museums, and national gallery of Victoria. Melbourne, 1913.

Reports (The science) of the Tôhoku imp. University. Sendai, Serie 1, Vol. 3, N. 4 e 5.

Revue des Pyrénées. Toulouse, 1913; 1914, 1 trim.

Rivista d'Italia. Roma, Anno 17, 1914, N. 7-11.

Rivista ligure di scienze, lettere ed arti. Genova, Anno 41, 1914, N. 4 e 5.

Rozprawy Akademii umiejetnosci (Memorie dell'Accad. delle scienze). Kracow, Serie 2, Storia e filos. Vol. 31.

Séances et travaux de l'Académie des sciences morales et politiques. Paris, Vol. 82, N. 7 e 8.

Sitzungsberichte der k. bayer. Akademie der Wissenschaften. München, Cl. di scienze 1911, N. 3; 1912, N. 1; Cl. di lettere 1911, N. 13, 14 e Schlussheft; 1912, N. 1.

Sitzungsberichte der k. preussischen Akademie der Wissenschaften. Berlin, 1914, N. 19-34.

Skrifter udgivne af Videnskabsselskabet. Khristiania, Cl. di scienze 1912, N. 1 e 2; Cl. di lettere 1912.

Studies (Tufts College). Tufts College, Mass. Sez. Sc. Vol. 3, N. 3 e 4.

Studies (J. H. University) in historical and political science. Baltimore, Serie 31, N. 3 e 4; Serie 32, N. 1.

Transactions of the Cambridge philosophical Society. Cambridge, Vol. 22, N. 5.

Transactions (Philosophical) of the r. Society. London, Serie A, Vol. 214. N. 514-519; serie B, Vol. 205, N. 317-324.

Transactions of the r. Society of literature. London, Vol. 33, N. 1.

Verhandlungen der naturforschenden Gesellschaft. Basel, Vol. 24.
Verhandlungen des naturhistorisch-medicinischen Vereines. Heidelberg, Vol. 13, N. 1.
Year book of the Carnegie Institution. Washington, 1913, N. 12.

Matematica.

Annalen (Mathematische). Leipzig, Vol. 75, N. 4; Vol. 76, N. 1.
Annali di matematica. Milano, Serie 3, Vol. 23, N. 1 e 2.
Annuario del Circolo matematico. Palermo, 1914.
Archief (Nieuw) voor Wiskunde. Amsterdam, Serie 2, Vol. 11, N. 1.
Bulletin de la Société mathématique de France. Paris, Vol. 42, N. 2.
Bulletin of the American mathematical Society. Lancaster, Vol. 20, N. 10; Vol. 21, N. 1-3; Indice Vol. 11-20.
Jahrbuch über die Fortschritte der Mathematik. Berlin, Vol. 43, N. 1.
Journal de l'École polytechnique. Paris, Serie 2, N. 17.
Journal de mathématiques pures et appliquées. Paris, Vol. 10, N. 2 e 3.
Journal für die reine und angewandte Mathematik. Berlin, Vol. 145, N. 1 e 2.
Journal (The Tôhoku mathematical) College of science, Tôhoku imp. University. Sendai, Vol. 5, N. 3 e 4; Vol. 6, N. 1.
Journal (American) of mathematics. Baltimore, Vol. 35, N. 3 e 4; Vol. 36, N. 1.
Journal (The quarterly) of pure and applied mathematics. London, Vol. 45, N. 4.
Opgaven (Wiskundige), met de oplossingen. Amsterdam, Vol. 11. N. 7.
Periodico di matematica. Livorno, Anno 29, 1914, N. 5 e 6: Anno 30, 1914, N. 1.
Proceedings of the London mathematical Society, London, Serie 2, Vol. 13, N. 5-7; Vol. 14, N. 1.
Rendiconti del Circolo matematico. Palermo, Vol. 38, N. 1-3.
Revista de la Sociedad matemática española. Madrid, Anno 3, 1914, N. 29 e 30.
Revue semestrielle des publications mathématiques. Amsterdam, Vol. 22, N. 2.
Supplemento al Periodico di matematica. Livorno, Anno 17, N. 7-9; Anno 18, N. 1 e 2.

Scienze fisiche e chimiche.

Annalen der Physik. Leipzig, 1914, N. 14-24.
Annales de chimie. Paris, Serie 9, 1914, N. 6 e 7.
Annales de l'Observatoire. Paris, Vol. 31.

Annales de l'Observatoire r. de Belgique. Bruxelles. Astron. Vol. 13, N. 2; Vol. 14, N. 1.

Annales de physique. Paris, Serie 9, 1914, N. 6 e 7.

Annuaire météorologique de l'Institut royal météorologique de Belgique. Bruxelles. 1914.

Beiblätter zu den Annalen der Physik. Leipzig, 1914, N. 13-23.

Beobachtungen (Magnetische und Meteorologische) an der k. k. Sternwarte. Prag, Anno 74, 1913.

Beobachtungen der Temperatur des Erdbadens im Tiflisser physikalischen Observatorium. Tiflis, 1905.

Boletin mensual del Instituto nacional fisico-climatólogico. Montevideo, Vol. 8, N. 91-94.

Bollettino bimensuale della Società meteorologica italiana. Torino, Serie 3, Vol. 33, N. 1-5.

Bollettino della Società sismologica italiana. Roma, Vol. 17 N. 5 e 6; Vol. 18, N. 1 e 2.

Bulletin du Comité intern. permanent pour l'exécution photographique de la carte du ciel. Paris, Vol. 6, N. 1.

Bulletin of the imperial earthquake investigation Committee. Tokyo, Vol. 6, N. 3; Vol. 7, N. 1; Vol. 8, N. 1.

Catalogue de l'Observatoire. Paris, Catalogue photographique du Ciel, Appendice Vol. 4; Vol. 5, zone 1.° a + 1.°; Vol. 6, zone 2° a + 0.°; Vol. 7, zone 3.° a — 1.

Journal (American chemical). Baltimore, Vol. 50, N. 1-6.

Memorie della Società degli spettroscopisti italiani. Catania, Maggio-ottobre 1914.

Observations de l'Observatoire d'Abbadia. Hendaye, 1912; Table pour le calcul de la pression.

Observations made at the r. magnetical and meteorological Observatory. Batavia, Vol. 33, 1910; Secondary station, Vol. 1.

Osservazioni meteorologiche fatte all'Osservatorio della r. Università. Torino, 1913.

Pubblicazioni del r. Osservatorio di Brera. Milano, N. 51.

Publicaciones de lo Instituto central meteorológico y geofisico de Chile. Santiago, N. 4-6.

Regenwaarnemingen in Nederlandsch-Indië. Batavia, 1911, N. 2; 1912, N. 1 e 2.

Rendiconti della Società chimica italiana. Roma, Serie 2, Vol. 6, N. 5-7.

Tätigkeit (Die) der physikalisch-technischen Reichsanstalt. Berlin, 1913.

Veröffentlichungen des k. Astronomischen Rechen-Instituts. Berlin, N. 42.

Scienze naturali.

Annalen des k. k. naturhistorischen Hofmuseums. Wien, Vol. 27, N. 4; Vol. 28, N. 1 e 2.

Annales de la Société entomologique de Belgique. Bruxelles, Vol. 57.

Annales de la Société Linnéenne. Lyon, Vol. 60, 1913.

Annales des sciences naturelles. Paris, Botanica, Vol. 19, N. 1-3.

Annuario del r. Istituto botanico di Roma. Anno 8, N. 3.

Atlas (Geological) of the United States. Washington, Fogli 185, 187-190.

Atti della Società italiana di scienze naturali e del Museo civico di storia naturale. Milano, Vol. 53, N. 2.

Berlese. Gli insetti. Vol. 2, N. 9 e 10.

Bollettino bimestrale del r. Comitato talassografico italiano. Venezia, Vol. 4, N. 27-30.

Bollettino della Società zoologica italiana. Roma, Serie 3, Vol. 3, N. 1-4.

Bulletin de la Société imp. des naturalistes. Moscou, 1913, N. 1-3.

Bulletin of the American Museum of natural history. New York, Vol. 32.

Bulletin of the Un. St. geological Survey. Washington, N. 531, 536, 538, 539, 542, 545, 555.

Bulletin of the Un. St. national Museum, Washington. In -8 N. 50, 86, 88; in -4 N. 84.

Contributions from the United States national Herbarium. Washington, Vol. 18, N. 1.

Glasnik Hrvatskoga Prirodoslovnoga Drustva (Bollettino della Società croata di scienze naturali). Zágráb, Vol. 36, N. 2 e 3.

Jahresheft des Vereins für vaterländische Naturkunde. Stuttgart, Anno 70, 1914 e suppl.

Journal (The quarterly) of the geological Society. London, Vol. 70, N. 278 e 279.

List of the geological Society. London, 1914.

Literature (Geological) added to the geological Society's library. London, 1912, N. 19.

Memoirs of the American Museum of natural history. New York, Nuova serie Vol. 1, N. 5.

Memoirs of the Indian Museum. Calcutta, Vol. 4, N. 1.

Memorie del r. Comitato talassografico italiano. Venezia, N. 40-43.

Mitteilungen des naturwissenschaftlichen Vereins für Steiermark. Graz, Vol. 50, N. 1 e 2.

Notarisia (La nuova). Padova, Serie 25, aprile-ottobre 1914.

Papers (Professional) of the United States geological Survey. Washington, N. 76, 85 B, 85 C.

Records of the Indian Museum. Calcutta, Vol. 8, N. 3 e 4; Vol. 9, N. 3-5; Vol. 10, N. 1; Annual Report 1912-13.

Report (Annual) of the American Museum of natural history. New York, Vol. 45.

Report (Annual) of the Un. St. geological Survey to the Secretary of Interior. Washington, 1913.

Sitzungsberichte und Abhandlungen der naturwissenschaftlichen Gesellschaft « Isis ». Dresden, Luglio-dicembre 1913.

Survey (Geological) of Canada. Ottawa, Memoirs 41 e 54.

Tijdschrift der Nederlandsche Dierkundige Vereeniging. Leiden, Serie 2, Vol. 12, N. 4; Vol. 13, N. 1-4.

Verhandlungen der russisch-k. mineralogischen Gesellschaft. Petersgrad, Vol. 49.

Medicina, anatomia fisiologia, igiene e farmacia.

Annali della Stazione sperimentale per le malattie infettive del bestiame. Napoli, Vol. 2, N. 1.

Annali dell'Istituto Maragliano. Genova, Vol. 7, N. 5 e 6.

Annali d'igiene sperimentale. Roma, Vol. 24, N. 2 e 3.

Annali di nevrologia. Napoli, Anno 32, 1914, N. 1-3.

Archiv für Anatomie und Physiologie. Leipzig, Anat. 1914, N. 2-6; Fisiol. 1914, N. 3-6.

Atti della r. Accademia dei Fisiocritici. Siena, Serie 6, Vol. 5, N. 1-10.

Atti della Società lombarda di scienze mediche e biologiche. Milano, Vol. 3, N. 3 e 4.

Attualità (L') medica. Milano, Anno 3, 1914, N. 6-11.

Bollettino della r. Accademia medica. Genova, Anno 29, 1914, N. 1-5.

Bollettino della Società medica. Parma, 1914, N. 7 e 8.

Bulletin de l'Académie de médecine. Paris. Serie 3, Vol. 71, N. 23-28; 30-37.

Bulletin de l'Académie r. de médicine de Belgique. Bruxelles, Serie 4, Vol. 28, N. 4 e 5.

Bullettino delle scienze mediche. Bologna, Serie 9, Vol. 2, 1914, N. 6-11.

Gazzetta medica lombarda. Milano, 1914, N. 27-42.

Giornale della r. Accademia di medicina. Torino, 1914, N. 3-10.

Giornale della r. Società italiana d'igiene. Milano. Anno, 36, 1914, N. 5-10.

Journal de l'anatomie et de la physiologie normales et pathologiques de l'homme et des animaux. Paris, Anno 50, 1914, N. 4.

Journal de pharmacie et de chimie. Paris, Serie 7, Vol. 10, N. 1-11.

Ospedale (L') Maggiore. Milano, Anno 1, 1906, N. 7; Anno 3, 1908, N. 12; Anno 4, 1909, N. 8; Anno 7, 1912, N. 2; Anno 1, serie 2, 1913, N. 3-12; serie 2, anno 2, 1914, N. 1-11.

Rivista di patologia nervosa e mentale. Firenze, Vol. 19, N. 5-11.
Rivista ospedaliera. Roma, Vol. 4, N. 11-23.
Rivista sperimentale di freniatria e medicina legale delle alienazioni mentali. Reggio nell'E. Vol. 40, N. 2 e 3.
Sperimentale (Lo); archivio di biologia normale e patologica. Firenze, Anno 68, N. 3-5.
Statistica delle cause di morte. Roma, 1912.
Tommasi (Il); giornale di biologia e di medicina. Napoli, Anno 9, 1914, N. 15-22.

Ingegneria.

Annales des mines. Paris, Serie 11, Vol. 5, N. 6 e 7.
Atti del Collegio degli ingegneri ed architetti. Milano, Anno 47, 1914, N. 6-10.
Bollettino del r. Magistrato alle acque. Venezia, 1912, N. 10; 1914, N. 3-8.
Bollettino mensile del r. Ufficio idrografico del Po. Parma, Gennaio-febbraio 1914.
Elettricista (L'). Roma, Serie 3, Vol. 3, N. 14-24.
Elettrotecnica (L'). Milano, Vol. 1, N. 16-33.
Livellazione di precisione del r. Magistrato alle acque. Venezia, Num. 28 e 57.
Minutes and proceedings of the Institution of civil engineers. London, Vol. 195 e 196.
Papers (Water supply and irrigation) of the Un. St. geolog. Survey. Washington, N. 295, 302, 303, 319, 320, 333, 334, 337.
Politecnico (Il). Milano, Serie 2, Vol. 6, N. 12-23.
Procès-verbaux des sciences du Comité intern. des poids et mesures. Paris, Serie 2, Vol. 7, 1913.
Pubblicazioni del r. Magistrato alle acque. Venezia. N. 58, 59 e 61.
Report of the superintendent of mines. Ottawa, 1912.
Rivista di artiglieria e genio. Roma, Giugno-dicembre 1914.
Travaux et Mémoires du Bureau internationational des poids et mesures. Paris, Vol. 15.

Agricoltura, industria e commercio.

Annali della r. Scuola superiore di agricoltura. Portici, Serie 2, Vol. 10 e 11.
Atti della r. Accademia economico-agraria dei georgofili. Firenze, Serie 5, Vol. 11, N. 2-4
Boletin del Ministerio de agricultura. Buenos Aires, Vol. 17, N. 3-6.

Bollettino di statistica agraria e commerciale dell'Istituto internazionale di agricoltura. Roma, 1914, N. 7-12.

Bollettino mensile dell'Ufficio di informazioni agrarie e di patologia vegetale dell'Istituto int. d'agricoltura. Roma, Anno 5, 1914, N. 7-12.

Bulletin of the agricultural experiment Station of Colorado. Fort Collins, N. 186-188; 190-194.

Bullettino dell'agricoltura. Milano, 1914, N. 28-52.

Giornale della Camera di commercio italiana. London, N. 31 e 33.

List (Monthly) of publications of the Un. St. departement of agriculture. Washington, Giugno 1914.

Publications (Special) of the deparment of commerce and lavor coast and geodetic Survey. Washington, N. 15, Results of observat. 1911-12.

Rivista (La); periodico della r. Scuola di viticoltura ed enologia. Conegliano, 1914, N. 13-24.

Rivista lombarda di ragioneria. Milano, Anno 26, 1914, N. 2.

Stazioni (Le) sperimentali agrarie. Modena, Vol. 47, N. 7-12.

Economia, sociologia e politica.

Atti del Consiglio comunale. Bergamo, 1913-14, fasc. 54.

Bollettino dell'Ispettorato dell'industria e del lavoro del Ministero di agricoltura, industria e commercio. Roma, Vol. 4, N. 7 e 8; Vol. 5, N. 3 e 4, 7-10.

Bollettino dell'Ufficio del lavoro del Ministero di agricoltura, industria e commercio. Roma, Nuova Serie, Vol. 2, N. 15-24; Vol. 21, N. 4-6; Vol. 22, N. 1 e 2; suppl· N. 22 e 25.

Bollettino mensile delle istituzioni economiche e sociali dell'Istituto intern. d'agricoltura. Roma, Anno 5, 1914, N. 7-11; Indice delle materie, 1913.

Journal (The economic). London, Vol. 24, N. 95 e 96.

Mazzini G. Scritti editi ed inediti. Imola, Vol. 17-19.

Rivista internazionale di scienze sociali e discipline ausiliarie. Roma, Vol. 64, N. 258-263.

Statistica dei riformatori. Roma 1912.

Statistica delle carceri e delle colonie per domiciliati coatti. Roma, 1912.

Studies (University of Illinois) in the social sciences. Urbana, Vol. 3, N. 1 e 2.

Giurisprudenza.

Atti della Commissione di statistica e legislazione presso il Ministero di grazia, giustizia e dei culti. Roma, Sessione luglio 1913.

Circolo (Il) giuridico. Palermo, Vol. 45, N. 6-11.

Statistica giudiziaria penale. Roma, 1910.

Studi senesi nel Circolo giuridico della r. Università. Siena, Vol. 30, N. 3.

Statistica.

Annali di statistica. Roma, Serie 5, Vol. 8.

Annuario statistico italiano. Roma, Serie 2, Vol. 3, 1913.

Bollettino mensile dell'Ufficio di statistica del comune. Venezia, Maggio-luglio 1914.

Bollettino statistico mensile della città. Milano, Maggio-ottobre 1914.

Bulletin mensuel de statistique municipale de la ville. Buenos Aires, 1914, N. 7 e 8.

Dati statistici, a corredo del resoconto dell'amministrazione comunale. Milano, 1913.

Geografia.

Bollettino della r. Società geografica italiana. Roma, Serie 5, Vol. 3, N. 7-12.

Mitteilungen (Pet.) aus J. P. geographischer Anstalt, Gotha, Vol. 60, N. 7-11.

Mitteilungen des Vereins für Erdkunde. Dresden, Vol. 2, N. 9.

Pubblicazioni dell'Istituto geografico militare e della r. Commissione geodetica italiana. Firenze, Guarducci e Reina; Guarducci F.

Report of the superintendent of the U. S. Coast and geodetic Survey showing the progress of the work. Washington, 1913.

Storia e biografica.

Aarboger for Nordisk Oldkyndighed og Historie. Kjöbenhavn, Serie 3, Vol. 3, 1913.

Annales du Midi. Toulouse, Anno 25, 1913, N. 98; Anno 26, 1914, N. 99-102.

Archivio storico lombardo. Milano, Serie 41, 1914, N. 1-3.

Bollettino della r. Deputazione di storia patria per l'Umbria. Perugia, Vol. 20, N. 1.

Bullettino storico pistojese. Pistoja, Anno 16, 1914, N. 2-4.

Lectures (Manchester University). Manchester, N. 18.

Periodico della Società storica per la provincia e antica diocesi. Como, N. 83.

Picardie (La) historique et monumentale. Amiens, Vol 5, N. 2.

Publications of the University. Manchester, Vol. 20 e 21.

Rassegna storica del risorgimento; organo della Società naz. per la storia del risorgimento italiano. Città di Castello, Anno I, 1914, N. 3-5.

Archeologia, etnografia e antropologia.

Annales de l'Académie r. d'archéologie de Belgique. Antwerpen, Serie 6, Vol. 5, N. 4.

Anzeiger für Schweizerische Altertumskunde. Zürich, Vol. 16, N. 2 e 3.

Atti della r. Accademia dei Lincei. Roma, Serie 5, Vol. 11, N. 1-6 e suppl.

Bulletin de l'Académie r. d'archéologie de Belgique. Antwerpen, 1913, N. 3 e 4.

Bulletin trimestriel de la Société des antiquaires de Picardie, Amiens, 1913, N. 2-4; 1914, N. 1.

Bulletin of the Bureau of American Ethnology. Washington, N. 56.

Mitteilungen der antiquarischen Gesellschaft. Zürich, N. 78.

Mitteilungen der k. k. Zentral Kommission für Erforschung und Erhaltung der Kunst-und historischen Denkmalpflege. Wien, Vol. 12, N. 12.

Rivista archeologica della provincia e antica diocesi. Como, 1913, N. 67-69; 1914, N. 70 e 71.

Filologia.

Journal (The American) of phylology. Baltimore, Vol. 34, N. 2-4.

Mnemosyne. Bibliotheca philologica batava. Leiden, Vol. 42, N. 4.

Museum Maandblad voor Philologie en Geschiedenis. Leiden, 1914, Anno 21, N. 10-12; Anno 22, N. 1-3.

Notes (Modern language). Baltimore, Vol. 28, N. 7 e 8; Vol. 29, N. 1 e 2.

Belle arti e numismatica.

Rapport annuel du Musée national suisse. Zürich. 1913.

Istruzione.

Annuario della r. Università. Genova, 1911-12; 1912-13; 1913-14.

Annuario della r. Università. Napoli, 1913-14.

Atti della Società d'incoraggiamento d'arti e mestieri. Milano, 1913.

Bollettino ufficiale del Ministero dell'istruzione pubblica. Roma, 1914, N. 27-54.

Chronicle (The University). Berkeley. Vol. 15, N. 3 e 4; Vol. 16, N. 1.
Report (Annual) of the Peabody Institute. Baltimore, N. 47.

Religione.

Analecta bollandiana. Bruxelles. Vol. 33, N. 3.
Annales du Musée Guimet. Paris, In -8, Vol. 26 e 27.
Archivum franciscanum historicum. Firenze, Anno 7, 1914, N. 3 e 4.
Rosario (Il) e la Nuova Pompei. Valle di Pompei, Anno 31, 1914, N. 4-6.
Verhandelingen rakende den naturlijken en geopenbaarden Godsdienst uitgegeven door Teilers godgeleerd Genootschap. Haarlem, Vol. 18.

CATALOGO DEI LIBRI ED OPUSCOLI

PERVENUTI ALLA BIBLIOTECA

DEL R. ISTITUTO LOMBARDO DI SCIENZE E LETTERE

DURANTE L'ANNO 1914 (1)

ADELUNG E. An experimental study of poison oak. Chicago, 1913.

AGAMENNONE G. La fortissima scossa a Messina del 22 dicembre 1912. Torino 1913.

— La determinazione delle distanze a cui avvengono i terremoti in base alle osservazioni di un solo Osservatorio. Torino, 1913.

— Come dobbiamo difenderci dai terremoti? Torino, 1913.

ANGELITTI F. Sugli accenni danteschi ai segni, alle costellazioni ed al moto del cielo stellato, da occidente in oriente, di un grado in cento anni; Nota III. Torino 1913.

Anniversario (XXX) della fondazione del Circolo matematico di Palermo. Adunanza solenne del 14 aprile 1914. Palermo, 1914.

Archivo de anatomia e de anthropologia de l' Instituto de ananatomia. (Faculdade de medicina da Universidade de Lisboa) N. 1. Lisbona, 1913.

ARCTOWSCKI H. Studies on climate and crops. Corn crops in the U. St.. New York, 1912.

— On some climatic changes recorded in New York City. New York, 1913.

ARDIZZONE G. Medaglie commemorative dei XI Congressi degli scienziati italiani. Firenze, 1914.

BAGATELLA A. Regole per la costruzione de' violini, viole, violoncelli e violoni; II. edizione. Padova, 1883.

BARBOSA VIANNA A. J. O Recife, capital do estado de Pernambuco. Recife, 1900.

---

(1) I libri ed opuscoli qui elencati vennero presentati nelle adunanze ordinarie dell'Istituto ed i titoli di essi vennero pubblicati nei verbali delle adunanze.

Barker E., Davis, Fletcher, Hassall, Wickam Legg, Morgan. Perchè la Gran Brettagna combatte. Oxford, 1915.

Bassani F. Commemorazione del prof. Giuseppe Mercalli. Napoli, 1914.

Battiati G. Inaugurazione del nuovo anno accademico dell'Istituto di storia del diritto romano della r. Università di Catania. Catania, 1914.

Berlese A. Gli insetti, loro organizzazione, sviluppo, abitudini e rapporto coll'uomo. Vol. 2, N. 7 e 8. Milano, 1914.

— Intorno alla riproduzione ed al dimorfismo sessuale negli insetti. Firenze, 1914.

Beschreibung der griechischen autonomen Münzen im besitze der kön. Akademie der Wissenschaften zu Amsterdam. Amsterdam, 1912.

Biblioteche (Le) milanesi; con un elenco di riviste e di pubblicazioni periodiche che si trovano nelle biblioteche di Milano; pubblicato a cura del Circolo filologico milanese per commemorare il XL anno della sua fondazione. Milano, 1914.

Billia L. M. L'esilio di S. Agostino. Torino, 1912.

Bindoni G. Sull'inno « La Risurrezione » di Alessandro Manzoni. Treviso, 1912.

Boccardi G. Remarques sur la variation des latitudes. Torino, 1914.

Bollettino mensile del r. Ufficio idrografico del Po. Gennaio, 1913.... Parma, 1913....

Bordoni-Uffreduzzi G. I microparassiti nelle malattie da infezione. Manuale tecnico di batteriologia. Parte II. Milano, 1914.

Bresson E. Essai sur l'assurance maritime pour compte de tiers. Marseille, 1913.

Calderini De Marchi R. Jacopo Corbinelli et les érudits français d'après la correspondance inédite Corbinelli-Pinelli (1566-87). Milano, 1914.

Capasso G. Dandolo, Morosini, Manara e il primo battaglione dei bersaglieri lombardi nel 1848-49. Milano, 1914.

Carles P. Les conserves de tomates. Bordeaux, 1914.

Carove L. Il castello di Musso e le sue cave di marmo. Milano, 1914.

Catalogo della mostra bodoniana della r. Biblioteca Palatina. Parma, 1913.

Catalogo ufficiale della sezione italiana dell'Esposizione internazionale del libro e d'arte grafica in Lipsia. Milano, 1914.

CAVALLO P. Il lago di Garda. Monografia geografica. Casale Monf., 1914,

CAVASINO A. Studio sintetico sui periodi delle onde sismiche da un decennio d'osservazioni, eseguite nel r. Osservatorio geodinamico di Rocca di Papa. Modena, 1913.

CELORIA G. Discorso pronunciato a S. Siro il 21 dicembre 1913 in occasione della consegna della bandiera al « Città di Milano ». Milano, 1914.

Censimento della popolazione del Regno d'Italia al 10 giugno 1911. Vol. 2. Roma, 1914.

CERUTI G. Una lettera inedita di Alessandro Volta. Como, 1914.

CHINAGLIA L. La *Prospaltella Berlesei* Hon. contro la *Diaspis pentagona* Targ. Milano, 1914.

CLAYPOLE J. On the classification of the streptothices, particularly in their relation to bacteria. New York, 1913.

COELHO NETTO e BILAC O. A patria brazileira. Rio Janeiro, 1911.

Collection de monographies ethnograpiques. Vol. 1 a 10. Bruxelles, 1907-13.

COMMUNAUX L. Du régime de l'expropriation pour cause d'utilité publique en Tunisie. Tunis, 1913.

Contribución al estudio de las ciencias físicas y matemáticas de la Facultad de ciencías físicas, matemáticas y astronómicas. Serie fisica. Vol. 1, N. 1... La Plata 1914...

COZZI C. Zoocecidi della flora milanese. Pavia, 1914.

CUNNINGHAM A. A binary canon, showing residues of powers of 2 for divisors under 1000, and indices to residues. London, 1900.

DE ANGELIS D'OSSAT G. Il calcare e le viti americane. Modena, 1914.

DE PRETTO O. Sopra una grande forza tellurica trascurata. Roma, 1914.

D'OVIDIO E. Placido Tardy; cenno necrologico. Torino, 1914.

DUMAS R. Des différents systèmes de répression des crimes et délits commis en pays étrangers et des effets extraterritoriaux des jugements pénaux. Paris, 1913.

EMDIN P. Modificazioni dei tessuti muscolari in seguito e recisione del nervo Kasan, 1914. (in lingua russa).

FINOCCHI L. Essai sur la legislation tunisienne de l'enregistrement et son application aux principaux contrats de droit musulman. Tunis, 1913.

FITZGERALD J. G. Agglutination of encapsulated bacteria. Berkeley, 1912.

— Relative frequency of B. coli communior in contaminated water. Berkeley, 1912.

FLEISS P. M. Das Buch simchath Hanefesch von Henele Kirchhain aus dem Jahre 1727. Berna, 1913.

FORMICHI C. Michele Kerbaker, 1835-1914. Torino, 1914.

GABBA L. Manuale del chimico e dell'industriale. V. ediz. Milano, 1914.

GAY F. P. e CLAYPOLE E. Specific and extreme hyperleukocytosis following the injection of bacillus typhosus in immunized rabbits. Chicago, 1913.

— Induced variations in the agglutin-ability of bacillus typhosus. Chicago, 1913.

GAY F. P. e ROBERTSON B. The antigenic properties of globin caseinate. New York, 1913.

GAY F. P. e RUSK G. Studies on the locus of antibody formation. Washington, 1913.

GERINI G. B. La vita ed il pensiero di Giuseppe Allievo. Rovereto, 1913.

GIORDANO F. Le risultanze del concorso di motocoltura di Parma, 1913, in rapporto alle condizioni dell'Agro romano. Milano, 1914.

— La motocoltura ad Arras e a Grignon nell'ottobre 1913. Roma, 1914.

GIULINI A. Filippo Maria Sforza. Milano, 1913.

— Documenti pel condottiero sforzesco Colella da Napoli. Milano, 1914.

— Polidoro Sforza. Milano, 1914.

— Un'audace falsificazione del Bianchini. Milano, 1914.

GONELLA E. Il Museo nazionale d'artiglieria di Torino. Testo e tavole. Roma, 1914.

GORETTI L. Conferenza pro pace Cirenaica. Lucca, 1914.

— I senussi. Elegia dello sceico Sidi Abderrahim di Bengasi in morte dell'amico lo sceico Mohamed el Senussia di Gerebub. Pisa, 1912.

GORINI C. Principî fondamentali per la fabbricazione razionale del formaggio (regime igienico e fermenti selezionati).

— Consigli pratici per la fabbricazione razionale di formaggio grana scelto e buono. Milano, 1913.

GRAÇA ARANHA G. Chanan, traduit du portugais par C. Gazet. Paris, 1910.

GUARESCHI I. Sulla legge della dilatazione dei gas di Volta. Leipzig, 1914.

Guide book issued by the geological survey of Canada. Department of mines. Ottawa, 1913. N. 1...

GURLEY R. R. What is mental, what physical; the concepts fundamental in the sciences (Qualities, properties, space). New York, 1913.

GUYE A. Rapport sur l'unification des abréviations bibliographiques dans les mémoires de chimie. Genève, 1914,

HAYATA B. Icones plantarum formosanarum, nec non et contributiones ad floram formosanam. Vol. 3. Taihoku, 1913.

HERRERA A. L. Bulletin du laboratoire de plasmogénie. Mexico, 1914.

HISTORY (A) of the first half-century of the national Academy of sciences 1863-1913. Washington, 1913.

Hundredaarsjubilaeum 1911 (Det Kgl. Frederiks Universitets). Cristiania, 1913.

Izvješća o raspravama matematičko-prirodoslovnoga razreda. (Bollettino dei lavori della classe di scienze matematiche e naturali dell'Accademia di scienze ed arti degli slavi del sud) 1914. N. 1. Zagabria, 1914.

JACHONTOV K. M. Contributo alla conoscenza del sistema cromaffinico. Struttura degli organi supplementari del nervo simpatico nell'uomo. Kasan 1913 (in lingua russa).

KANNABICH G. Cyclotimia, sua sintomatologia e suo processo. Mosca, 1914 (in lingua russa).

KATZ M. Abraham Ibn Dauds, Sepher Hak-Kabbala. Berna, 1907.

KEDROFF N. I. Studi scientifici sui gonfiori giganteschi degli organi genitali femminili. Kasan, 1913 (in lingua russa).

KOEHLER R. An account of the echinoidea. Vol. 1. Calcutta, 1914.

KORAEN T. Observations séismographiques faites à l'Observatoire météorologique d'Upsala de janvier 1907 à août 1912. Upsal, 1914.

LATTES A. Le ingrossazioni nei documenti parmensi. Parma, 1914.

LEITÃO J. Do civismo e da arte no Brasil. Lisbona, 1900.

Libro bianco tedesco. Documenti preliminari della guerra, con aggiunte. Roma, 1914.

LUCCHINI V. La siderurgia termoelettrica in Italia nell'ultimo decenio. Torino, 1914.

— Contributo allo studio dei derivati insipidi della chinina usati in terapia. Milano, 1914.

MAIOCCO F. L. La tubercolosi bovina e la sua profilassi. Casale Monferrato, 1914.

MARIA P. Des modifications du capital social au cours de la vie sociale dans les sociétés commerciales par actions. Paris, 1913.

MARINI A. Da Perugia a Larderello. Novara, 1914.

MATHERON J. L'incapacité du prodigue. Paris, 1913.

Memoria (In) del conte Antonio Cavagna Sangiuliani di Gualdana, nel 1° anniversario della sua morte. Pavia, 1914.

Memoria (In) dell' ingegnere Girolamo Beltrami. Cremona, 1914.

Michailov M. P. Sulla relazione del nervo errante (n. vagi) col movimento respiratorio. Kasan, 1914 (in lingua russa).

Ministero dei lavori pubblici. Gli edifici pubblici e le case degli impiegati dello Stato nei paesi colpiti dal terremoto. Roma, 1913.

— Le opere pubbliche in Calabria. Prima relazione sull'applicazione delle leggi speciali dal 30 giugno 1906 al 30 giugno 1913. Bergamo, 1913.

Ministero della marina. I servizi sanitari e la chirurgia di guerra durante la campagna di Libia e d' Egeo sulle naviospedale e negli ospedali dipartimentali. Roma, 1913.

Ministero delle colonie. Commissione per lo studio agrologico della Tripolitania. La Tripolitania settentrionale. Vol. 1 e 2. Roma, 1913.

Modigliani E. Viaggio in Malesia. Riassunto generale dei risultati zoologici. Genova, 1909.

Monografie delle Università e degli Istituti superiori. Vol. 1 e 2, Roma, 1911 e 1913.

Monographs series of the american Museum of natural history. Vol. 1. New York, 1913.

Navigazione (La) aerea. Rivista italiana d'aeronautica. Anno 3, 1914... Roma, 1914...

Noether M. Paul Gordan. Leipzig, 1914.

Norsa B. Gli schemi dei quadri di alcune grandi centrali americane. Milano, 1914.

— Contributo allo studio della tariffìcazione dell' energia elettrica. Milano, 1914.

Oliveira Lima. Aspectos da litteratura colonial brazileira. Lipzia, 1896.

Oppliger F. Geschichte der Kolonialen Demarkation zwischen Spanien und Portugal 1493-1750. Berna, 1913.

Osburn R. The care of home Aquaria. New York, 1914.

Paini C. Per i nuovi trattati di commercio. Bozzoli, seme bachi, seta greggia e torta. Milano, 1914.

Palmarocchi R. Il r. Archivio di stato in Firenze e gli errori d'una pubblicazione ufficiale. Firenze, 1914.

Parona C. Giacomo Doria e l'opera sua. Pisa, 1914.

Parravicino. Stalle per vacche da latte. Milano, 1912.

Pascal A. Girolamo Saccheri nella vita e nelle opere. Napoli, 1914.

Pascal A. Sopra i minori del determinante generalizzato di Scholtz-Hunyady. Napoli, 1914.

Pascal E. I miei integrafi per equazioni differenziali. Napoli, 1913.

— I e II. Sui principî della teoria delle funzioni di linee. III. Gli integrali Riemanniani delle funzioni di linee. IV. Le formole di Green e di Stokes per le funzioni di linee. Napoli, 1914.

Pavlow A. Ode per il centenario della locomotiva, 1814-1914. Tiflis, 1914. (in lingua russa).

Pecchiai Pio. Cinque anni di lavoro nell'archivio degli Istituti ospitalieri di Milano. Milano, 1914.

Perimov V. Il drenaggio sottocutaneo permanente. Kasan, 1914. (in lingua russa).

Piatti A. Pregiudizi ed errori atavici. Bergamo, 1914.

Pirotta R. Commemorazione del socio stran. Edoardo Strasburger. Roma, 1913.

— Organicazione ed organizzazione. Genova, 1913.

— L'alternanza di generazioni nelle piante inferiori. Pavia, 1914.

Pirotta R. e Puglisi M. L'ereditarietà nella *bunias orientalis L.* Roma, 1914.

Porro C. La revisione toponomastica della carta d'Italia. Firenze, 1914.

Prirodoslovna istraživanja Hrvatske i Slavonije potaknuta matematičko-prirodoslovnim razredom Jugoslavenske Akademije znanosti i umjetnosti (Ricerche di scienze naturali della Croazia e Slavonia, pubblicate dall'Accademia di scienze ed arti degli slavi del sud) 1913. N. 1. Zagabria, 1913.

Procès verbal de la session tenue a Rome en 1913 de la Commission polaire intern. Bruxelles, 1913.

Pubblicazione (Prima), dall'ottobre 1910 al dicembre 1913, della r. Commissione per gli studi sul regime idraulico del Po. Parma, 1914.

Radaelli A. Per il miglioramento delle case coloniche nel milanese. Milano, 1914.

Ramsay Muir. Britain's case against Germany. Manchester, 1914.

Rasi P. Gli studi recenti sull'epitafio di Allia Potestas e la metrica del carme. Venezia, 1914.

— Divinum rus. Carmen. Amsterdam, 1914.

Rayna P. Alessandro D'Ancona. Firenze, 1914.

Relazione (Seconda) della Commissione incaricata di rivedere le norme edilizie obbligatorie per i comuni colpiti dal ter-

remoto del 28 dicembre 1908 e da altri anteriori. Roma, 1913.

Relazione della giuria del concorso a premi per impianti elettrici nelle aziende agrarie svoltosi nel 1912-13 e bandito dalla Società agraria di Lombardia. Crema, 1914.

Report (Twelfth) on the Sarawak Museum. Sarawak, 1913.

RIBEIRO J. Historia do Brasil. Rio de Janeiro, 1909.

SACERDOTI A. Nuovo progetto di legge sulla responsabilità degli albergatori. Milano, 1914.

— Dei sindaci nelle società anonime e delle garanzie da sostituirsi agli stessi. Milano, 1914.

SÀNCHEZ I. Los inventos de Torres Quevedo. Madrid, 1914.

SANVITALE L. Per il restauro di Selvapiana, 1838-1914. Parma 1914.

SARMITZIN P. I. « Avidità » delle glutine. Kasan, 1914 (in lingua russa)

SCHLATTER H. Das Präfix di-in italienischen. Berna, 1913.

SCHUMANN R. Ueber die Lotabweichung am Laaerberg bei Wien. Wien, 1914.

SCIOLOMOVIC A. S. L'atavismo; sintomi fisici della degenerazione nei sani e negli ammalati. Kasan 1913 (in lingua russa).

Soprintendenza (R.) ai monumenti della Lombardia. La cappella di S. Giovanni Battista nella chiesa di S. Pietro in Gessate in Milano. Relazione. Milano, 1914.

SORDELLI F. L'opera scientifica del socio dott. Paolo Magretti. Pavia, 1914.

Stato di previsione della spesa del Ministero della pubblica istruzione per l'esercizio finanziario dal 1 luglio 1913 al 30 giugno 1914, con gli allegati dimostrativi degli stanziamenti. Roma, 1914.

Studi economico-giuridici pubblicati per cura della facoltà di giurisprudenza della r. Università di Cagliari. Cagliari, 1914.

SUPINO F. La carpa. Cenni biologici e pratici, 2ª ediz. Milano, 1913.

— L'allevamento della trota iridea. Milano, 1914.

TARAMELLI T. Sulla storia geologica del Garda. Novara, 1914.

TARATINOFF N. I. Assorbimento dei muscoli in istato patologico e svilppo dei miofaghi. Kasan, 1914 (in lingua russa).

THOMAS A. L'entrée d'Espagne; chanson de geste franco-italienne publiée d'après le manuscrit unique de Venise. Vol. 1 e 2. Paris, 1913,

TIMOFEEFF A. I. Lo sviluppo del corpo luteo dell'ovaio umano. Kasan, 1913 (in lingua russa).

Tosi A. L'Ospedale maggiore e l'Ospedale Ciceri negli anni 1906-10. Milano, 1913.

Toynbee G. Concise dictionary of proper names and notable matters in the works of Dante. Oxford, 1914.

Travaglio C. Armonie fra scienza ed arte. Savigliano, 1914.

Usai G. Sopra un tipo speciale di equazioni a derivate parziali. Napoli, 1914.

Vicarelli G. Lavoro e maternità. Studio etnico, clinico e sociale. Torino, 1914.

Visconti A. Il diritto privato nelle nuove costituzioni dello stato milanese. Milano, 1913.

— Il diritto commerciale nelle nuove costituzioni dello stato milanese. Milano, 1913.

— La codificazione del processo civile a Milano durante la prima dominazione austriaca 1784-1795, con documenti inediti. Milano, 1914.

— Notizie storico-giuridiche sulla Compagnia di Gesù; con documenti riguardanti la sua attività in Lombardia. Milano, 1913.

Wilamowitz-Moellendorff von U. Zwei Reden. Krieges Anfang. geschichtlichen Ursachen des Krieges. Berlin, 1914.

Zuccante G. Relazione sul concorso al premio del Ministero della P. I. per la didattica e la metodologia dell'insegnamento medio, pel 1912. Roma, 1913.

— Diogene. Roma, 1914.

INDICE DEGLI ATTI

INDICE DEGLI AUTORI

INDICE DELLE MATERIE